Identificação Caixa Cinza de Modelos em Espaço de Estados

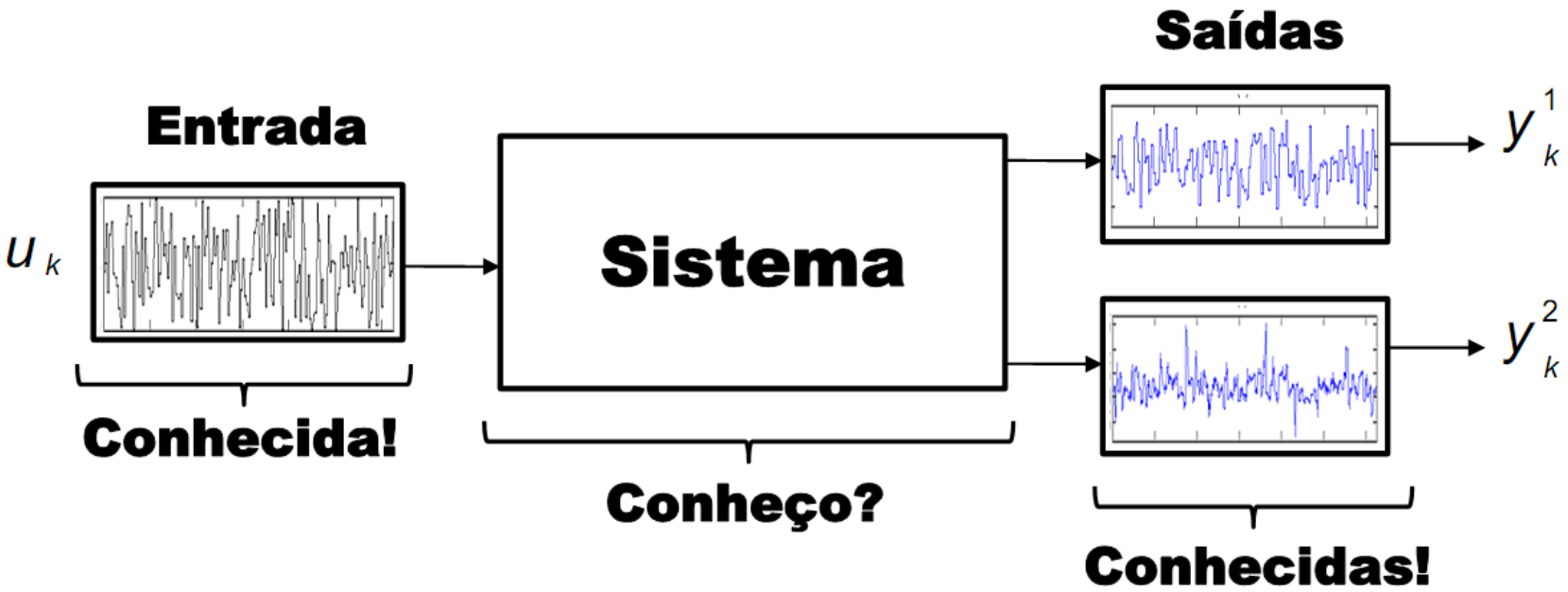
I Webinar 2024 da SBA

Prof. Rodrigo A. Ricco
ricco@ufop.edu.br

UFOP
Universidade Federal
de Ouro Preto

31 de janeiro de 2024

Modelagem de Sistemas



Formulação do Problema: Caixa-Preta

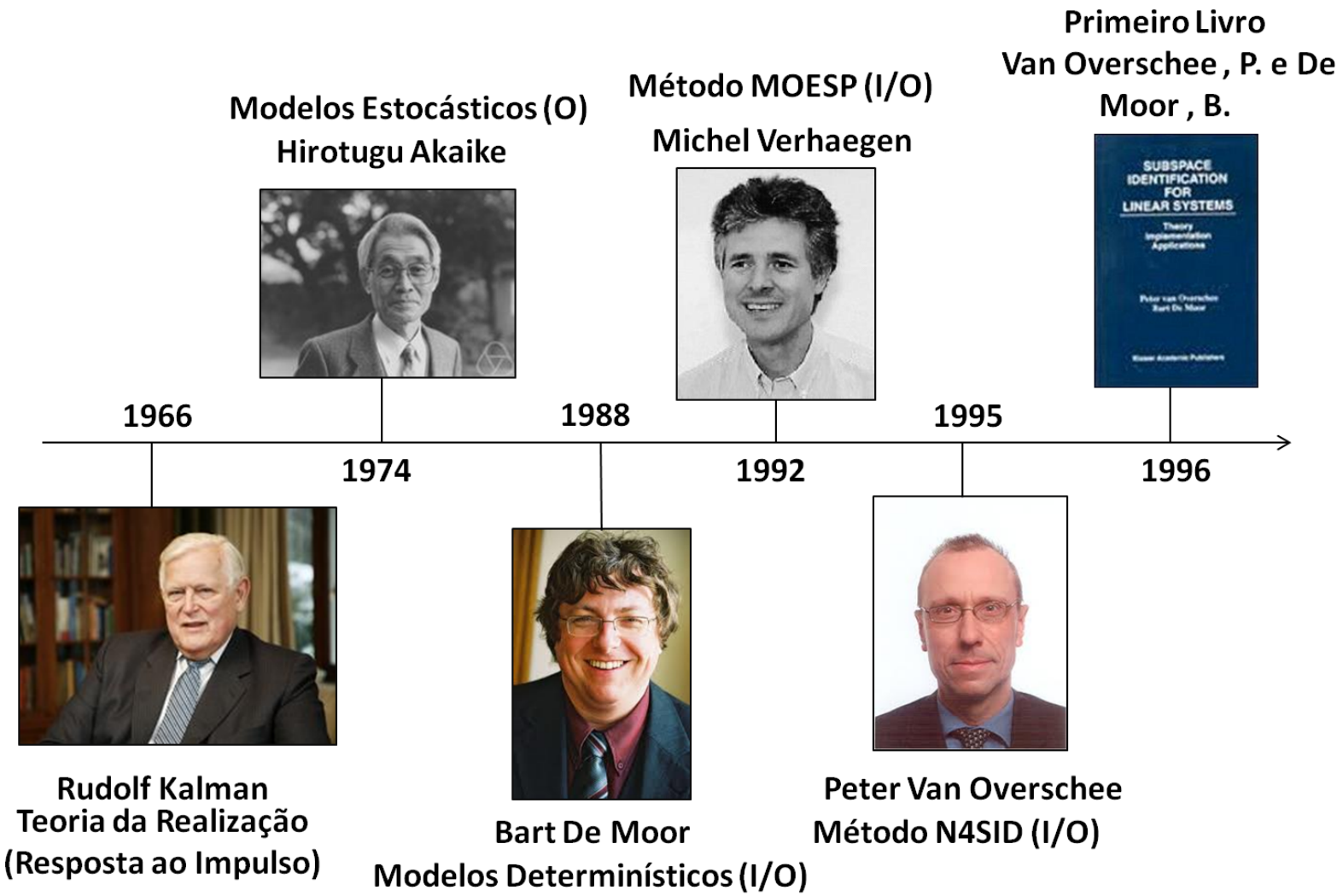
Seja o seguinte sistema discreto, linear e invariante no tempo:

$$u_k \longrightarrow \boxed{\begin{array}{c}\text{Modelo Dinâmico}\\ x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + w_k \\ y_k = Cx_k + Du_k + v_k\end{array}} \longrightarrow y_k$$

Figura: Formulação do problema de identificação caixa-preta no espaço de estados no contexto linear.

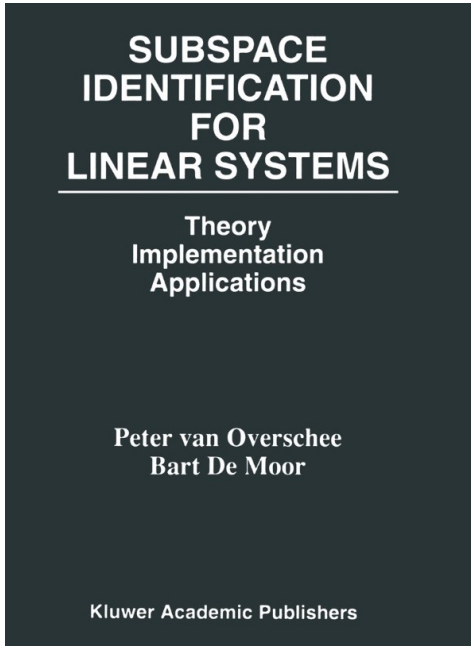
Dado um número suficiente de N medições das entradas u_k e saídas y_k geradas pelo sistema desconhecido, determinar, usando somente as N medições, a ordem n e as matrizes A, B, C e D do sistema.

Histórico

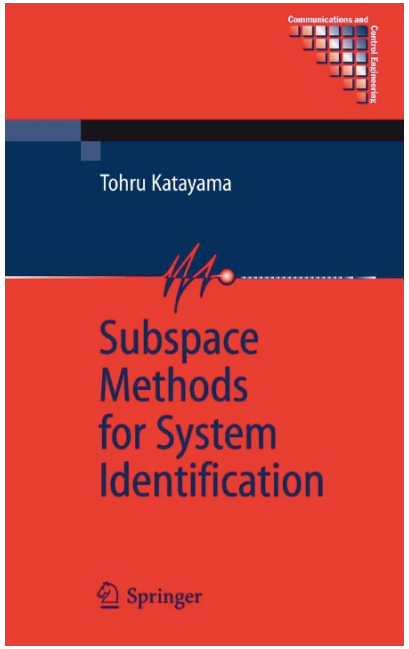

Primeiro Livro
Van Overschee , P. e De Moor , B.
Método MOESP (I/O)
Michel Verhaegen
Modelos Estocásticos (O)
Hirotugu Akaike
SUBSPACE IDENTIFICATION FOR LINEAR SYSTEMS
1966
1988
1995
1974
1992
1996
Rudolf Kalman
Teoria da Realização
(Resposta ao Impulso)
Bart De Moor
Modelos Determinísticos (I/O)
Peter Van Overschee
Método N4SID (I/O)

Por onde começar

(a)



(b)



(c)

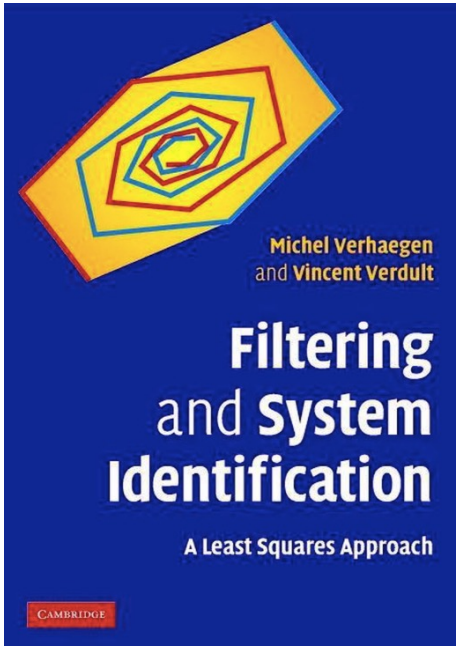
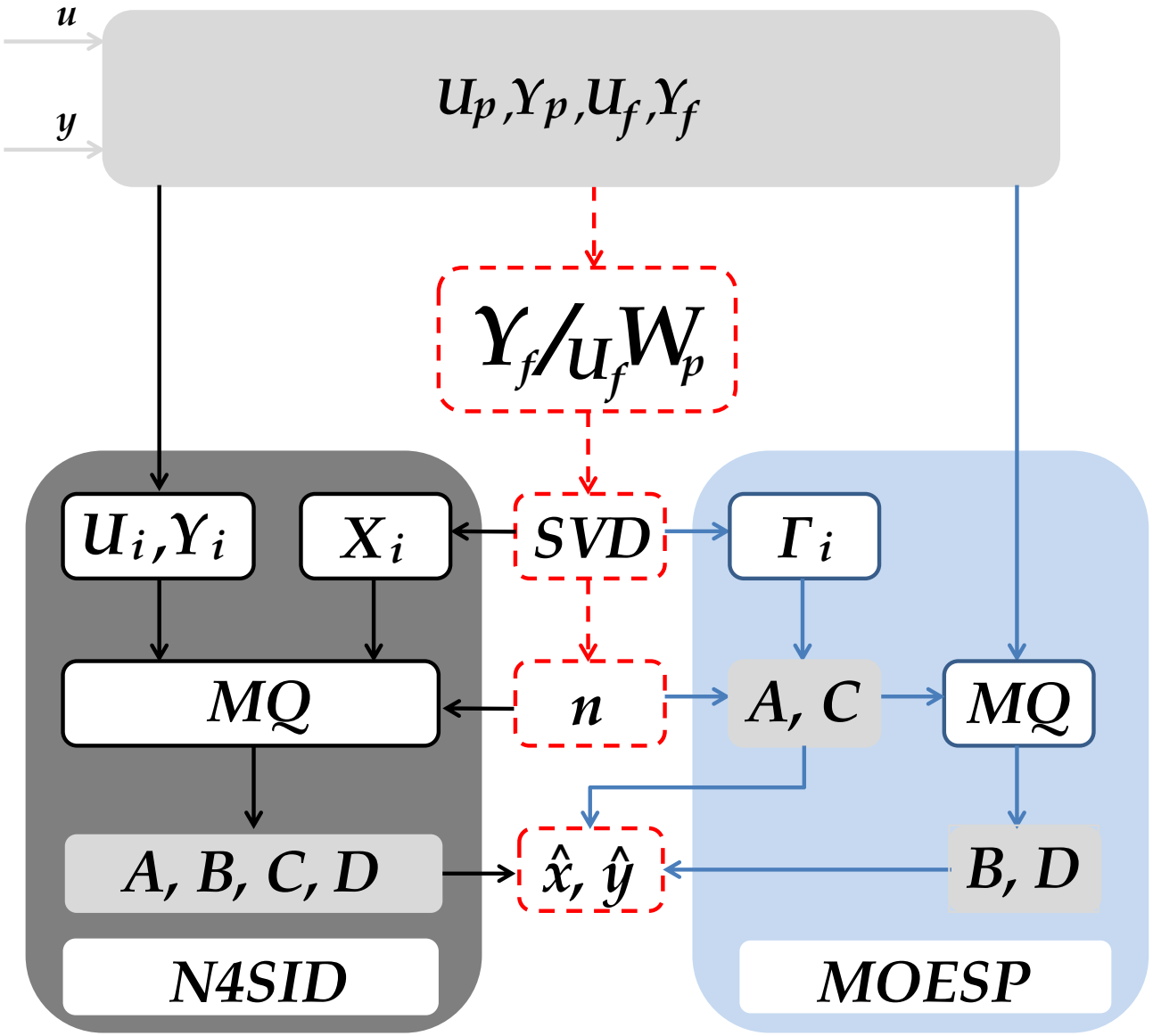


Figura: Livros recomendados: (a) em 1996 por Peter van Overschee e Bart De Moor; (b) em 2005 por Tohru Katayma; (c) em 2007 por Michael Verhaegen e Vincent Verdult.

Métodos clássicos



N4SID

Considere

$$\hat{X}_i = (\hat{x}_i, \ \ldots, \ \hat{x}_{i+j-1}), \qquad \hat{X}_{i+1} = (\hat{x}_{i+1}, \ \ldots, \ \hat{x}_{i+j}),$$

$$U_i = (u_i, \ \ldots, \ u_{i+j-1}), \qquad Y_i = (y_i, \ \ldots, \ y_{i+j-1}),$$

em que o índice $j \in \mathbb{N}$ é definido tal que $j \gg i$.
Portanto,

$$\begin{pmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{X}_i \\ U_i \end{pmatrix}. \tag{1}$$

Denotando:

$$\Theta = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix}, \quad \mathcal{X} = \begin{pmatrix} \hat{X}_i \\ U_i \end{pmatrix}, \quad \mathcal{Y} = \begin{pmatrix} \hat{X}_{i+1} \\ Y_i \end{pmatrix},$$

o parâmetro Θ pode ser estimado como se segue

$$\hat{\Theta}_{MQ}^{N4SID} = arg \min_{\Theta} ||\mathcal{Y} - \Theta\mathcal{X}||_F^2. \tag{2}$$

MOESP

Sabe-se que

$$\Gamma_i \triangleq \begin{pmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{i-1} \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{mi \times n} \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \hat{C} &= \Gamma_i(1:m,:), \\ \hat{A} &= \Gamma_i(1:(i-1)m,:)^{\dagger}\Gamma_i(l+1:im,:). \end{aligned}$$

Considere a seguinte equação de saída:

$$y_k = \hat{C}\hat{A}^k x_0 + \left(\sum_{\tau=0}^{k-1} u_\tau^T \otimes \hat{C}\hat{A}^{k-\tau-1}\right) \mathrm{vec}(B) + \left(u_k^T \otimes I_l\right) \mathrm{vec}(D) + e_k$$

Definindo

$$\theta = \begin{bmatrix} x_0 \\ \mathrm{vec(B)} \\ \mathrm{vec(D)} \end{bmatrix} \text{ e } \phi_k^T = \begin{bmatrix} \hat{C}\hat{A}^k & \left(\sum_{\tau=0}^{k-1} u_\tau^T \otimes \hat{C}\hat{A}^{k-\tau-1}\right) & \left(u_k^T \otimes I_l\right) \end{bmatrix}.$$

O vetor θ pode ser estimado por

$$\hat{\theta}_{MQ}^{MOESP} = arg \min_{\theta} ||y_k - \phi_k^T \theta||_2^2. \tag{3}$$

Exemplo - Estimação da ordem $\hat{n}$

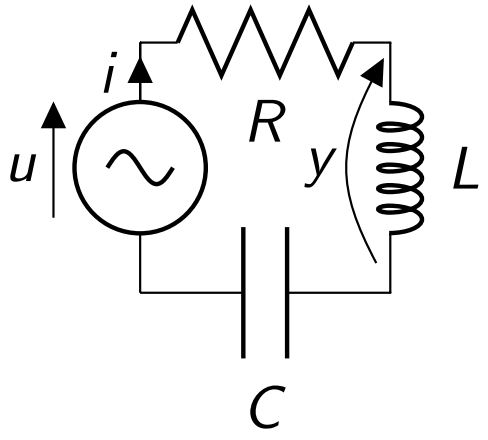


Figura: Circuito RLC série.

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1/C \\ -1/L & -R/L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1/L \end{bmatrix} u. \quad (4)$$

$$y = \begin{bmatrix} -1 & -R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + u. \quad (5)$$

Escolhendo-se $R = 10\Omega$, $C = 0,02F$ e $L = 20H$ e discretizando o sistema (4)-(5) com $T_s = 0,1s$, tem-se

$$\begin{bmatrix} x_{1,k+1} \\ x_{2,k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0,9877 & 4,8568 \\ -0,0049 & 0,9392 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,0123 \\ 0,0049 \end{bmatrix} u_k, \quad (6)$$

$$y_k = \begin{bmatrix} -1 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{1,k} \\ x_{2,k} \end{bmatrix} + u_k. \quad (7)$$

Exemplo - Efeito do ruído

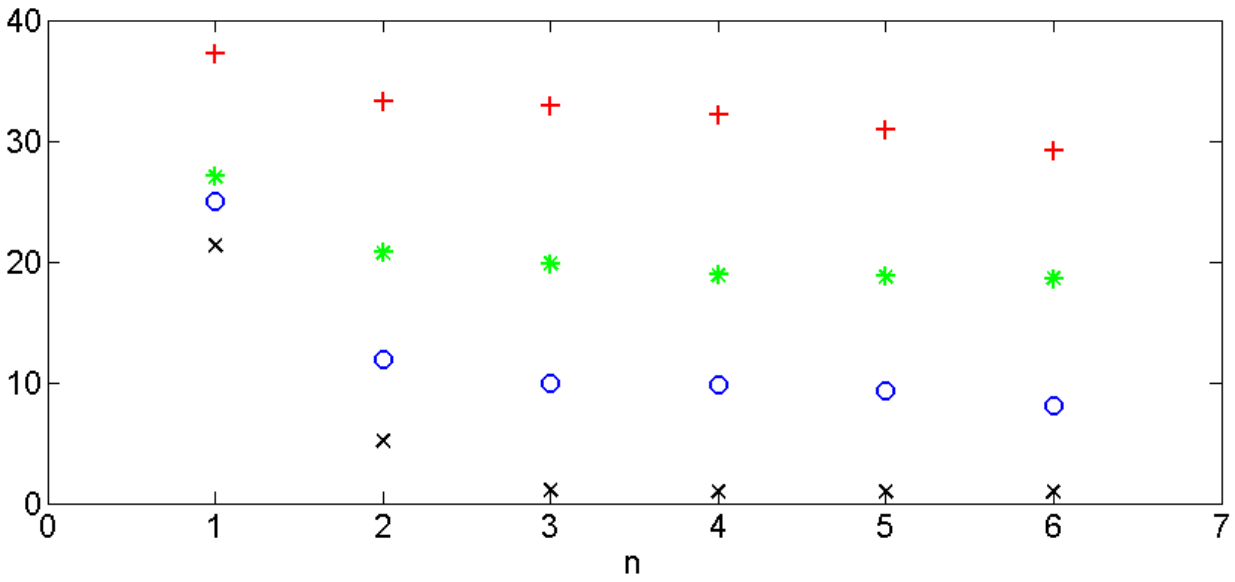


Figura: Valores singulares da matriz resultante da projeção oblíqua para ruído branco adicionado à saída para diferentes valores de relação sinal ruído (*SNR*), sendo: (x) **SNR = 20**, (∘) SNR = 2, (∗) SNR = 1 e (+) SNR = 0,67.

Exemplo - Uso de variáveis instrumentais

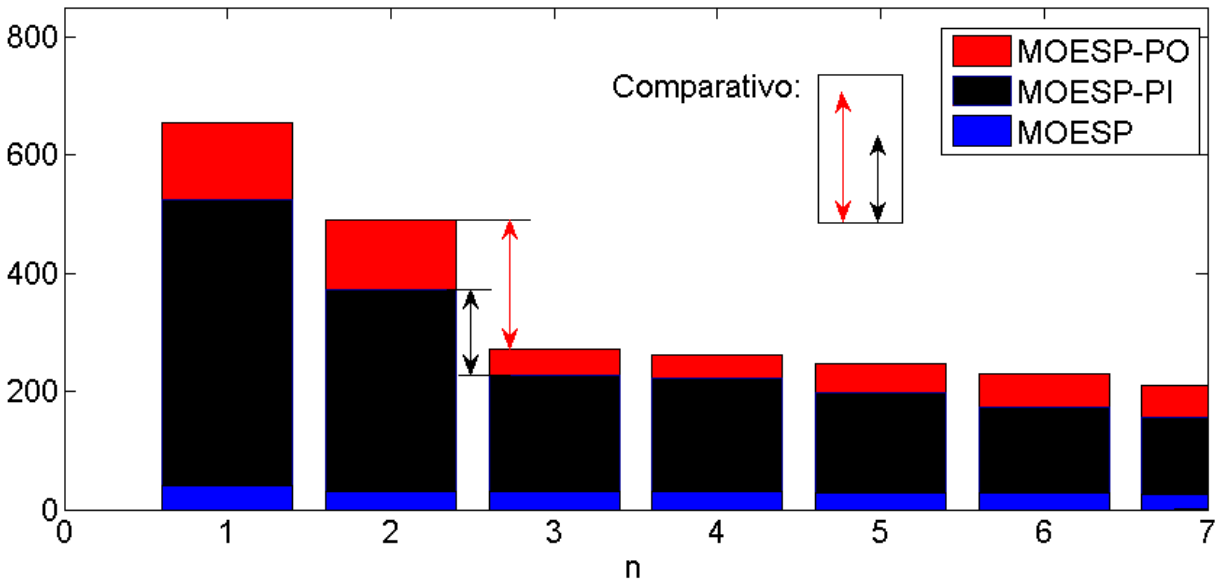


Figura: Comparativo dos valores singulares estimados pelos métodos MOESP, MOESP-PI e MOESP-PO ao determinar a ordem do sistema. Ruído colorido adicionado à saída com SNR = 70.

Planta Piloto de Flotação em Coluna

- 3 entradas: u_1: sinal de controle de velocidade da bomba do não flotado, u_2: vazão de água de lavagem e u_3: vazão de alimentação de ar;
- 2 saídas: y_1: pressão no ponto superior na seção de concentração e y_2: pressão no ponto inferior na seção de concentração.

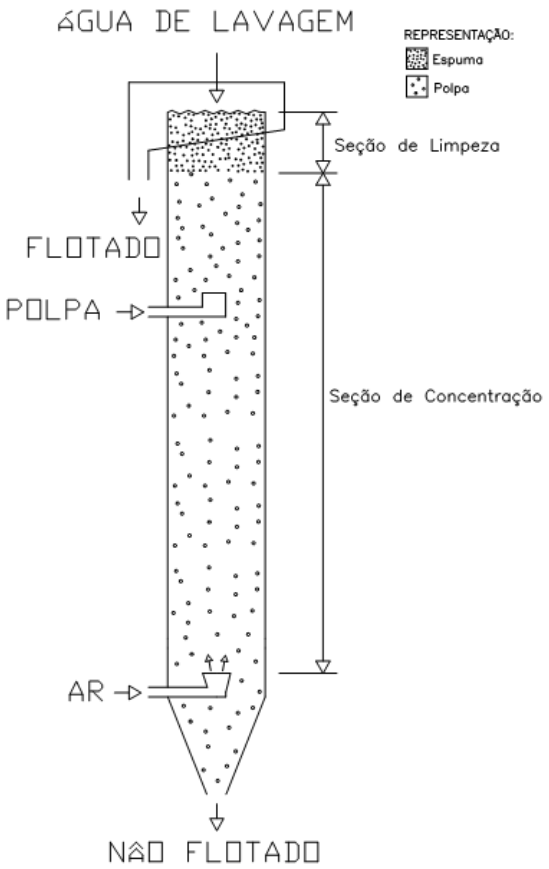


Figura: Saraiva, E. T. S. (1999). Identificação de uma Planta Piloto de Flotação em Coluna. Mestrado - PPGEE/UFMG.

Testes para identificação

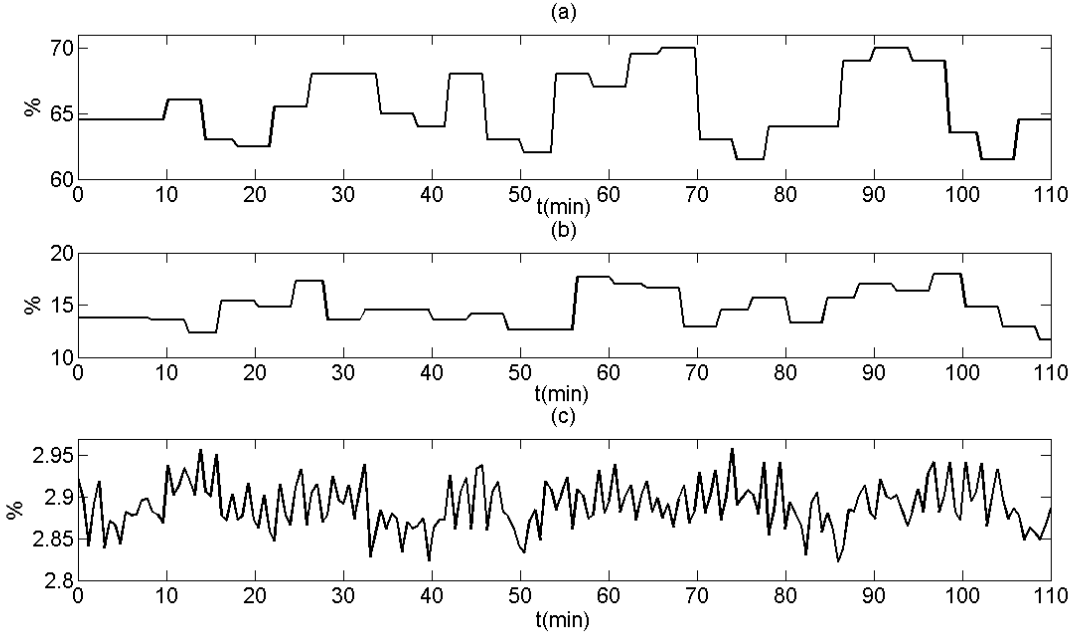


Figura: Teste de identificação da planta piloto de flotação em coluna. Sinais de entrada: (a) velocidade da bomba de não flotado ($u_1(k)$), (b) vazão da água de lavagem ($u_2(k)$) e (c) vazão de ar ($u_3(k)$).

Testes para identificação

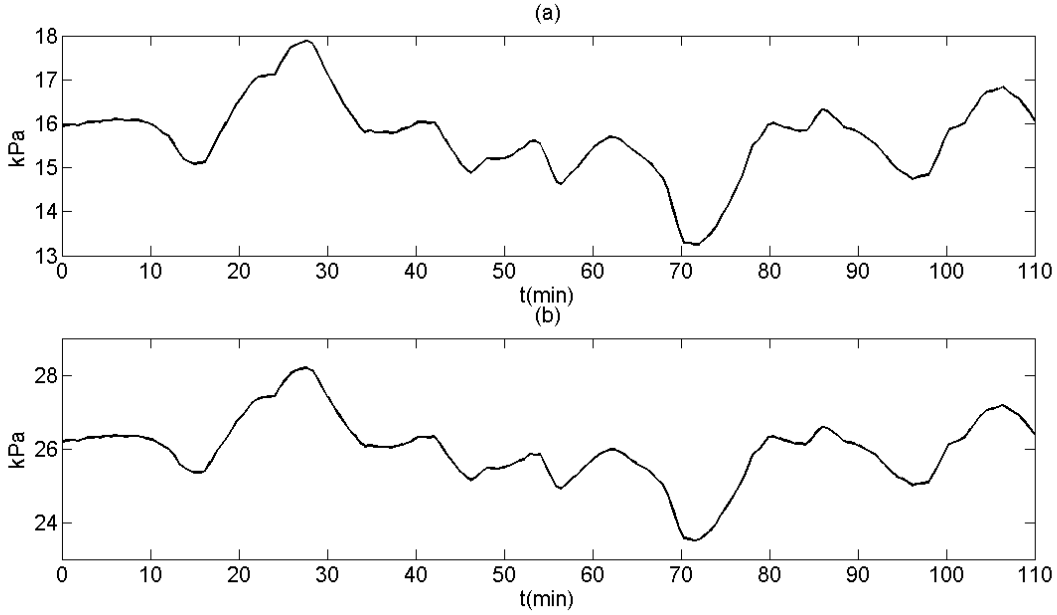


Figura: Teste de identificação da planta piloto de flotação em coluna. Sinais de saída, pressões da seção de concentração da coluna: (a) ponto superior ($y_1(k)$) e (b) ponto inferior($y_2(k)$).

Modelagem: Clássica × Subespaços

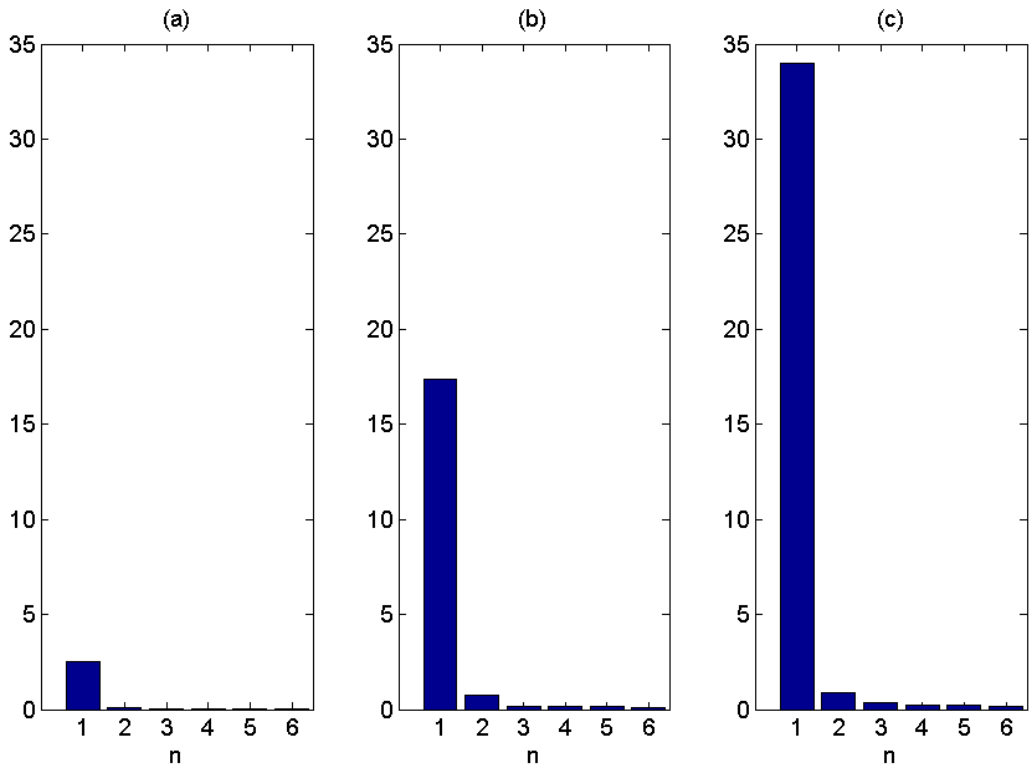


Figura: Ordem $\hat{n}$ do sistema a partir dos valores singulares. (a) ARC, (b) MOESP-PI e (c) MOESP-PO.

Modelagem

ARC

Modelo linear de terceira ordem com parâmetros:

$$A = \begin{bmatrix} 0,9993 & -0,0764 & -0,0125 \\ 0,0052 & 0,9323 & 0,3948 \\ -0,0009 & -0,0685 & 0,9251 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0,1187 & -0,1772 & 0,3574 \\ 0,0204 & -0,0574 & -1,7880 \\ -0,0182 & 0,0171 & 0,3917 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} -0,3851 & -0,1528 & 0,0824 \\ -0,3875 & -0,1508 & 0,0798 \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} -0,0176 & 0,0415 & 0,0635 \\ -0,0163 & 0,0421 & 0,1972 \end{bmatrix}. \quad (8)$$

MOESP-PO

Modelo linear de segunda ordem com parâmetros:

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0,9957 & -0,1127 \\ 0,0021 & 0,7686 \end{bmatrix},$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0,0426 & -0,0613 & -0.0479 \\ -0,0005 & -0,0152 & -0,4473 \end{bmatrix},$$

$$C_1 = \begin{bmatrix} -1,1951 & -0,4338 \\ -1,2357 & -0,4345 \end{bmatrix},$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} -0,0179 & 0,0415 & 0,0926 \\ -0,0175 & 0,0430 & 0,2622 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Modelagem

MOESP-PO

Modelo linear de segunda ordem com parâmetros:

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0,9977 & -0,0877 \\ 0,0029 & 0,8280 \end{bmatrix},$$

$$B_2 = \begin{bmatrix} 0,0305 & -0,0439 & -0,0396 \\ 0,0006 & -0,0147 & -0,3949 \end{bmatrix},$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} -1,6835 & -0,4497 \\ -1,6988 & -0,4448 \end{bmatrix},$$

$$D_2 = \begin{bmatrix} -0,0181 & 0,0420 & 0,1083 \\ -0,0172 & 0,0428 & 0,2402 \end{bmatrix}. \tag{10}$$

Modelagem

MQE

Modelos lineares de quarta e segunda ordem, respectivamente:

$$
\begin{aligned}
y_1(k) &= 0,5855y_1(k-1) + 0,7976y_1(k-2) + 0,4555y_2(k-4) \\
&\quad -0,0492u_1(k-1) + 0,0694u_2(k-1) + 0,3338u_3(k-4) \\
&\quad -0,0055u_2(k-10) - 0,0099u_1(k-5) + 0,4702y_2(k-1) \\
&\quad -0,4340u_3(k-11) - 0,9274y_2(k-2) - 0,4643y_1(k-4) \\
&\quad -0,1124u_3(k-12) - 0,4070u_3(k-5) + 0,3827u_3(k-8) \\
&\quad 0,0651y_1(k-5), \\
y_2(k) &= 0,9754y_2(k-1) - 0,0792y_2(k-2) + 0,2115u_3(k-7) \\
&\quad -0,0479u_1(k-1) + 0,0672u_2(k-1) - 0,0089u_2(k-7) \\
&\quad 0,0898y_1(k-1) - 0,0051u_2(k-15) - 0,0105u_2(k-3) \\
&\quad -0,3476u_3(k-11) - 0,0083u_2(k-10) + 0,0033u_2(k-11) \\
&\quad 0,0081u_2(k-8) + 0,0005u_2(k-13) + 0,1732u_3(k-4) \\
&\quad 0,0350u_3(k-1),
\end{aligned}
\tag{11}
$$

Validação

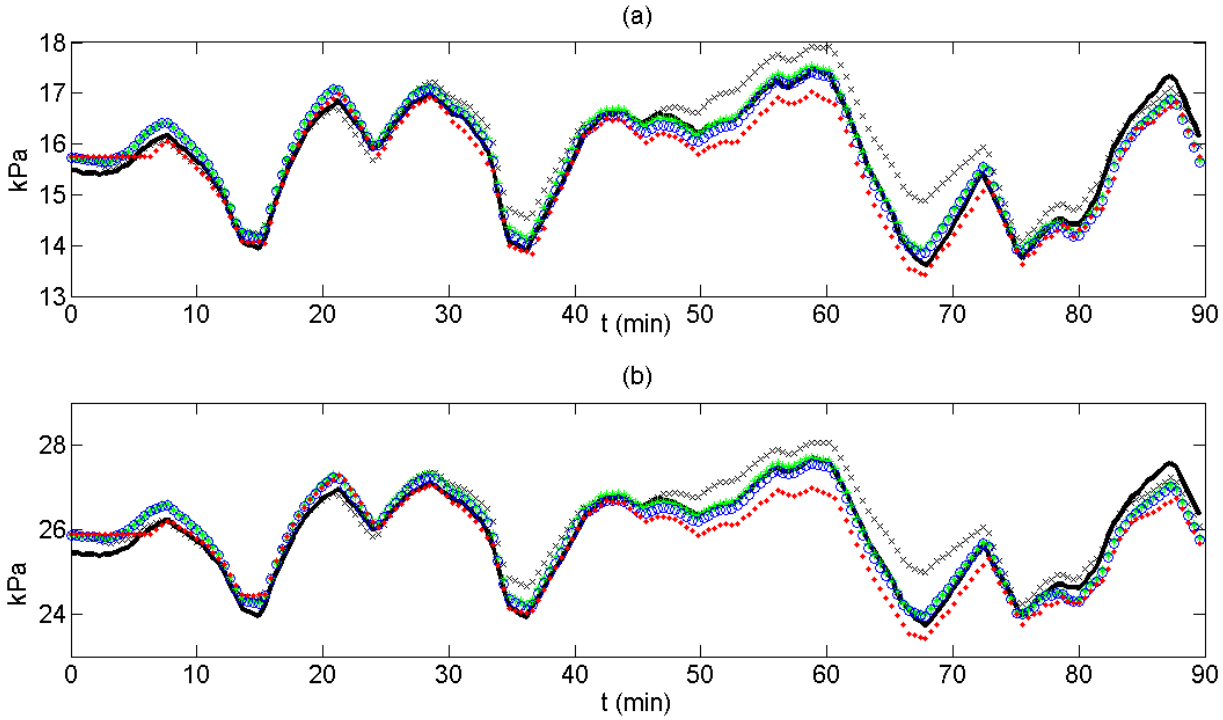


Figura: Pressões da seção de concentração da coluna: (a) ponto superior e (b) ponto inferior. (-) pressões na saída. (•) MQE (RMSE {0,37, 0,37}). (×) ARC (RMSE {0,42, 0,41}). (∗) MOESP-PI (RMSE {0,20, 0,25}). (∘) MOESP-PO (RMSE {0,19, 0,24}). SID com tempo de simulação em média 7 × menor.

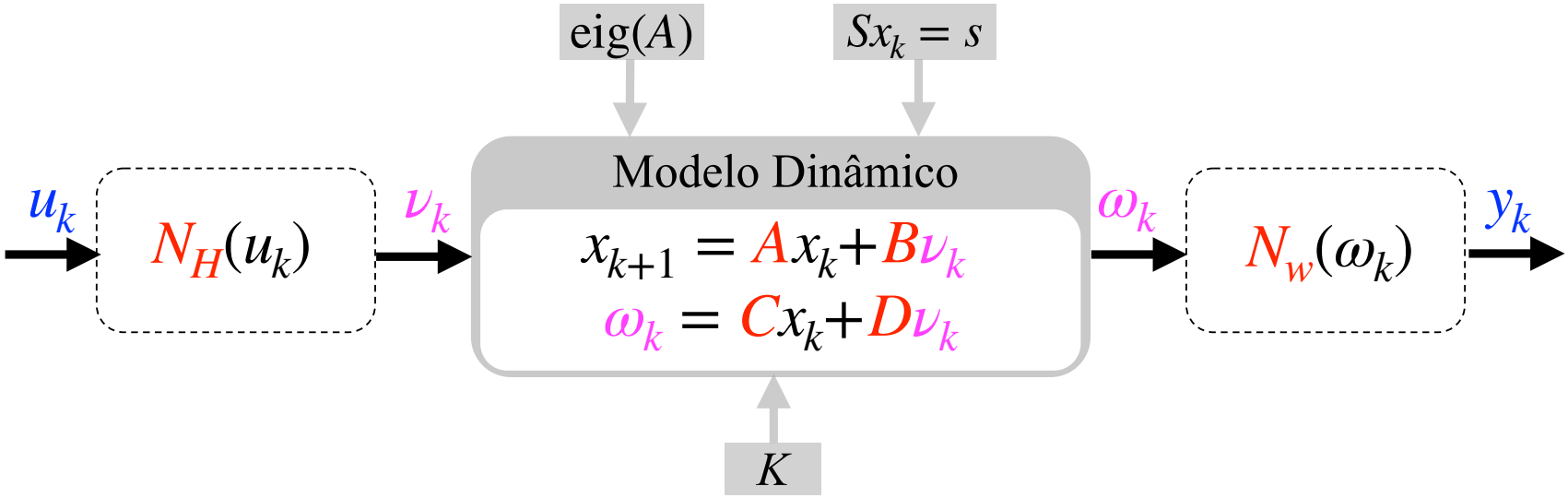
Vantagens $\times$ Desvantagens

- Não precisa de CI;
- Abordagem entrada-estado-saída;
- Parametrização simples para sistemas MIMO;
- Baseado em ferramentas númericas eficientes: SVD e QR;

- Totalmente caixa-preta;
- Difícil interpretação física;
- Linear?
- Sensível a quantidade de dados disponíveis;
- Malha aberta.

Formulação do Problema: Caixa Cinza

Seja o seguinte sistema discreto, linear e invariante no tempo:



Dado que o modelo caixa preta não atende aos requisitos de projeto, determinar, quais informações auxiliares disponíveis podem ser mapeadas e incorporadas adequadamente no modelo A, B, C e D do sistema.

Ganho em Estado Estacionário

Considere a restrição do ganho em estado estacionário proposta por Prívara (2012)

$$K = D + CB + CAB + CA^2B + \cdots + CA^kB, \tag{12}$$

que pode ser reescrita como

$$vec(K) = \underbrace{[I_{p\times p} \otimes \hat{C}(I_{n\times n} - \hat{A})^{-1} \qquad I_{pm\times pm}]}_{\Gamma_s} \begin{bmatrix} vec(B) \\ vec(D) \end{bmatrix}. \tag{13}$$

Prívara (2012), propõe estimar θ por

$$\hat{\theta} = arg \min_{\theta: c = S_c\theta} ||y_k - \phi_k^T\theta||_2^2, \tag{14}$$

em que $c = vec(K)$ e $S_c = [0_{pm\times n} \quad \Gamma_s]$, ou,

$$\hat{\theta} = arg \min_{\theta} \left\| \begin{bmatrix} y_k \\ vec(K) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \phi_k^T \\ [0_{pm\times n} \quad \Gamma_s] \end{bmatrix} \theta \right\|_W^2. \tag{15}$$

- Prívara, S., Cigler, J., Vaná, Z., and Ferkl, L. (2012). Incorporation of System Steady State Properties into Subspace Identification Algorithm. International Journal of Modelling, Identification and Control, 16(2): 159 - 167.

Ganho em Estado Estacionário: Exemplo

Considere o seguinte sistema MIMO:

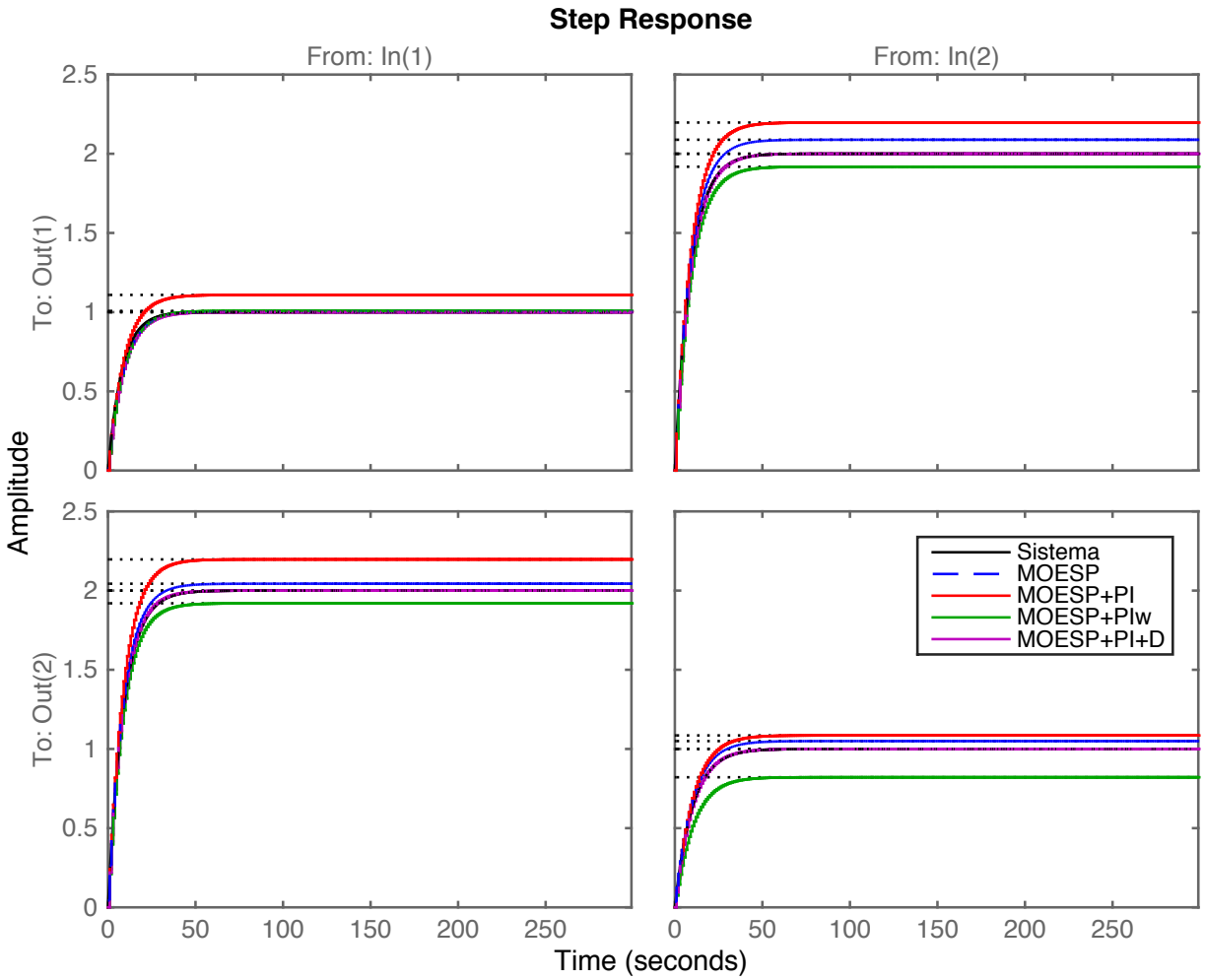
$$G_e(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{8s+1} & \frac{2}{9s+1} \\ \frac{2}{9s+1} & \frac{1}{10s+1} \end{bmatrix}.$$

- $T_s = 1s$;
- $u_{k,1}$ e $u_{k,2} \Rightarrow$ PRBS de 8 *bits* e $m = 4$;
- $N_s = 300$ amostras;
- $y_{k,1}$ e $y_{k,2} \Rightarrow$ sinais brancos independentes com variância igual a 0.1 filtrados por

$$H_e(z) = \frac{1}{z - 0.5};$$

- $W = 0.25$;
- Informação *a priori*:

$$K = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}.$$



A informação *a priori* conhecida contribuiu para o desempenho do modelo!

Ganho em Estado Estacionário: Exemplo

Considere o seguinte sistema MIMO:

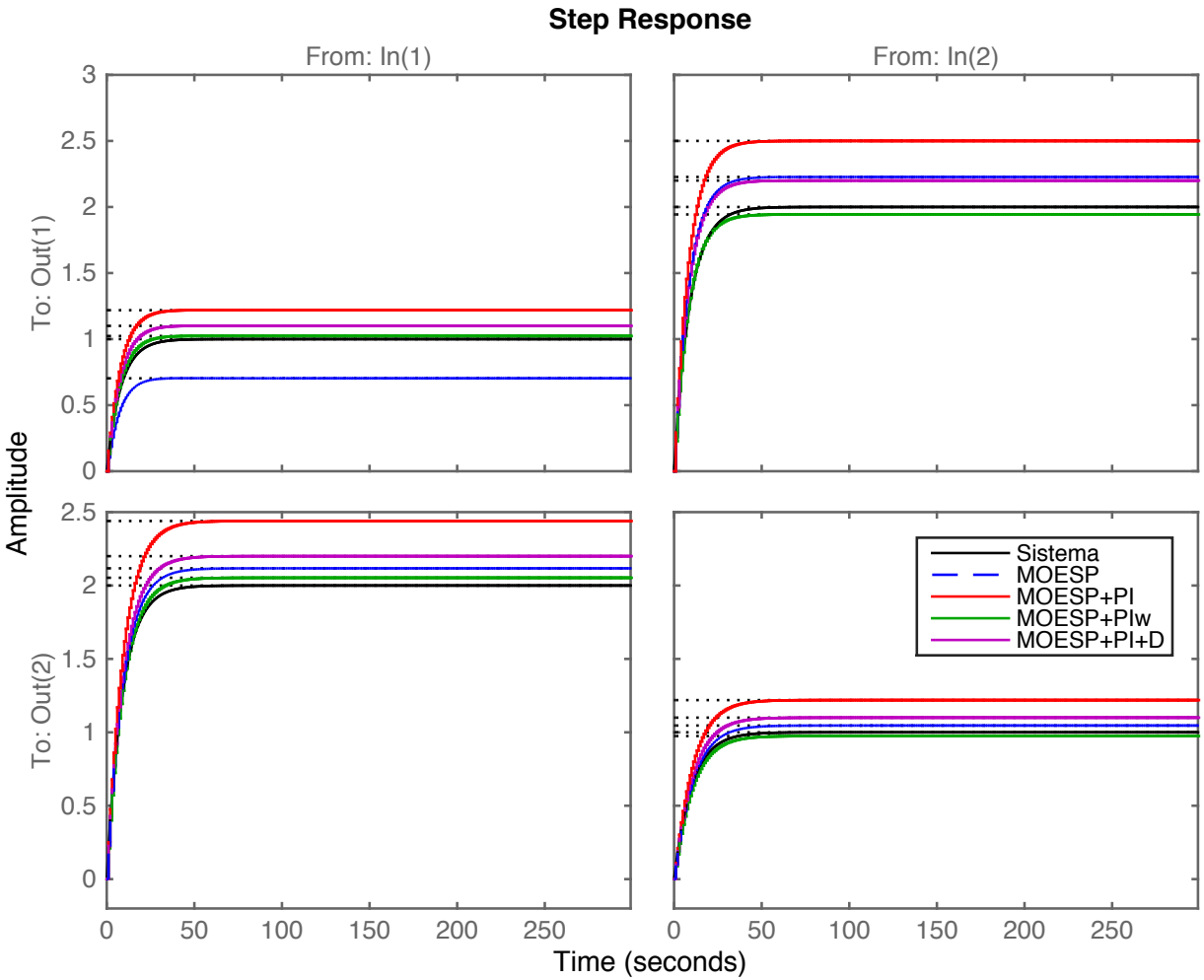
$$G_e(s) = \begin{bmatrix} \frac{1}{8s+1} & \frac{2}{9s+1} \\ \frac{2}{9s+1} & \frac{1}{10s+1} \end{bmatrix}.$$

- $T_s = 1s$;
- $u_{k,1}$ e $u_{k,2} \Rightarrow$ PRBS de 8 *bits* e $m = 4$;
- $N_s = 300$ amostras;
- $y_{k,1}$ e $y_{k,2} \Rightarrow$ sinais brancos independentes com variância igual a 0.1 filtrados por

$$H_e(z) = \frac{1}{z - 0.5};$$

- $W = 0.25$;
- Informação *a priori*:

$$K = \begin{bmatrix} 1.1 & 2.2 \\ 2.2 & 1.1 \end{bmatrix}.$$



A informação *a priori* incerta teve um efeito relevante no desempenho em estado estacionário!

Localização dos Polos

D-Estabilidade

Ideia de Miller e de Callafon (2013)

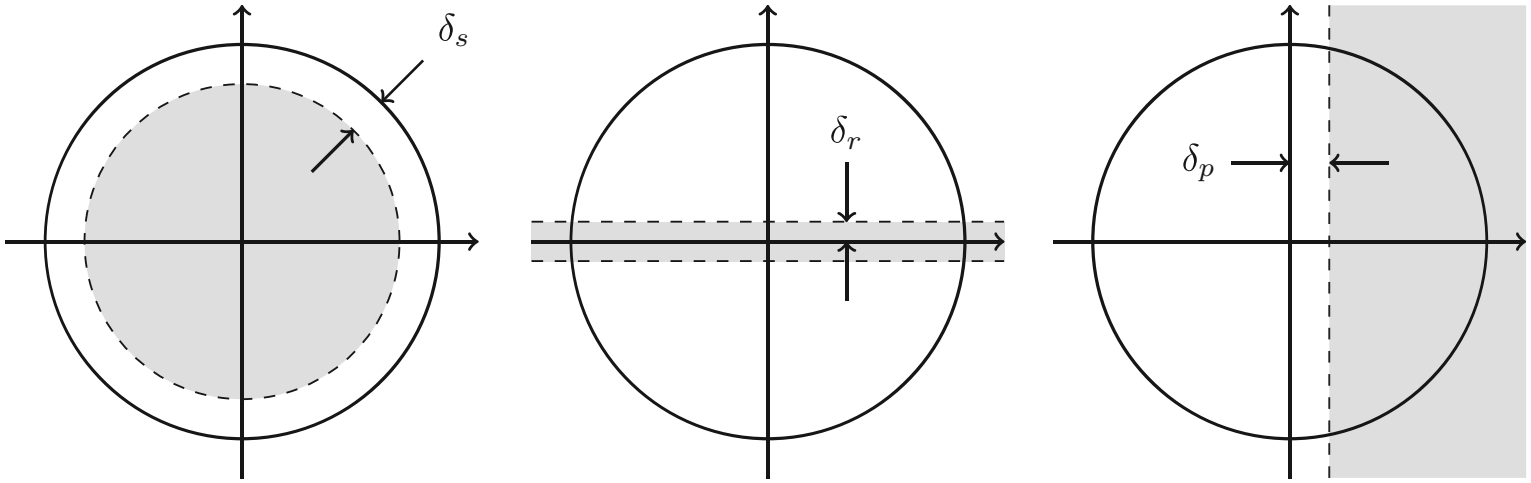


Figura: Regiões D estáveis. Adaptado de Miller et al.(2012).

Observação 4.1

A interseção de duas regiões LMIs, D_1 e D_2, também é uma região LMI.

$$f_{D_1 \cap D_2}(z) = \begin{bmatrix} f_{D_1}(z) & 0 \\ 0 & f_{D_2}(z) \end{bmatrix}.$$

Localização dos Polos

D-Estabilidade

É possível escrever essas regiões na forma de uma LMI?

Lema 4.1

(Chilali e Gahinet, 1996) Uma matriz A é D-estável se, e somente se, existir uma matriz $P \in \mathbb{R}^{n\times n}$ tal que

$$P = P^T > 0, \qquad M_{D_c}(A, P) \geq 0 \tag{16}$$

em que

$$M_{D_c}(A, P) = \lambda \otimes P + \beta \otimes (AP) + \beta^T \otimes (AP)^T, \tag{17}$$

sendo a região D_c convexa do plano complexo definida por

$$D_c = \{z \in \mathbb{C} : f_{D_c} \geq 0\} \tag{18}$$

onde

$$f_{D_c}(z) = \lambda + \beta z + \beta^T \bar{z}, \tag{19}$$

em que λ é uma matriz simétrica e β é uma matriz quadrada.

Localização dos Polos

Função Custo

Sabe-se que

$$\hat{\Gamma}^T = \begin{bmatrix} C^T & (CA)^T & \cdots & (CA^{i-1})^T \end{bmatrix}, \tag{20}$$

Tem-se que

$$\hat{\Gamma}_0 = \hat{\Gamma}(1 : m(i-1), :) \quad \text{e} \quad \hat{\Gamma}_1 = \hat{\Gamma}(m+1 : mi, :), \tag{21}$$

Portanto,

$$J_\Gamma^0(A) = \left\| \hat{\Gamma}_0 A \ - \ \hat{\Gamma}_1 \right\|_F. \tag{22}$$

Multiplicando por P, forma-se a seguinte função custo modificada:

$$J_\Gamma^1(A,\ P) = \left\| \hat{\Gamma}_0 AP \ - \ \hat{\Gamma}_1 P \right\|_F. \tag{23}$$

Identificação de Sistemas com Restrição nos Autovalores

Defina $Q \triangleq AP$.

Problema 4.1

Dada a estimativa de $\hat{\Gamma}$ *e uma região LMI descrita pelos parâmetros* λ *e* β

$$\begin{aligned} \textit{minimize} \quad & J_{\Gamma}^{C}(Q,\ P), && (24)\\ \textit{sujeito a} \quad & M_{\mathcal{D}}(Q,\ P) \geq 0, && (25)\\ & P = P^T > 0, && (26)\\ & tr(P) = n, && (27) \end{aligned}$$

em que,

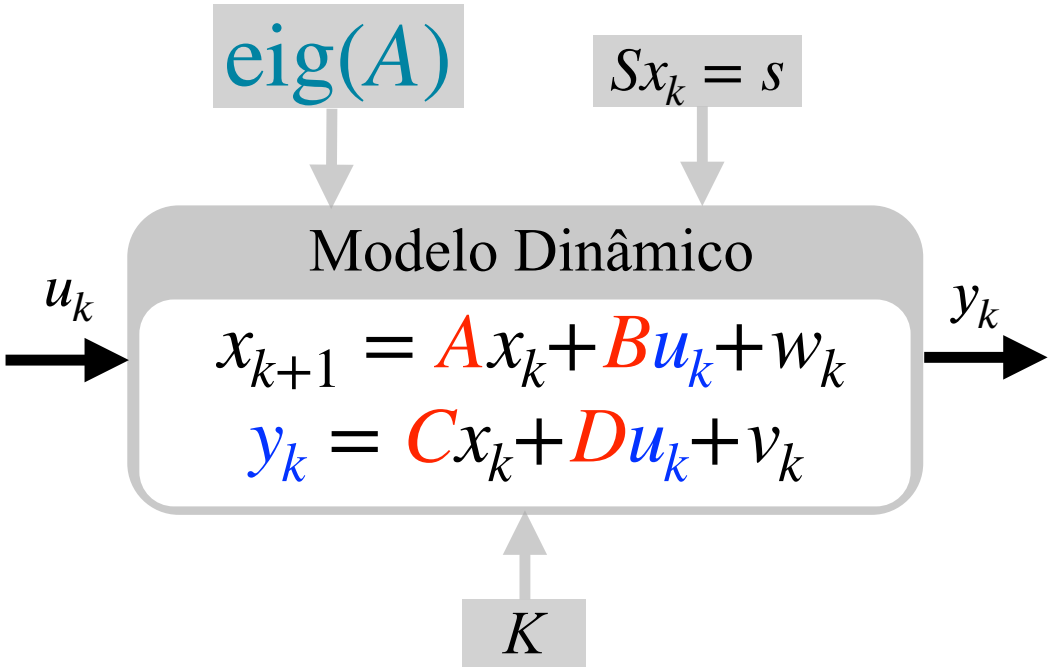
$$J_{\Gamma}^{C}(Q,\ P) \triangleq \left\| \hat{\Gamma}_0 Q \ - \ \hat{\Gamma}_1 P \right\|_F^2, \quad (28)$$

$$M_{\mathcal{D}}(Q,P) \ \triangleq \ \lambda \otimes P \ + \ \beta \otimes Q + \beta^T \otimes Q^T. \quad (29)$$

Encontrando Q *e* P*, tem-se que* $\hat{A} = QP^{-1}$.

Como obter na prática os parâmetros λ e β?

Mapeamento de Informações Auxiliares em Regiões LMI Convexas



- Resposta ao degrau;
- Mapeamento das regiões;
- Conservadorismo das regiões para IS;
- Importância do uso correto da informação auxiliar.

- RICCO, R. A.; TEIXEIRA, B. O. S.. Mapping prior information onto LMI eigenvalue-regions for discrete-time subspace identification. IET Control Theory & Applications. vol. 14, no. 2, pp. 358 - 366, 2020.

Regiões LMI em Identificação por Subespaços

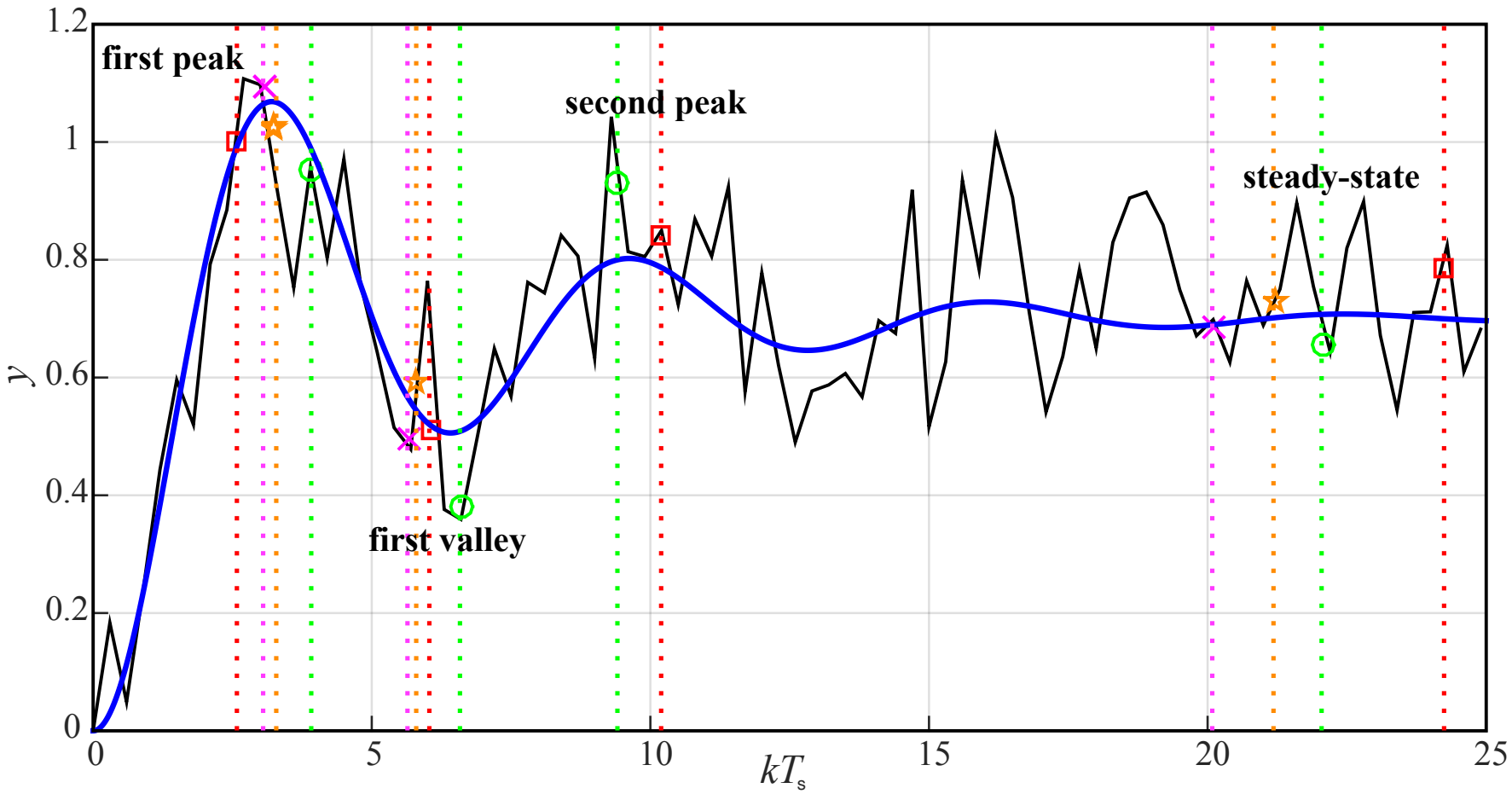
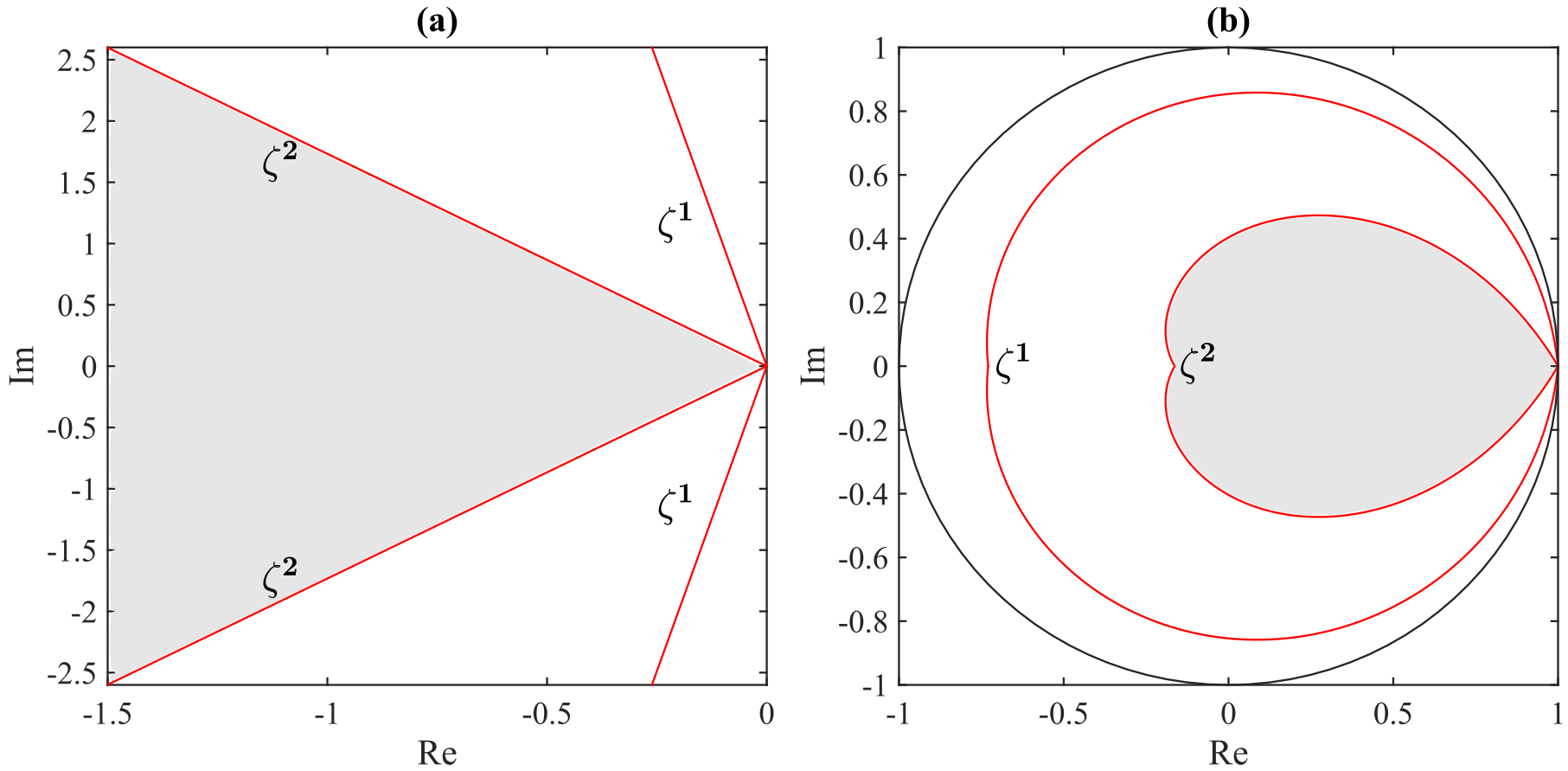


Figura: Resposta ao degrau y_k ($\mathrm{SNR} \approx 5\mathrm{dB}$) de um sistema de segunda ordem com $K = 0.7$, $\zeta = 0.2$ e $w_n = 1$ em **preto** e sem ruído em azul.

Máximo Sobressinal $O_s(\zeta)$

$$O_s \leq O_s^{\max} \Longrightarrow \zeta \geq 0.6\left(1 - \frac{O_s^{\max}}{100}\right), \tag{30}$$

em que $\zeta \geq \zeta^{\min}$ e $0 < \zeta^{\min} < 1$, $\pm\beta = \cos^{-1}(\zeta)$.



Máximo sobressinal $O_s(\zeta)$

Essas Regiões LMI são úteis em Identificação de Sistemas?

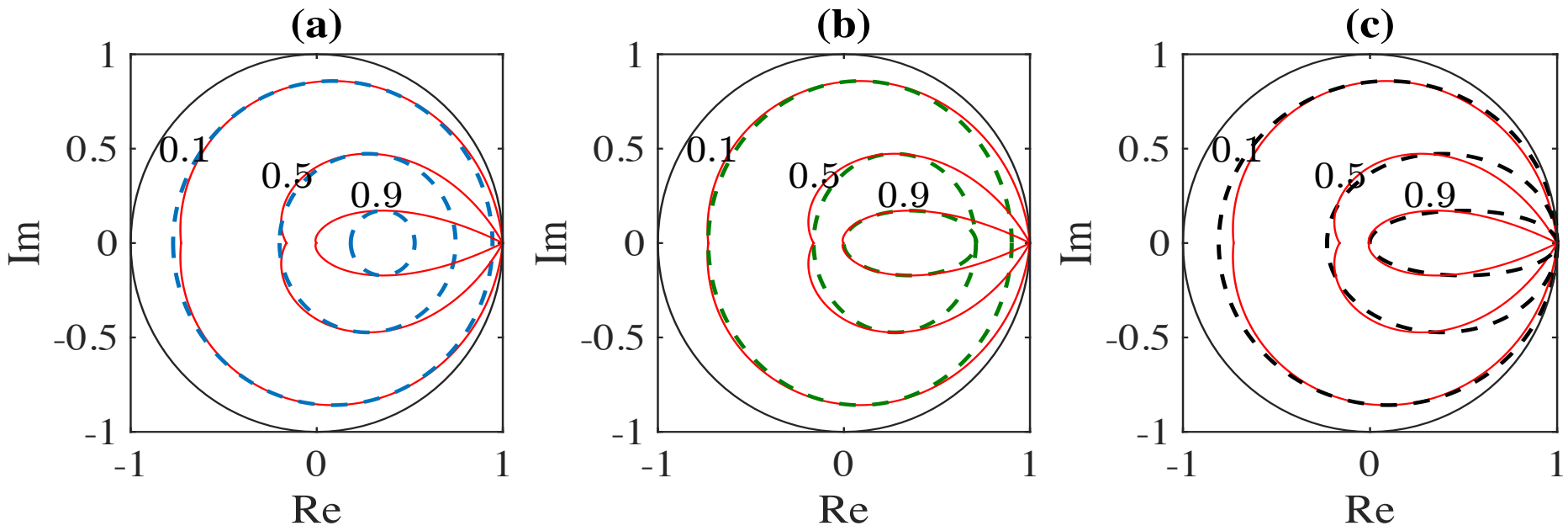
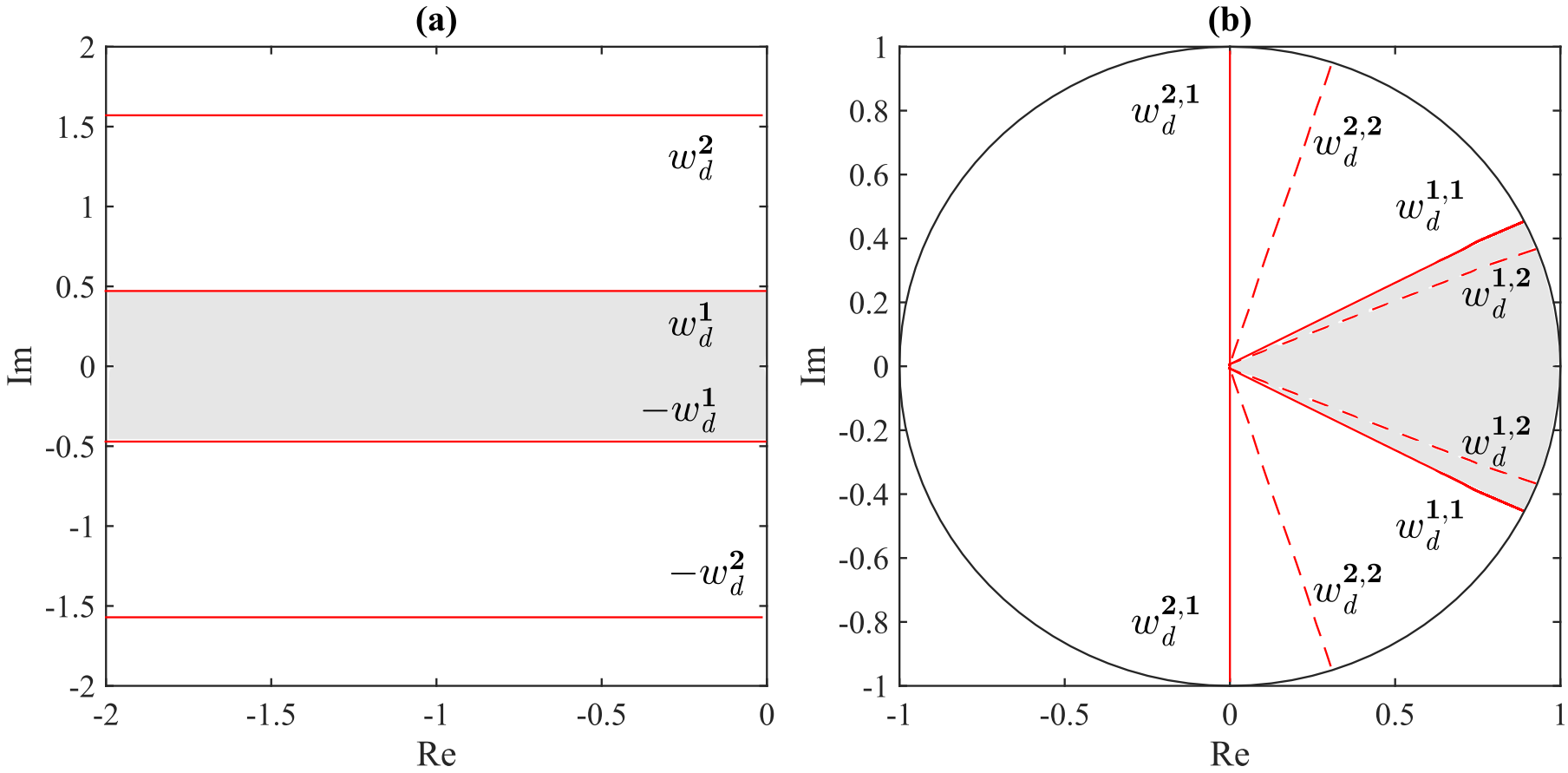


Figura: (Rosinova, 2014): (a) Disco e (b) Elipse. Proposta: (c) **Elipse reparametrizada**.

Região do Período entre Oscilações Amortecidas $T_d(w_d)$

$$T_d \geq T_d^{\max} \Longrightarrow w_d \leq \frac{2\pi}{T_d^{\max}}, \tag{31}$$

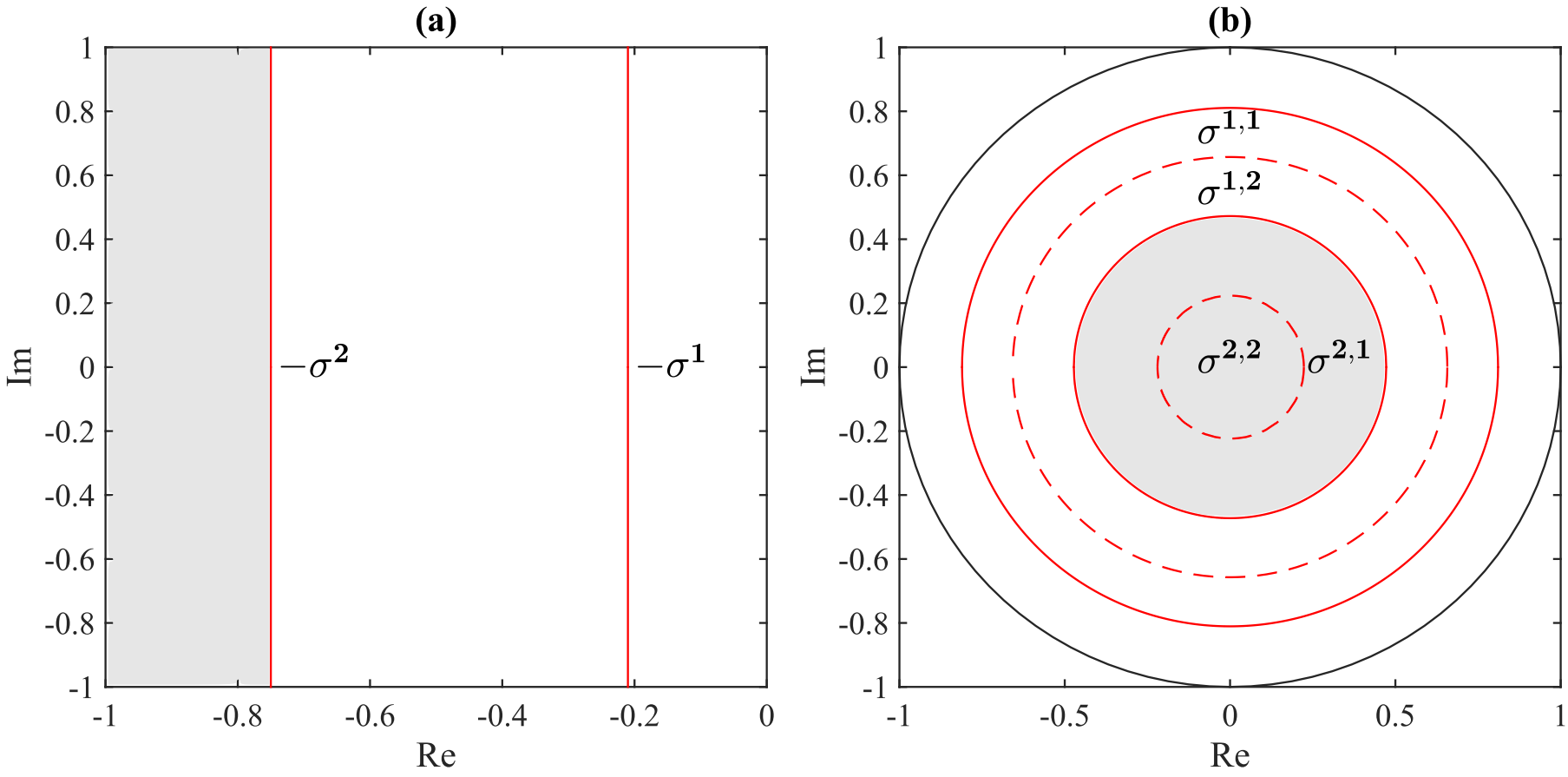
em que $w_d \leq w_d^{\max}$ e $w_d^{\max} > 0$. $\theta^{\max} = w_d^{\max} T_s$ com $\theta^{\max} \leq \pi/2$, tal que $T_s \leq T_d^{\max}/4$.



Região do Tempo de Acomodação $t_s^{\max}(\zeta w_n)$

$$t_{s,1\%} \leq t_{s,1\%}^{\max} \Longrightarrow \zeta w_n \geq \frac{4.6}{t_{s,1\%}^{\max}}, \tag{32}$$

em que $\zeta w_n \geq \zeta w_n{}^{\min}$, tal que $\zeta w_n{}^{\min} > 0$, $c_s \triangleq 0$ e $r_s^{\max} \triangleq e^{-\zeta w_n{}^{\min} T_s}$.



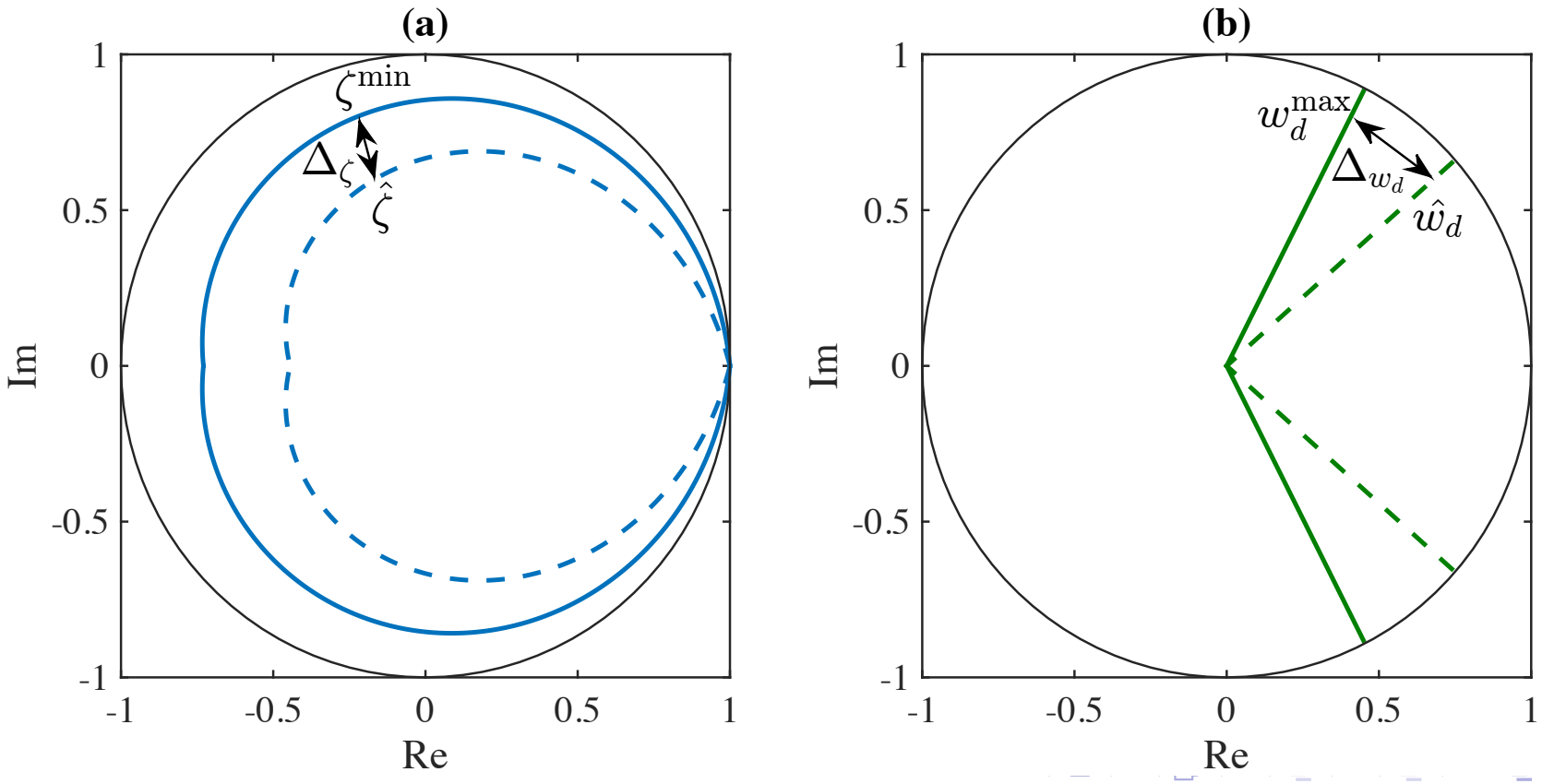
Aspectos Práticos na Construção de Regiões LMI

$$\zeta^{\min} \triangleq \hat{\zeta} - \Delta_{\zeta}, \qquad 0 < \zeta^{\min} < 1, \tag{33}$$

$$w_d^{\max} \triangleq \hat{w}_d + \Delta_{w_d}, \quad 0 < w_d^{\max} < w_s/4 \tag{34}$$

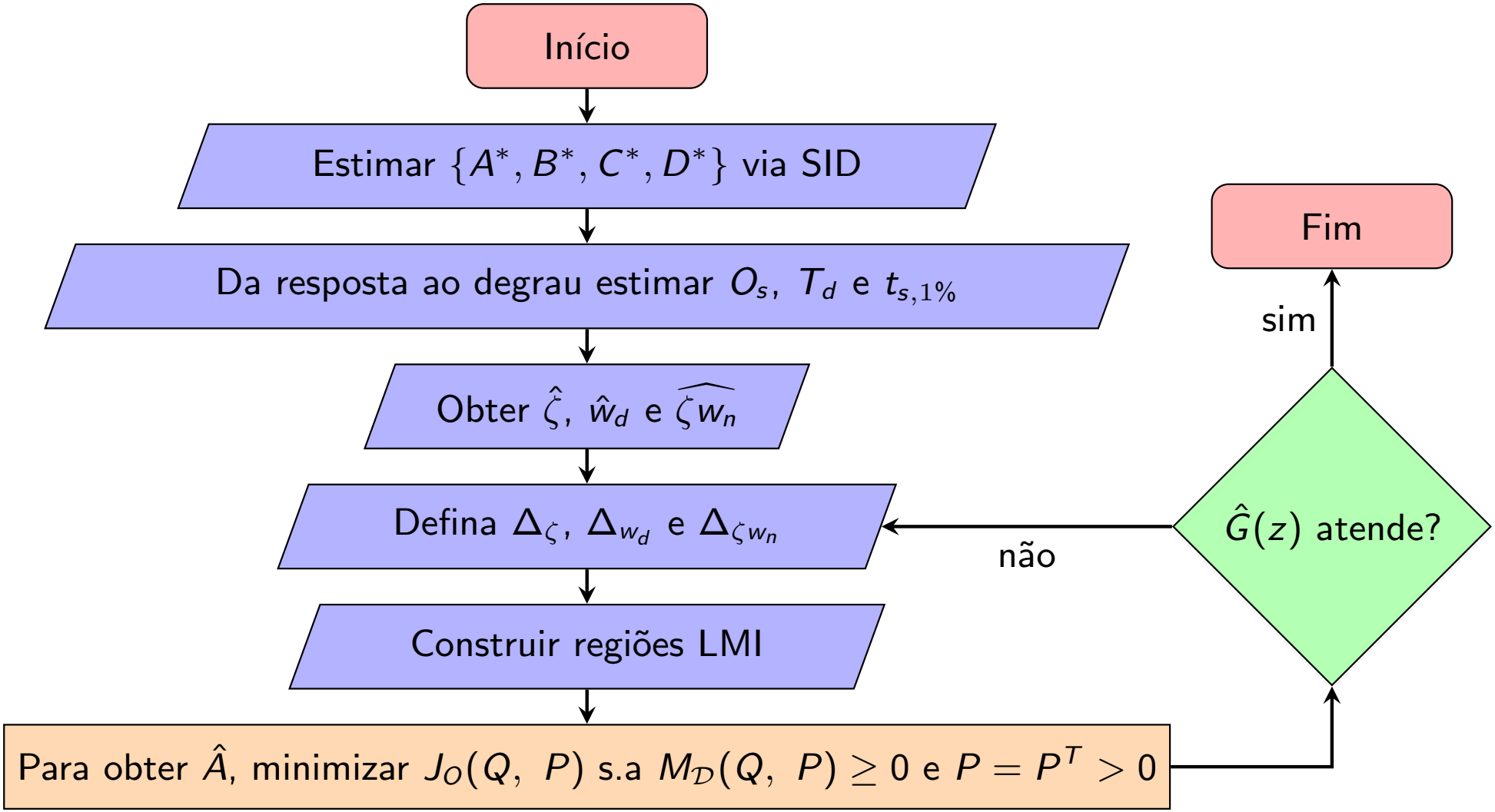
$$\zeta w_n{}^{\min} \triangleq \widehat{\zeta w_n} - \Delta_{\zeta w_n}, \qquad \zeta w_n{}^{\min} > 0, \tag{35}$$

em que, Δ_{ζ}, Δ_{w_d} and $\Delta_{\zeta w_n}$ são definidos pelo usuário.



Identificação por Subespaços com Restrição

Mapeamento de Restrições LMI no Tempo Discreto



Exemplo : Regiões LMI Conservadoras

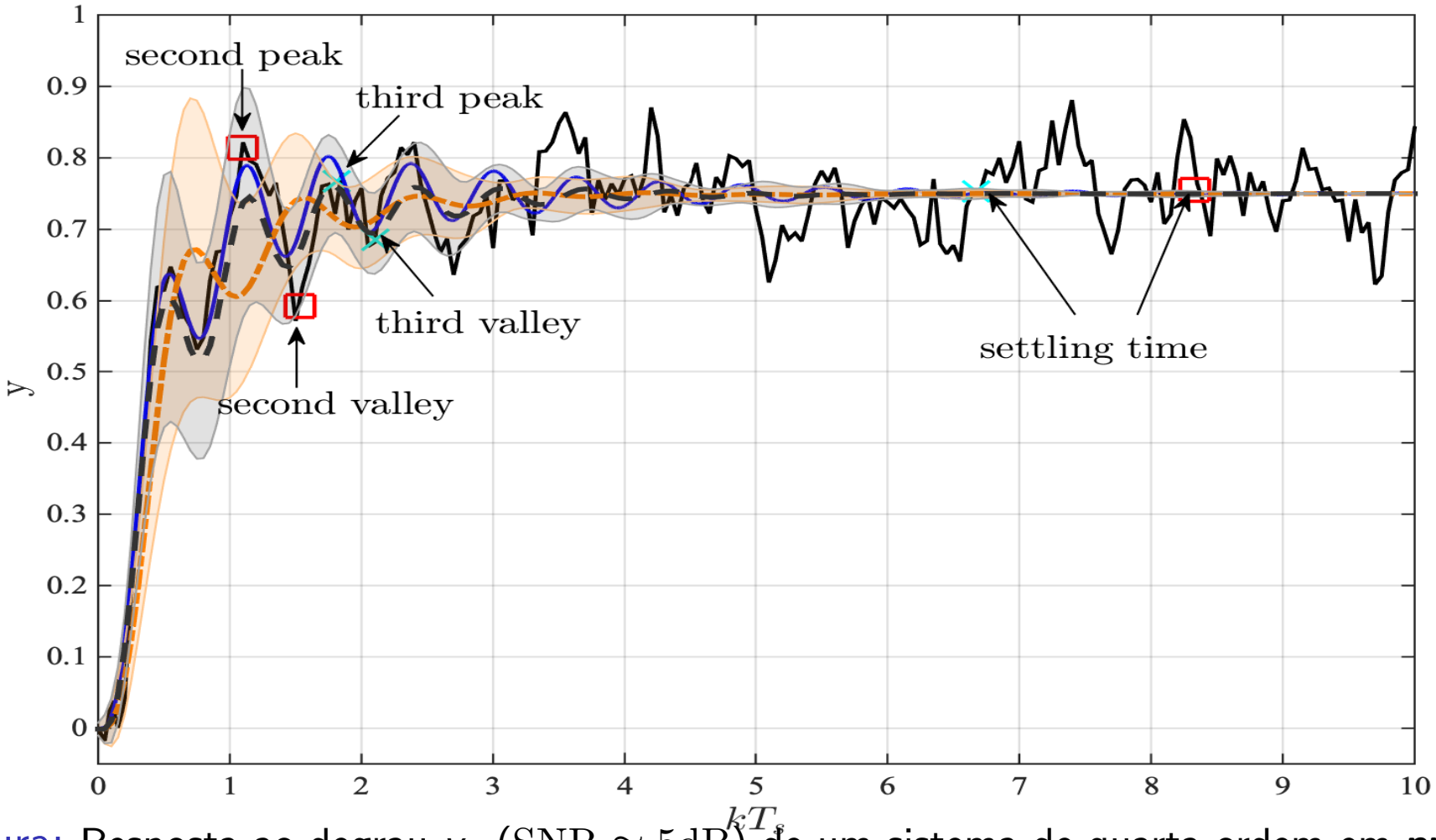


Figura: Resposta ao degrau y_k ($\mathrm{SNR} \approx 5\mathrm{dB}$) de um sistema de quarta ordem em **preto** e sem ruído em azul. Média de 100 simulações obtidas por modelos restritos a região obtida por □ é mostrada em (-.-) e por X é mostrada em (- -).

Exemplo: Regiões LMI Conservadoras

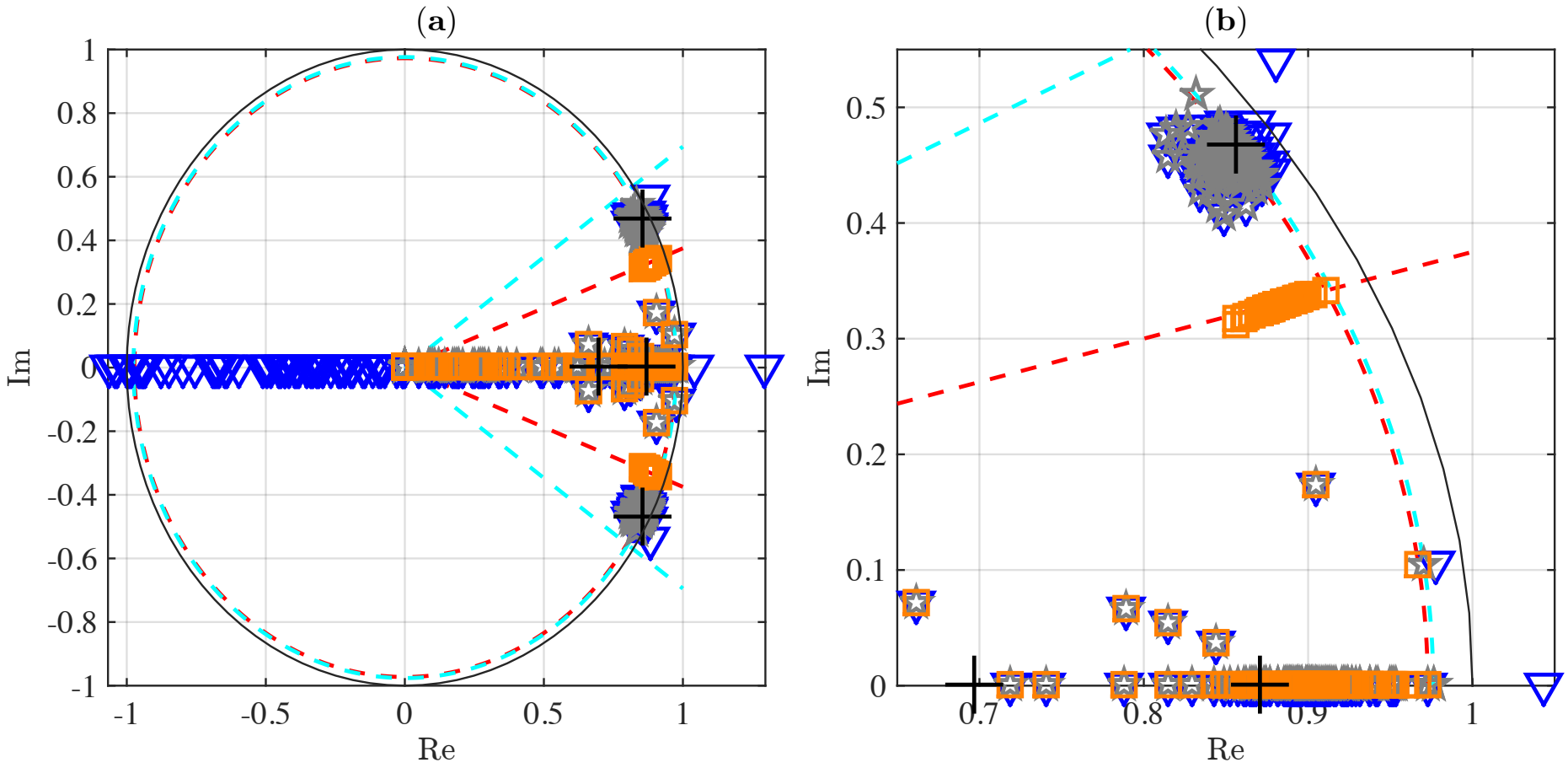
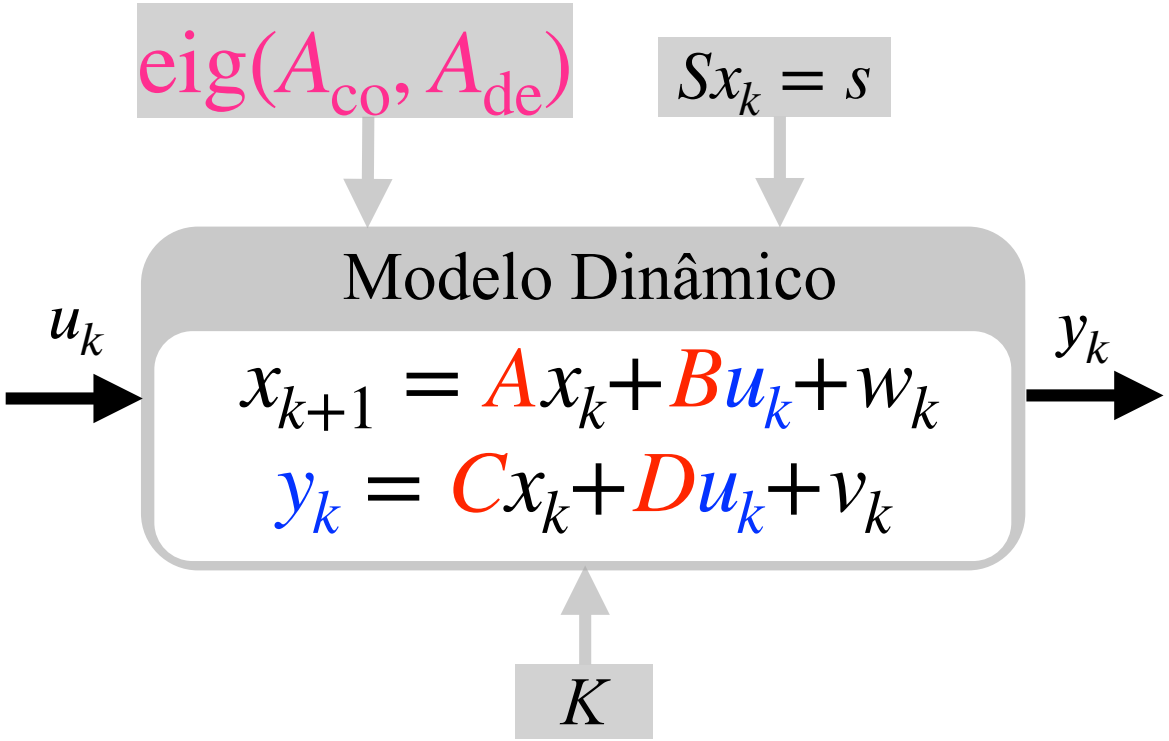


Figura: Autovalores reais em (+). MOESP-PI (▽). Estimativas na interseção do disco (tempo de acomodação) e o cone (período entre oscilações) são indicadas em (□) para a região em (– –). Estimativas usando as variáveis de ajuste (33)-(35) são mostradas em (⋆) para região em (– –).

Identificação por Subespaços com Restrição Parcial nos Autovalores



- Autovalores restritos as mesmas regiões;
- Forçar a estrutura do modelo;
- Restringir somente os autovalores de interesse;
- Método de duas etapas.

- RICCO, R. A.; VERLY, A; PAULA, M. V.; TEIXEIRA, B. O. S.. Subspace Identification of Linear Systems with Partial Eigenvalue Constraints. IEEE Latin America Transactions. vol 17, no. 2, pp. 288 - 296, 2019.

Restrição Parcial nos Autovalores

Qual a estrutra de A_{co}, P_{co} e Q_{co} para realizar a estimação com restrição parcial?

$$\Lambda(z) \triangleq \prod_{i=1}^{n_p}\left[\prod_{j=1}^{m_i}(z+p_{ij})\right], \tag{36}$$

$n_p \in \mathbb{Z}_+^*$ é o número de partições do polinômio, m_i é o número de autovalores por partição, $i \in \mathbb{Z}_+^*$ é a posição de cada partição e $j \in \mathbb{Z}_+^*$ é a posição de cada autovalor em cada uma das partições.

Para autovalores $\neq$s

$$A_i \triangleq \mathrm{diag}\{p_{i1},\ p_{i2},\ldots,p_{im_i}\} \tag{37}$$

Se n_{co} partições são conhecidas

$$A \triangleq \mathrm{diag}\{\underbrace{A_1,\ldots,\ A_{n_{\mathrm{co}}}}_{n_{\mathrm{co}}},\ A_{\mathrm{de}}\}, \tag{38}$$

Defina

$$P \triangleq \mathrm{diag}\{P_{\mathrm{co}}, I\} \text{ e } Q \triangleq \mathrm{diag}\{Q_{\mathrm{co}},\ A_{\mathrm{de}}\} \tag{39}$$

em que P_{co} é um conjunto de matrizes simétricas $P_i\ \forall\ i \in \{1,\ldots,n_{\mathrm{co}}\}$ e $Q_{\mathrm{co}} = A_{\mathrm{co}}P_{\mathrm{co}}$.

Restrição Parcial nos Autovalores

Problema 4.2

Dada a estimativa de A^* e uma região LMI descrita pelos parâmetros λ e β

$$\begin{aligned} \textit{minimize} \quad & J_{RP}(Q,\ P), && (40)\\ \textit{sujeito a} \quad & M_{\mathcal{D}}(Q_{co},\ P_{co}) \geq 0, && (41)\\ & P_{co} = P_{co}^T > 0, && (42)\\ & tr(P_{co}) = n - m, && (43) \end{aligned}$$

em que,

$$J_{RP}(Q,P) \triangleq \|A^* P \ - \ Q\|_F^2\,, \tag{44}$$

$$M_{\mathcal{D}}(Q_{co},P_{co}) \ \triangleq \ \lambda \otimes P_{co} \ + \ \beta \otimes Q_{co} + \beta^T \otimes Q_{co}^T. \tag{45}$$

Encontrando Q_{co} e P_{co}, tem-se que $\hat{A}_{co} = Q_{co} P_{co}^{-1}$.

Sistema de terceira ordem

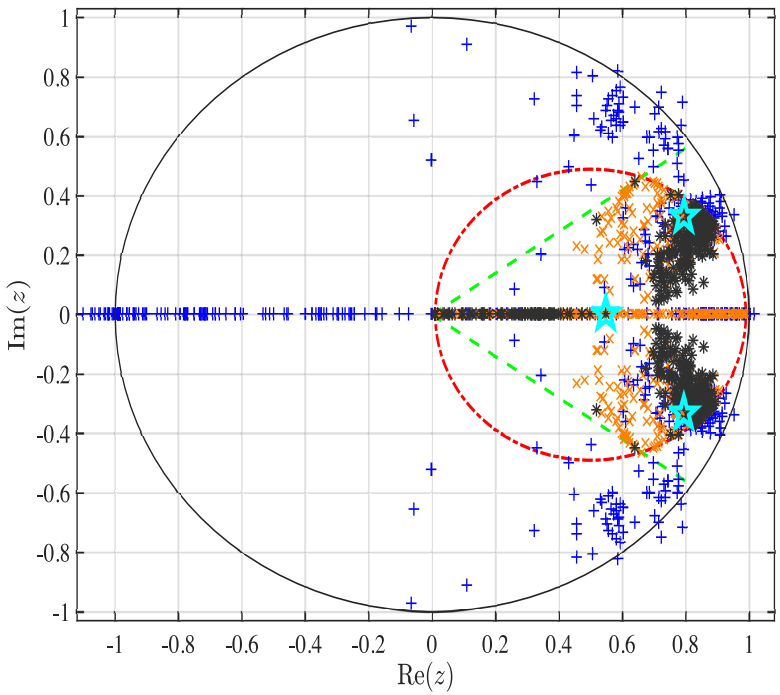


Figura: MOESP (+). MOESP-R (x): disco (—·) ∩ cone amortecido (— —). MOESP-RP (∗). A região LMI da etapa 1 do MOESP-RP é limitada pelo disco (—·), enquanto a região LMI da etapa 2 do MOESP-RP é a mesma do MOESP-R.

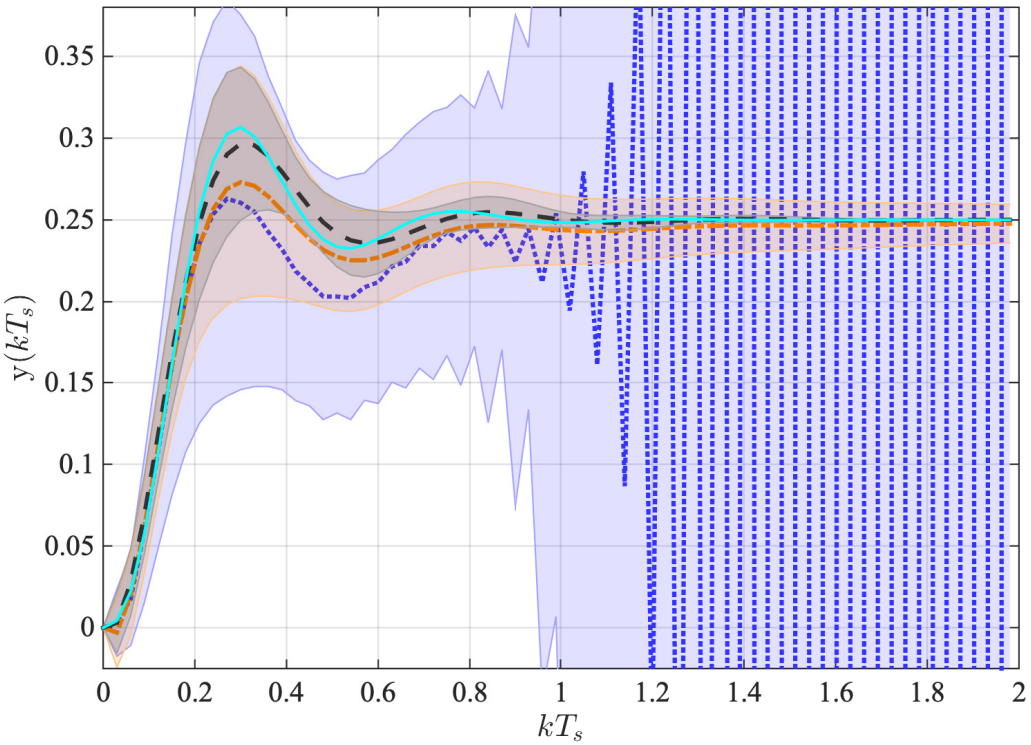


Figura: Saída $y(kT_s)$ sem ruído (−). A média de 200 realizações das respostas ao degrau são apresentadas em (—·) para o MOESP-R, em (— —) para o MOESP-RP e em (· ·) para o MOESP irrestrito.

Tópicos de Interesse

Sistemas Lineares

- Estimação de parâmetros com parcimônia entre dados dinâmicos e dados em estado estacionário;
  - HOU, J. ; YANG, Z.; LI, T. ; WANG, H. ; JIANG, J. ; CHEN, X. . Full-parameter constrained parsimonious subspace identification with steady-state information for DC-DC converters. Control Theory and Technology, 2023. https://doi.org/10.1007/s11768-023-00148-9, 2023;
- Identificação de modelos com restrições de igualdade nos estados;
  - RICCO, R. A. ; TEIXEIRA, B. O. S.. Least-Squares Parameter Estimation for State-Space Models with State Equality Constraints. International Journal of Systems and Science. vol. 53, no. 1, pp. 1 - 13, 2022;
- Obtenção de uma transformação de similaridade em base conveniente adivinda do problema de filtragem;
  - MUSSOT,V. ; MERCÈRE, G.; DAIRAY, T.; ARVIS, V.; VAYSSETTES, J. . Noise covariance matrix estimation with subspace model identification for Kalman filtering. International Journal Adaptive Control and Signal Processing. vol. 35, no. 4, pp. 591 - 611, 2021.;

Curva estática não linear

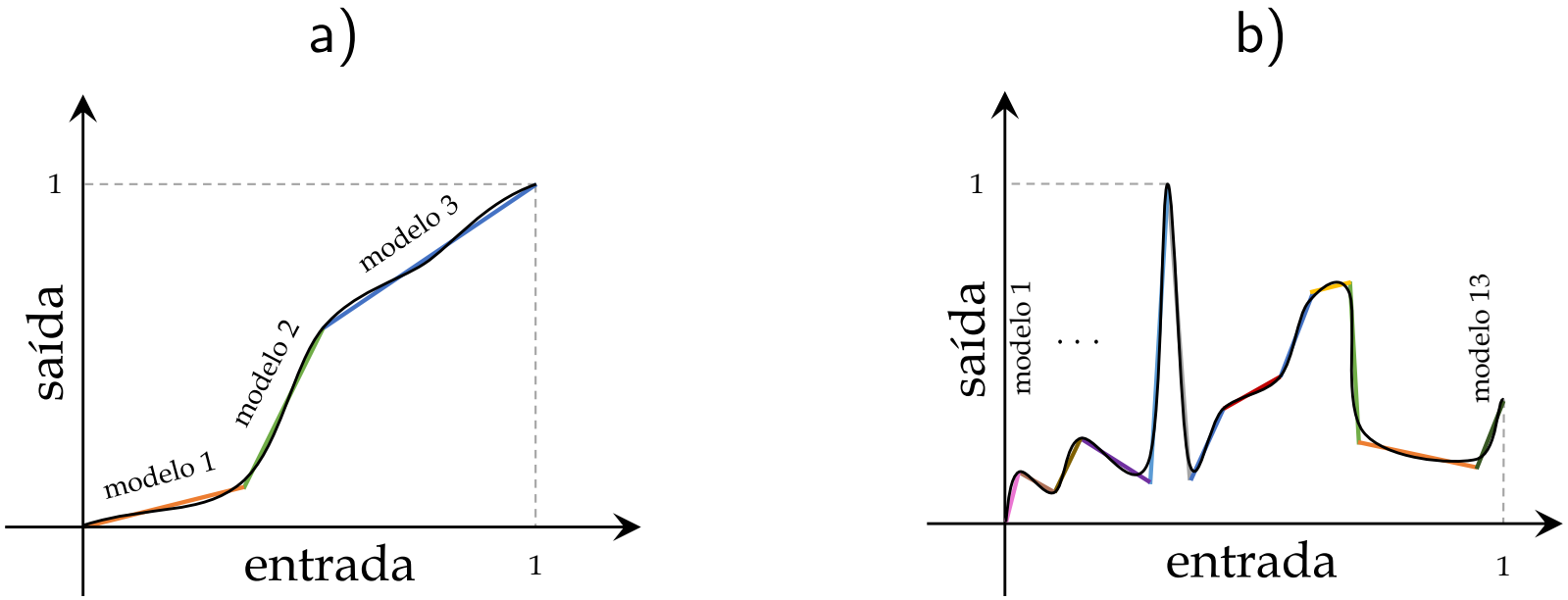


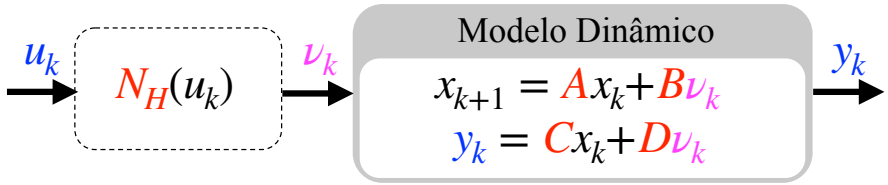
Figura: a) Curva não linear aproximada por três retas; b) Curva não linear sinuosa aproximada por treze retas.

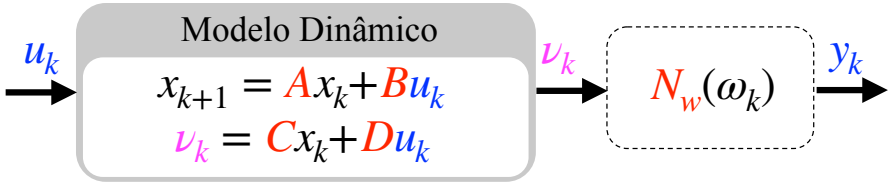
Modelos de Blocos Interconectados

- Estimação de modelos do tipo Hammerstein ou Wiener MIMO em batelada;
  - GÓMEZ, J.C. e BAYENS, E.. Subspace Identification of Multivariable Hammerstein and Wiener Models, European Journal of Control, Vol. 11, No. 2, 2005.;
- Uso de múltiplos degraus;
  - PAULA, M. V. ; RICCO, R. A. ; TEIXEIRA, B. O. S. . Identificação de Modelos de Hammerstein e Wiener para Sistemas Não Lineares Multivariáveis via Métodos de Subespaços. In: XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI, 2015.;
- Uso de sinais harmônicos para modelos de Wiener;
  - PAULA, M. V. ; RICCO, R. A. ; TEIXEIRA, B. O. S. . Identificação Semi Paramétrica de Sistemas MIMO do Tipo Wiener por meio de Sinais Harmônicos e Métodos de Subespaços. In: XXI Congresso Brasileiro de Automática, - CBA 2016.;

Modelos de Hammerstein e Wiener

Estimação conjunta





Hammerstein

$$v_k = \sum_{i=1}^{r} \alpha_i g_i(u_k),$$

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + \tilde{B}U_k + \xi_k, \\ y_k &= Cx_k + \tilde{D}U_k + e_k. \end{aligned}$$

$$[\tilde{B}^T_{rp\times n} \quad \tilde{D}^T_{rp\times m}]^T \triangleq \Theta_{BD} = \begin{bmatrix} B_{n\times p} \\ D_{m\times p} \end{bmatrix} \alpha^T_{p\times rp}.$$

$$\left(\hat{B},\ \hat{D},\ \hat{\alpha}\right) = \arg \min_{B,\ D,\ \alpha} \left\{ \left\| \hat{\Theta}_{BD} - \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} \alpha^T \right\|_2^2 \right\}.$$

$$\left(\begin{bmatrix} \hat{B}_{n\times p} \\ \hat{D}_{m\times p} \end{bmatrix},\ \hat{\alpha}_{rp\times p} \right) = (U_1\Sigma_1,\ V_1),$$

Wiener

$$\alpha Y_k \triangleq \sum_{i=1}^{r} \alpha_i g_i(y_k).$$

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= Ax_k + Bu_k + \xi_k, \\ Y_k &= \tilde{C}x_k + \tilde{D}u_k + \tilde{e}_k. \end{aligned}$$

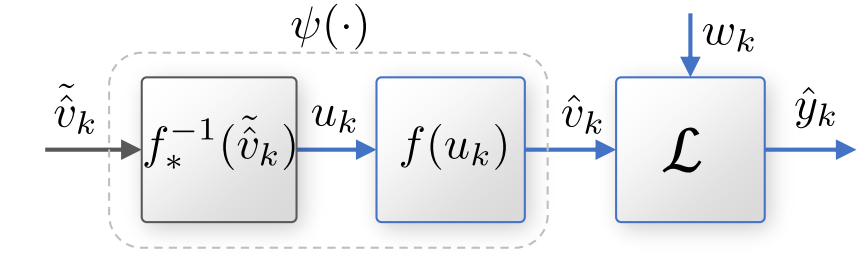
$$[\tilde{C}_{rm\times n} \quad \tilde{D}_{rm\times m}] \triangleq \Theta_{CD} = \alpha^{\dagger}_{rm\times m} \left[C_{m\times n} \qquad D_{m\times p}\right].$$

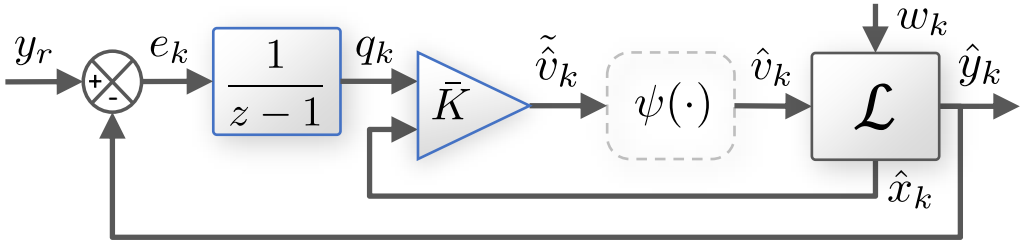
$$\left(\hat{C},\ \hat{D},\ \hat{\alpha}^{\dagger}\right) = \arg \min_{C,\ D,\ \alpha^{\dagger}} \left\{ \left\| \hat{\Theta}_{CD} - \alpha^{\dagger} \left[C \qquad D\right] \right\|_2^2 \right\}.$$

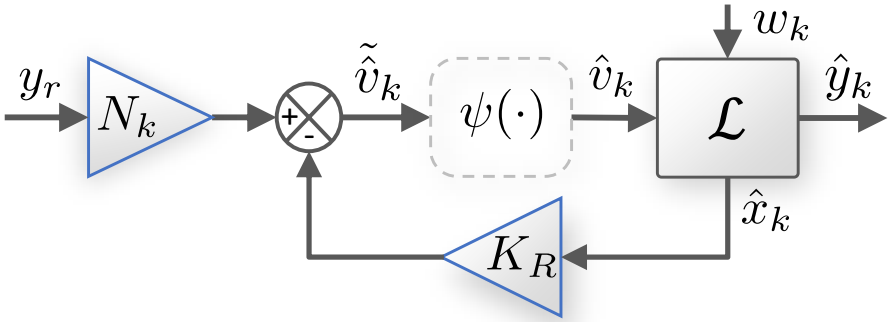
$$\left(\hat{\alpha}_{rm\times m},\ \left[\hat{C}_{m\times n} \qquad \hat{D}_{m\times p}\right]\right) = (U_1^{\dagger},\ \Sigma_1 V_1^T).$$

Tópicos de Interesse

Controle de Sistemas Não Lineares







- Controle robusto baseado em modelo linearizado:
  - SANTOS, L. H. ; BRAGA, M. F. ; RICCO, R. A. . Nova Abordagem para Linearização de Modelos de Hammerstein Identificados por Métodos de Subespaço. In: XV SIMPÓSIO BRASILEIRO DE AUTOMAÇÃO INTELIGENTE - SBAI, 2021. p. 879-886.;
  - SANTOS, L. H., BRAGA, M. F. e RICCO, R. A.. A New Approach for Robust Control Based on Parametric Hammerstein Models. (Em desenvolvimento).

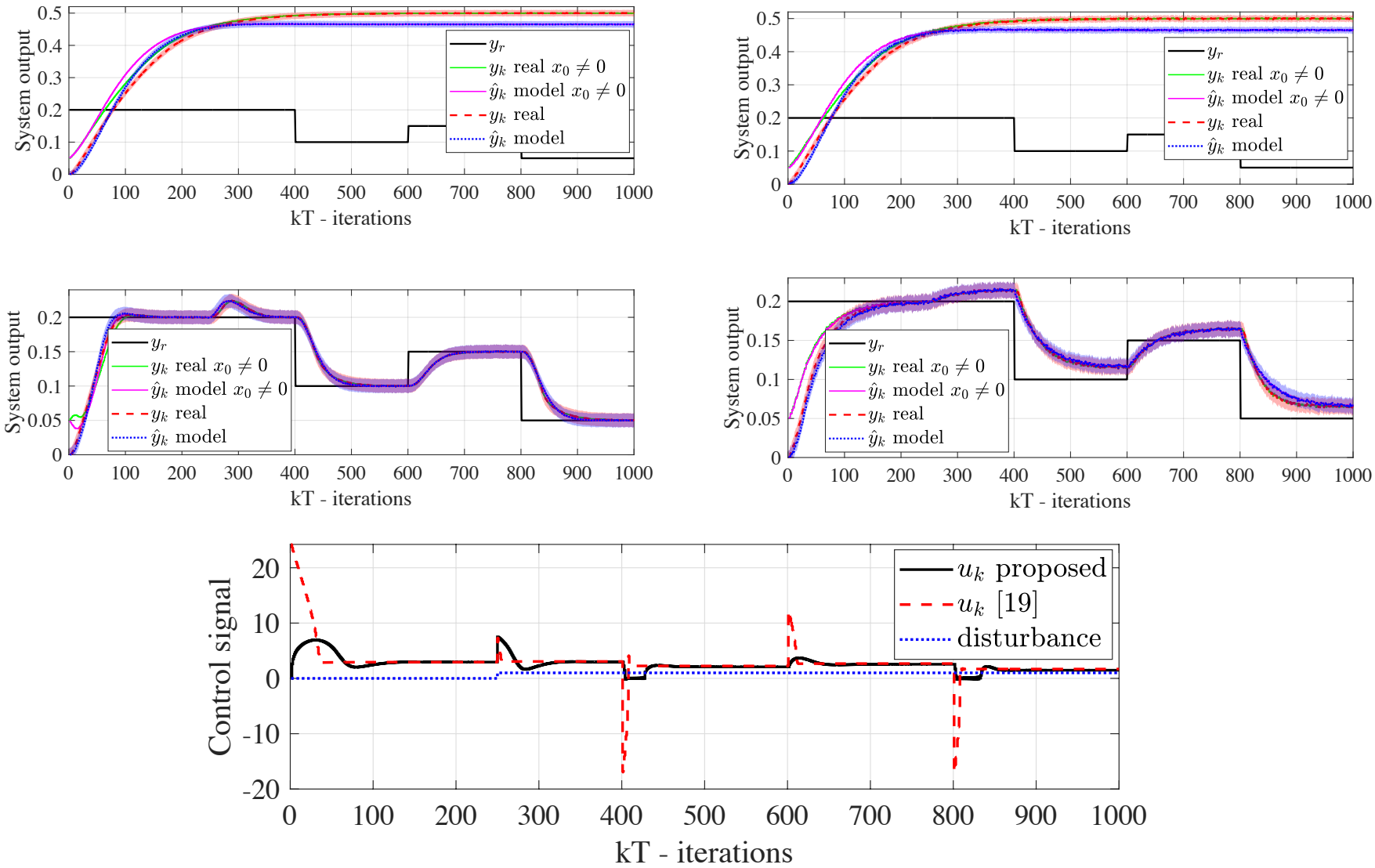
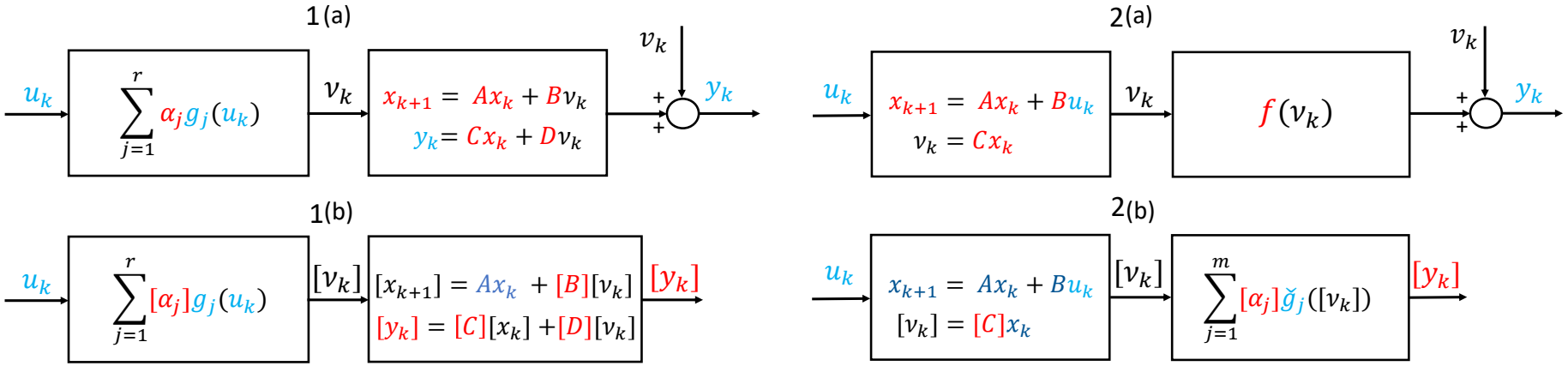


Figura: Sistema 2 de tanques interconectados com saturação na entrada: [19] Z. Rayouf, C. Ghorbel, and N. Braiek, A new Hammerstein model control strategy: feedback stabilization and stability analysis, International Journal of Dynamics and Control, vol. 7, no. 4, pp. 1453 - 1461, 2018.

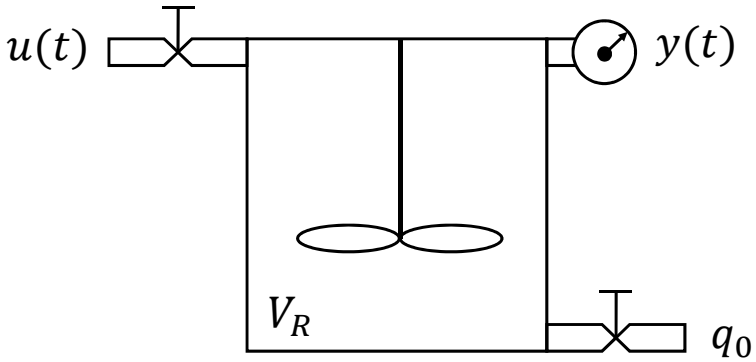
Tópicos de Interesse

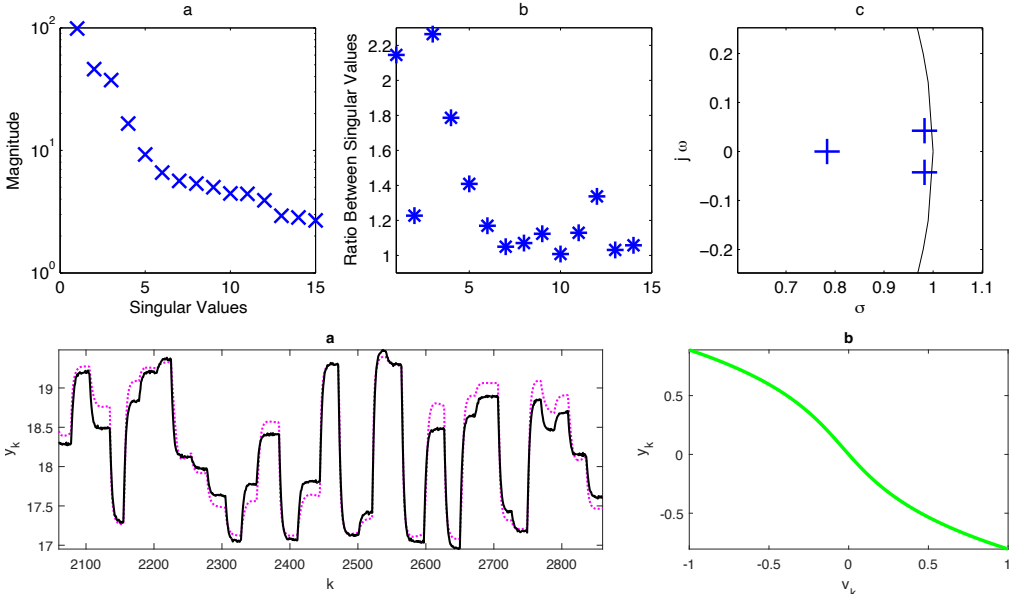
Sistemas Não Lineares Incertos

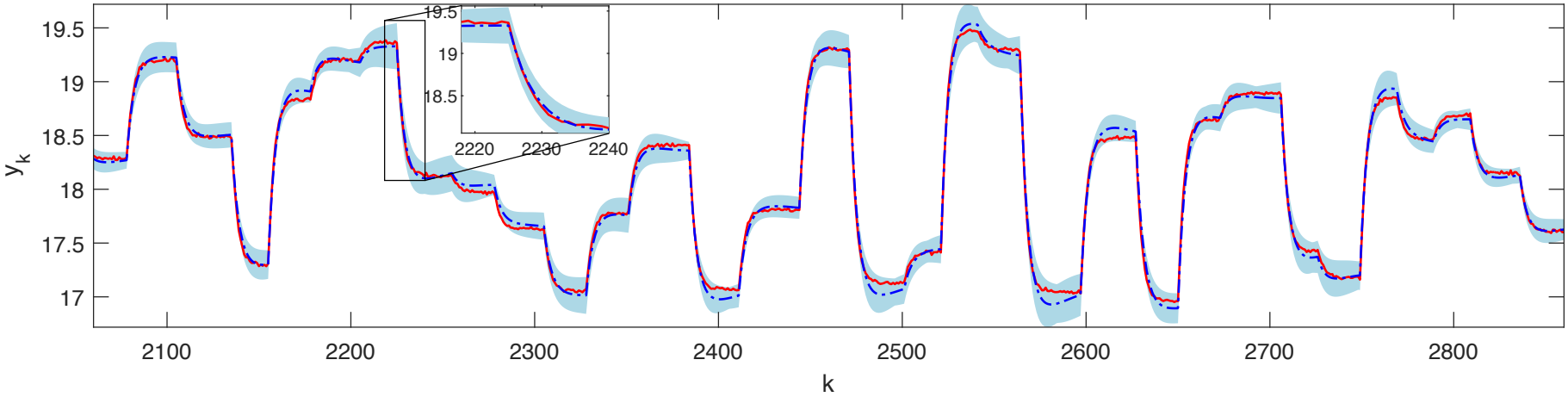


- Modelos de Hammerstein e Wiener com incerteza paramétrica;
  - PAULA, M. V., RICCO, R. A. e TEIXEIRA, B. O. S.. Subspace Identification of Hammerstein Models with Interval Uncertainties. (Em desenvolvimento);
  - PAULA, M. V., RICCO, R. A. e TEIXEIRA, B. O. S.. Nonlinear system identification based on state-space uncertain Wiener models. (Em desenvolvimento);

Tópicos de Interesse

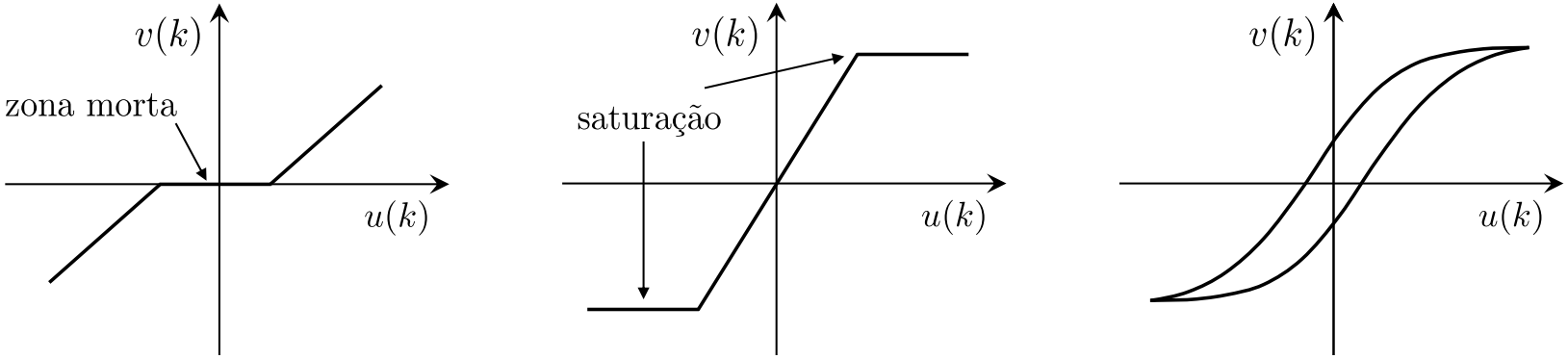






Tópicos de Interesse

Não Linearidades Fortes



- Hammerstein MIMO com não linearidades fortes;
  - SANTOS, L. H.; RICCO, R. A. ; TEIXEIRA, B. O. S. Identificação de Modelos de Hammerstein Multivariáveis com Não Linearidades Estáticas Fortes. In: XVI Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente - SBAI, 2023;
  - SANTOS, L. H., RICCO, R. A. e TEIXEIRA, B. O. S.. Identification of Multivariable Hammerstein Systems with Hysteresis Nonlinearities (Em desenvolvimento);
- **Luís Henrique dos Santos**. Identificação de Modelos de Hammerstein Multivariáveis com Não Linearidades Estáticas ou Quase Estáticas Fortes. Data: **23-02-2024 às 09h00**. Link da defesa no site do PPGEE(UFMG);

Estado da arte

(a)

ELSEVIER

Automatica

Volume 43, Issue 6, June 2007, Pages 1034-1048

The role of vector autoregressive modeling in predictor-based subspace identification

PBSID

Alessandro Chiuso

(b)

Journals & Magazines > IEEE Transactions on Automati... > Volume: 65 Issue: 10

Constrained Subspace Method for the Identification of Structured State-Space Models (COSMOS)

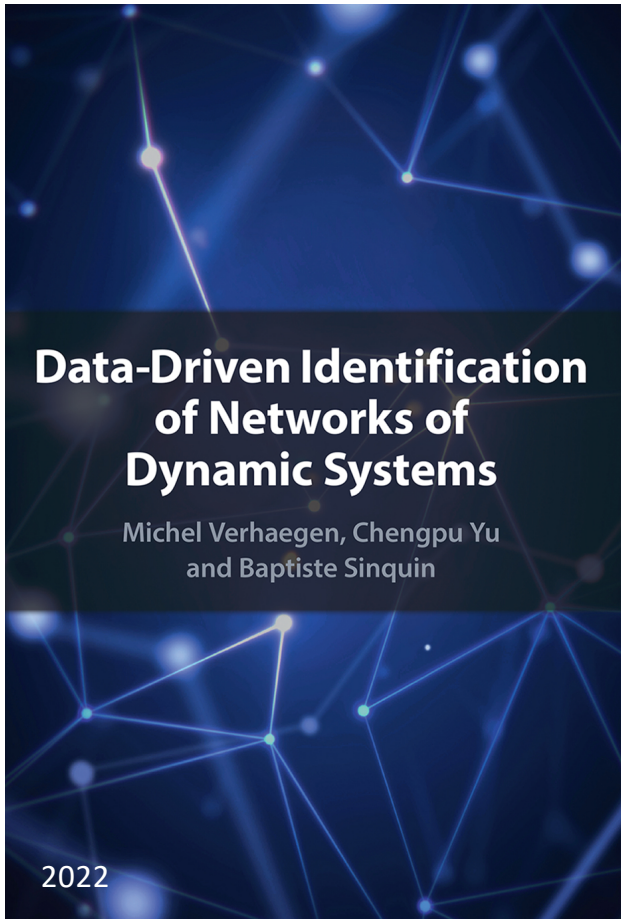
Publisher: IEEE | Cite This | PDF

Chengpu Yu ; Lennart Ljung ; Adrian Wills ; Michel Verhaegen All Authors

58 Cites in Papers | 1379 Full Text Views

Dezembro de 2019

(c)



Considerações Finais

1. Identificação em malha fechada;
2. Identificação em tempo contínuo;
3. Variantes no tempo;
4. Restrições nos zeros SISO (MIMO - algumas ideias em implementação);
5. Aplicações práticas (projetos);
6. Efeito multiplicador do conhecimento.

Agradecimentos

- CAPES e CNPq;
- Laboratório de Modelagem, Identificação, Instrumentação e Controle - LMI2C (UFOP);
- Departamento de Engenharia Elétrica da UFOP;
- Prof. Bruno O. S.Teixeira (UFMG);
- PPGEE, Grupo MACSIN (UFMG);

PPGEE em associação ampla entre UFOP e UNIFEI!
Início previsto: (2S/2024)

Contato

OBRIGADO!

ricco@ufop.edu.br