

AVALIAÇÃO DE DESEMPENHO DE MALHAS DE TERRA USANDO IMAGENS COMPLEXAS: UMA NOVA ABORDAGEM

Mário Leite Pereira Filho

LAE - Laboratório de Avaliação Elétrica
Instituto de Pesquisas Tecnológicas - IPT

José Roberto Cardoso

LMAG - Lab. de Eletromagnetismo Aplicado
Escola Politécnica da USP

Resumo – Este artigo apresenta uma nova ferramenta para o projeto de malhas de terra de subestações. São apresentados procedimentos para o cálculo dos valores da resistência de aterramento e potenciais na superfície do solo usando o método de imagens complexas extraídas dos estudos da eletrostática. Na metodologia apresentada, não há restrições quanto ao número de camadas e posição do eletrodo.

Palavra Chave- resistência de aterramento, malha de terra, imagens complexas, estratificação do solo, subestações.

Abstract- This paper shows a tool for design of ground grid for electrical substations. The paper presents the procedure for evaluating the earth resistance and the potential distribution in the soil surface using the method of complex images issued for the electrostatic studies. No constraints are imposed concerning the number of stratified layers and conductor position.

Keywords- ground resistance, ground grid, complex image, soil stratification, substation

Lista de Símbolos

h : espessura da camada do solo (m)
 H : profundidade do final da camada (m)
 I, i : Corrente (A)
 ρ : Resistividade do solo ($\Omega \cdot m$)
 P : Posição de um ponto com coordenadas (x, y, z)
 r, r' : distância (raio) entre pontos
 Φ : Função potencial (V)
 σ : Condutividade do solo ($\Omega \cdot m$)⁻¹
 \mathbf{J} : Vetor densidade de corrente (A / m^2)
 V_p : Potencial em um ponto (V)
 g : função que descreve as fontes
 G : Função de Green
 λ, u : variáveis auxiliares
 δ : Densidade de corrente linear (A / m)
 L : Comprimento de um eletrodo (m)
 R_{ij} : Resistência mútua entre elemento i e elemento j (Ω)
 z_m : profundidade média de um eletrodo.
 a, b : Resíduos e pólos respectivamente de imagens complexas
 F : Função kernel para obtenção da função de Green
 k_0, k_z, k_p : coeficientes de propagação de onda
 J_0 : Função de Bessel de ordem 0
 r_{xy} : distância entre pontos projetada no plano xy
 k_{ij} : Coeficiente de reflexão da camada i para camada j

t_{ij} : Coeficiente de transmissão da camada i para camada j
 K_{ij} : Coeficiente de reflexão generalizado da camada i para camada j
 T_{ij} : Coeficiente de transmissão generalizado da camada i para camada j

1 INTRODUÇÃO

O projeto de malhas de aterramento para subestações deve considerar os potenciais de toque e de passo sob o aspecto de segurança de pessoal e o valor da resistência de aterramento sob o aspecto de desempenho.

Quando se utiliza uma estratificação horizontal vários pesquisadores apresentaram abordagens baseadas no método das imagens para solos de duas camadas Giao e Sarna(1992) – Leite e Pereira (1995). Para solos de múltiplas camadas, no entanto, esta abordagem apresenta dificuldades numéricas importantes, de forma que somente Dawalib e Barbeito (1991) publicaram proposições para este tipo de solo. Cardoso *et al.* (1991) utilizaram com sucesso elementos finitos em solos multicamadas.

Chow *et al.* (1992) publicaram trabalhos de avaliação do desempenho de malhas de terra assentadas em solos estratificados em multicamadas usando imagens complexas com restrições, dentre as quais destacamos a necessidade do posicionamento do eletrodo na primeira camada da estratificação. As imagens complexas podem ser vistas como os pólos e resíduos da função de transferência de um sistema linear (solo) excitado por fontes de corrente (eletrodos).

A Figura 1 mostra uma fonte de corrente situada na primeira camada de um solo estratificado em duas camadas.

No método das imagens convencional, substitui-se este modelo por um outro com solo uniforme e com um número infinito de imagens refletidas nas interfaces entre as camadas. No caso do método das imagens complexas, o número de imagens é finito, como será demonstrado a seguir, e é (geralmente) igual ao número de camadas do solo mais 2 ou 3, de tal forma que o solo estratificado será substituído por um modelo com solo uniforme como mostrado na Figura 2.

Vujevic e Kurtovic (1998) fizeram análise semelhante usando aproximações puramente numéricas, com imagens reais, mas que permitem analisar situações em que o eletrodo está situado em qualquer camada do solo.

A abrangência deste trabalho caracteriza-se pela generalização da aplicação do método das imagens complexas, na avaliação

Artigo Submetido em 14/06/00

1a. Revisão em 12/09/--; 2a. Revisão em 06/11/00, 3a. Revisão em 30/07/01

Aceito sob recomendação do Ed. Consultor Prof. Dr. Edson H. Watanabe

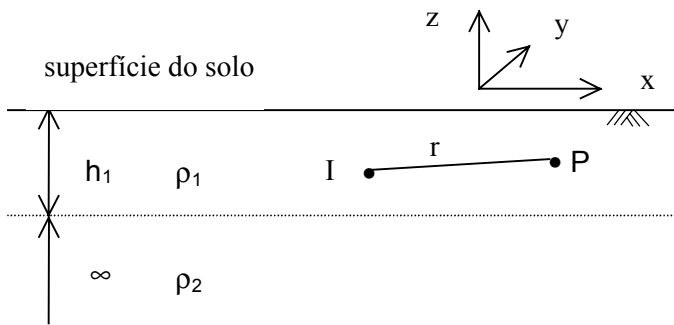


Figura 1 – Fonte de corrente I em solo de 2 camadas

do desempenho de malhas de terra com eletrodos situados em qualquer camada do solo estratificado em multicamadas, associando as imagens complexas a pólos e resíduos de uma função de transferência de um sistema linear.

2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

A Figura 3 mostra uma malha de aterramento, constituída por eletrodos cilíndricos, imersa em um solo estratificado com N camadas horizontais, sujeita a injeção de uma corrente I, como indicado,

A malha pode ser discretizada assumindo-se as seguintes hipóteses:

A densidade de corrente em cada segmento é constante;

A somatória da corrente de todos os segmentos é igual à corrente injetada I;

O potencial sobre a superfície dos segmentos é constante em todo o eletrodo;

A distribuição de corrente em eletrodos cilíndricos é simulada por um filete de corrente ao longo do eixo do cilindro.

Considerando estas hipóteses o potencial gerado pela malha discretizada em um dado ponto é obtido a partir da função de Green, como segue:

$$V_p = \sum_{i=1}^N \frac{i_i}{L_i} \int_{L_i} G(r, r') dr' \quad (1)$$

O potencial na superfície de cada segmento j pode ser obtido pela integração de (1) sobre sua superfície. Utilizando a condição de contorno de potencial constante resulta:

$$V_{oj} = \sum_{i=1}^N \frac{i_i}{L_j \cdot L_i} \int_{L_j} \int_{L_i} G(r, r') dr' dl = \sum_{i=1}^N R_{ij} \cdot i_i \quad (2)$$

Uma vez calculados os valores de R_{ij} o sistema de equações lineares em (2) pode ser resolvido obtendo-se a distribuição de correntes i_i , a qual é utilizada na equação (1) para determinação do potencial em qualquer ponto do solo.

2.1 Resistência mútua entre segmentos lineares

Para que possamos usar o método de imagens complexas é necessário calcular a resistência mútua entre os segmentos dos eletrodos.

A Figura 4 mostra um segmento de haste de comprimento L, situada nas coordenadas x_0, y_0 e com profundidade média z_m injetando uma corrente I em solo uniforme.

Se consideramos um elemento dI da haste o potencial em um ponto P (x, y, z) será:

$$dV_p = \frac{\rho \cdot dI}{4\pi} \cdot \frac{1}{r} \quad (3)$$

Como estamos trabalhando com o segmento discretizado, podemos admitir uma densidade de corrente é constante

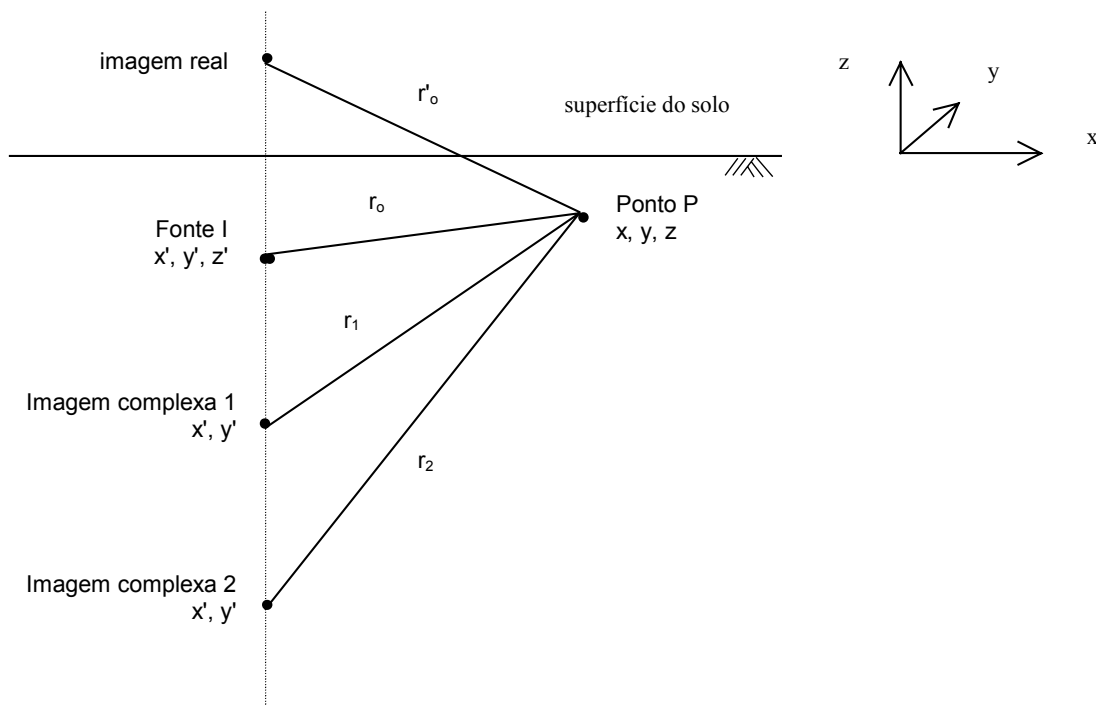


Figura 2 – Imagens Complexas

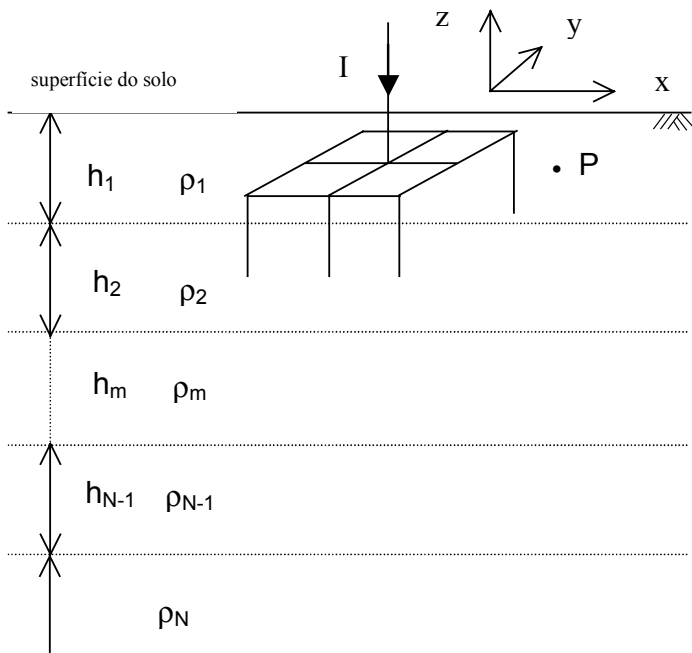


Figura 3 - Malha em solo estratificado

($dI = \frac{I}{L} dz$), de modo que o potencial gerado pela haste será dado por:

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi L} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{r} dz = \frac{\rho I}{4\pi L} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{1}{\sqrt{(x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + (z-(z_m+\lambda))^2}} d\lambda \quad (4)$$

fazendo $a^2 = (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2$ em (4) e executando a integração analítica teremos:

$$V_p = \frac{\rho I}{4\pi L} \left[\operatorname{arcsen} h \left(\frac{z-(z_m - \frac{L}{2})}{a} \right) - \operatorname{arcsen} h \left(\frac{z-(z_m + \frac{L}{2})}{a} \right) \right] \quad (5)$$

V_p é o potencial gerado pela haste no ponto P. Para calcularmos a resistência mútua entre duas hastes basta determinarmos o valor médio V_{pm} que uma haste induz sobre a outra.

Considerando a haste fonte com comprimento L_0 , injetando uma corrente I e a outra com comprimento L_h teremos que a resistência mútua R_{oh} será dada por:

$$R_{oh} = \frac{1}{I L_h} \int_{-L_h/2}^{L_h/2} V_p dz$$

Esta integral terá 4 termos envolvendo o integrando $\operatorname{arcsen} h(x)$, de forma que para melhorar a legibilidade definiremos a função auxiliar:

$$f\left(\frac{u}{a}\right) = \int \operatorname{arcsen} h\left(\frac{u}{a}\right) du = u \cdot \operatorname{arcsen} h\left(\frac{u}{a}\right) - \sqrt{u^2 + a^2}$$

Utilizando esta função podemos escrever a resistência mútua entre as hastes como segue:

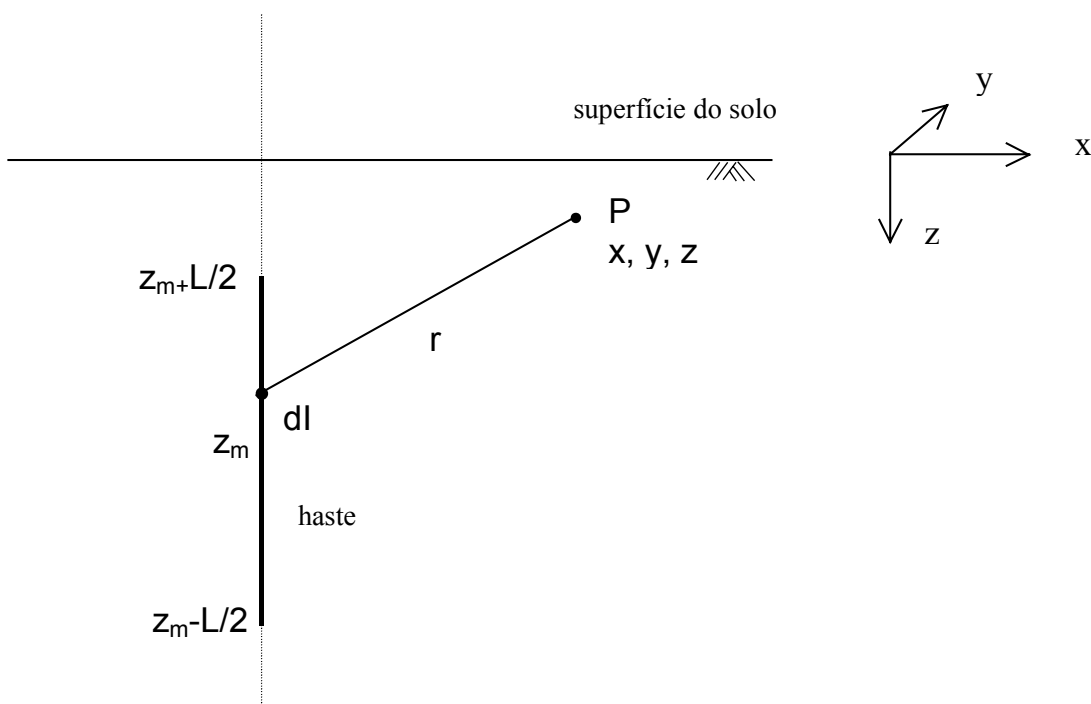


Figura 4 - Haste em solo uniforme

$$R_{oh} = \frac{\rho}{4\pi \cdot L_h \cdot L_0} \cdot \left[f \left(\frac{z_{mh} + \frac{L_h}{2} - \left(z_{m0} - \frac{L_0}{2} \right)}{a} \right) + f \left(\frac{z_{mh} - \frac{L_h}{2} - \left(z_{m0} - \frac{L_0}{2} \right)}{a} \right) + f \left(\frac{z_{mh} + \frac{L_h}{2} - \left(z_{m0} + \frac{L_0}{2} \right)}{a} \right) + f \left(\frac{z_{mh} - \frac{L_h}{2} - \left(z_{m0} + \frac{L_0}{2} \right)}{a} \right) \right] \quad (6)$$

Quanto aos cabos, serão modelados por segmentos lineares em qualquer ângulo com a superfície exceto na vertical, quando se aplica a fórmula anterior para hastes.

A Figura 5 mostra a disposição de um segmento genérico:

Para obtermos o potencial gerado pelo cabo faremos uma integração similar àquela empregada para hastes. Sendo $P_m(x_m, y_m, z_m)$ o ponto médio do cabo e $\Delta x = x_2 - x_1$, $\Delta y = y_2 - y_1$ e $\Delta z = z_2 - z_1$ teremos:

definindo

$$b = \frac{2}{L^2} \cdot (\Delta x \cdot (x_m - x) + \Delta y \cdot (y_m - y) + \Delta z \cdot (z_m - z)) \text{ e}$$

$$c = \frac{1}{L^2} \left[(x - x_m)^2 + (z - z_m)^2 + (y - y_m)^2 \right]$$

O potencial será:

$$V_p = \frac{\rho \cdot I}{4\pi \cdot L} \cdot \left[\operatorname{arcsen} h \left(\frac{b+1}{4c-b^2} \right) - \operatorname{arcsen} h \left(\frac{b-1}{4c-b^2} \right) \right] \quad (7)$$

A resistência mútua entre cabos e entre cabos e hastes será calculada por integração numérica da fórmula (7).

3.2 Funções de Green

A função de Green $G(r, r')$ nas fórmulas (1) e (2) corresponde ao potencial gerado por uma carga pontual imersa no solo.

A solução de $G(r, r')$ deve obedecer às condições de contorno nas interfaces entre as camadas; sendo V a função que descreve o potencial gerado por uma fonte pontual teremos:

$$\text{Corrente na direção } z \text{ na superfície é nula: } \left. \frac{\partial V}{\partial z} \right|_{z=0} = 0$$

O potencial é contínuo em cada interface.

O componente normal da densidade corrente é contínuo em cada interface:

$$\left. \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial V}{\partial z} \right|_{z=h_i} = \left. \frac{1}{\rho_{i+1}} \frac{\partial V}{\partial z} \right|_{z=h_i}$$

Para determinar a solução utilizaremos a abordagem proposta por Chew (1995), desenvolvida para aplicações em microondas, mas que pode ser adaptada para nosso caso usando a identidade de Sommerfeld, colocando uma onda esférica como uma combinação de uma onda cilíndrica radial com uma onda plana na direção z :

$$V(r) = \frac{I\rho}{4\pi} e^{ik_0 r} = \frac{I\rho}{4\pi} \int_0^\infty \frac{k_\rho}{k_z} J_0(k_\rho \rho) e^{ik_z |z|} dk_\rho \quad (8)$$

k_ρ e k_z são os coeficientes de propagação na direção radial e de z respectivamente e $k_0^2 = k_\rho^2 + k_z^2$.

Para o caso de campo de correntes estacionária (eletrocinética) o número de onda $k_0 = 0$ e a fórmula (8) pode ser escrita como:

$$V(r_{xy}, z) = \frac{I\rho}{4\pi} \int_0^\infty J_0(\lambda r_{xy}) e^{-\lambda |z-z'|} d\lambda, \text{ com } r_{xy} = \sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2} \quad (9)$$

A função $F(z, z') = \rho \cdot e^{-\lambda |z-z'|}$ é a função kernel desta integral para solos homogêneos, e depende apenas dos parâmetros do solo e da posição da fonte e do objeto. Para o

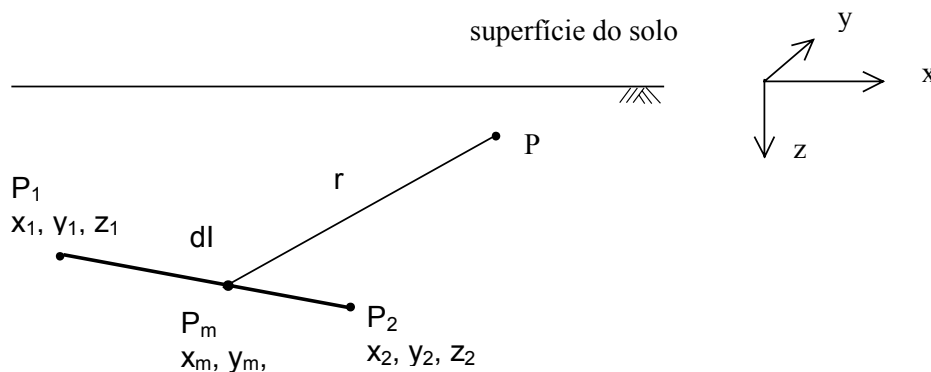


Figura 5 - Cabo inclinado em solo uniforme

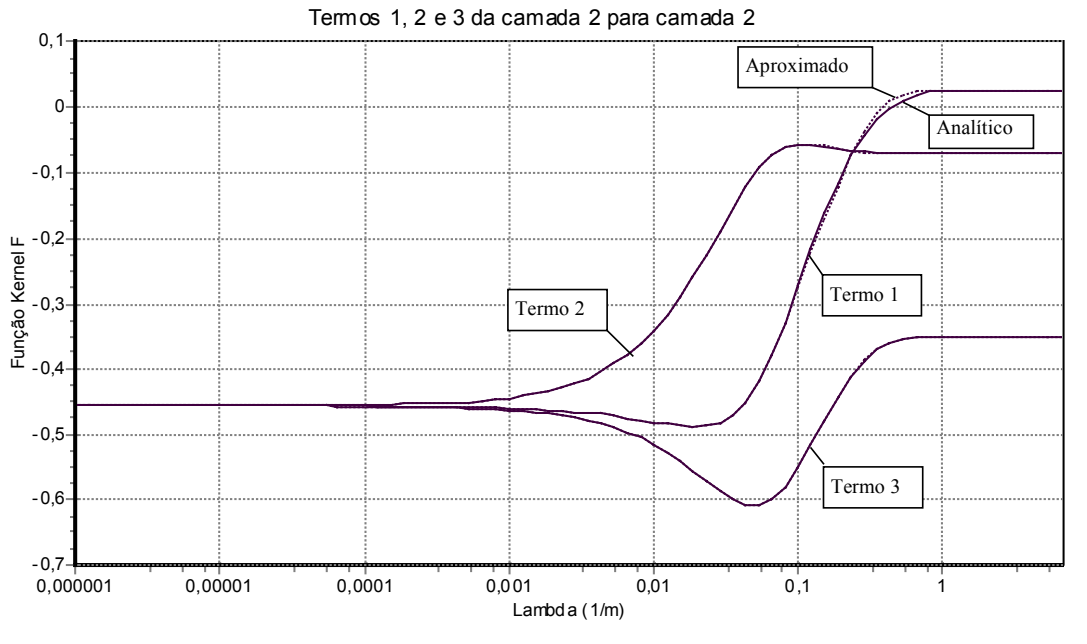


Figura 6 - Função kernel da camada 2 para camada 2

caso geral de solos multicamadas a função de Green é dada por:

$$V(r, z, z') = \frac{I\rho}{4\pi} \int_0^{\infty} J_0(\lambda r) F(z, z') d\lambda \quad (10)$$

Definindo os coeficientes de transmissão e reflexão de uma camada para outra:

$$\text{reflexão ascendente: } k_{i,i-1} = k_{-i} = \frac{\rho_{i-1} - \rho_i}{\rho_{i-1} + \rho_i},$$

$$\text{descendente: } k_{i,i+1} = k_{+i} = \frac{\rho_{i+1} - \rho_i}{\rho_{i+1} + \rho_i} \quad (11)$$

coeficiente de transmissão visto da camada i para a camada j:
 $t_{i,j} = 1 + k_{i,j}$

Os coeficientes de reflexão generalizados são calculados de forma recursiva:

$$K_{i,i-1} = K_{-i} = 1, \text{ se } i = 2, \text{ senão}$$

$$\frac{k_{-i} + K_{-(i-1)} e^{-2\lambda h_{i-1}}}{1 + k_{-i} K_{-(i-1)} e^{-2\lambda h_{i-1}}} \quad (12)$$

Tabela 3 - Comparação com solo de 2 camadas

K	Resistência (Ω)			Potencial de Toque (%)		
	Li	Dawalibi	AMAICom	Li	Dawalibi	AMAICom
0,9	7,70	7,78	8,02	6,51	6,60	7,04
0,5	3,46	3,50	3,50	12,9	13,4	14,2
0,0	1,79	1,81	1,78	20,8	21,0	21,7
-0,5	0,80	----	0,787	27,0	----	29,7
-0,9	0,15	0,16	0,153	34,1	35,0	37,1

$$K_{i,i+1} = K_{+i} = 0, \text{ se } i = M, \text{ senão}$$

$$\frac{k_{+i} + K_{+(i+1)} e^{-2\lambda h_{i+1}}}{1 + k_{+i} K_{+(i+1)} e^{-2\lambda h_{i+1}}}$$

Usando estes coeficientes se a fonte e objeto estão na mesma camada a função kernel terá solução:

$$F_{mm}(z, z') = e^{-\lambda|z-z'|} + e^{\lambda(z+z')} + \left[\left(e^{-\lambda|z-z'|} + e^{\lambda|z-z'|} \right) e^{-2\lambda h_m} \cdot K_{-m} K_{+m} + e^{\lambda(z+z')} \cdot e^{2\lambda H_{m-1}} \left(K_{-m} \cdot K_{+m} \cdot e^{-2\lambda H_m} + K_{-m} - e^{-2\lambda H_{m-1}} \right) + e^{-\lambda(z+z')} \cdot e^{-2\lambda H_m} \cdot K_{+m} \right] M_m \quad (13)$$

com

$$M_m = \frac{1}{1 - K_{m,m+1} K_{m,m-1} e^{-2\lambda h_m}} \text{ e } H_m = \sum_{i=1}^m h_i$$

Para a fonte situada em uma camada abaixo do objeto teremos:

$$\text{Com } S_{i+1,i} = \frac{1}{1 + k_{i,i+1} \cdot K_{i,i-1} \cdot e^{-2\lambda \cdot (H_i - H_{i-1})}}$$

$$T_{m,n} = \prod_{j=n}^{m-1} S_{m,m-1} \text{ e } \tau_{m,n} = \prod_{j=n}^{m-1} t_{j+1,j}$$

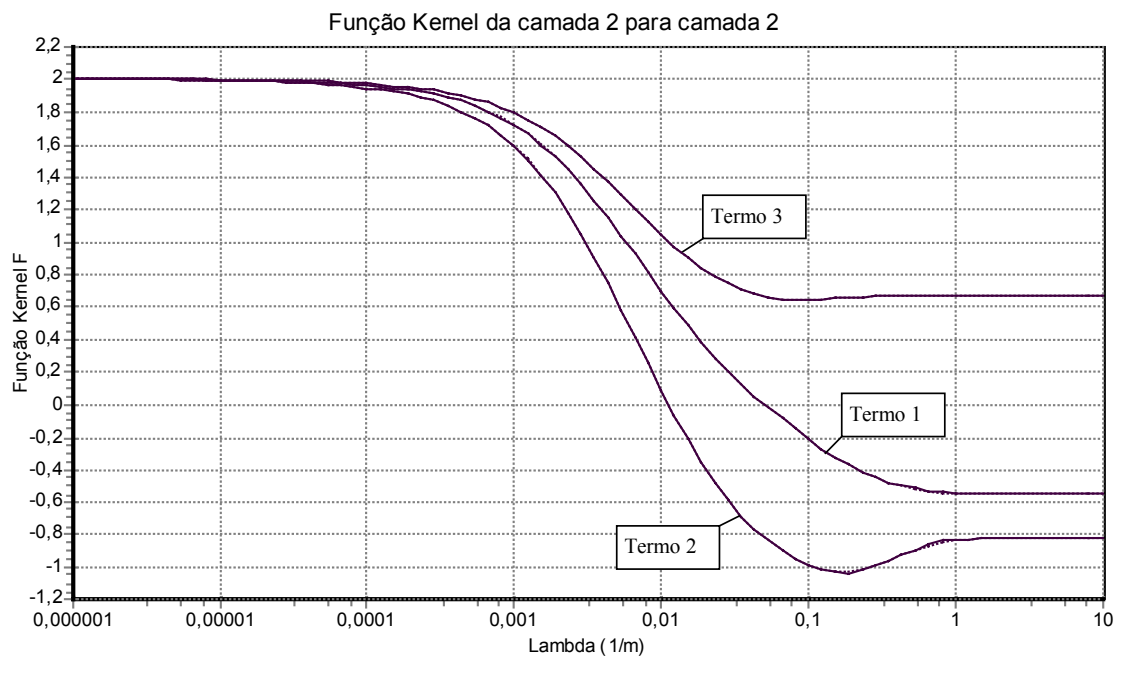


Figura 7 - Função Kernel da camada 2 para camada 2

$$\begin{aligned}
 F_{m>n}(z, z') = & (e^{-\lambda(z-z')} + e^{\lambda(z+z'+2.H_{n-1})}) \cdot \tau_{m,n} + \\
 & [e^{-\lambda(z-z')} \cdot (1 - \frac{1}{T'_{m,n} \cdot M_m}) + \\
 & + e^{\lambda(z+z'+2.H_{n-1})} \cdot (K_{-n} - \frac{1}{T'_{m,n} \cdot M_m}) + \quad (14) \\
 & + e^{-\lambda(z+z'+2.H_m)} \cdot K_{+m} + \\
 & + e^{\lambda(z-z'+2.H_{n-1}-2.H_m)} \cdot K_{-n} \cdot K_{+m}] \cdot T'_{mn} \cdot M
 \end{aligned}$$

Cada termo das fórmulas (13) e (14) pode ser expandido na

Tabela 1 - Dados do solo de Chow

Camada	1	2	3	4
Resistividade ($\Omega \cdot m$)	200	230	110	20
Espessura (m)	3	15	5	∞

forma:

$$F_i(\lambda, z, z') = \sum_{j=1}^{N_i} a_{ij} \cdot e^{\lambda \cdot b_{ij}} \quad (15)$$

Os resíduos a_{ij} e os pólos b_{ij} são determinados pelo método de Prony com decomposição em autovalores e autovetores (Blaricum e Mitra, 1978); a definição do valor mínimo dos autovalores estabelece o número N_i de imagens de cada termo.

A função potencial para o caso de fonte e objeto na mesma camada será:

$$\begin{aligned}
 V_m(r_{xy}, z, z') = & \frac{I\rho_m}{4\pi} \cdot [\frac{1}{\sqrt{r_{xy}^2 + (z-z')^2}} + \frac{1}{\sqrt{r_{xy}^2 + (z+z')^2}} + \\
 & \sum_{j=1}^{N_1} a_{1j} \cdot (\frac{1}{\sqrt{r_{xy}^2 + (|z-z'| + 2.h_m - b_{1j})^2}} + \frac{1}{\sqrt{r_{xy}^2 + (|z-z'| - 2.h_m + b_{1j})^2}}) + \\
 & \sum_{j=1}^{N_2} a_{2j} \cdot (\frac{1}{\sqrt{r_{xy}^2 + (z+z'+2.H_{m-1} + b_{2j})^2}}) + \\
 & \sum_{j=1}^{N_3} a_{3j} \cdot (\frac{1}{\sqrt{r_{xy}^2 + (z+z'+2.H_m - b_{3j})^2}}) \quad (16)
 \end{aligned}$$

Para o caso de fonte e objeto em camadas diferentes a solução terá a mesma forma de (16), só que com 4 somatórias.

3 RESULTADOS OBTIDOS

Foi desenvolvido o programa AMAICom (Pereira, 1999) implementando esta técnica e utilizado nos exemplos de Chow e Srivastava (1992), Li *et al.*(1997) e Vujevic e Kurtovic (1998) para validação da proposta.

3.1 Aproximação da função Kernel

A aproximação correta da função kernel analítica $F(z, z')$ em (10) pela forma aproximada de (15) é o requisito crítico para que a solução obtida seja aceitável. Mostraremos algumas comparações entre os valores analíticos da função kernel e os da aproximação por somatórias.

A Tabela 1 mostra o modelo do solo e a Figura 6 mostra a função kernel do exemplo de Chow e Srivastava (1992).

As 3 curvas apresentadas na Figura 6 correspondem ao primeiro, segundo e terceiro termos entre colchetes da equação (13), aplicados no caso à segunda camada. As curvas cheias correspondem à função Kernel calculada analiticamente, enquanto que as curvas pontilhadas são calculadas com as imagens complexas. Observar que a aproximação da função Kernel foi muito boa, ocorrendo um pequeno desvio no termo

1 e sem diferenças perceptíveis para os termos 2 e 3. Esta aproximação utilizou 5 imagens em cada termo.

Termo A Tabela 2 mostra o modelo do solo e a Figura 7 mostra a função Kernel do exemplo de Vujevic e Kurtovic (1998).

Tabela 2 - Dados do solo de Vujevic

Camada	1	2	3
Resistividade ($\Omega.m$)	10	100	500
Espessura (m)	2	10	∞

A aproximação da função kernel foi excelente, sem diferenças perceptíveis entre o resultado analítico e o aproximado. Esta aproximação utilizou 6 imagens em cada termo.

3.2 Cálculo de resistências e de potenciais

A Figura 8 mostra o eletrodo estudado por Li (1997) e Dawalibi (1979), constituído de uma malha quadrada de 20 m de lado com 4 retículas, diâmetro do cabo 10 mm, hastes de diâmetro 20 mm e comprimento 10 m e com profundidade 0.5 m:

A Tabela 3 mostra os resultados de resistências e potenciais comparados com Li (1997); k corresponde ao coeficiente de reflexão k_{12} definido na equação 11, com resistividade da primeira camada constante e igual a 100 $\Omega.m$ e espessura da primeira camada de 5 m :

A Figura 9 mostra o eletrodo estudado por Vujevic e Kurtovic (1998), o eletrodo ativo é uma malha quadrada de 10 m de lado com uma haste em cada vértice, a profundidade do cabo esquerdo é de 0.5 m e a do cabo direito é de 1,5 m, diâmetro do cabo e da haste de 11 mm. O eletrodo passivo é um anel quadrado externo de 12 m de lado, diâmetro do cabo de 5 mm e profundidade de 0,30 m.

A Tabela 4 mostra a comparação dos valores de resistência e elevação de potencial.

Tabela 4 – Comparação com 03 camadas

Grandeza	Vujevic e Kurtovic	AMAICom
Elevação de potencial do eletrodo ativo (V)	1968	1972
Elevação de potencial do eletrodo passivo (V)	1765	1766
Potencial $x=0$	1835	1838
Potencial $x=5$	1820	1822
Potencial $x=6$	1770	1772
Potencial $x=10$	1551	1552
Potencial $x=20$	1206	1206

A Figura 10 mostra um gráfico 3D da elevação de potencial na superfície do solo em relação a um referencial remoto para uma corrente de 1 kA injetada no eletrodo ativo.

Um recurso interessante que pode ser utilizado é a simulação da medição da resistência de aterramento da malha, orientando a equipe de medição para a definição de critérios do patamar.

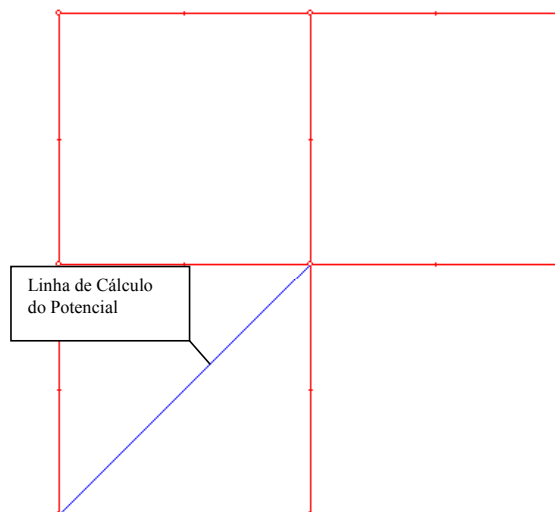


Figura 8 - Eletrodo de Li e Dawalibi

A Figura 11 mostra o valor da resistência medida em função da posição da haste de potencial, com a haste de corrente colocada uma distância de 10 vezes a maior dimensão do eletrodo, que neste caso é a diagonal do cubo formado pelas hastes (24,5 m). A haste de corrente tem 40 cm de comprimento e 5 mm de diâmetro.

É interessante observar nesta figura que a posição da haste de potencial para uma medida teórica é de 80,1 m em relação ao centro elétrico, correspondendo a 77 % desta distância e não ao valor habitual de 61 % do solo uniforme; esta diferença é devido à estratificação do solo e à pequena distância do eletrodo de corrente. Devemos notar também que o patamar não está bem definido, recomendando um distanciamento maior do eletrodo de corrente para este caso.

A Figura 12 mostra o gráfico da medição da resistência para uma distância do eletrodo de corrente de 50 vezes a maior dimensão do eletrodo, possibilitando uma avaliação da sensibilidade do patamar à variação da distância do eletrodo de corrente.

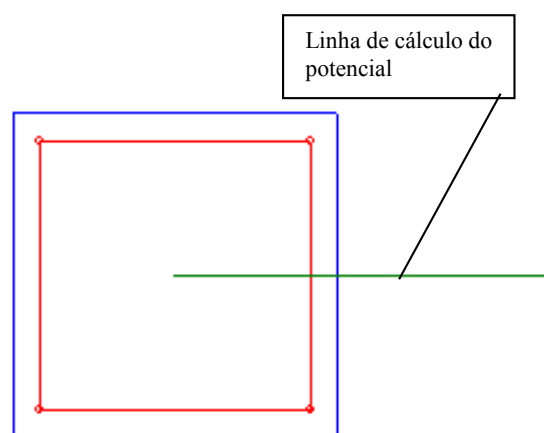


Figura 9 – Eletrodo de Vujevic e Kurtovic

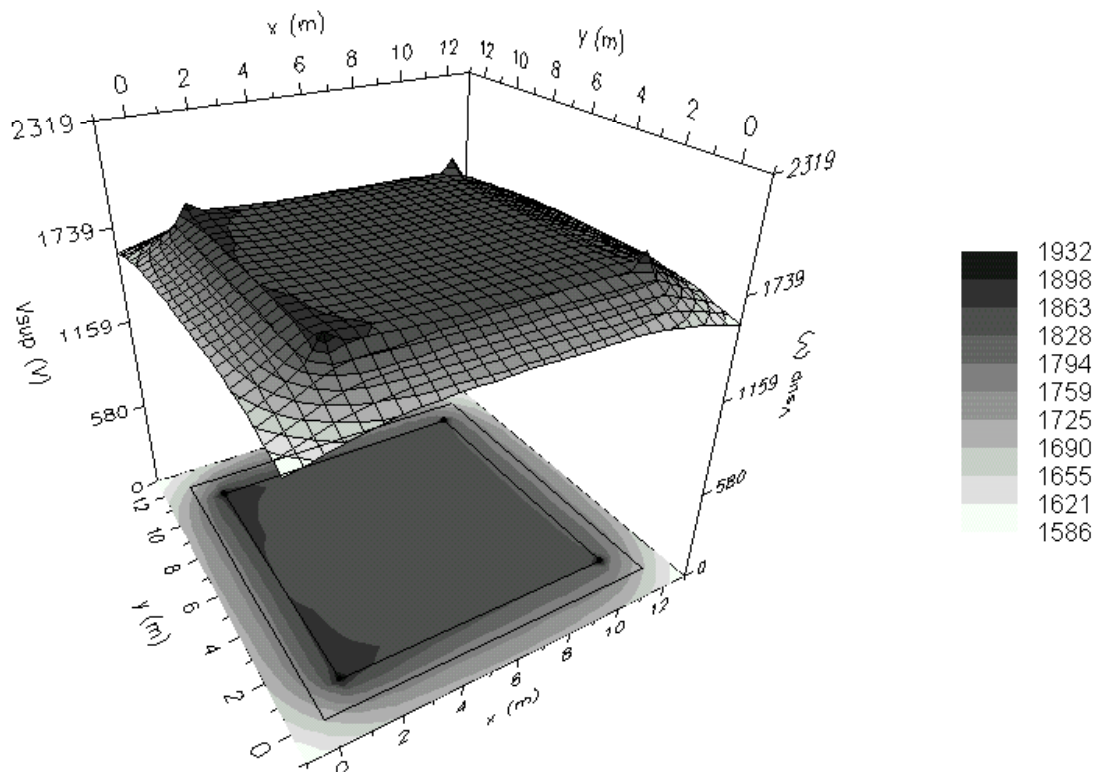


Figura 10 – Gráfico 3D do potencial na superfície

Podemos observar na Figura 12 que o patamar está mais definido e que o ponto teórico de medição corresponde agora a 780 m ou 63,5 % da distância do eletrodo de corrente ao centro elétrico, mais próximo portanto do valor de 61 %. Este resultado mostra a importância de uma verificação experimental do patamar durante as medições.

4 CONCLUSÃO

O método de imagens complexas foi utilizado com sucesso na avaliação do desempenho de malhas de terra situadas em qualquer camada de um solo estratificado em multicamadas, permitindo não apenas o cálculo da resistência de aterramento e de potenciais na superfície do solo, mas também, a simulação da sensibilidade do patamar da característica resistência de terra x distância; evidenciando a importância desta verificação durante os procedimentos experimentais de medição da resistência de aterramento.

A metodologia matemática apresentada permitiu superar as limitações de posição da malha e do número de camadas da estratificação. Tais limitações são encontradas nos trabalhos recentes apresentados por outros autores que utilizaram o método das imagens complexas. A análise teórica desenvolvida pode ser aplicada a qualquer solo multicamadas sem perda de generalidade. As aproximações empregadas apresentam resíduos controlados pelo valor mínimo dos autovalores e demonstraram sua robustez na comparação com resultados obtidos com outras técnicas.

REFERÊNCIAS

ANSI / IEEE Std 80 (1986). IEEE Guide for Safety in AC Substation Grounding. New York, IEEE Press.

Blaricum, M.; Mitra, R. (1978). Problems and Solutions Associated with Prony's Method for Processing

Transient Data. IEEE Trans on Antennas and Propagation, Vol AP-26, N° 1, Jan, pg 174-182.

Cardoso, J. R. ; Oliveira, J. B. (1991). Ground-3D: Um Sistema CAD / CAE para Análise de Sistemas de Aterramento. Anais do XI SNPTEE, Rio de Janeiro.

Chew, W. C. (1995). Waves and Fields in Inhomogeneous Media. New York, IEEE Press.

Chow, Y. L. ; Srivastava, K. D. (1992). Complex Images of a Ground Electrode in Layered Soils. J. of Applied Physics, Vol 71, N° 15, Jan, pg 569-574

Dawalibi, F. ; Barbeito, N. (1991). Measurements and Computations of the Performance of Grounding Systems Buried in Multilayer Soils. IEEE Trans on PWRD, Vol 6, N° 4, Oct, pg 1483-1490.

Dawalibi, F. ; Mukhedkar, D. (1975). Optimum Design of Substation Grounding in a Two Layer Earth Structure Part I - Analytical Study. IEEE Trans on PAS, Vol 94, N° 2, mar/apr, pg 252-261.

Dawalibi, F. ; Mukhedkar, D. (1975). Optimum Design of Substation Grounding in a Two Layer Earth Structure Part II - Comparison between Theoretical and Experimental Results. IEEE Trans on PAS, Vol 94, N° 2, mar/apr, pg 262-266.

Dawalibi, F. ; Mukhedkar, D. (1975). Optimum Design of Substation Grounding in a Two Layer Earth Structure Part III - Study of Grounding Grids Performance and New Electrodes Configuration. IEEE Trans on PAS, Vol 94, N° 2, mar/apr 1975, pg 267-272.

Dawalibi, F. ; Mukhedkar, D. (1979). Influence of Grounds Rods on Grounding Grids. IEEE Trans on PAS, Vol 98, N° 6, Nov/Dec, pg 2089-2098.

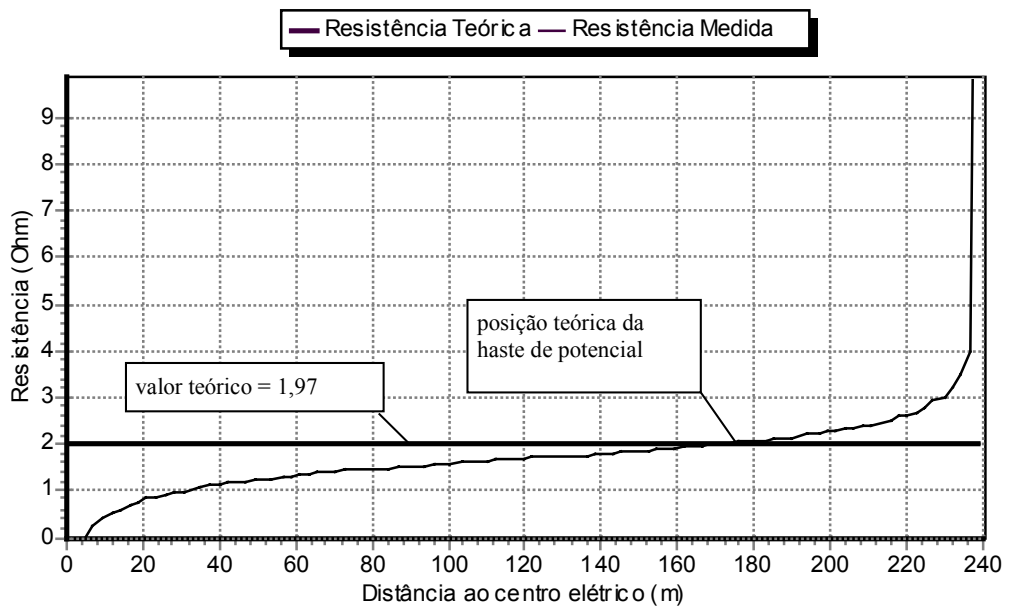


Figura 11 - Resistência medida x distância da haste de potencial ao centro elétrico

Giao, T. N. ; Sarma (1972). M. P. Effect of a Two-Layer Earth on the Electric Field near HVDC Ground Electrodes. IEEE Trans. on PAS, N° 6, Nov/Dec, pg 2356 - 2365.

Haffner, S. L.; Telló, M. ; Dias, G. A. D. (1993). Método Computacional para Projeto de Grandes Sistemas de Aterramento Empregando Matrizes Esparsas. Artigo apresentado no XIV Congresso Íbero Latino-Americano de Métodos Computacionais em Engenharia , 1 a 3 de dezembro, São Paulo - Brasil.

Heppe, R. J. (1979). Computation of Potential at Surface above an Energized Grid or other Electrode, allowing for Non-Uniform Current Distribution. IEEE Trans on PAS, Vol 98, N° 6, Nov/Dec, pg 1978-1989.

Leite, C. M. ; Pereira F° , M. L. (1995). Técnicas de Aterramentos Elétricos. São Paulo, Officina de Mydia.

Li, Z. ; Yuan, J. ; Zhang, L. Lu, J. (1997). The Simulated Calculation of Power Station Grounding Systems with Grid and Driven Rods Based on an Equivalent Image Method. Paper presented at the 11^a COMPUMAG, November, 03-06, Rio de Janeiro - Brasil.

Pereira F°, M., (1999). Aplicação do Método de Imagens Complexas ao Cálculo de Malhas de Aterramento em Solos com Estratificação Horizontal, Dissertação de Mestrado, Escola Politécnica da USP- Brazil.

Vujevic, S.; Kurtovic, M. (1998). Numerical Analysis of Earthing Grids Buried in Horizontally Stratified Multilayer Earth. Int. Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol 41, pg 1297 - 1319.

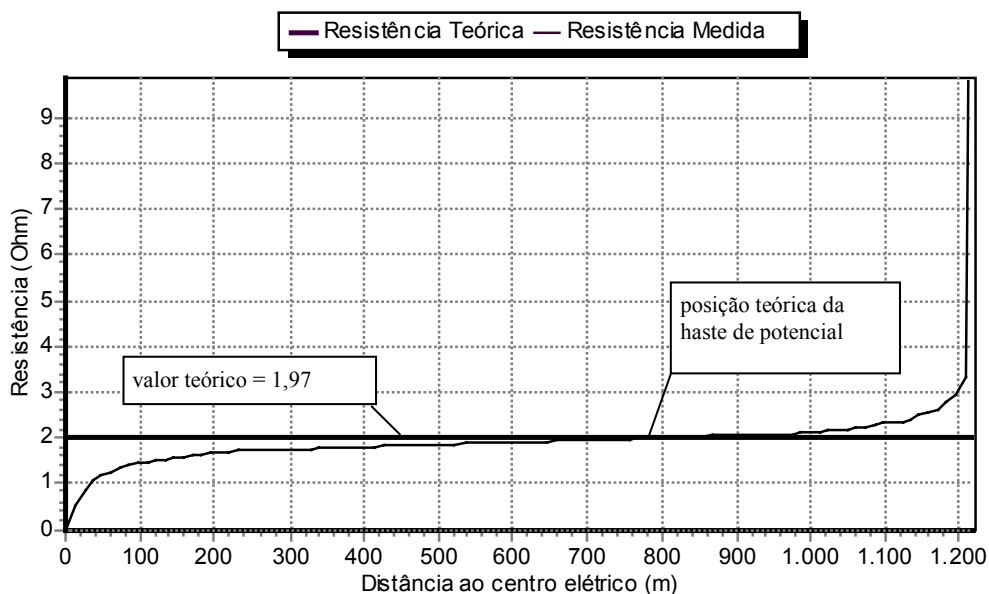


Figura 12 - Resistência medida x distância da haste de potencial ao centro elétrico