

Projeto e Análise de Leis de Controle em Aeronaves: O Problema do Glide Path

Cristiano Donizete Escotte *
 Prof. Dr. Francisco Javier Triveño Vargas **
 Prof.^a Dra. Fabiana Florian ***

* Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade de Araraquara, SP,
 (e-mail: cdescotte@uniara.edu.br).

** Departamento de Ciências da Administração e Tecnologia,
 Universidade de Araraquara, SP, (e-mail: fjtvargas@uniara.edu.br)

*** Departamento de Ciências da Administração e Tecnologia,
 Universidade de Araraquara, SP, (e-mail: fflorian@uniara.edu.br)

Abstract: The development process of an automatic flight control system is a very complex task, that includes the control problem, constructive characteristics of the aircraft, aerodynamics, forces and moments, among others. Modern aircraft are equipped with dedicated computers for automatic flight control, while ground-based transmission equipment provides the signals necessary to perform a specific task. One of these equipments is the ILS (Instrument Landing System), whose signals emitted, are processed by the equipment on board the aircraft and the automatic flight control system, then, can lead it in a safe trajectory during the approach and landing phase. This paper have been applied a process whose steps goes from mathematical modeling, linearization, design and analysis of control law to simulations execution with computational algebra tools (Matlab-Simulink®) for a Glide Path system signal capture. Such development process proved to be efficient when difining heading and control loop, to comply with the flight qualities requirements.

Resumo: O processo de desenvolvimento de um sistema de controle automático de voo é uma tarefa bastante complexa que, além do problema de controle, envolve as características construtivas da aeronave, aerodinâmica, forças, momentos entre outras. Aeronaves modernas são equipadas com computadores dedicados para o controle automático de voo, enquanto que equipamentos de transmissão no solo fornecem os sinais necessários para o cumprimento de uma tarefa específica. Um destes equipamentos é o ILS (*Instrument Landing System*), cujos sinais emitidos, são processados pelos equipamentos a bordo da aeronave e o sistema de controle de voo automático, então, pode conduzi-la em uma trajetória segura durante a fase de aproximação e pouso. Neste trabalho foi aplicado um processo de desenvolvimento cujas etapas vão da modelagem matemática, linearização, projeto e análise de controle e execução de simulações através de álgebra computacional (Matlab-Simulink®). Este processo de desenvolvimento demonstrou ser eficiente ao definir a estrutura composta pelas malhas de guiagem e controle em atendimento aos requisitos de qualidade de voo propostos.

Keywords: Automatic Control; ILS; Modeling; Glide Path.

Palavras-chaves: Controle automático; ILS; Modelagem; Glide Path.

1. INTRODUÇÃO

Aeronaves modernas são equipadas com sistemas automáticos de controle de voo capazes de conduzir-las de forma segura durante todas as fases de voo até o pouso. Um destes sistemas de controle em malha fechada, corresponde ao piloto automático (PA) que opera de forma independente, controlando a proa e a altitude, ou pode ser acoplado a um sistema de navegação e executar um percurso programado RAUW (1993).

Um PA tem, basicamente, duas funções:

- (1) *Guiagem*: a ação de determinar o curso e a velocidade do veículo, em relação a algum sistema de referência;

- (2) *Controle*: O desenvolvimento e aplicação de forças e momentos apropriados ao veículo de forma a:

- Estabelecer algum estado de equilíbrio no movimento do veículo.
- Restaurar o veículo perturbado ao seu estado de equilíbrio (ponto de operação) e/ou regular, dentro dos limites desejados, seu afastamento de um ponto de operação.

As malhas de controle garantem uma resposta rápida e estável da aeronave aos comandos. A Figura 1 apresenta a estrutura básica de um PA, cuja malha externa é responsável pela função de guiagem, enquanto que a malha interna corresponde aos valores para controle do veículo. Um PA de dois eixos pode ser encontrado na maioria

dos controles de aeronaves (i.e. arfagem, θ , e rolagem, ϕ) RAUW (1993).

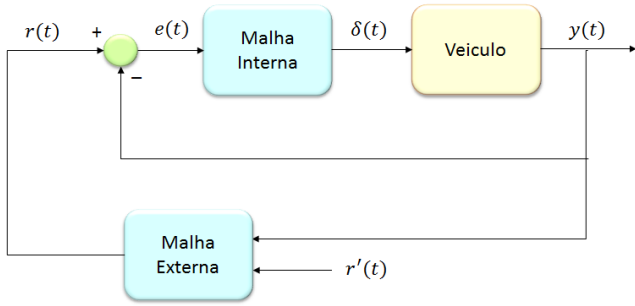


Figura 1. Malhas de Controle.

As malhas externas determinam os modos de operação da aeronave. Um deles é o modo ILS. Este modo controla a posição da aeronave (lateral e vertical) e sua distância em relação à pista.

1.1 Descrição do ILS

O ILS refere-se a uma estação terrestre que emite sinais de rádio-frequência, cujas informações são tratadas por receptores embarcados e, assim, utilizadas para determinar a posição lateral e vertical da aeronave em relação a pista de pouso, de forma a mantê-la numa orientação segura durante fase de aproximação e pouso, sob condições de teto e visibilidade restritas. Esta estação terrestre é composta por um conjunto de antenas: *Localizer* (LOC), para orientação lateral; o *Glide Slope* (GS) que fornece a orientação vertical, ou rampa de descida e os *Marker Beacons*, que informam a distância da aeronave em relação à pista. O ILS é dividido em categorias que relacionam *Height Decision*, HD, (ou altura de decisão) e *Runway Visual Range*, RVR, (ou alcance visual da pista), definindo, assim, o tipo de restrição para pouso por instrumentos (ver Figura 2) AC120-28D (1999).

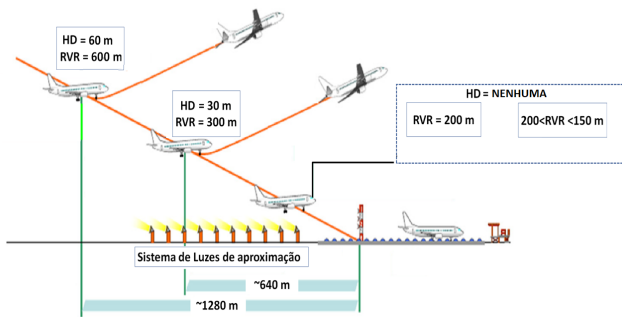


Figura 2. Categorias ILS.

Os sinais emitidos pelo ILS são interceptados por antenas embarcadas e processados no sistema de PA da aeronave através de uma de suas funções, o *Flight Director* (ou diretor de voo) que sobrepõe informações de atitude e navegação em *displays*, localizados no *cockpit* da aeronave, e as apresenta ao piloto. A partir destas informações, e sob boas condições de visibilidade da pista, o piloto pode, então, executar um pouso seguro DECEA (2013).

Neste sentido, este trabalho apresenta um processo estruturado para o projeto e análise de leis de controle de um sistema de GP, cujas etapas incluem modelagem matemática, linearização de equações de movimento, apresentação do problema de controle, projeto, execução das simulações e análise dos resultados obtidos empregando álgebra computacional (Matlab-Simulink®) Gilat (2006), Vargas et al. (2015).

2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Inicialmente, deve-se escolher um sistema de eixos apropriado para representar as forças e os momentos que agem sobre a aeronave, assim como um sistema de referência inercial (sistema da Terra e/ou sistema global). A Figura 3 ilustra um sistema de eixos, perpendiculares entre si, cuja origem é o centro de gravidade, CG, da aeronave, assim como as forças, momentos e as variáveis angulares, Tabelas 1 e 2, respectivamente.

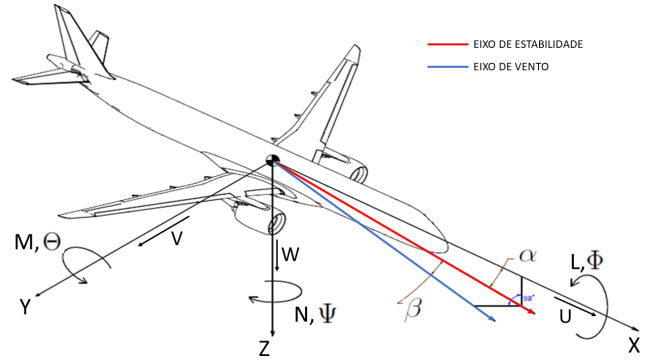


Figura 3. Sistema de eixos - forças e momentos.

Tabela 1. Forças e momentos.

Forças		Momento	
X	AXIAL	ROLAGEM	L
Y	LATERAL	ARFAGEM	N
Z	NORMAL	GUINADA	M

Tabela 2. Variáveis angulares.

ROLAGEM	$\Phi(Phi)$
ARFAGEM	$\Theta(Theta)$
GUINADA	$\Psi(Psi)$

Paralelamente, as superfícies primárias que modificam a condição de uma aeronave, são ilustradas na Figura 4.

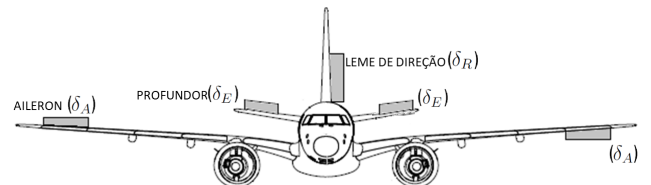


Figura 4. Superfícies primárias de controle.

Em sequência, deduções a partir da segunda lei de **Newton** de (1) e (2), são executadas considerando duas componentes, sendo uma de equilíbrio (F_0 e M_0) e a outra de perturbação (ΔF e ΔM):

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_0 + \Delta \mathbf{F} = \frac{d(m\{\mathbf{V}_T\})}{dt} \quad (1)$$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_0 + \Delta \mathbf{M} = \frac{d\mathbf{H}}{dt} \quad (2)$$

2.1 Equações de força

A taxa na mudança de velocidade, \mathbf{V}_T , no sistema inercial é dado por (3)

$$\frac{d\mathbf{V}_T}{dt}_E = \frac{d}{dt}\mathbf{V}_T|_B + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{V}_T \quad (3)$$

tal que (4) e (5), onde $\boldsymbol{\omega}$ é a velocidade angular.

$$\mathbf{V}_T = iU + jV + kW \quad (4)$$

$$\boldsymbol{\omega} = iP + JQ + kR \quad (5)$$

Onde U, V e Q são, respectivamente, as velocidades axial, lateral e normal (relativo ao sistema de eixos adotado) e P, Q e R, relativos às velocidades angulares de rolagem, arfagem e guinada, respectivamente.

Ao se executar as operações adequadas, obtêm-se (6).

$$\begin{aligned} \Delta_X &= m(\dot{U} + Q \cdot W - V \cdot R) \\ \Delta_Y &= m(\dot{V} + U \cdot R - P \cdot W) \\ \Delta_Z &= m(\dot{W} + V \cdot P - U \cdot Q) \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 Movimento rotacional

Para um corpo rígido, o momento angular (H) é definido pelo produto da inércia (I) pela velocidade angular ($\boldsymbol{\omega}$), visto em (7).

$$\mathbf{H} = I\boldsymbol{\omega} \quad (7)$$

Onde a matriz de inércia, \mathbf{I} , definida em (8).

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_{xx} & -I_{xy} & -I_{xz} \\ -I_{xy} & I_{yy} & -I_{yz} \\ -I_{xz} & -I_{yz} & I_{zz} \end{bmatrix} \quad (8)$$

De maneira análoga às equações de força, as equações de movimento rotacional, a partir da segunda lei de **Newton**, são obtidas com (9).

$$\mathbf{M} = I\left\{\frac{d}{dt}\mathbf{H}\right\} + \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{H} \quad (9)$$

Novamente, após executar as operações adequadas, obtêm-se (10).

$$\begin{aligned} \Delta L &= \dot{P}I_{xx} - I_{xz}(\dot{R} + PQ) + (I_{zz} - I_{yy})PR \\ \Delta M &= \dot{Q}I_{yy} + I_{xz}(P^2 - R^2) + (I_{xx} - I_{zz})PR \\ \Delta N &= \dot{R}I_{zz} - I_{xz}P + PQ(I_{yy} - I_{xx}) + I_{xz}QR \end{aligned} \quad (10)$$

Agora, a força da gravidade que atua sobre uma aeronave é expressa em termos do sistema de coordenadas da Terra.

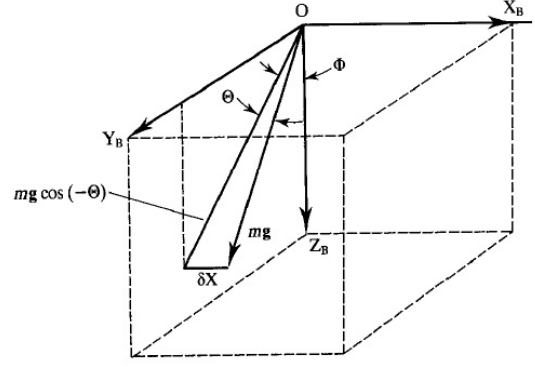


Figura 5. Orientação da gravidade com o eixo do corpo.

Na Figura 5, Θ representa o ângulo entre o vetor de gravidade ($m\mathbf{g}$) e o plano Y_BZ_B . Φ representa o ângulo de rolamento entre o eixo Z_B e a projeção do vetor de gravidade no plano Y_BZ_B . A solução direta do vetor $m\mathbf{g}$, nos componentes X, Y e Z, produz (11).

$$\begin{aligned} \delta X &= -m\mathbf{g} \cdot \sin(\Theta) \\ \delta Y &= m\mathbf{g} \cdot \cos(\Theta) \sin(\dot{\Phi}) \\ \delta Z &= m\mathbf{g} \cdot \cos(\Theta) \cos(\dot{\Phi}) \end{aligned} \quad (11)$$

A maneira pela qual a orientação e a velocidade no eixo do corpo são expressos em relação ao vetor gravidade, $m\mathbf{g}$, dependem da velocidade angular no eixo do corpo em torno ao vetor $m\mathbf{g}$, (12). Essa velocidade angular é a taxa de azimute, $\dot{\Psi}$; não é normal a $\dot{\Phi}$ ou $\dot{\Theta}$, mas a sua projeção no plano Y_BZ_B é normal a ambos, conforme vistos em (13).

$$\begin{aligned} P &= \dot{\Phi} - \dot{\Psi} \cdot \sin(\Theta) \\ Q &= \dot{\Theta} \cdot \cos(\Phi) + \dot{\Psi} \cdot \cos(\Theta) \cdot \sin(\Phi) \\ R &= -\dot{\Theta} \cdot \sin(\Phi) + \dot{\Psi} \cdot \cos(\Theta) \cdot \cos(\Phi) \end{aligned} \quad (12)$$

e

$$\begin{aligned} \dot{\Phi} &= P + \dot{\Psi} \sin \Theta \\ \dot{\Theta} &= Q \cos \Phi - R \sin \Phi \\ \dot{\Psi} &= \frac{R \cos \Phi}{\cos \Theta} + \frac{Q \sin \Phi}{\cos \Theta} \end{aligned} \quad (13)$$

2.3 Modelo linear

O problema de controle abordado neste trabalho, que corresponde ao sistema de GP, será inicialmente apenas o eixo longitudinal, isso significa que, para efeitos de controle da rampa de descida, a superfície de controle primária envolvida é o profundor (δ_E).

Modelos lineares podem ser obtidos, para diferentes condições, e.g., voo reto e nivelado, aeronave em rampa de subida ou em rampa de descida, com ou sem rolamento ou com o trem de pouso recolhido ou não. Além da condição de voo são consideradas também perturbações durante este processo. Descrições matemáticas extensas podem ser encontrados em COOK (2007), McLEAN (1990), Vargas and Paglione (2015) e outros.

Para o Movimento Longitudinal da aeronave, o resultado deste processo fornece (14) e (15) como funções de variáveis de estado de um modelo linear.

$$\dot{x} = A x + B \delta_E \quad (14)$$

$$y = C x + D \delta_E \quad (15)$$

onde:

$\dot{x} \rightarrow$ variáveis de estados

$A \rightarrow$ Matriz de Estados

$B \rightarrow$ Matriz de Controle

$C \rightarrow$ Matriz de Saída

$D \rightarrow$ Matriz Direta

$\delta_E \rightarrow$ Profundor

A partir de (6), previamente apresentadas e devidamente relacionadas às derivadas de estabilidade (dados aerodinâmicos), a forma das equações de estado McLEAN (1990) que representam a dinâmica longitudinal é a seguinte:

$$\dot{u} = X_u u + X_w w - g \cos(\gamma_0) \theta + X_{\delta_E} \delta_E$$

$$\dot{w} = Z_u u + Z_w w + U_0 q - g \sin(\gamma_0) \theta + Z_{\delta_E} \delta_E$$

$$\dot{q} = \tilde{M}_u u + \tilde{M}_w w + \tilde{M}_q q + \tilde{M}_\theta \theta + M_{\delta_E} \delta_E$$

$$\dot{\theta} = q$$

Onde:

$\gamma_0 =$ Trajetória na condição de operação;

$U_0 =$ Velocidade real na condição de operação;

$X_u u, X_w w, Z_u u, Z_w w, \tilde{M}_u u, \tilde{M}_w w, \tilde{M}_q q, \tilde{M}_\theta \theta$ são derivadas de estabilidade (dados aerodinâmicos, geralmente, obtidos em ensaios em túnel de vento) Vargas and Paglione (2015).

Vale ressaltar que o sistema de coordenadas para a obtenção dos modelos lineares corresponde ao eixo do corpo, outros sistemas de coordenadas como o de estabilidade não são considerados neste trabalho.

3. PROBLEMA DE CONTROLE

Na fase de aproximação o piloto humano utiliza as referências do ILS, instalados nos aeroportos, para manter a aeronave no curso do GP. As características típicas dos componentes de um sistema de GP pode ser visto em McLEAN (1990).

3.1 Glide Path

A geometria típica de GP é ilustrada na Figura 6.

O valor típico do ângulo de um sinal de GP (γ_G) é de, aproximadamente, $-2,5^\circ$. O desvio angular (Γ), então, é calculado usando (17) e a partir das condições da aeronave, (18) e (16), complementam os cálculos.

$$\gamma = \theta - \alpha \quad (16)$$

$$\Gamma = \gamma_G + \gamma \quad (17)$$

$$d = \left(\frac{U_0}{57.3} \int \Gamma dt \right) \quad (18)$$

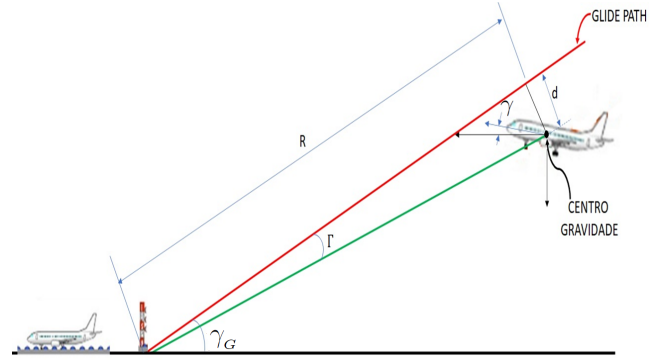


Figura 6. Geometria Glide Path.

Onde:

$\gamma =$ Trajetória da aeronave

$\theta =$ Ângulo de arfagem da aeronave.

$\alpha =$ Ângulo de ataque

$d =$ Deslocamento do CG em relação a rampa.

O problema de controle do sistema de GP está em como as informações transmitidas pelo ILS devem ser tratadas pelo controle automático de voo a fim de manter a aeronave na trajetória do sinal de GP, ou seja, a distância entre o ângulo de trajetória da aeronave (γ) e o ângulo de transmissão do GP (γ_G) deve estar conforme os parâmetros de projeto e, atingida esta condição, a aeronave estará devidamente posicionada na rampa e o sistema de controle deve ser capaz de mantê-la nessa trajetória.

O diagrama de blocos de um sistema de controle de desvio angular, Γ , típico é ilustrado na Figura 7 McLEAN (1990).

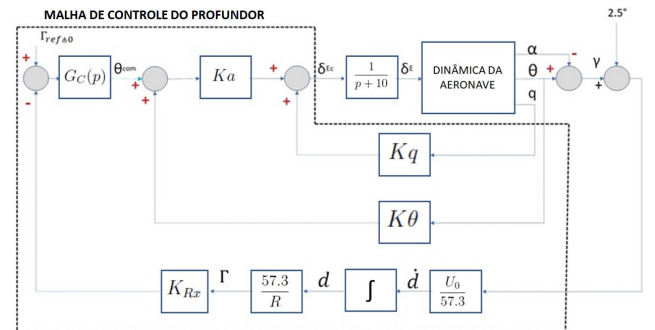


Figura 7. Glide Path - estrutura de controle.

Nesta estrutura, estão as malhas de *guiagem*, Γ , (referente à malha externa da Figura 1) e de controle, θ , (malha interna da Figura 1), paralelamente, em termos dos ganhos, e sem perda de generalidade, o ganho do receptor do GP, K_{Rx} , pode ser considerado igual a 1 V graus^{-1} . A lei de controle, (19), onde,

$$\theta_{comm} = -G_c(s)\Gamma \quad (19)$$

θ_{comm} corresponde ao ângulo de arfagem comandado, Γ a malha do desvio angular e G_c , função de transferência do controlador dada por (20).

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{0.1}{s} \right) \left(\frac{1 + sT_1}{1 + sT_2} \right) \quad T_1 \gg T_2 \quad (20)$$

Na equação (20) se verifica que a lei de controle da malha de *guiagem* corresponde a um controlador proporcional-

integral (PI), acrescido de um compensador avanço-atraso (*lead-lag*), que foi incluído com o intuito de melhorar as margens de ganho e fase. A malha de controle é fechada em atitude, θ e, acrescida de um ganho de *pitch rate* (ou taxa de arfagem), q , cada uma com seus respectivos ganhos de $K\theta$ e Kq .

3.2 Metodologia de projeto

A metodologia adotada passa pelo ciclo de desenvolvimento de leis de controle, Figura 8. A mesma é aplicada com as devidas diferenças em diferentes indústrias de desenvolvimento de produtos Tischler (1996).

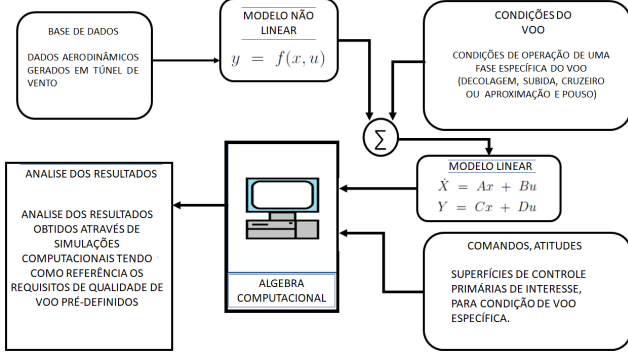


Figura 8. Ciclo do desenvolvimento de leis de controle.

Nas seções anteriores foi demonstrado a obtenção do modelo matemático do problema. O modelo não-linear, com os dados da condição de operação, Tabela 4, formam o conjunto de informações necessárias para se obter o modelo linear e seu respectivo *script* STENGEL (2004).

3.3 Requisitos de projeto

A Tabela 3 apresenta os requisitos de projeto a serem cumpridos. Estes requisitos são utilizados como parâmetro de análise da lei de controle elaborada neste trabalho. Esta tabela foi extraída de AGARD/NATO (1991) e Vargas et al. (2015).

Tabela 3. Requisitos qualidade de voo.

Requisito	Nível 1	Nível 1 melhorado
Amortecimento ξ	≥ 0.4	≥ 0.7
Margem de ganho	$> 6[dB]$	$> 10[dB]$
Margem de fase	$> 30[^\circ]$	$> 45[^\circ]$

4. RESULTADOS

Os resultados estão baseados no modelo não-linear e os *scripts*, para a obtenção dos modelos lineares, em STENGEL (2004). A Tabela 4 apresenta a condição de operação para a obtenção do modelo linear da aeronave.

A equação de estados correspondente é:

$$A = \begin{bmatrix} -0.0165 & 0.1536 & -9.0116 & -9.7298 \\ -0.1421 & -1.0561 & 70.8532 & -1.2254 \\ 0.0079 & -0.0633 & -1.0426 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0000 & 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

Onde as variáveis de estado são $[u \ w \ q \ \theta]$ e a matriz de entrada é:

Tabela 4. Condição de operação.

Condição	Valor	Unidade
Massa	4000	kg
Altitude	5000	ft
Flap	10	graus
Velocidade	130	knots
Tração	Idle	25%

$$B = \begin{bmatrix} 0.1458 \\ -7.6068 \\ -5.2345 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (22)$$

A Tabela 5 apresenta os dados de autovalores, assim como o amortecimento para o modelo linear longitudinal.

Tabela 5. Autovalores e amortecimento.

Autovalores	Amortecimento
$-1.0468 + 2.1314i$	4.41e-01
$-1.0468 - 2.1314i$	4.41e-01
$-0.0108 + 0.1727i$	6.24e-02
$-0.0108 - 0.1727i$	6.24e-02

Estes, por sua vez, identificam os dois modos que caracterizam o movimento longitudinal, o período *curto* e a *Fugóide*. A fugóide tem polos numa condição “quase-zero” do plano complexo, o que equivale a um sistema oscilatório. Os resultados das simulações apresentadas a seguir são obtidos empregando este modelo.

4.1 Simulações

A captura do GP será avaliada por meio da simulação de 3 casos, Tabela 6, e analisada através de gráficos cujas linhas azul, vermelha e amarela representam, respectivamente, os casos 1, 2 e 3.

Tabela 6. Variação de ganhos.

Ganho	Caso 1	Caso 2	Caso 3
K_θ	1.5	2.0	2.5
K_q	1.0	1.5	1.9
K_c	-10	-15	-20

As constantes da simulação são apresentados na Tabela 7:

Tabela 7. Constantes.

Constante	Valor	Unidade
K_A	2.1	adm
T_1	0.4	s
T_2	0.04	s
R	2250	m
K_{Rx}	1	$V \deg^{-1}$
U_o	72	m/s
d	200	m

É importante ressaltar que, nos resultados a seguir, o vértice direito do losango (cartas de Nichols), no eixo horizontal, corresponde ao valor mínimo de margem de fase enquanto que o vértice inferior do eixo vertical corresponde ao mínimo de margem de ganho. Os Valores de 45 graus e 6 dB são, respectivamente, os valores mínimos de margem de fase e de ganho Gangsaas et al. (2008).

As Figuras 9 e 10, ilustram as cartas de **Nichols** para taxa de arfagem (q) e atitude (θ) onde pode ser visto o efeito da variação dos ganhos. No diagrama de q (taxa de arfagem), os melhores resultados são vistos nos ganhos do Caso 1 pois atenderam tando o requisito de margem de fase quanto margem de ganho. No diagrama de θ (atitude) verifica-se que a variação de ganhos não tem efeito considerável nas margens de fase e ganho. Os dois resultados cumprem com os requisitos especificados.

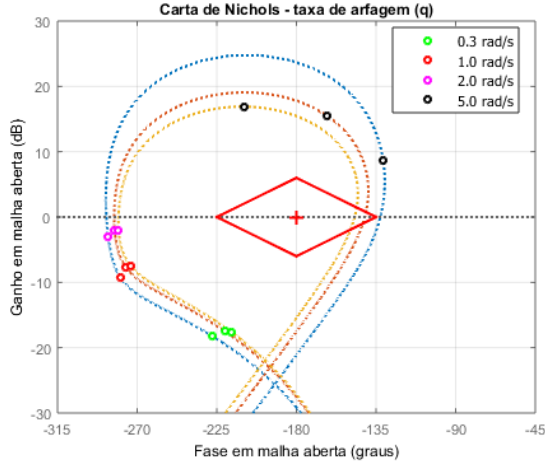


Figura 9. Carta de Nichols da taxa de arfagem (q).

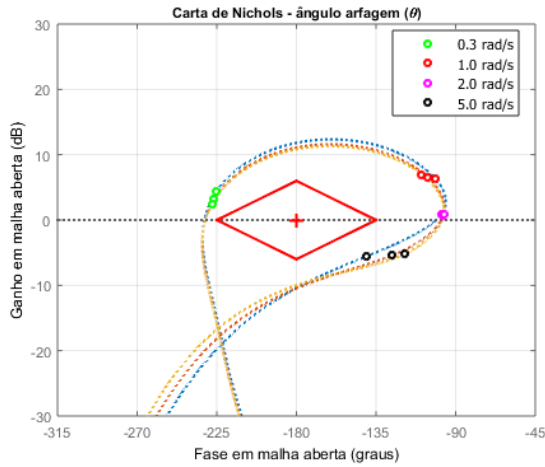


Figura 10. Carta de Nichols atitude (θ).

As Figuras 11 e 12 apresentam as cartas de **Nichols** para o desvio angular, (Γ), e para o profundo (δ_E).

No caso da malha de Γ verifica-se que a variação de ganhos novamente não é considerável. Já, no caso do profundo os ganhos correspondentes ao primeiro caso apresentam melhores margens.

As Figuras 13 e 14 apresentam a variação no tempo do desvio angular Γ e os polos de malha fechada da aeronave. A simulação corresponde a 200 segundos e no primeiro resultado verifica-se que após 30 segundos, aproximadamente, o regime permanente é atingido, isto é, a aeronave segue adequadamente a rampa de descida.

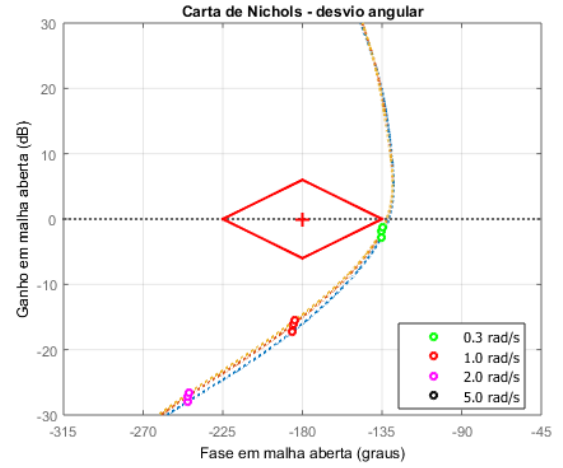


Figura 11. Carta de Nichols desvio angular (Γ).

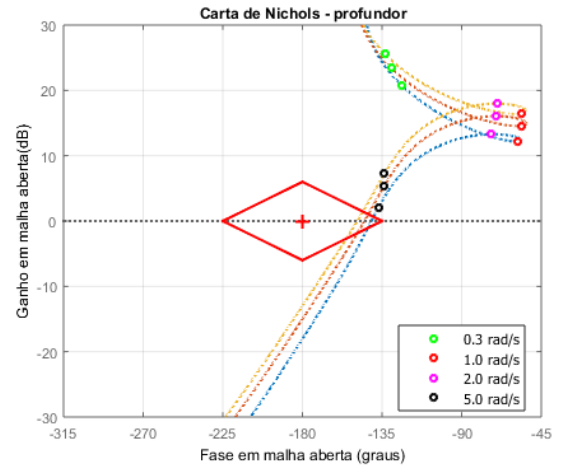


Figura 12. Carta de Nichols profundo (δ_E).

Já no segundo resultado, verifica-se que o amortecimento ξ dos polos é ≥ 0.4 , este resultado também cumpre os requisitos especificados.

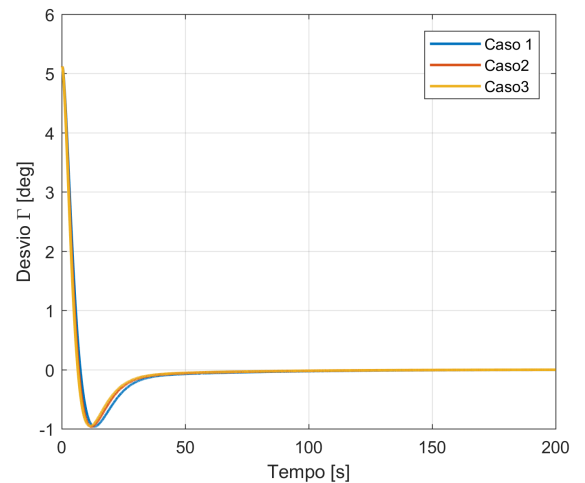


Figura 13. Variação do desvio angular (Γ) no tempo.

