
FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO POR INJEÇÃO DE CORRENTE:

PARTE 1 - FORMULAÇÃO BÁSICA

Paulo A. N. Garcia

pgarcia@lacee.ufjf.br

José L. R. Pereira

jlui@lacee.ufjf.br

Sandoval Carneiro Jr.

sandoval@dee.ufjf.br

COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68504, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.
UFJF, Faculdade de Engenharia, Juiz de Fora, MG, Brasil.
COPPE/UFRJ, Caixa Postal 68504, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

RESUMO – Neste trabalho é apresentada uma formulação esparsa, usando o método de Newton Raphson, para a solução do problema do fluxo de potência trifásico desequilibrado em sistemas de distribuição de energia elétrica. Nesta nova formulação as equações de injeção de corrente são escritas em coordenadas retangulares e a matriz jacobiana, que possui a mesma estrutura da matriz admitância nodal, é formada por blocos (6×6). Uma nova formulação para barras do tipo *PV*, bem como um modelo para controle de tensão em barras remotas são descritos. Casos reais são apresentados e comparações com o método "backward/forward sweep" (et al, 1988) são realizados.

Palavras Chaves: Fluxo de Potência Desequilibrado, Método de Injeção de Correntes, Sistemas de Distribuição.

ABSTRACT – This paper presents a new sparse formulation for the solution of unbalanced three-phase distribution power system load flow using the Newton-Raphson method. The three-phase current injection equations are written in rectangular coordinates and the Jacobian matrix is composed of (6×6) block matrices and retains the same structure as the nodal admittance matrix. A new *PV* bus formulation as well as a model for remote bus voltage control by means of reactive power sources are also presented. Practical distribution systems were used to test the method and to compare its robustness with that of the backward/forward sweep method (et al, 1988).

Keywords: Unbalanced Power Flow, Current Injection Method, Distribution Systems.

1 INTRODUÇÃO

O setor elétrico brasileiro e mundial passa atualmente por grandes transformações. A mudança do tradicional modelo cooperativo, para o modelo competitivo impõe novas filosofias para operação e planejamento dos sistemas elétricos, envolvendo geração, transmissão e distribuição. Desta forma, o desenvolvimento de novos modelos e algoritmos para simulação e análise

de sistemas de potência é de grande relevância para o setor elétrico.

Em se tratando de sistemas de distribuição de energia elétrica, o desenvolvimento de programas de fluxo de potência que incorporem características típicas como operação desequilibrada, alimentadores com alta relação *R/X* e geração dispersa, e ainda que permitam a análise dos novos conceitos introduzidos com a recente reestruturação do setor elétrico, é de vital importância para a operação e planejamento da distribuição.

Duas formulações básicas para o problema do fluxo de potência em sistemas de distribuição vêm sendo discutidas na literatura: (i) Algoritmos para cálculo do fluxo de potência de sistemas radiais ou fracamente malhados (et al, 1988; Luo and Semlyen, 1990; H. et al., 1991; C.S. and D., 1995; N. et al., 1997). (ii) Algoritmos para cálculo do fluxos de potência baseados no método de Newton-Raphson (D., 1995; F. and S., 1995; G. and R., 1999; V. and G., 1996; H.L., 1997).

A característica comum aos métodos presentes em (i) é a exploração da estrutura radial dos sistemas de distribuição. Sistemas malhados ou com barras do tipo *PV* são primeiramente convertidos em sistemas totalmente radiais através dos chamados "breakpoints". Todavia como apresentado na discussão em (C.S. and D., 1995), estes algoritmos tendem a divergir para sistemas que possuem malhas e barras *PV*.

Dos métodos listados em (ii), (F. and S., 1995; G. and R., 1999) não consideram barras do tipo *PV*, (D., 1995) considera unidades cogeneradoras através de injeção constante de potência e as simplificações adotadas em (V. and G., 1996; H.L., 1997) impedem a correta representação dos equipamentos de controle.

Neste trabalho descreve-se um novo método para o cálculo do fluxo de potência trifásico desequilibrado. Esta formulação é uma extensão da metodologia descrita em (M. et al., 1999) para sistemas equilibrados em *EAT* ou *UAT*. Este novo algoritmo vem se mostrando bem mais rápido que o método de Newton-Raphson convencional, além de ser mais robusto que o tradicional método "backward/forward sweep" apresentado em (et al, 1988; C.S. and D., 1995).

⁰Artigo submetido em 10/07/00

1a. Revisão em 16/05/01;

Aceito sob recomendação do Ed. Cons. Prof. Dr. Jorge Coelho

O desenvolvimento do *MICT* vem sendo descrito em vários artigos submetidos pelos autores ao *IEEE - Power Engineering Society* (N., R., S., da Costa V. M. and N., n.d.; N., R. and S., n.d.) e conferências (S. et al., 2000; N. et al., 1998). Considerando o potencial de interesse no método pela comunidade atuante na área de sistemas elétricos no Brasil, os autores resolveram preparar uma descrição detalhada do tema em duas partes: na Parte 1 apresenta-se a modelagem dos principais componentes dos sistemas de distribuição, a implementação de uma nova formulação para barras do tipo *PV* além de uma modelagem para controle de tensão em barras remotas através da geração de potência reativa. Na Parte 2 são descritos os estudos relativos à implementação de controles e dispositivos *FACTS*.

2 MODELAGEM

2.1 Modelos de linhas

As linhas são representadas pelo tradicional modelo π onde a impedância série e a admitância *shunt* são dadas por matrizes 3×3 . Os parâmetros das linhas são calculados pela tradicional formulação de Carson ou considerando as simplificações propostas em (H. and H., 1995).

2.2 Modelo de Carga

Para representar o efeito de variações da tensão nas cargas adotou-se o modelo polinomial onde são combinados os modelos potência constante, corrente constante e impedância constante (M. et al., 1999). As cargas monofásicas são conectadas entre uma fase e o retorno e as bifásicas e trifásicas através da ligação estrela. (C.S. and D., 1995).

2.3 Capacitores em Derivação

Capacitores em derivação normalmente são trifásicos e ligados em estrela com neutro aterrado. Todavia no presente trabalho permite-se a representação de capacitores monofásicos e bifásicos sendo estes representados por suas respectivas admitâncias ligadas em estrela.

2.4 Co-geração

Dentro da nova filosofia de aproveitamento energético o número de unidades cogeneradoras vem crescendo substancialmente. Estas unidades cogeneradoras podem conter geradores síncronos ou de indução. Normalmente os geradores são representados pelas potências ativa e reativa que devem entregar ao sistema. Em alguns casos estas potências são especificadas enquanto em outros casos são calculadas. No presente trabalho especifica-se a potência ativa e permite-se a variação da potência reativa mantendo assim a tensão terminal em um valor especificado.

2.5 Transformadores

Os transformadores trifásicos são descritos por suas matrizes admitância equivalentes de ordem 6 conforme descrito em (M. and E., 1974; et al, 1991). A construção destas matrizes pode ser

colocada na forma de blocos conforme a Equação (1).

$$Y = \begin{bmatrix} y_p^{abc} & y_{ps}^{abc} \\ y_{sp}^{abc} & y_s^{abc} \end{bmatrix} \quad (1)$$

A Tabela 1 mostra os blocos correspondente aos diversos tipos de conexões comumente adotadas.

Tipo de Barra P	Conexão Barra S	Admit. própria		Admit. mútua	
		Y_p^{abc}	Y_p^{abc}	Y_{ps}^{abc}	Y_{sp}^{abc}
$Y_{aterrado}$	$Y_{aterrado}$	Y_I	Y_I	$-Y_I$	$-Y_I$
$Y_{aterrado}$	Y	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
$Y_{aterrado}$	Delta	Y_I	Y_{II}	Y_{III}	Y_{III}^t
Y	$Y_{aterrado}$	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y	Y	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{II}$	$-Y_{II}$
Y	Delta	Y_{II}	Y_{II}	Y_{III}	Y_{III}^t
Delta	$Y_{aterrado}$	Y_{II}	Y_I	Y_{III}^t	Y_{III}
Delta	Y	Y_{II}	Y_{II}	Y_{III}^t	Y_{III}
Delta	Delta	Y_{II}	Y_{II}	$-Y_{III}^t$	$-Y_{III}$

Table 1: Tipos de Conexões adotadas

onde:

$$Y_I = \begin{bmatrix} y_t & 0 & 0 \\ 0 & y_t & 0 \\ 0 & 0 & y_t \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$Y_{II} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 2y_t & -y_t & -y_t \\ -y_t & 2y_t & -y_t \\ -y_t & -y_t & 2y_t \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$Y_{III} = \frac{\sqrt{3}}{3} \begin{bmatrix} -y_t & y_t & 0 \\ 0 & -y_t & y_t \\ y_t & 0 & -y_t \end{bmatrix} \quad (4)$$

y_t : Admitância de dispersão em pu.

3 FLUXO DE POTÊNCIA TRIFÁSICO POR INJEÇÃO DE CORRENTE - MICT

3.1 Formulação Básica

Para uma barra k do tipo *PQ*, os resíduos de corrente nas fases a, b e c são determinados por:

$$\Delta I_k^s = \frac{(P_k^{sp})^s - j(Q_k^{sp})^s}{(E_k^s)^*} - \sum_{i \in \Omega_k} \sum_{t \in \alpha_p} Y_{ki}^{st} E_i^t \quad (5)$$

onde:

$s, t \in \alpha_p$

$\alpha_p = \{a, b, c\}$

Ω_k : Conjunto de barras conectadas diretamente à barra k .

$Y_{ki}^{st} = G_{ki}^{st} + jB_{ki}^{st}$: Elemento da matriz admitância nodal.

$$E_k^s = V_k^s + jV_{m_k}^s \quad (6)$$

$$(P_k^{sp})^s = P_{g_k}^s - P_{l_k}^s \quad (7)$$

$$(Q_k^{sp})^s = Q_{g_k}^s - Q_{l_k}^s \quad (8)$$

$(P_k^{sp})^s, (Q_k^{sp})^s$: Potências ativa e reativa especificadas para a fase s da barra k .

P_{gk}^s, Q_{gk}^s : Potências ativa e reativa geradas na fase s da barra k .
 P_{lk}^s, Q_{lk}^s : Potências ativa e reativa da carga conectada na fase s da barra k .

O modelo de carga adotado é do tipo polinomial. Desta forma, o efeito da variação de tensão sobre as cargas é representado por:

$$P_{lk}^s = P_{0k}^s + P_{1k}^s V_k^s + P_{2k}^s (V_k^s)^2 \quad (9)$$

$$Q_{lk}^s = Q_{0k}^s + Q_{1k}^s V_k^s + Q_{2k}^s (V_k^s)^2 \quad (10)$$

onde:

P_{0k}^s, Q_{0k}^s : Parcela potência constante da carga conectada na fase s da barra k .

P_{1k}^s, Q_{1k}^s : Parcela corrente constante da carga conectada na fase s da barra k .

P_{2k}^s, Q_{2k}^s : Parcela impedância constante da carga conectada na fase s da barra k .

Dividindo-se a equação (5) em partes real e imaginária obtém-se:

$$\Delta I_{r_k}^s = \frac{(P_k^{sp})^s V_{r_k}^s + (Q_k^{sp})^s V_{m_k}^s}{(V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2} - \sum_{i=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} (G_{ki}^{st} V_{r_i}^t - B_{ki}^{st} V_{m_i}^t) \quad (11)$$

$$\Delta I_{m_k}^s = \frac{(P_k^{sp})^s V_{m_k}^s - (Q_k^{sp})^s V_{r_k}^s}{(V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2} - \sum_{i=1}^n \sum_{t \in \alpha_p} (G_{ki}^{st} V_{m_i}^t + B_{ki}^{st} V_{r_i}^t) \quad (12)$$

Aplicando o método de Newton-Raphson nas equações (11) e (12), obtém-se a seguinte equação matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{m_1}^{abc} \\ \Delta I_{r_1}^{abc} \\ \Delta I_{m_2}^{abc} \\ \Delta I_{r_2}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta I_{m_n}^{abc} \\ \Delta I_{r_n}^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (\mathbf{Y}_{11}^\bullet)^{abc} & \mathbf{Y}_{12}^{abc} & \dots & \mathbf{Y}_{1n}^{abc} \\ \mathbf{Y}_{21}^{abc} & (\mathbf{Y}_{22}^\bullet)^{abc} & \dots & \mathbf{Y}_{2n}^{abc} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{Y}_{n1}^{abc} & \mathbf{Y}_{n2}^{abc} & \dots & (\mathbf{Y}_{nn}^\bullet)^{abc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r_1}^{abc} \\ \Delta V_{m_1}^{abc} \\ \Delta V_{r_2}^{abc} \\ \Delta V_{m_2}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_n}^{abc} \\ \Delta V_{m_n}^{abc} \end{bmatrix} \quad (13)$$

Reescrevendo (13) de forma simplificada:

$$\Delta I_{mr}^{abc} = J \Delta V_{rm}^{abc} \quad (14)$$

Os elementos fora da diagonal principal da matriz jacobiana são idênticos aos correspondentes elementos da matriz admitância de barras. Para modelagem trifásica em coordenadas retangulares estes elementos têm dimensão (6×6) e possuem a seguinte estrutura:

$$\mathbf{Y}_{im}^{abc} = \begin{bmatrix} B_{im}^{abc} & G_{im}^{abc} \\ G_{im}^{abc} & -B_{im}^{abc} \end{bmatrix}; i, m = 1, \dots, n \quad (15)$$

Os elementos diagonais da matriz jacobiana dependem do modelo adotado para as cargas conforme mostrado no Apêndice A. Estes elementos são da forma:

$$(\mathbf{Y}_{kk}^\bullet)^{abc} = \begin{bmatrix} (B'_{kk})^{abc} & (G'_{kk})^{abc} \\ (G''_{kk})^{abc} & (B''_{kk})^{abc} \end{bmatrix} \quad (16)$$

onde:

$$(B'_{kk})^{abc} = B_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} a_k^a & & \\ & a_k^b & \\ & & a_k^c \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$(G'_{kk})^{abc} = G_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} b_k^a & & \\ & b_k^b & \\ & & b_k^c \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$(G''_{kk})^{abc} = G_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} c_k^a & & \\ & c_k^b & \\ & & c_k^c \end{bmatrix} \quad (19)$$

$$(B''_{kk})^{abc} = -B_{kk}^{abc} - \begin{bmatrix} d_k^a & & \\ & d_k^b & \\ & & d_k^c \end{bmatrix} \quad (20)$$

Os elementos a_k^s, b_k^s, c_k^s and d_k^s ($s \in \alpha_p$) determinam a dependência da matriz jacobiana ao modelo de carga adotado (N., R., S., da Costa V. M. and N., n.d.). Assim sendo, percebe-se através das equações (17) a (20) que somente um pequeno número de elementos, pertencentes à diagonal principal da matriz jacobiana dada em (13), necessitam ser atualizados durante o processo iterativo.

Os resíduos de corrente na equação (13), para fase s da barra k , são calculados da seguinte forma:

$$\Delta I_{r_k}^s = \frac{V_{r_k}^s \Delta P_k^s + V_{m_k}^s \Delta Q_k^s}{(V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2} \quad (21)$$

$$\Delta I_{m_k}^s = \frac{V_{m_k}^s \Delta P_k^s - V_{r_k}^s \Delta Q_k^s}{(V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2} \quad (22)$$

Os resíduos de potência ativa (ΔP_k^s) e potência reativa (ΔQ_k^s) em (21) e (22), são definidos por:

$$\Delta P_k^s = (P_k^{sp})^s - (P_k^{calc})^s \quad (23)$$

$$\Delta Q_k^s = (Q_k^{sp})^s - (Q_k^{calc})^s \quad (24)$$

onde:

$$(P_k^{calc})^s = V_{r_k}^s (I_{r_k}^{calc})^s + V_{m_k}^s (I_{m_k}^{calc})^s \quad (25)$$

$$(Q_k^{calc})^s = V_{m_k}^s (I_{r_k}^{calc})^s - V_{r_k}^s (I_{m_k}^{calc})^s \quad (26)$$

O sistema de equações lineares (14) é resolvido para ΔV_{rm}^{abc} aplicando técnicas de matrizes esparsas, incluindo o esquema de ordenação Tinney-2 (F. and E., 1967). As tensões são atualizadas por:

$$(V_{rm_k}^{abc})^{h+1} = (V_{rm_k}^{abc})^h + (\Delta V_{rm_k}^{abc})^h \quad (27)$$

onde h é o contador de iterações, e:

$$(V_{rm_k}^{abc}) = [V_{r_k}^a \quad V_{r_k}^b \quad V_{r_k}^c \quad V_{m_k}^a \quad V_{m_k}^b \quad V_{m_k}^c]^t \quad (28)$$

3.2 Representação de Barras PV

O modelo competitivo adotado para o setor elétrico assim como questões ligadas ao meio ambiente motivam a exploração de pequenas usinas hidroelétricas e termoeletricas a gás. Assim sendo, o número de unidades cogeneradoras e produtores independentes conectados aos sistemas de distribuição e subtransmissão tende a aumentar cada vez mais. Desta forma, a representação de barras do tipo *PV* no cálculo do fluxo de potência, torna-se de fundamental importância tanto para a operação quanto para o planejamento de sistemas de distribuição.

Inicialmente barras *PV* foram modeladas trifasicamente de maneira análoga ao método proposto em (M. et al., 1999) conforme mostrado no Apêndice B. Esta modelagem foi testada em sistemas de distribuição reais e boas características de convergência foram obtidas (N., R., S., da Costa V. M. and N., n.d.). Todavia, em recentes estudos em sistemas com presença de barras *PV*, algumas dificuldades de convergência foram detectadas. Este problema ocorre pelo fato de $\Delta V_{r_k}^s$ ser considerado nulo na Equação (55) do Apêndice B, imposição esta que somente é válida depois de obtida a convergência. Desta forma uma nova formulação para barras do tipo *PV* foi desenvolvida.

Esta nova representação de barras *PV* requer a inclusão de novas equações para representar o controle de tensões através da geração de potência reativa. Consequentemente a potência reativa trifásica é introduzida como uma nova variável de estado. As equações adicionais de controle são dadas por:

$$(V_k^s)^2 = (V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2 \quad (29)$$

onde:

V_k^s é o módulo da tensão na fase *s* da barra *k*.

$V_{r_k}^s$ é a parte real do fasor de tensão da fase *s* da barra *k*.

$V_{m_k}^s$ é a parte imaginária do fasor de tensão da fase *s* da barra *k*.

$s = \{a, b, c\}$.

Linearizando (29), tem-se:

$$\Delta V_k^s = \frac{V_{r_k}^s}{V_k^s} \Delta V_{r_k}^s + \frac{V_{m_k}^s}{V_k^s} \Delta V_{m_k}^s \quad (30)$$

ΔV_k^s é o resíduo de tensão e é calculado a cada iteração da seguinte forma:

$$\Delta V_k^s = (V_k^s)^{sp} - (V_k^s)^{calc} \quad (31)$$

onde:

$(V_k^s)^{sp}$ é a tensão especificada para fase *s* da barra *k*.

$$(V_k^s)^{calc} = \sqrt{(V_{r_k}^s)^2 + (V_{m_k}^s)^2} \quad (32)$$

Supondo então uma barra *PV* conectada às barras *i* e *l* do tipo *PQ*, o sistemas de equações mostrado em (13) toma a seguinte

forma:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta I_{m_i}^{abc} \\ \Delta I_{r_i}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta I_{m_k}^{abc} \\ \Delta I_{r_k}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta I_{m_l}^{abc} \\ \Delta I_{r_l}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta V_k^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & (Y_{ii}^\bullet)^{abc} & \dots & Y_{ik}^{abc} & \dots & Y_{il}^{abc} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & Y_{ki}^{abc} & \dots & (Y_{kk}^\bullet)^{abc} & \dots & Y_{kl}^{abc} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & Y_{li}^{abc} & \dots & Y_{lk}^{abc} & \dots & (Y_{ll}^\bullet)^{abc} & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & Z & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta V_{r_i}^{abc} \\ \Delta V_{m_i}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_k}^{abc} \\ \Delta V_{m_k}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_l}^{abc} \\ \Delta V_{m_l}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta Q_k^{abc} \end{bmatrix} \quad (33)$$

onde:

$$\Delta V_k^{abc} = \begin{bmatrix} \Delta V_k^a \\ \Delta V_k^b \\ \Delta V_k^c \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$\Delta Q_j^{abc} = \begin{bmatrix} \Delta Q_j^a \\ \Delta Q_j^b \\ \Delta Q_j^c \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{V_{r_k}^a}{V_k^a} & & \frac{V_{m_k}^a}{V_k^a} \\ & \frac{V_{r_k}^b}{V_k^b} & \\ & & \frac{V_{k_l}^b}{V_k^b} \\ & & & \frac{V_{k_l}^c}{V_k^c} \\ & & & & \frac{V_{m_k}^c}{V_k^c} \end{bmatrix} \quad (36)$$

Os elementos da matriz *X* (3×3) em (33) são as derivadas parciais dos resíduos de corrente ($\Delta I_{m_k}^s, \Delta I_{r_k}^s$) em relação a potência reativa (Q_k^{abc}) respectivamente, e são determinados por:

$$X = \begin{bmatrix} -\frac{V_{r_k}^a}{(V_k^a)^2} & & \\ & -\frac{V_{r_k}^b}{(V_k^b)^2} & \\ & & -\frac{V_{r_k}^c}{(V_k^c)^2} \\ \frac{V_{m_k}^a}{(V_k^a)^2} & & \\ & \frac{V_{m_k}^b}{(V_k^b)^2} & \\ & & \frac{V_{m_k}^c}{(V_k^c)^2} \end{bmatrix} \quad (37)$$

Reescrevendo a Equação (33) de forma simplificada:

$$\begin{bmatrix} \Delta I_m^{abc} \\ \Delta I_r^{abc} \\ \Delta V^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{J} & \mathbf{X} \\ \mathbf{Z} & \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_r^{abc} \\ \Delta V_m^{abc} \\ \Delta Q^{abc} \end{bmatrix} \quad (38)$$

Pode-se ver que a matriz J na equação acima é idêntica à matriz jacobiana em (13). Assim sendo, esta nova formulação para barras do tipo PV conserva essencialmente as mesmas características dos sistemas formados exclusivamente por barras do tipo PQ .

4 ESTRUTURA DA MATRIZ JACOBIANA

Uma importante característica do método proposto (**MICT**) advém do fato de a matriz jacobiana preservar a grande maioria dos elementos constantes por todo o processo iterativo. Estes elementos são idênticos aos correspondentes elementos da matriz admitância de barras. A seguir, usando pequenos sistemas como exemplos, ilustra-se esta característica.

4.1 Sistemas Possuindo Somente Barras PQ

A Figura (1) ilustra um sistema de pequeno porte composto por uma barra do tipo $V\theta$ e três barras do tipo PQ . A estrutura da matriz jacobiana para este sistema é mostrada na Figura (2). Pode-se ver que somente 1/3 dos elementos referentes aos blocos diagonais são atualizados durante o processo iterativo. Os elementos dos blocos (6×6) fora da diagonal principal são idênticos aos correspondentes elementos da matriz admitância de barras e permanecem constantes por todo o processo iterativo.

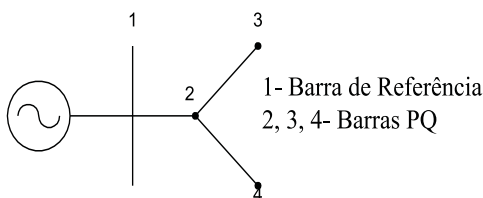


Figure 1: Sistema radial de 4 barras

4.2 Sistemas com Barras PV

Na Figura (3) o sistema da Figura (1) é expandido através da inclusão de uma unidade geradora na barra 5 e mais uma barra do tipo PQ . A matriz jacobiana para este sistema é mostrada na Figura (4) e como pode ser visto, para barras do tipo PQ não ocorrem alterações. Já para a barra do tipo PV , todos os elementos não nulos da parte aumentada da matriz jacobiana devem ser atualizados no processo iterativo.

5 CONTROLE DE TENSÃO EM BARRAS REMOTAS

A formulação para controle remoto de tensão é análoga àquela empregada para barras do tipo PV . Todavia neste caso deve-se considerar barras do tipo PQV , ou seja, barras onde especifica-se a potência ativa P , a potência reativa Q e o módulo da tensão

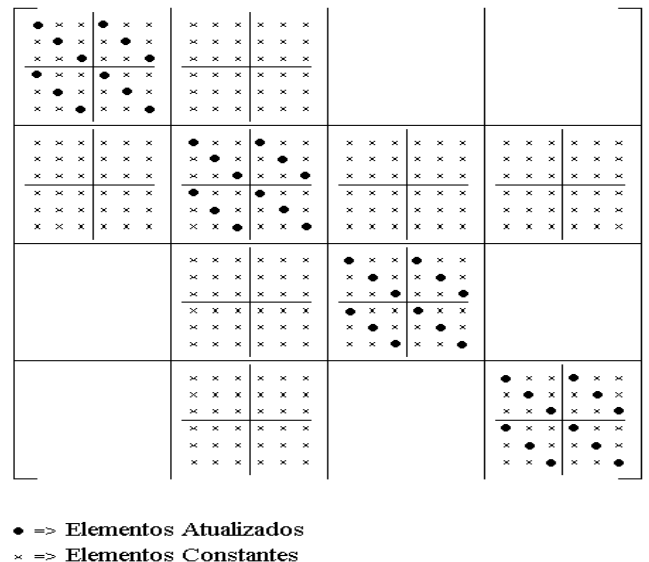


Figure 2: Estrutura da matriz jacobiana para o sistema da Figura (1)

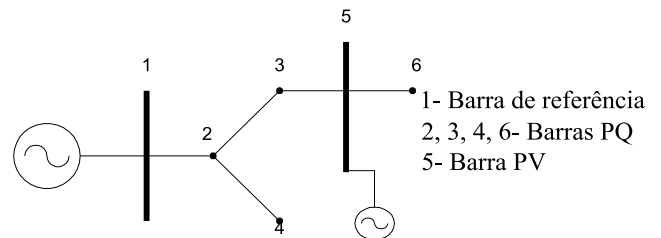


Figure 3: Sistema Radial com barra PV

V . Assim sendo, a potência reativa Q torna-se uma variável de estado.

As equações de controle e as respectivas linearizações são dadas pelas equações (29) e (30). Então, para um sistema contendo uma barra j do tipo P , controlando remotamente a tensão na barra k do tipo PQV , o sistema de equações lineares dado em (33) toma a seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta I_{m_j}^{abc} \\ \Delta I_{r_j}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta I_{m_k}^{abc} \\ \Delta I_{r_k}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta V_k^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & (\mathbf{Y}_{jj}^{\bullet})^{abc} & \dots & \mathbf{Y}_{jk}^{abc} & \dots & \mathbf{X} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \mathbf{Y}_{kj}^{abc} & \dots & (\mathbf{Y}_{kk}^{\bullet})^{abc} & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots & \dots & \dots & \mathbf{Z} & \dots & \dots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta V_{r_j}^{abc} \\ \Delta V_{m_j}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_k}^{abc} \\ \Delta V_{m_k}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta Q_j^{abc} \end{bmatrix} \quad (39)$$

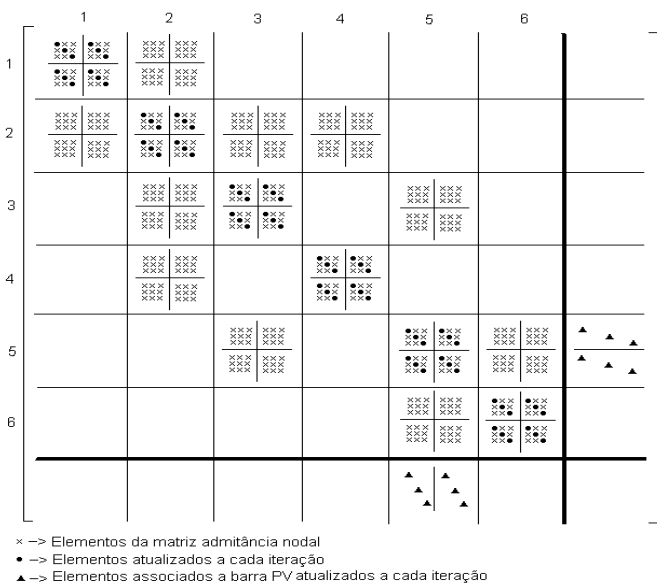


Figure 4: Estrutura da matriz jacobiana para o sistema da Figura(3)

onde:

$$\Delta V_k^{abc} = \begin{bmatrix} \Delta V_k^a \\ \Delta V_k^b \\ \Delta V_k^c \end{bmatrix} \quad (40)$$

$$\Delta Q_j^{abc} = \begin{bmatrix} \Delta Q_j^a \\ \Delta Q_j^b \\ \Delta Q_j^c \end{bmatrix} \quad (41)$$

$$Z = \begin{bmatrix} \frac{V_{r_k}^a}{V_k^a} & & \frac{V_{m_k}^a}{V_k^a} \\ & \frac{V_{r_k}^b}{V_k^b} & \\ & & \frac{V_{r_k}^c}{V_k^c} & \frac{V_{m_k}^c}{v_k^c} \\ & & & \frac{V_{m_k}^b}{V_k^b} \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$X = \begin{bmatrix} -\frac{V_{r_j}^a}{(V_j^a)^2} & & & \\ & -\frac{V_{r_j}^b}{(V_j^b)^2} & & \\ & & -\frac{V_{r_j}^c}{(V_j^c)^2} & \\ \frac{V_{m_j}^a}{(V_j^a)^2} & & & \\ & \frac{V_{m_j}^b}{(V_j^b)^2} & & \\ & & \frac{V_{m_j}^c}{(V_j^c)^2} & \end{bmatrix} \quad (43)$$

O procedimento descrito acima será ilustrado através do sistema mostrado na Figura 5. Considerando o gerador da barra 1 controlando remotamente a tensão na barra 3, o conjunto de equações lineares é dado por (44).

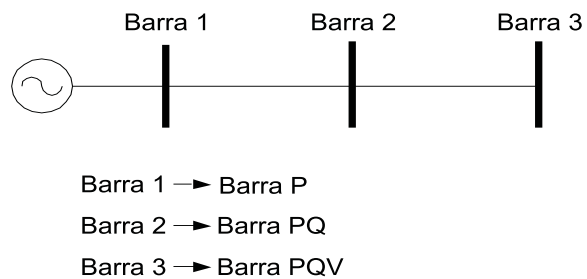


Figure 5: Sistema radial com barras do tipo P e PQV

$$\begin{bmatrix} \Delta I_{m_1}^{abc} \\ \frac{\Delta I_{r_1}^{abc}}{\Delta I_{m_2}^{abc}} \\ \frac{\Delta I_{r_2}^{abc}}{\Delta I_{m_3}^{abc}} \\ \frac{\Delta I_{r_3}^{abc}}{\Delta V_3^{abc}} \\ \Delta V_3^{abc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (Y_{11}^{\bullet})^{abc} & Y_{12}^{abc} & & X \\ Y_{21}^{abc} & (Y_{22}^{\bullet})^{abc} & Y_{21}^{abc} & \\ & Y_{32}^{abc} & (Y_{33}^{\bullet})^{abc} & \\ & & & Z \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta V_{r_1}^{abc} \\ \frac{\Delta V_{m_1}^{abc}}{\Delta V_{r_2}^{abc}} \\ \frac{\Delta V_{m_2}^{abc}}{\Delta V_{r_3}^{abc}} \\ \frac{\Delta V_{m_3}^{abc}}{\Delta Q_1^a} \end{bmatrix} \quad (44)$$

onde as submatrizes X e Z são calculadas por (37) e (42) respectivamente.

6 RESULTADOS

Com o objetivo de testar o fluxo de potência pelo método de injeção de corrente trifásico (*MICT*) foram realizados testes em sistemas reais equilibrados e desequilibrados de propriedade da Companhia Energética de Minas Gerais - CEMIG. Comparações com o método "backward/forward" trifásico (C.S. and D., 1995) foram igualmente realizadas.

Também foram feitos testes em sistemas com unidades cogeneradoras assim como comparações entre possíveis representações para estas unidades.

6.1 Sistema Equilibrado

O alimentador usado para teste possui 37 barras, carregamento total de 3,217 MVA e opera com tensão nominal de 13,8 kV. Todas as linhas são trifásicas e todas as cargas equilibradas. O diagrama unifilar deste alimentador é mostrado na Figura 6.

As cargas foram modeladas como sendo de potência constante. Neste caso, sabendo que o número de elementos a serem recalculados na matriz jacobiana dada em (13) é muito pequeno, considerou-se a possibilidade de atualizar ou não a matriz jacobiana durante o processo iterativo. A Figura 7 mostra o número de iterações necessárias para a convergência do fluxo de potência quando a carga total do sistema é multiplicada por um fator α . Como pode ser visto, para o método *MICT* a divergência é atingida somente com 6,4 vezes o carregamento inicial, enquanto para o método "backward/forward" este valor é de aproximadamente 5 vezes o carregamento inicial. Verifica-se ainda que mesmo sem atualizar a matriz jacobiana o *MICT* é mais robusto que o "backward/forward".

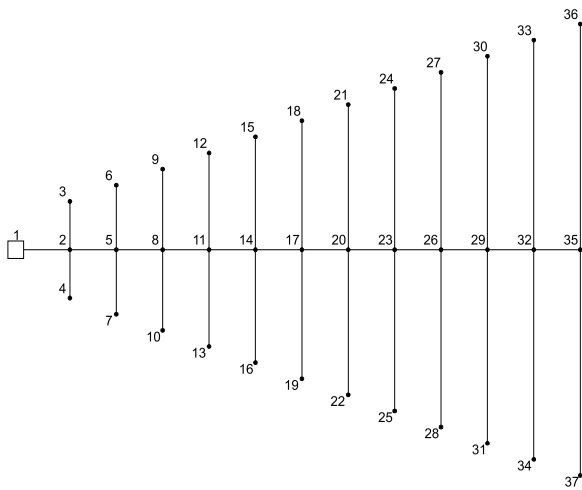


Figure 6: Topologia do sistema teste

Através das Figuras 9 e 10 pode-se perceber que o método *MICT* continua apresentando comportamento mais robusto, principalmente quando o sistema possui alto carregamento.

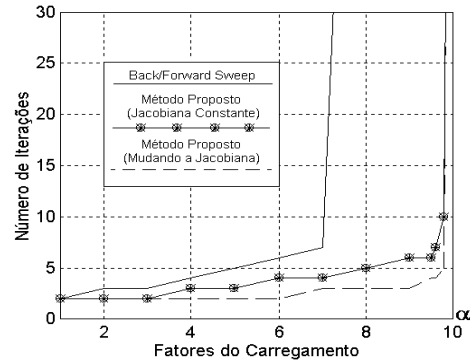


Figure 9: Característica de convergência em relação a variação do carregamento.

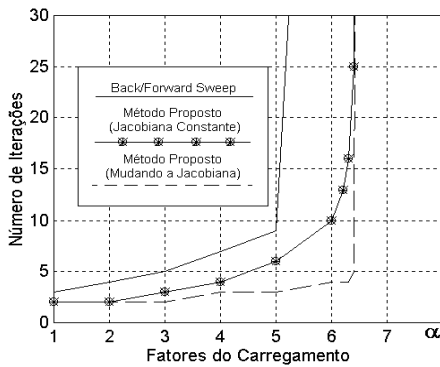


Figure 7: Característica de convergência em relação a variação do carregamento.

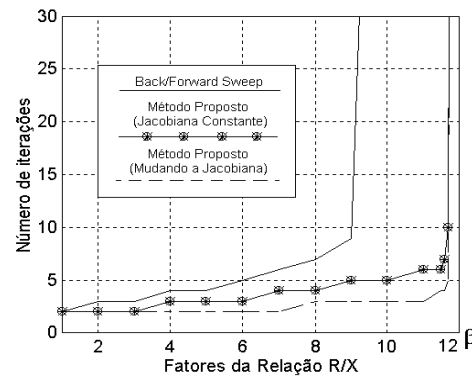


Figure 10: Característica de convergência em função da variação da relação R/X.

A Figura 8 mostra a característica de convergência dos métodos quando a relação R/X das secções dos alimentadores são multiplicadas por um fator β . O método *MICT* continua numericamente mais robusto, visto que este diverge somente para β igual a 6,9 enquanto o outro método diverge para β igual a 5.

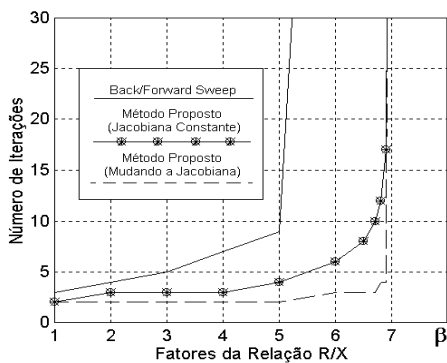


Figure 8: Característica de convergência em função da variação da relação R/X.

6.2 Sistema Desequilibrado

Os testes realizados na seção anterior foram repetidos para um sistema com 146 barras, tensão nominal de 23 kV e carregamento total de 8 MVA. Este alimentador é composto por linhas monofásicas, bifásicas e trifásicas.

6.3 Sistemas com Unidades Cogradoras

Objetivando verificar a eficiência dos modelos desenvolvidos para barras do tipo *PV* e para controle remoto de tensão, introduziu-se uma unidade cogedora na barra 18 do sistema da Figura 6. Foram realizados testes onde esta unidade cogedora opera controlando a tensão na barra local, assim como controlando remotamente a tensão na barra 17, ambas em 1 p.u.. A Figura 11 mostra o perfil de tensão do sistema em ambas as situações. Como não foram considerados limites de geração de potência reativa a unidade cogedora passou a produzir grande quantidade de potência reativa, quando operando para controlar a tensão remotamente. Desta forma, a tensão na barra 17 é sensivelmente maior que a tensão nas barras vizinhas.

7 CONCLUSÕES

Neste artigo foi apresentada uma formulação trifásica baseada em injeção de corrente (*MICT*) para a solução do problema do fluxo de potência em sistemas de distribuição desequilibrados. Nesta formulação, as equações de injeção de corrente são escritas em coordenadas retangulares resultando num sistema composto de $6n$ equações lineares. A matriz jacobiana é composta por blocos 6×6 e possui a mesma estrutura da matriz admitância de barras. Foi apresentada ainda uma nova abordagem para barras do tipo *PV* assim como a implementação de controle remoto de tensão por geração.

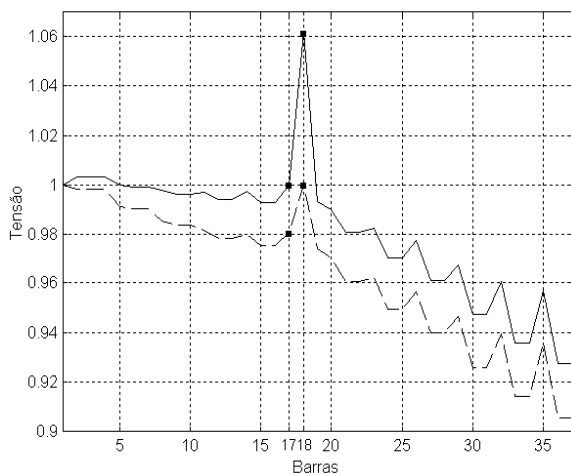


Figure 11: Perfil de tensão com controle remoto e local de tensão

A formulação proposta apresenta como principais vantagens:

- (i) Maior robustez e melhores propriedades de convergência quando comparado ao método "backward/forward sweep", especialmente para sistemas com carregamento elevado;
- (ii) A matriz jacobiana possui a mesma estrutura da matriz admitância de barras;
- (iii) O número de elementos da matriz jacobiana recalculados durante o processo iterativo é muito pequeno, principalmente quando comparado ao método de Newton-Raphson na forma polar;
- (iv) Para sistemas que possuem somente barras do tipo PQ a matriz jacobiana pode ser considerada constante;
- (v) O modelo polinomial adotado para representação de cargas permite a consideração de cargas tipo potência constante, corrente constante e impedância constante ou ainda qualquer modelo misto;
- (vi) Sistema malhados, incluindo a subtransmissão, assim como sistemas com mais de uma fonte de alimentação são naturalmente representados.

Em trabalho futuro será apresentada a implementação de limites de reativo através das curvas de capacidade. Este trabalho está em fase de implementação e está sendo desenvolvido conforme apresentado em (A. et al., 1995). Os modelos desenvolvidos para representação de controles e dispositivos FACTS, por razões de espaço, são descritos na parte 2 deste trabalho (N. et al., 2000).

References

A., L. P., G., A. and D.J., H. (1995). Voltage dependent reactive power limits for voltage stability studies, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 10 No.1.

C.S., C. and D., S. (1995). A three-phase power flow method for real-time distribution system analysis, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 10 No.2, pp. 671-679.

D., Z. R. (1995). Fast decoupled power flow for unbalanced radial distribution systems, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 10 No.2, pp. 2045-2052.

et al, C. T. H. (1991). Three-phase cogenerator and transformer models for distribution systems analysis, *IEEE Transactions on Power Delivery* Vol. 6 No. 4, pp. 1671-1678.

et al, S. D. (1988). A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 3, pp. 753-762.

F., T. W. and E., H. C. (1967). Power flow solution by Newton's method, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* Vol. PAS-86 No.3.

F., Z. and S., C. C. (1995). A modified Newton method for radial distribution system power flow analysis, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 12 No.1, pp. 389-397.

G., E. A. and R., R. E. (1999). Reliable load flow technique for radial distribution networks, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 14 No. 3, pp. 1063-1069.

H., C. T., S., C. M., J., H. K., P., K. and A., C. E. (1991). Distribution system power flow analysis - a rigid approach, *IEEE Transactions on Power Delivery* Vol. 6 No.3, pp. 1146-1152.

H., K. W. and H., P. W. (1995). Distribution feeder line models, *IEEE Transactions on Industry Applications* Vol. 31.

H.L., N. (1997). Newton-Raphson method in complex form, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 12 No. 3, pp. 1355-1359.

Luo, G. X. and Semlyen, A. (1990). Efficient load flow for large weakly meshed networks, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 5, No. 4, pp. 1309-1316.

M., C. V., N., M. and R., P. J. L. (1999). Developments in the Newton Raphson power flow formulation based on current injections, *IEEE Transactions on Power System* vol. 14, No. 4, pp. 1320-1336.

M., S. C. and E., D. W. (1974). Power system modeling, *Proceedings of IEEE* Vol. 62 No. 7, pp. 901-9015.

N., G. P. A., R., P. J. L. and S., C. (1998). Fluxo de potência para sistemas de distribuição, baseado em injeções de corrente, *XII Congresso Brasileiro de Automática*.

N., G. P. A., R., P. J. L. and S., C. (2000). Fluxo de potência trifásico por injeção de corrente: Parte 2 - controles e dispositivos FACTS, *Submetido a Revista Controle e Automação da Sociedade Brasileira de Automática*.

N., G. P. A., R., P. J. L. and S., C. (n.d.). Voltage control models for distribution power flow analysis, *Submitted to IEEE Power Engineering Society*.

N., G. P. A., R., P. J. L., S., C., da Costa V. M. and N., M. (n.d.). Three-phase power flow calculations using the current injection method, *To appear in the IEEE Transactions on Power Systems Preprint order number: PE026PRS(04-99)*.

N., M. K., J.C., W. and H.D., C. (1997). Explicit loss formula, voltage formula and current flow formula for large-scale unbalanced distribution systems, *IEEE Transactions on Power Systems* Vol. 12 No. 3, pp. 1061-1067.

S., C., R., P. J. L. and N., G. P. A. (2000). Unbalanced distribution power flow using the current injection method, *2000 IEEE-PES Winter Meeting Panel Discussion on "Load Flow Analysis for Distribution Power Systems"*.

V., G. A. and G., Z. M. (1996). Three-phase fast decoupled power flow for distribution networks, *IEE Proceedings Generation, Transmission and Distribution*. Vol. 142 No. 2, pp. 188-192.

APÊNDICE A

Para o MICT a matriz jacobiana possui os blocos diagonais dependentes do modelo de carga adotado conforme mostrado pela Equação (16). Esta dependência é determinada pelos elementos a_k^s , b_k^s , c_k^s e d_k^s dados nas Equações (17), (18), (19) e (20) respectivamente. Estes elementos são recalculados durante o processo iterativo da seguinte forma:

$$a_k^s = \frac{Q_{0k}^s [(V_{rk}^s)^2 - (V_{mk}^s)^2] - 2 V_{rk}^s V_{mk}^s P_{0k}^s}{(V_k^s)^4} + \frac{V_{rk}^s V_{mk}^s P_{1k}^s + Q_{1k}^s (V_{mk}^s)^2}{(V_k^s)^3} + Q_{2k}^s \quad (45)$$

$$b_k^s = \frac{P_{0k}^s [(V_{r_k}^s)^2 - (V_{m_k}^s)^2] + 2 V_{r_k}^s V_{m_k}^s Q_{0k}^s}{(V_k^s)^4} - \frac{V_{r_k}^s V_{m_k}^s Q_{1k}^s + P_{1k}^s (V_{r_k}^s)^2}{(V_k^s)^3} - P_{2k}^s \quad (46)$$

$$c_k^s = \frac{P_{0k}^s [(V_{m_k}^s)^2 - (V_{r_k}^s)^2] - 2 V_{r_k}^s V_{m_k}^s Q_{0k}^s}{(V_k^s)^4} + \frac{V_{r_k}^s V_{m_k}^s Q_{1k}^s - P_{1k}^s (V_{m_k}^s)^2}{(V_k^s)^3} - P_{2k}^s \quad (47)$$

$$d_k^s = \frac{Q_{0k}^s [(V_{r_k}^s)^2 - (V_{m_k}^s)^2] - 2 V_{r_k}^s V_{m_k}^s P_{0k}^s}{(V_k^s)^4} + \frac{V_{r_k}^s V_{m_k}^s P_{1k}^s - Q_{1k}^s (V_{r_k}^s)^2}{(V_k^s)^3} - Q_{2k}^s \quad (48)$$

onde $s \in \alpha_p$ e $P_{0k}^s, P_{1k}^s, P_{2k}^s, Q_{0k}^s, Q_{1k}^s$ e Q_{2k}^s são definidos nas Equações (9) e (10).

Dependendo do modelo de carga adotado algumas simplificações no cálculo dos parâmetros a_k^s, b_k^s, c_k^s e d_k^s são possíveis. A seguir são apresentadas estas simplificações.

A1-Carga de Potência Constante

Caso as cargas forem representadas pelo modelo potência constante, as expressões usadas para atualização da matriz jacobiana tornam-se muito simples. Estas equações são definidas por:

$$a_k^s = \frac{Q_{0k}^s [(V_{r_k}^s)^2 - (V_{m_k}^s)^2] - 2 V_{r_k}^s V_{m_k}^s P_{0k}^s}{(V_k^s)^4} \quad (49)$$

$$b_k^s = \frac{P_{0k}^s [(V_{r_k}^s)^2 - (V_{m_k}^s)^2] + 2 V_{r_k}^s V_{m_k}^s Q_{0k}^s}{(V_k^s)^4} \quad (50)$$

$$c_k^s = -b_k^s \quad (51)$$

$$d_k^s = a_k^s \quad (52)$$

A2-Carga de Impedância Constante

Para cargas de impedância constante a matriz jacobiana permanece constante por todo processo iterativo. Os elementos a_k^s, b_k^s, c_k^s e d_k^s são atualizados somente na primeira iteração usando as expressões abaixo:

$$a_k^s = -d_k^s = Q_{2k}^s \quad (53)$$

$$b_k^s = c_k^s = -P_{2k}^s \quad (54)$$

APÊNDICE B

Considerando um sistema constituído somente de barras PQ, o sistema de equações lineares resultante da aplicação do MICT é dado pela Equação (13). Para representação de barras do tipo PV, as potências reativas ΔQ_k^s ($s = a, b, c$) são consideradas como variáveis de estado. Consequentemente, as equações (55) são introduzidas e a parte real dos resíduos dos fasores de tensão ($\Delta V_{r_k}^s$) são substituídos pelos resíduos de potência reativa. Este procedimento é descrito em (N., R., S., da Costa V. M. and N., n.d.).

$$\Delta V_k^s = 0 = \frac{V_{r_k}^s}{V_k^s} \Delta V_{r_k}^s + \frac{V_{m_k}^s}{V_k^s} \Delta V_{m_k}^s \quad (55)$$

Assim sendo, considerando uma barra do tipo PV conectada às barras i e l , a Equação (13) é reescrita da seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta I_{m_i}^{abc} \\ \Delta I_{r_i}^{abc} \\ \vdots \\ (\Delta I_{m_k}^{\bullet\bullet})^{abc} \\ (\Delta I_{r_k}^{\bullet\bullet})^{abc} \\ \vdots \\ \Delta I_{m_l}^{abc} \\ \Delta I_{r_l}^{abc} \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots (Y_{ii}^{\bullet\bullet})^{abc} \dots (Y_{ik}^{\bullet\bullet})^{abc} \dots Y_{il}^{abc} \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots Y_{ki}^{abc} \dots (Y_{kk}^{\bullet\bullet})^{abc} \dots Y_{kl}^{abc} \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \dots Y_{li}^{abc} \dots (Y_{lk}^{\bullet\bullet})^{abc} \dots (Y_{ll}^{\bullet\bullet})^{abc} \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ \Delta V_{r_i}^{abc} \\ \Delta V_{m_i}^{abc} \\ \vdots \\ \Delta V_{m_k}^{abc} \\ \Delta Q_k^{abc} \\ \vdots \\ \Delta V_{r_l}^{abc} \\ \Delta V_{m_l}^{abc} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (56)$$

A diferença entre as Equações (13) e (56) está na coluna referente a barra do tipo PV. Nesta coluna o bloco diagonal $((Y_{kk}^{\bullet\bullet})^{abc})$ é dado por:

$$(Y_{kk}^{\bullet\bullet})^{abc} = \begin{bmatrix} M & O \\ N & P \end{bmatrix} \quad (57)$$

Como mostrado em (N., R., S., da Costa V. M. and N., n.d.), M e N são submatrizes (3×3) cujos elementos são definidos por:

$$m_{kk}^{st} = G_{kk}^{tst} - B_{kk}^{tst} \frac{V_{m_k}^t}{V_{r_k}^t} \quad (58)$$

$$n_{kk}^{st} = B_{kk}^{ust} - G_{kk}^{ust} \frac{V_{m_k}^t}{V_{r_k}^t} \quad (59)$$

onde:

$$s, t \in \alpha_p$$

$$\alpha_p = \{a, b, c\}$$

$G_{kk}^{tst}, B_{kk}^{tst}, B_{kk}^{ust}$ e G_{kk}^{ust} são elementos do bloco diagonal $(Y_{kk}^{\bullet\bullet})^{abc}$ da Equação (13).

O e P são submatrizes diagonais dadas por:

$$O = \begin{bmatrix} \frac{V_{r_k}^a}{(V_k^a)^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{V_{r_k}^b}{(V_k^b)^2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{r_k}^c}{(V_k^c)^2} \end{bmatrix} \quad (60)$$

$$P = \begin{bmatrix} -\frac{V_{m_k}^a}{(V_k^a)^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{V_{m_k}^b}{(V_k^b)^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{V_{m_k}^c}{(V_k^c)^2} \end{bmatrix} \quad (61)$$

Já os blocos fora da diagonal localizados na coluna referente à barra PV na Equação (56), são determinados por:

$$(Y_{lk}^{\bullet\bullet})^{abc} = \begin{bmatrix} Q & U \\ R & W \end{bmatrix} \quad (62)$$

Os elementos das submatrizes (3×3) U e W são todos zeros e os elementos das submatrizes Q e R são definidos por:

$$q_{lk}^{st} = G_{lk}^{st} - B_{lk}^{st} \frac{V_{m_k}^t}{V_{r_k}^t} \quad (63)$$

$$r_{lk}^{st} = -B_{lk}^{st} - G_{lk}^{st} \frac{V_{m_k}^t}{V_{r_k}^t} \quad (64)$$

onde G_{lk}^{st} e B_{lk}^{st} são elementos da matriz admitância de barras correspondente ao ramo $l - k$. Os resíduos de corrente para as fases a, b e c de uma barra k do tipo PV é definido como sendo:

$$(\Delta I_{m_k}^\bullet)^{abc} = \left[\frac{V_{m_k}^a \Delta P_k^a}{(V_k^a)^2} \frac{V_{m_k}^b \Delta P_k^b}{(V_k^b)^2} \frac{V_{m_k}^c \Delta P_k^c}{(V_k^c)^2} \right]^t \quad (65)$$

$$(\Delta I_{r_k}^\bullet)^{abc} = \left[\frac{V_{r_k}^a \Delta P_k^a}{(V_k^a)^2} \frac{V_{r_k}^b \Delta P_k^b}{(V_k^b)^2} \frac{V_{r_k}^c \Delta P_k^c}{(V_k^c)^2} \right]^t \quad (66)$$

O resíduo $\Delta V_{r_k}^s$ é calculado fora da matriz jacobiana por:

$$\Delta (V_{r_k}^s)^h = - \frac{(V_{m_k}^s)^h}{(V_{r_k}^s)^h} (\Delta V_{m_k}^s)^h \quad (67)$$

onde:

h é o contador de iterações.