

# IDENTIFICAÇÃO DO NÍVEL DE REDUNDÂNCIA DAS MEDIDAS PARA EFEITO DE ESTIMAÇÃO DE ESTADO EM SISTEMA DE POTÊNCIA

**J.B.A. London Jr.\***  
jbalj@sel.eesc.sc.usp.br

**L.F.C. Alberto\***  
luis@sel.eesc.sc.usp.br

**N.G. Bretas\***  
ngbretas@sel.eesc.sc.usp.br

\* Depto. de Engenharia de Energia e Automação Elétricas, Escola Politécnica - USP

\*Depto. de Engenharia Elétrica, Escola de Engenharia de São Carlos - USP

**RESUMO** – Neste artigo propõe-se um novo método para a identificação das medidas críticas e também dos conjuntos de medidas que, se perdidas simultaneamente, fazem um sistema de potência observável tornar-se não observável. Conhecendo-se essas medidas e esses conjuntos de medidas, o método permite a identificação do nível de redundância de cada uma das medidas, associadas a um sistema de potência observável. O método proposto baseia-se nas relações de dependência linear das linhas da matriz Jacobiana. Para determinar essas relações, uma conveniente mudança de base no espaço dos estados é realizada. A característica esparsa da matriz Jacobiana proporciona ao método uma boa velocidade de execução. Para comprovar a sua eficiência, vários testes foram realizados, utilizando para isso o sistema de 14 barras do IEEE, o sistema de 121 barras da ELETROSUL e um sistema de 384 barras da CHESF (Companhia Hidroelétrica do São Francisco).

**Palavras Chaves** : Estimação de estado, Observabilidade de redes, Nível de redundância das medidas.

**ABSTRACT** – In this paper a new method to identify critical measurements and also sets of measurements that removed, at same time from the measurement set, turn an observable power system to unobservable is proposed. These measurement sets are used to determine the redundancy level of each measurement associated to an observable power system. The proposed method is based on the linear dependency relation of the rows of the Jacobian matrix. To determine this relation, a convenient exchange of basis in the state space is made. The exploration of sparsity techniques and some adaptations make the proposed method simple and fast. This method has been tested in the IEEE-14-bus system, and in two realistic systems of the Brazilian utilities (one of them is a 121-bus system from ELETROSUL, and the other is a 384-bus system from CHESF-Companhia Hidroelétrica do São Francisco).

**Keywords** : State estimation, Network Observability, Measurement redundancy level.

## 1 INTRODUÇÃO

Com a incorporação do estimador de estado, os valores estimados, ao invés dos medidos, passaram a constituir a base de dados para as ações de controle e operação dos sistemas de potência.

Desde então, para uma adequada operação dos sistemas de potência, tornou-se necessário, obter-se uma estimação de estado confiável, que, por sua vez, depende do número, tipo e localização das medidas disponíveis. Em primeiro lugar, o sistema deve ser observável, ou seja, com o conjunto de medidas disponível, pode-se obter uma estimativa de todos os estados do sistema. Entretanto, a observabilidade é uma condição necessária, mas não suficiente, para a obtenção de uma estimação de estado confiável. Mesmo em um sistema observável, as medidas fornecidas ao estimador de estado estão sujeitas a erros grosseiros, o que pode inviabilizar o processo de estimação de estado. Portanto, o estimador de estado deve ser robusto tanto para a perda de medidas quanto para a ocorrência de medidas com erro(s) grosseiro(s).

Para que esta robustez seja alcançada, é necessário que nível de redundância das medidas seja elevado. Logo, é importante identificar-se medidas com nível de redundância baixo no sentido de se determinar como elevar o nível de redundância dessas medidas.

Com este objetivo, diversos métodos para a identificação de medidas críticas e de conjuntos críticos de medidas têm sido desenvolvidos. Esses métodos podem ser divididos em dois grupos: os métodos topológicos [Bretas and London Jr. (1998a); Bretas and London Jr. (1998b); Clements et al. (1981); Crainic et al. (1990); London Jr. et al. (2000); Simões-Costa et al. (1990)]; e os numéricos [Korres and Contaxis (1991a), Korres and Contaxis (1991b)]. Os métodos do primeiro grupo exigem a criação de rotinas complexas e lentas, quanto à velocidade de execução, pois estão sujeitas à explosão combinatorial. Os do segundo grupo são mais simples, podendo, entretanto, apresentar problemas numéricos.

Neste artigo propõe-se um novo método numérico que, além de identificar as medidas críticas, identifica o nível de redundância de cada uma das medidas associadas a um sistema de potência observável.

O método proposto baseia-se nas relações de dependência linear das linhas da matriz Jacobiana. Com uma mudança conveniente

<sup>0</sup>Artigo submetido em 13/02/2000

1a. Revisão em 27/06/2000;

Aceito sob recomendação do Ed. Cons. Prof. Dr. José Luiz Resende Pereira

de base, no espaço dos estados, a identificação dessas relações se torna simples e direta. A finalidade dessa mudança de base é encontrar estados equivalentes, cujo relacionamento com as medidas seja mais direto. Este método foi testado para alguns sistemas reais, e os resultados obtidos comprovam a sua eficiência.

O presente artigo está organizado como segue: na Seção 2 é apresentada a definição de observabilidade algébrica. Na Seção 3, o método proposto juntamente com um exemplo da sua aplicação são apresentados. Na Seção 4 são apresentados os resultados dos testes realizados. Na Seção 5 está a conclusão, sendo que o embasamento teórico do método é apresentado no Apêndice.

## 2 OBSERVABILIDADE ALGÉBRICA

Para um sistema de potência com  $n$  barras e  $m$  medidas, a equação de medidas é dada por:

$$z = Hx + w \quad (1)$$

onde  $z$  é o vetor de medidas ( $m \times 1$ ),  $H$  é a matriz Jacobiana ( $m \times (2n - 1)$ ),  $x$  é o vetor dos estados ( $(2n - 1) \times 1$ ) e  $w$  é o vetor dos erros das medidas ( $m \times 1$ ).

A matriz Jacobiana  $H$  relaciona as medidas com os estados do sistema. Os estados são os ângulos de fase ( $\theta$ ) e as magnitudes de tensão ( $V$ ), nas barras do sistema. As medidas usualmente são: fluxo de potência ativa e reativa nas linhas, injeções de potência ativa e reativa e medidas de magnitude de tensão nos barramentos.

Um sistema de potência é dito ser algebricamente observável se:

$$\text{posto}(H) = (2n - 1) \quad (2)$$

sendo  $(2n - 1)$  a dimensão do vetor de estado a ser estimado.

Através do desacoplamento  $P\theta - QV$ , conhecido como desacoplamento do modelo, podemos realizar a análise de observabilidade algébrica separadamente, para cada um dos modelos. Desta forma, um sistema é  $P\theta$  algebricamente observável, considerando somente as medidas de potência ativa, se:

$$\text{posto}(H_{P\theta}) = (n - 1) \quad (3)$$

sendo  $(n - 1)$  o número de ângulos de fase a serem estimados, pois o ângulo de uma das barras é usado como referência angular. Da mesma forma, um sistema é  $QV$  algebricamente observável, considerando as medidas de potência reativa e as de magnitude de tensão, se:

$$\text{posto}(H_{QV}) = n \quad (4)$$

sendo  $n$  o número de magnitudes de tensão a serem estimadas.

## 3 MÉTODO PROPOSTO

O método proposto permite a identificação de conjuntos de  $p$  medidas ( $p \geq 1$ ), associadas a um sistema de potência observável, que, caso perdidas simultaneamente, tornam tal sistema não observável. Devido ao fato de esses conjuntos de medidas causarem a perda da observabilidade, serão chamados de conjuntos  $p$ -críticos de medidas.

Para  $p = 1$ , o método permite identificar as medidas críticas; para  $p = 2$  os pares críticos de medidas; para  $p = 3$  os trios críticos; e assim por diante.

**Definição 1:** Uma medida tem nível de redundância  $(p - 1)$ , se o conjunto  $p$ -crítico com menor número de medidas que ela pertencer possui  $p$  medidas.

Considerando essa definição, a medida crítica tem nível de redundância 0. Já uma medida não crítica, que aparece em pelo menos um par crítico de medidas, tem nível de redundância 1. E assim por diante.

### 3.1 Metodologia

Como a condição para a observabilidade algébrica é que o posto da matriz Jacobiana  $H$  seja completo, pode-se afirmar que as medidas críticas correspondem às linhas linearmente independentes dessa matriz. Seguindo o mesmo raciocínio, as  $p$  medidas que constituem um conjunto  $p$ -crítico correspondem a  $p$  linhas da matriz  $H$ , que, caso retiradas simultaneamente, fazem com que o posto da matriz  $H$  diminua de uma unidade. Contudo, a retirada simultânea de quaisquer  $(p - 1)$  medidas desse conjunto não reduz o posto da matriz  $H$ .

Valendo-se dessas características, a idéia do método proposto é analisar as relações de dependência linear entre as linhas da matriz  $H$ . Entretanto, essas relações são de difícil análise, através da estrutura da matriz  $H$ . Mas, com uma mudança conveniente de base, no espaço dos estados, essa análise é bastante simplificada. Sendo assim, considerando o modelo  $P\theta$ , podemos enunciar o seguinte Teorema:

#### **Teorema 1:**

Considere a matriz Jacobiana  $H_{P\theta}$ , associada a um sistema de potência com  $m$  medidas, sendo  $m > (n - 1)$ . Se o sistema é observável [ $\text{posto}(H_{P\theta}) = n - 1$ ]; então existe uma mudança de base  $C$ , no espaço dos estados, tal que, nesta nova base, o operador  $H_{P\theta}$  apresentará a seguinte forma:

$$H_{\Delta} = \left[ \begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline R & 0 \end{array} \right] \quad (5)$$

Onde:

$H_{\Delta} \Rightarrow$  operador  $H_{P\theta}$  na nova base;

$I \Rightarrow$  matriz identidade de dimensão  $(n-1)$ ;

$R \Rightarrow$  submatriz de dimensão  $[m - (n - 1)] \times (n - 1)$ .

**Observação 1:** A última coluna da matriz  $H_{\Delta}$  é constituída apenas por zeros, por corresponder à barra escolhida como referência angular.

Nessa nova base, a equação (1) torna-se:

$$z = H_{\Delta}x_{eq} + w,$$

onde:  $x_{eq} = Cx$ , é o vetor de estados equivalentes (veja equações (11) e (12)). Consequentemente, os estados equivalentes são combinações lineares dos estados reais, e  $H_{\Delta}$  relaciona as medidas com os estados equivalentes.

Na demonstração desse Teorema, que se encontra no Apêndice, verifica-se que  $H_{\Delta}$  pode ser obtida através da solução de um sistema esparsa de equações lineares (veja equação (8)).

Sabendo-se que o nível de redundância das medidas depende somente do tipo e da localização das mesmas, não do valor real dos parâmetros da rede, a matriz  $H$  pode ser construída, atribuindo-se às reatâncias de linha o valor 1. Entretanto, a utilização do valor real das reatâncias de linha não inviabiliza a utilização do método proposto.

Tendo em vista a estrutura esparsa da matriz  $H$ , utiliza-se uma estrutura de armazenamento, que considera apenas os seus elementos não nulos.

Analisando a estrutura da submatriz  $I$ , de  $H_{\Delta}$  (equação 5), verifica-se que as suas  $(n - 1)$  linhas são, isoladamente, linearmente independentes. Por esta razão, as medidas correspondentes a essas linhas serão chamadas de medidas básicas, pois, essas medidas são suficientes para tornar o sistema em consideração observável. As outras medidas serão chamadas de medidas suplementares. Considerando a estrutura da matriz  $H_{\Delta}$ , os seguintes Lemas são formulados:

**Lema 1:**

Toda medida crítica pertence ao conjunto de medidas básicas.

**Corolário 1:**

Toda medida suplementar possui nível de redundância maior que 0.

**Lema 2:**

Todo conjunto  $p$ -crítico de medidas possui pelo menos uma medida básica.

As demonstrações dos Lemas 1 e 2, e do Corolário 1, serão omitidas por serem elementares.

A busca pelos conjuntos  $p$ -crítico de medidas é dividida em duas fases:

- (i) Identificação dos conjuntos  $p$ -crítico de medidas, que contêm apenas uma medida básica;
- (ii) Identificação dos conjuntos  $p$ -crítico de medidas, que contêm mais de uma medida básica.

Será mostrado, a seguir, que a segunda fase é uma aplicação recursiva da primeira. Assim, considere o seguinte Teorema:

**Teorema 2:**

As  $p$  medidas, correspondentes às linhas dos  $p$  elementos não nulos, que pertencem a uma coluna da matriz  $H_{\Delta}$ , formam um conjunto  $p$ -crítico de medidas, que contém apenas uma medida básica.

Através do Teorema 2, cuja demonstração é apresentada no Apêndice, verifica-se que, quando uma coluna tem apenas um elemento não nulo, significa que a informação do estado equivalente, correspondente àquela coluna, é fornecida apenas por uma medida. Portanto, essa medida é crítica e será classificada com nível de redundância 0.

Para realizar a segunda fase da busca, utilizando as diretrizes do Teorema 2, elimina-se uma medida básica não crítica da matriz  $H_{\Delta}$ , para, em sequência, proceder-se à obtenção da nova matriz  $H_{\Delta}$ . Como a medida retirada é linearmente dependente de pelo menos uma medida suplementar, existe uma outra medida que pode substituí-la. Efetuando essa substituição, obtém-se a nova matriz  $H_{\Delta}$ . Analisando as linhas dessa matriz, considerando o Teorema 2, conclui-se que as  $p$  medidas, associadas aos novos conjuntos  $p$ -críticos identificados, constituirão, juntamente com a medida básica que foi retirada, um conjunto  $(p + 1)$ -crítico de medidas.

Aplicando-se esse processo a todas as medidas básicas, com nível de redundância maior ou igual a 1, identificam-se todos os conjuntos  $p$ -críticos, contendo duas medidas básicas. Continuando esse processo, eliminando conjuntos de  $l$  medidas básicas, com nível de redundância maior ou igual a  $l$ , todos os conjuntos  $p$ -críticos de medidas, com  $p \geq (l + 1)$ , contendo  $(l + 1)$  medidas básicas, serão identificados.

**Observação 2:** A busca por conjuntos  $p$ -críticos de me-

das, formados por mais de uma medida básica, só será necessária se:  $[m - (n - 1)] \geq p$ . Caso esta diferença seja menor que  $p$ , a perda simultânea de quaisquer  $p$  medidas tornaria o sistema não observável, porque o número de medidas disponível tornar-se-ia menor que o número de estados a serem estimados.

De acordo com Crainic et al. (1990), um conjunto de medidas, formado apenas por medidas com nível de redundância maior que 2, é bastante confiável para a estimação de estado. Isto porque, para tal conjunto estaria garantida a não presença de medidas críticas e de conjuntos críticos de medidas. Portanto, seria possível detectar e identificar erro grosseiro em 1, 2 ou três medidas, remove-las do sistema, e o mesmo continuaria observável. **Em razão disso, o algoritmo, que será apresentado a seguir, restringe a busca por conjuntos  $p$ -críticos de medidas para no máximo  $p = 3$ .**

### 3.2 Algoritmo

- O método foi implantado para ser usado apenas em sistemas observáveis como um todo. Entretanto, o mesmo pode ser adaptado a sistemas parcialmente observáveis. Eis os passos do algoritmo:
- Passo 1: Através das medidas disponíveis, forme  $H_{P\theta}$ .
- Passo 2: Através da decomposição LDU, obtenha  $H_{\Delta}$  (para isto pode ser necessário trocar a posição de algumas linhas da matriz  $H_{P\theta}$ ).
- Passo 3: Identifique as medidas com nível de redundância 0 e também os pares e trios críticos de medidas, que possuem apenas uma medida básica.
- Passo 4: Identifique os pares e trios críticos de medidas, que possuem mais de uma medida básica.
- Passo 5: Identifique as medidas com nível de redundância 1 e 2, de acordo com a Definição 1.

### 3.3 Exemplo

Neste exemplo, o método proposto é aplicado ao sistema de 6 barras, associado ao conjunto de medidas ilustrado na Fig.1.

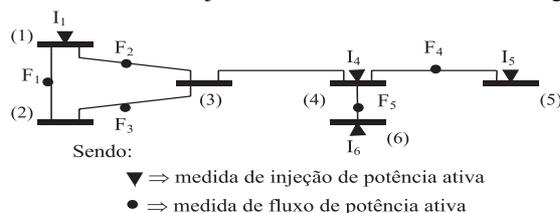


Figura 1: Sistema de 6 barras

Através desse conjunto de medidas, verifica-se que o sistema é observável; inicia-se então a análise das medidas.

Por limitação de espaço, ao invés das matrizes  $H$  e  $H_{\Delta}$ , apresentar-se-ão as matrizes  $H^t$  e  $H_{\Delta}^t$ , lembrando que as colunas dessas matrizes correspondem às medidas; e as suas linhas aos estados reais e equivalentes, respectivamente.

**Passo 1:** Forme a matriz  $H_{P\theta}^t$ :

$$H_{P\theta}^t = \begin{matrix} & \begin{matrix} F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & F_5 & I_1 & I_4 & I_5 & I_6 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{matrix} & \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 0 & 0 & -1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 3 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

**Passo 2:** Obtenha a matriz  $H_{\Delta}^t$  (observe que, para obter-se a matriz  $H_{\Delta}^t$ , foi necessário trocar a posição das colunas corres-

pondentes às medidas  $F_3$  e  $I_4$ ):

$$H_{\Delta}^t = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \left[ \begin{array}{cccc|cccc} F_1 & F_2 & I_4 & F_4 & F_5 & I_1 & F_3 & I_5 & I_6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

**Passo 3:** Analisando as linhas de  $H_{\Delta}^t$ , obtém-se:

1<sup>o</sup>Linha: Aparecem três elementos não nulos, nas colunas correspondentes às medidas  $F_1$ ,  $I_1$  e  $F_3$ . Assim, essas medidas constituem o seguinte trio crítico de medidas:  $[F_1; I_1; F_3]$ ;

2<sup>o</sup>Linha:  $[F_2; I_1; F_3]$  - trio crítico;

3<sup>o</sup>Linha: Nesta linha aparece apenas um elemento não nulo, na coluna correspondente à medida  $I_4$ . Logo, essa medida é crítica;

4<sup>o</sup>Linha:  $[F_4; I_5]$  - par crítico;

5<sup>o</sup>Linha:  $[F_5; I_6]$  - par crítico.

**Passo 4:** Como  $[m - (n - 1)] = [9 - (6 - 1)] = 4 \geq 3$ , será necessário identificar os pares e trios críticos de medidas, formados por mais de uma medida básica. Assim, elimina-se da matriz  $H_{\Delta}^t$  a coluna correspondente à medida  $F_1$ , obtendo-se a matriz  $H_{\Delta(F_1)}^t$ :

$$H_{\Delta(F_1)}^t = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \left[ \begin{array}{cccc|cccc} F_2 & I_4 & F_4 & F_5 & I_1 & F_3 & I_5 & I_6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Aplicando a decomposição LDU à matriz  $H_{\Delta(F_1)}^t$ , trocando de posição a coluna correspondente à medida  $I_1$ ; a matriz torna-se:

$$H_{\Delta(F_1)}^t = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \left[ \begin{array}{cccc|cccc} I_1 & F_2 & I_4 & F_4 & F_5 & F_3 & I_5 & I_6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Analisando as linhas da matriz  $H_{\Delta(F_1)}^t$ , obtém-se:

1<sup>o</sup>Linha: Identifica-se um novo par crítico, formado pelas medidas  $I_1$  e  $F_3$ . Conseqüentemente, tais medidas constituem, juntamente com a medida que corresponde à coluna que foi eliminada, medida  $F_1$ , um trio crítico de medidas. Mas este trio já havia sido identificado através do Passo 3;

2<sup>o</sup>Linha: Identifica-se um novo par crítico de medidas, formado pelas medidas  $F_2$  e  $F_3$ . Assim, estas medidas formam, juntamente com a medida  $F_1$ , o seguinte trio crítico de medidas:  $[F_1; F_2; F_3]$ ;

Nas linhas 3<sup>o</sup>, 4<sup>o</sup> e 5<sup>o</sup>, o número de elementos nulos não mudou, em relação às respectivas linhas da matriz  $H_{\Delta}^t$ . Conseqüentemente, essas linhas não identificam nenhum novo conjunto  $p$ -crítico de medidas.

Para o exemplo em pauta, é necessário identificar todos os trios críticos, formados por mais de uma medida básica. Assim, partindo da matriz  $H_{\Delta(F_1)}^t$ , elimina-se a coluna correspondente à medida  $F_2$ , obtendo-se a matriz  $H_{\Delta(F_1, F_2)}^t$ . Aplicando a decomposição LDU a essa nova matriz, trocando a posição da coluna

correspondente à medida  $F_3$ , tal matriz torna-se:

$$H_{\Delta(F_1, F_2)}^t = \begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ 5 \\ 6 \end{array} \left[ \begin{array}{cccc|cccc} I_1 & F_3 & I_4 & F_4 & F_5 & I_5 & I_6 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

Analisando as linhas de  $H_{\Delta(F_1, F_2)}^t$  obtém-se:

1<sup>o</sup>Linha: Nesta linha aparece apenas um elemento não nulo, na coluna correspondente à medida  $I_1$ . Logo, essa medida constitui, juntamente com as medidas correspondentes às colunas que foram retiradas ( $F_1, F_2$ ), o seguinte trio crítico de medidas:  $[F_1; F_2; I_1]$ ;

2<sup>o</sup>Linha:  $[F_1; F_2; F_3]$  - Este trio crítico de medidas já havia sido identificado;

Nas linhas 3<sup>o</sup>, 4<sup>o</sup> e 5<sup>o</sup>, o número de elementos nulos não mudou, em relação às respectivas linhas da matriz  $H_{\Delta(F_1, F_2)}^t$ . Assim, estas linhas não identificam nenhum novo conjunto  $p$ -crítico de medidas.

Continuando tal processo, para todas as medidas básicas não críticas e para todos os conjuntos de duas medidas básicas, com nível de redundância maior que 1, todos os pares e trios críticos de medidas, contendo mais de uma medida básica, serão identificados. Por limitação de espaço, essas operações não serão apresentadas neste artigo, mas apenas os seus resultados, obtidos após a realização das mesmas:

-Uma medida crítica:  $I_4$ ;

-Dois pares críticos:  $[F_4; I_5]$ ,  $[F_5; I_6]$ ;

-Quatro trios críticos:  $[F_1; I_1; F_3]$ ,  $[F_2; I_1; F_3]$ ,  $[F_1; F_2; F_3]$ ,  $[F_1; F_2; I_1]$ .

**Passo 5:** Através das informações obtidas nos Passos 3 e 4, as medidas ficam assim classificadas:

-Medida com nível de redundância 0:  $I_4$ ;

-Medida com nível de redundância 1:  $F_4, F_5, I_5, I_6$ ;

-Medida com nível de redundância 2:  $F_1, F_2, I_1, F_3$ .

### 3.4 Generalização do método proposto

Para aplicar o método proposto ao modelo reativo ( $QV$ ), são necessárias algumas considerações em relação a esse modelo, como proposto por Mori and Tsuzuki (1991). Primeiramente se cria uma barra fictícia  $T$ , representando a terra, a ser considerada como referência de tensão. Considerando a inclusão da barra  $T$ , as medidas de magnitude de tensão são transformadas em fluxos, medidos em ramos fictícios, que ligam as barras, onde as medidas de tensão ocorrem, com a barra  $T$ . Por outro lado, todas as medidas de injeção de potência reativa, além de relacionarem a barra onde foi medida, com todas as barras que lhe são adjacentes, passam a relacionar também a barra  $T$ . Isto é topologicamente verdadeiro, considerando que sempre existirá uma impedância associada a todas as barras onde ocorre medidas de injeção de potência reativa.

## 4 TESTES REALIZADOS E ANÁLISE DOS RESULTADOS

Os testes realizados foram os seguintes:

**Sistema IEEE 14 barras:**

**Situação 1:** Conjunto de 15 medidas, sendo 9 medidas de injeção de potência ativa nas barras: 1, 2, 3, 4, 9, 11, 12, 13, 14; e 6 medidas de fluxo de potência ativa nos ramos: (1-2), (1-5),

(4-7), (7-9), (7-8), (6-10).

**Situação 2:** Conjunto de 17 medidas, sendo 9 medidas de injeção de potência reativa nas barras: 1, 2, 3, 4, 9, 11, 12, 13, 14; 6 medidas de fluxo de potência reativa nos ramos: (1-2), (1-5), (4-7), (7-9), (7-8), (6-10); e 2 medidas de magnitude de tensão, nas barras 8 e 10.

**Sistema de 121 barras da ELETROSUL:**

**Situação 1:** Conjunto de 134 medidas, sendo 69 medidas de injeção de potência ativa e 65 medidas de fluxo de potência ativa.

**Situação 2:** Conjunto de 142 medidas, sendo 69 medidas de injeção de potência reativa, 65 medidas de fluxo de potência reativa e 8 medidas de magnitude de tensão.

**Sistema de 384 barras da CHESF:**

**Situação 1:** Conjunto de 528 medidas, sendo 132 medidas de injeção de potência ativa e 396 medidas de fluxo de potência ativa.

**Situação 2:** Conjunto de 547 medidas, sendo 132 medidas de injeção de potência reativa, 396 medidas de fluxo de potência reativa e 19 medidas de magnitude de tensão.

A topologia do sistema IEEE 14 barras é mostrada na Fig.2, já do sistema de 121 barras da ELETROSUL pode ser encontrada em London Jr. (2000). Os resultados obtidos para todos os testes foram satisfatórios e determinados num intervalo de tempo razoável. Para a verificação dos mesmos, utilizou-se o programa para análise de observabilidade, desenvolvido por Bretas (1996). Na Tabela 1, mostram-se os resultados obtidos (para a realização dos testes, utilizou-se um microcomputador equipado com um processador pentium 166).

Tabela 1. Resultados Obtidos

Sistema	Situação	Número total de			Tempo de execução (Seg.)
		Medidas críticas	Pares críticos	Trios críticos	
14 barras	1	7	10	*	0,00
	2	0	22	123	0,01
121 barras	1	59	174	3532	1,96
	2	43	124	2874	2,58
384 barras	1	115	420	18158	138,05
	2	86	259	17227	354,97

\* - A perda simultânea de quaisquer três medidas torna o sistema não observável

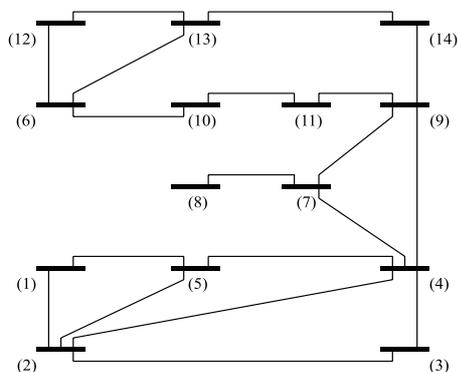


Figura 2: Topologia do sistema IEEE 14 barras

## 4.1 Fortalecimento do conjunto de medidas

Considere novamente o sistema de 14 barras do IEEE (Fig.2) e o conjunto de medidas utilizado na Situação 2. Para esta situação, o algoritmo permitiu identificar 22 pares e 123 trios críticos de medidas (veja tabela 1), classificando 9 medidas com nível de redundância 1, sendo: 5 medidas de injeção de potência reativa nas barras: 9,11,12,13 e 14; 2 medidas de fluxo de potência reativa nos ramos: (6-10) e (7-8); e 2 medidas de magnitude de tensão nas barras 8 e 10.

Usando o algoritmo proposto, verifica-se que, para tornar o nível de redundância de todas essas medidas maior que 1, basta adicionar ao sistema três medidas de injeção de potência reativa, nas barras 6,7 e 10. Estas medidas são determinadas através dos seguintes passos:

*Passo 1: Escolha uma medida com nível de redundância 1;*

*Passo 2: Adicione ao sistema uma nova medida, que seja incidente a, pelo menos, uma das barras incidentes à medida escolhida no passo anterior;*

*Passo 3: Através do algoritmo proposto, verifique se ainda existe alguma medida com nível de redundância 1. Caso exista, retorne ao Passo 1. Caso contrário, fim de processamento.*

## 5 CONCLUSÕES

O método proposto possibilita a identificação do nível de redundância das medidas, associadas a um sistema de potência observável.

A idéia que norteia o método é identificar as relações de dependência linear das linhas da matriz Jacobiana. Para tornar mais fácil tal identificação, realiza-se uma mudança conveniente de base no espaço dos estados, o que possibilita a obtenção de estados equivalentes, cujo relacionamento com as medidas é mais direto.

Os testes realizados mostraram a eficiência do método. O mesmo pode ser usado como uma ferramenta de auxílio tanto para o projeto de um novo conjunto de medidas, quanto para indicar um adequado fortalecimento de um conjunto de medidas existente.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao CNPq e à FAPESP, pelo apoio financeiro. Em especial, o autor J.B.A. London Jr. agradece ao Depto. de Engenharia Elétrica, LACO, da Escola de Engenharia de São Carlos - USP, a permissão para uso de suas dependências.

## APÊNDICE

Neste Apêndice serão apresentadas as demonstrações dos Teoremas 1 e 2, constantes na Seção III.

### Teorema 1:

Para o modelo ativo, não considerando o vetor dos erros das medidas, a equação (1) pode ser escrita da seguinte forma:

$$z = H_{P\theta} x \quad (6)$$

Para um sistema de potência com  $n$  barras e  $m$  medidas, sendo  $m > (n - 1)$ , tem-se:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{(n-1)} \\ \vdots \\ z_{(m)} \end{bmatrix} = [H_{P\theta}] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (7)$$

Considera-se a seguinte partição de  $H_{P\theta}$ :

$$[H_{P\theta}]_{m \times n} = \left[ \begin{array}{c|c} A_{(n-1) \times (n-1)} & h_{A_{(n-1) \times (1)}} \\ \hline D_{(w) \times (n-1)} & h_{D_{(w) \times (1)}} \end{array} \right]$$

em que:  $w = [m - (n - 1)]$

Como o sistema é observável,  $\text{posto}(H_{P\theta}) = (n - 1)$ ; conseqüentemente, a matriz  $H_{P\theta}$  possuirá  $(n - 1)$  linhas linearmente independentes. Portanto, com uma mudança conveniente na ordem das linhas de  $H_{P\theta}$ , é possível deixar as suas  $(n - 1)$  primeiras linhas linearmente independentes entre si. Assim, como  $H_{P\theta}$  possui  $m$  linhas, existirão  $w$  linhas que poderão ser representadas como combinação linear das  $(n - 1)$  primeiras linhas. Desta forma, pode-se representar as submatrizes  $D_{(w) \times (n-1)}$  e  $h_{D_{(w) \times (1)}}$ , indicadas acima, da seguinte maneira:

$$[D]_{(w) \times (n-1)} = [R]_{(w) \times (n-1)} [A]_{(n-1) \times (n-1)} \quad (8)$$

$$[h_D]_{(w) \times (1)} = [R]_{(w) \times (n-1)} [h_A]_{(n-1) \times (1)} \quad (9)$$

A equação (7) torna-se:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_{(n-1)} \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|c} [A] & [h_A] \\ \hline [R][A] & [R][h_A] \end{array} \right] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (10)$$

Através da submatriz  $A_{(n-1) \times (n-1)}$ , que tem posto completo, é fácil verificar que a matriz de mudança de base desejada é a seguinte:

$$[C]_{(n) \times (n)} = \left[ \begin{array}{c|c} A_{(n-1) \times (n-1)} & h_{A_{(n-1) \times (1)}} \\ \hline 0 \quad \dots \quad 0 & 1 \end{array} \right] \quad (11)$$

Através da matriz  $[C]$  pode-se escrever:

$$\begin{bmatrix} x_{1eq} \\ x_{2eq} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{neq} \end{bmatrix} = [C] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

A fim de mostrar que essa é a mudança de base desejada, vamos obter  $x_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ), em função dos  $x_{ieq}$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ ). Para isto, é necessário obter-se a matriz  $[C]^{-1}$ . Partindo de:

$$[C]_{(n \times n)} \cdot [C]_{(n \times n)}^{-1} = I_n \quad (13)$$

e fazendo:

$$[C]^{-1} = \left[ \begin{array}{c|c} B_{(n-1) \times (n-1)} & l_{(n-1) \times (1)} \\ \hline v_{(1) \times (n-1)} & g \end{array} \right]_{(n \times n)} \quad (14)$$

Obtém-se:

$$\left[ \begin{array}{c|c} [A] & [h_A] \\ \hline 0 \quad \dots \quad 0 & 1 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} [B] & [l] \\ \hline [v] & g \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} [I] & [0] \\ \hline [0] & 1 \end{array} \right] \quad (15)$$

Logo:

$$\begin{cases} [A] \cdot [B] + [h_A] \cdot [v] = I_{(n-1)} \\ [A] \cdot [l] + [h_A] \cdot (g) = [0]_{(n-1) \times (1)} \\ [v] = [0]_{(1) \times (n-1)} \\ g = 1 \end{cases}$$

Determina-se então:

$$\begin{cases} [B]_{(n-1) \times (n-1)} = [A]_{(n-1) \times (n-1)}^{-1} \\ [A]_{(n-1) \times (n-1)} [l]_{(n-1) \times (1)} = -[h_A]_{(n-1) \times (1)} \end{cases}$$

Assim:

$$[C]^{-1} = \left[ \begin{array}{c|c} A_{(n-1) \times (n-1)}^{-1} & l_{(n-1) \times (1)} \\ \hline [0]_{(1) \times (n-1)} & 1 \end{array} \right]_{(n \times n)} \quad (16)$$

Através da matriz  $[C]^{-1}$ , tem-se:

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix} = [C]^{-1} \begin{bmatrix} x_{1eq} \\ x_{2eq} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{neq} \end{bmatrix} \quad (17)$$

Substituindo a equação (17) na equação (7), obtém-se:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ z_{(n-1)} \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = [H_{P\theta}] [C]^{-1} \begin{bmatrix} x_{1eq} \\ x_{2eq} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{neq} \end{bmatrix} \quad (18)$$

Resolvendo:

$$[H_{P\theta}] [C]^{-1} = \left[ \begin{array}{c|c} [A] & [h_A] \\ \hline [R][A] & [R][h_A] \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c|c} [A]^{-1} & [l] \\ \hline 0 & 1 \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{c|c} [G] & [j] \\ \hline [K] & [p] \end{array} \right]$$

Obtém-se:

$$\begin{cases} G = [A] \cdot [A]^{-1} = I_{(n-1)} \\ j = [A] \cdot [l] + [h_A] \cdot (1) = [0]_{(n-1) \times (1)} \\ K = [R] \cdot [A] \cdot [A]^{-1} = [R]_{(w) \times (n-1)} \\ p = [R] \cdot [A] \cdot [l] + [R] \cdot [h_A] (1) = [R] \{ [A] \cdot [l] + h_A \} = [0]_{(w) \times (1)} \end{cases}$$

A equação (18) torna-se:

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ z_{(n-1)} \\ \vdots \\ z_m \end{bmatrix} = \left[ \begin{array}{c|c} I_{(n-1)} & \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\ \hline R_{(w) \times (n-1)} & \begin{bmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \right] \begin{bmatrix} x_{1eq} \\ x_{2eq} \\ \vdots \\ \vdots \\ x_{neq} \end{bmatrix} \rightarrow H_{\Delta} = \left[ \begin{array}{c|c} I & 0 \\ \hline R & 0 \end{array} \right]$$

e o Teorema 1 está demonstrado. ■

Teorema 2:

Sem perda de generalidade, considera-se que a coluna  $j$  de  $H_{\Delta}$  tenha  $r$  elementos não nulos, cujas linhas são correspondentes a  $r$  medidas. Através da estrutura da matriz  $H_{\Delta}$ , mostrada na equação (5), verifica-se que o elemento  $H_{\Delta(j,j)}$  é não nulo e sua linha corresponde à medida  $j$ , que é a única medida básica, dentre essas  $r$  medidas. Assim, temos que provar que a união da medida básica  $j$  com as  $(r - 1)$  medidas suplementares, correspondentes aos outros  $(r - 1)$  elementos não nulos dessa coluna, constitui um conjunto  $r$ -crítico de medidas. Para isto, temos que provar a veracidade das seguintes afirmativas:

(i) A eliminação simultânea de quaisquer  $(r - 1)$  medidas desse conjunto não causa a perda de observabilidade, ou seja, não causa a diminuição do posto de  $H_{\Delta}$ ;

(ii) A eliminação simultânea dessas  $r$  medidas, que constituem esse conjunto, causa a perda de observabilidade, ou seja, causa a redução do posto de  $H_{\Delta}$ .

Provando (i):

Através do Lema 1, podemos concluir que a perda simultânea das  $(r - 1)$  medidas suplementares daquele conjunto não causa a redução do posto de  $H_{\Delta}$ . Portanto, para provar a afirmativa (i), basta provar que a eliminação simultânea de qualquer conjunto de  $(r - 1)$  medidas, contendo a medida  $j$ , não causa a redução do posto de  $H_{\Delta}$ . Para isto, basta lembrar

que, se forem eliminadas ao mesmo tempo a medida  $j$  e  $(r - 2)$  medidas suplementares, a nova matriz  $H_{\Delta}$  ainda vai possuir um elemento não nulo na coluna  $j$ , cuja linha corresponde à medida suplementar que não foi eliminada. Portanto, a matriz  $H_{\Delta}$  continuaria com posto completo, e, através de uma mudança de ordem das linhas dessa matriz, poderia a mesma ser processada novamente e apresentar a estrutura indicada na equação (5). Consequentemente, a afirmativa (i) está provada.

*Provando (ii):*

Entretanto, se forem eliminadas ao mesmo tempo as  $r$  medidas, correspondentes às linhas dos  $r$  elementos não nulos da coluna  $j$  de  $H_{\Delta}$ , nenhuma medida poderia ser associada ao estado equivalente, correspondente à coluna  $j$ . Portanto, a matriz  $H_{\Delta}$  não poderia ser reprocessada para ficar com a estrutura mostrada na equação (5), pois a nova matriz  $H_{\Delta}$  não teria mais posto completo. Assim, a afirmativa (ii) também está provada. ■

## Referências

- Bretas, N. G. (1996). Network observability: Theory and algorithms based on triangular factorization and path graph concepts, *IEE Proceedings, Generations, Transmission and Distribution* **143**(1): 123–128.
- Bretas, N. G. and London Jr., J. B. A. (1998a). Identificação de medidas críticas através da estrutura da matriz jacobiana, *Proceedings of XII Brazilian Automatic Control Conference*, Vol. 6, Uberlândia-Brasil, pp. 2149–2154.
- Bretas, N. G. and London Jr., J. B. A. (1998b). Network observability: the critical measurement identification by the symbolic jacobian matrix, *Proceedings of the International Conference on Power System Technology*, Vol. 2, Beijing-China, pp. 1222–1226.
- Clements, K. A., Krumpholz, G. R. and Davis, P. W. (1981). Power system state estimation residual analysis: an algorithm using network topology, *IEEE-Transactions on Power Apparatus and Systems* **100**(4): 1779–1787.
- Crainic, E. D., Horisberger, H. P., Do, X. D. and Mukhedkar, D. (1990). Power network observability: The assesment of the measurement system strenght, *IEEE-Transactions on Power Systems* **5**(4): 1267–1285.
- Korres, G. N. and Contaxis, G. C. (1991a). Identification and updating of minimally dependent sets of measurements in state estimation, *IEEE-Transactions on Power Systems* **6**(3): 999–1005.
- Korres, G. N. and Contaxis, G. C. (1991b). A reduced model for bad data processing in state estimation, *IEEE-Transactions on Power Systems* **6**(2): 550–557.
- London Jr., J. B. A. (2000). *Identificação do nível de redundância das medidas de um sistema de potência, para efeito de estimação de seus estados*, PhD thesis, Escola Politécnica - Universidade de São Paulo.
- London Jr., J. B. A., Alberto, L. F. C. and Bretas, N. G. (2000). Network observability: a fast topological approach to identify critical measurements, *Proceedings of International Conference on Power System Technology* pp. 583–588.
- Mori, H. and Tsuzuki, S. (1991). A fast method for topological observability analysis using a minimum spanning tree te-

chnique, *IEEE-Transactions on Power Systems* **6**(2): 491–499.

- Simões-Costa, A., Piazza, T. and Mandel, A. (1990). Qualitative methods to solve qualitative problems in power system state estimation, *IEEE-Transactions on Power Systems* **5**(3): 941–949.