

## Comparação de Desempenho entre Controle Adaptativo e Controle PID para um Sistema de Dois Tanques: Estudo de Caso Experimental

R. M. P. Bachiega\*. H. K. M. Paredes.\*\* J. E. N. Rodrigues\*\*\*. D. Colón\*\*\*\*

\*Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP – Instituto de Ciência e Tecnologia, Sorocaba, SP, Brazil (e-mail: [rafaelmpb11@hotmail.com](mailto:rafaelmpb11@hotmail.com)).

\*\* Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP – Instituto de Ciência e Tecnologia, Sorocaba, SP, Brazil (e-mail: [hmorales@sorocaba.unesp.br](mailto:hmorales@sorocaba.unesp.br)).

\*\*\* Universidade Estadual Paulista “Júlio de Mesquita Filho”, UNESP – Instituto de Ciência e Tecnologia, Sorocaba, SP, Brazil (e-mail: [ing.navas@gmail.com](mailto:ing.navas@gmail.com)).

\*\*\*\*Universidade de São Paulo, USP – Escola Politécnica, São Paulo, SP, Brazil (e-mail: [diego@lac.usp.br](mailto:diego@lac.usp.br))

---

**Abstract:** In this work, different control approaches were studied and designed to apply for a two coupled tanks system. In order to control one of the two levels of the tanks by actuating in one of the pumps available, it was used a pole placement technique to tune PID controllers and an adaptive controller (using least squares identification algorithm). Finally, after applying all control methodologies described, the controllers were compared by their performance regarding the defined control requirements as well as by the using of a benchmark performance indicator, known as Harris Index, which evaluates the variance of the controllers based in a minimum variance controller.

**Resumo:** Neste trabalho, duas técnicas diferentes de controle são projetadas e comparadas para um sistema de dois tanques acoplados. O controle do nível dos tanques é feito através das bombas disponíveis na planta. Para o projeto do controlador PID, a técnica de alocação de polos foi utilizada, e o controlador adaptativo realiza identificação on-line de parâmetros através do método dos mínimos quadrados. Os controladores são implementados na planta real e os desempenhos de ambos são comparados utilizando-se o chamado Índice de Harris, que avalia a variância dos resultados dos controladores.

**Keywords:** DTS200; SISO System; PID Control; Adaptive Control; Pole Placement; Harris Index.

**Palavras-chaves:** DTS200; Sistema SISO, Controle PID, Controle Adaptativo, Alocação de Pólos; Índice de Harris.

---

### 1. INTRODUÇÃO

Sistemas de tanques com válvulas são amplamente encontrados na indústria química (Chalupa et al., 2012)(Ding, 2014) e em sistemas de tratamento de água a interconexão desses sistemas é comum (Roy e Roy, 2016). Os sistemas de tanques também podem ser usados para simular aparelhos cardiorrespiratórios (Pompara et al., 2017) e para o estudo e avaliação de controladores (Khan e Spurgeon, 2006). Dependendo da aplicação, o volume de líquido pode variar desde alguns até milhares de litros. Em particular, em plantas industriais, a grande quantidade de fluido envolvido e as constantes de tempo na ordem de minutos ou horas, fazem com que estudos em planta real sejam inviáveis, pois há uma demanda econômica considerável. Como alternativa, podem-se realizar estudos em sistemas de menor porte que possuam características comparáveis, porém escalonadas para poder realizar uma análise de forma mais rápida e eficiente, permitindo à aplicação dos mesmos princípios de controle (Ding, 2014). A maioria dos controladores utilizados nos processos industriais, devido à sua simplicidade e capacidade de redução de erro em regime estacionário, são do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID). Embora estes

controladores não sejam tão efetivos quando comparados com outras abordagens de controle que exigem maior processamento e, portanto, maior custo (Dorf e Bishop, 2014)(Åström e Hällung, 2001), cerca de 80% a 90% dos processos podem ser controlados utilizando um controlador PID, havendo, portanto, a necessidade de aprimorar e otimizar sua performance (Roy e Roy, 2016; Blevins, 2012), (Åström e Hällung, 2001). A escolha da estratégia mais adequada para o processo a ser controlado deve ser efetuada mediante a comparação custo-benefício das diferentes abordagens de controle. Dessa forma, visando obter um desempenho desejado, são projetados diferentes controladores através de diversas metodologias de controle e sintonia de malha, como os PID e o controlador adaptativo auto-ajustável. Este último permite adequar seus ganhos às variações na planta, ou seja, o controlador se auto ajusta à diferentes pontos de operação, tornando-o atrativo para processos industriais dinâmicos. Assim, os parâmetros para os controladores adaptativos são ajustados em tempo real por um método de sintonia que se baseia na estimação dos parâmetros da planta, por exemplo, mínimos quadrados (Åström e Wittenmark, 2008; Bigelow e Kallhor, 2017). Entretanto, há o desafio de se aferir qual controlador possui melhor desempenho no processo, para que

o projetista possa realizar uma escolha adequada do controlador em função do custo-benefício da implementação. O presente trabalho apresenta a modelagem, projeto de controle e avaliação de uma planta experimental em escala laboratorial composta por um sistema de dois tanques acoplados. Duas estratégias de controle, uma PID e uma adaptativa com dois graus de liberdade (RST incremental) são aplicadas ao sistema de tanques. A partir do modelo desenvolvido, é feita a linearização, que em seguida é utilizada no projeto dos controladores pelo método de alocação de polos. Uma vez implementados os controladores, são aferidos os desempenhos através do índice de Harris ou índice de variância mínima proposto por Desborough e Harris (1992). Esse índice de desempenho baseia-se na comparação da variância do controlador projetado com a de um controlador *benchmark* de variância mínima.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

O sistema experimental utilizado é o kit didático DTS200 mostrado na Fig. 1 (Amira, 2002). Este consiste de três tanques cilíndricos idênticos ( $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ ) de seção  $A$ , sensores de nível de líquido em cada tanque ( $h_1$ ,  $h_2$ ,  $h_3$ ) baseados em pressão, duas bombas ( $P_1$  e  $P_2$ ) nos tanques  $T_1$  e  $T_2$  (com vazões volumétricas  $q_1$  e  $q_2$ ) e acoplamentos através de válvulas de interconexão de área  $S_n$  entre os tanques  $T_1$  e  $T_3$ ,  $T_2$  e  $T_3$  e reservatório, cuja vazão é controlada pelo acionamento de servo motores. O sistema também pode simular vazamentos usando as válvulas de descarga de área  $S_n$  em cada tanque. As válvulas, tanto de interconexão como de simulação de vazamento, possuem um coeficiente de vazão  $k_i$ .

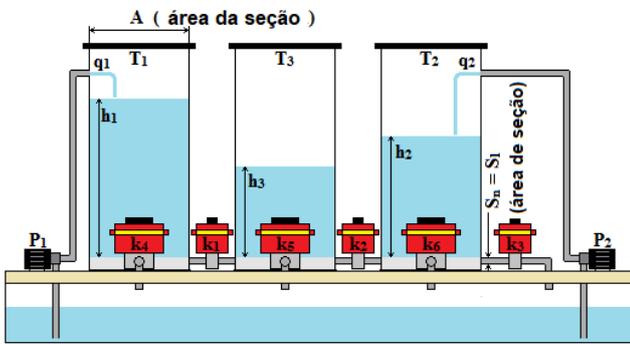


Fig. 1. Estrutura do Sistema DTS200 (AMIRA, 2002).

Neste trabalho, foi fechada a válvula de acoplamento  $k_2$  para utilizar apenas os tanques  $T_1$  e  $T_3$  como um sistema de dois tanques acoplados. Tanto os atuadores como os sensores do módulo possuem um sistema analógico de comando/leitura de sinais baseado em tensão e/ou corrente.

### 2.1 Monitoramento e Atuação com o DTS200

Os controladores projetados foram implementados digitalmente no software MATLAB. Para monitorar a atuação do DTS200, foi utilizada a placa de aquisição de dados USB-1208LS que possui dois conversores Digital-Analógicos (DAC) de 0 a 5 V, utilizados para a atuação sobre o módulo

eletrônico das bombas através de um circuito de condicionamento, e oito conversores Analógico-Digital (ADC) de -10 a 10 V, com três destes sendo utilizados para o monitoramento do nível dos tanques. Uma vez que o conversor DAC possui uma saída de 0 a 5 V e o módulo de comando do sistema requer uma entrada de -10 a 10 V, foi construído um circuito de condicionamento do sinal, como pode ser observado na Fig. 2. Tal circuito opera com tensão de entrada de 0 a 5 V e tensão de saída de  $\pm 10$  V. Dessa forma, o circuito amplificador para a bomba  $P_1$  foi projetado baseando-se na equação  $V_{out} = 4(V_{in} - 2,5)$  sendo  $V_{out}$  a tensão de saída do circuito e  $V_{in}$  a tensão de entrada.

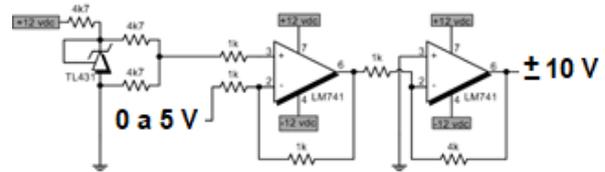


Fig. 2. Circuito de condicionamento para atuação na bomba.

## 3. MODELAGEM FENOMENOLÓGICA DA PLANTA

Através da estrutura mostrada na Fig. 1, é obtido um modelo matemático, apresentado pelas equações (1)-(3), e que descrevem o seu comportamento no tempo (Amira, 2002):

$$A \frac{dh_1}{dt} = q_1 - k_1 S_n \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{|h_1 - h_3|} \cdot \text{sgn}(h_1 - h_3) - k_4 S_n \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_1}, \quad (1)$$

$$A \frac{dh_2}{dt} = q_2 - k_2 \cdot S_n \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{|h_2 - h_3|} \cdot \text{sgn}(h_2 - h_3) - k_3 \cdot S_n \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_2} - k_6 \cdot S_n \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_2}, \quad (2)$$

$$A \frac{dh_3}{dt} = k_1 \cdot S_n \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{|h_1 - h_3|} \cdot \text{sgn}(h_1 - h_3) + k_2 \cdot S_n \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{|h_2 - h_3|} \cdot \text{sgn}(h_2 - h_3) - k_5 \cdot S_n \cdot \sqrt{2g} \cdot \sqrt{h_3}, \quad (3)$$

sendo  $k_1$  o coeficiente da válvula do acoplamento entre os tanques  $T_1$  e  $T_3$ ,  $k_4$  o coeficiente da válvula de descarga do tanque  $T_1$ ,  $k_2$  o coeficiente da válvula de acoplamento entre os tanques  $T_2$  e  $T_3$ ,  $k_3$  e  $k_6$  os coeficientes das válvulas de descarga do tanque  $T_2$  e  $k_5$  o coeficiente da válvula de descarga do tanque  $T_3$ . As equações (4)-(6) representam o sistema linearizado em torno de um ponto de operação arbitrário do sistema (não linear) das equações (1)-(3), desde que  $h_1 - h_3 \neq 0$ . No ponto de operação escolhido para a linearização,  $h_{1ss}$ ,  $h_{2ss}$  e  $h_{3ss}$  são os valores dos níveis dos tanques  $T_1$ ,  $T_2$  e  $T_3$ , respectivamente, e  $\bar{q}_1$ ,  $\bar{q}_2$ ,  $\bar{h}_1$ ,  $\bar{h}_2$  e  $\bar{h}_3$  são as variáveis de desvio em relação ao ponto de operação da linearização:

$$\frac{d\bar{h}_1}{dt} = \frac{\bar{q}_1}{A} - \left( \frac{k_1 S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{|h_{1ss} - h_{3ss}|}} + \frac{k_4 S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{h_{1ss}}} \right) \bar{h}_1 + \frac{k_1 S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{|h_{1ss} - h_{3ss}|}} \bar{h}_3, \quad (4)$$

$$\frac{d\bar{h}_2}{dt} = \frac{\bar{q}_2}{A} - \left( \frac{k_2 S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{|h_{2SS} - h_{3SS}|}} + \frac{(k_3 + k_6) S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{h_{2SS}}} \right) \bar{h}_2 + \frac{k_2 S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{|h_{2SS} - h_{3SS}|}} \bar{h}_3, \quad (5)$$

$$\frac{d\bar{h}_3}{dt} = \frac{k_1 S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{|h_{1SS} - h_{3SS}|}} \bar{h}_1 + \frac{k_2 S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{|h_{2SS} - h_{3SS}|}} \bar{h}_2 - \left( \frac{k_1 S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{|h_{1SS} - h_{3SS}|}} + \frac{k_2 S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{|h_{2SS} - h_{3SS}|}} + \frac{k_5 S_n \sqrt{2g}}{2A \sqrt{h_{1SS}}} \right) \bar{h}_3. \quad (6)$$

### 3.1 Definição dos Requisitos de Controle

Neste trabalho, almeja-se controlar o nível do tanque  $T_3$ , ( $h_3$ ), definindo um *setpoint* de 4,3 cm, a partir da vazão fornecida pela bomba do tanque  $T_1$ , ( $q_1$ ), com apenas a válvula de acoplamento entre os tanques  $T_1$  e  $T_3$  e a válvula de descarga do tanque  $T_3$  abertas. Com base no *setpoint* escolhido nesta configuração e com a planta em modo manual, obtiveram-se experimentalmente os valores dos pontos de operação para cada variável linearizada e a partir do modelo em estado estacionário foram calculados os coeficientes das válvulas. A Tab. 1 apresenta os valores obtidos para o ponto de operação escolhido.

Tab. 1 - Ponto de operação escolhido.

$q_{1ss}$ [ml/s]	$h_{1ss}$ [cm]	$h_{3ss}$ [cm]	$k_1$	$k_5$
33,5	15,62	4,3	0,45	0,73

Com o intuito de avaliar a dinâmica dos controladores frente a um distúrbio, em todas as análises, a válvula de descarga do tanque  $T_1$  foi parcialmente aberta após 1400 s do início do experimento. A alocação de polos requer a priori, uma definição dos valores dos polos no plano complexo. Considerando que uma resposta de sistema de segunda ordem seja adequada para o sistema em malha fechada, os polos estão diretamente relacionados com o tempo de acomodação a 2% e o sobressinal máximo (OGATA, 1993):  $t_s = 4/\zeta\omega_n$  e  $M_p(\%) = \exp(-(\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2})) \cdot 100\%$ , onde  $\zeta$  é o coeficiente de amortecimento,  $\omega_n$  a frequência natural não amortecida. Os valores escolhidos são  $t_s = 500s$  e  $M_p(\%) = 5\%$  de onde se podem tirar os pólos de malha fechada desejados:  $p_{1,2} = \zeta\omega_n + j\omega_d = -0,008 \pm 0,0084j$ .

### 3.2 Projeto do controlador PID

Definidos os requisitos de controle, em (7) temos a função de transferência do controlador PID. Observa-se que o controlador possui um filtro na ação derivativa, tornando-o robusto a ruídos e a ponderações de *setpoints*, o que faz com que este controlador tenha *dois graus de liberdade* (Åström e Hällung, 2001):

$$G_c(s) = K_p(bSP_{h_3} - PV) + \frac{K_i}{s}(SP_{h_3} - PV) + \frac{K_d s}{1 + \frac{K_d}{N}s}(cSP_{h_3} - PV), \quad (7)$$

sendo,  $PV$  a variável de processo ( $h_3$ ),  $SP_{h_3}$  o *setpoint* da altura do tanque  $T_3$ ,  $K_p$  o ganho proporcional,  $K_i$  o ganho do integrador,  $K_d$  o ganho derivativo,  $b$  a ponderação de *setpoint* para a parcela proporcional,  $c$  a ponderação de *setpoint* da parcela derivativa e  $N$  um ganho para o filtro passa-baixa. Para o presente trabalho,  $b = 1$  e  $c = 0$ . Adicionalmente, para corrigir problemas de saturação do integrador, foi utilizado um *anti-windup* do tipo *clamping* (Åström e Hällung, 2001). Para alocação de polos, é necessária a função de transferência da planta. Assim, com base no ponto de operação escolhido, conforme a Tab. 1 e as equações (4)-(6), a função transferência de segunda ordem ( $G_{p-2o}$ ) é dada por (8):

$$G_{p-2o}(s) = \frac{\bar{H}_3(s)}{\bar{Q}_1(s)} = \frac{6,245 \times 10^{-5}}{s^2 + 0,04455s + 0,0002435}, \quad (8)$$

tal que  $\bar{H}_3(s)$  é a transformada de Laplace de  $\bar{h}_3(t)$ , que representa a altura linearizada do tanque  $T_3$ , e  $\bar{Q}_1(s)$  a transformada de Laplace de  $\bar{q}_1(t)$ , que representa a vazão linearizada da bomba  $P_1$ . Por outro lado, visando uma análise comparativa, a função de transferência apresentada em (9) foi obtida utilizando uma metodologia gráfica de identificação, que aproxima um modelo de primeira ordem ( $G_{p-1o}$ ) com base na resposta do sistema à um degrau, cujo procedimento é descrito por (Coelho e Coelho, 2015):

$$G_{p-1o}(s) = \frac{\bar{H}_3(s)}{\bar{Q}_1(s)} = \frac{0,2619}{190s + 1}, \quad (9)$$

Com as funções de transferência (8) e (9), foram realizadas cinco sintonias por meio da estratégia de alocação de polos. Três sintonias do tipo PID, baseadas no modelo linearizado de segunda ordem, com diferentes valores do filtro derivativo,  $N$  ( $PID_{calcN0.8}$ ,  $PID_{calcN8}$ ,  $PID_{calcN20}$ ) e duas sintonias PI, sem a ação derivativa, sendo uma baseada no modelo linearizado de segunda ordem ( $PI_{calc}$ ) e outra baseada no modelo aproximado, de primeira ordem ( $PI_{graph}$ ), obtido graficamente ao aplicar um degrau à planta. O projeto de alocação de polos consiste em parametrizar o controlador a partir da equação de malha fechada igualando-a com uma equação característica desejada baseada nos polos a serem alocados, da seguinte forma:  $1 + G_c(s)G_p(s) = (s + p_1)(s + p_2) \dots (s + p_n)$  tal que  $p_i$  são os polos desejados e  $n$  é a ordem da equação característica de malha fechada. Aplicada a metodologia de alocação de polos para os controladores PI e PID, obteve-se os ganhos conforme a Tab. 3 os quais foram aplicados ao sistema DTS200.

Tab.3 Controladores PID Utilizados no Experimento.

	$PI_{graph}$	$PI_{calc}$	$PID_{calcN0.8}$	$PID_{calcN8}$	$PID_{calcN20}$
$K_p$	7,7892	0,9787	18,7497	18,7497	18,7497

$K_i$	0,0975	0,0172	0,1721	0,1721	0,1721
$K_d$	0	0	823,872	823,872	823,872
$N$	-	-	0,8	8	20

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Fig. 3 mostra o resultado do controlador  $PI_{graph}$  através do modelo aproximado de primeira ordem. Observa-se que o controlador foi efetivo em controlar o nível  $h_3$ , com um esforço pequeno sobre a vazão  $q_1$ . Em relação à variável de processo após 399 s o nível manteve-se na faixa de 2%. É possível observar que o máximo sobressinal desta sintonia foi de aproximadamente 8,34% e o tempo de acomodação,  $t_s$ , foi menor do que o requisito em função da não linearidade, e a adição de um zero no sistema. A Fig. 4 mostra o resultado para a sintonia baseada no modelo calculado,  $PI_{calc}$ . Verifica-se uma oscilação do nível ao longo do tempo, ou seja, não há convergência do sistema dentro do critério de 2%. Por conseguinte, não foi introduzido o distúrbio.

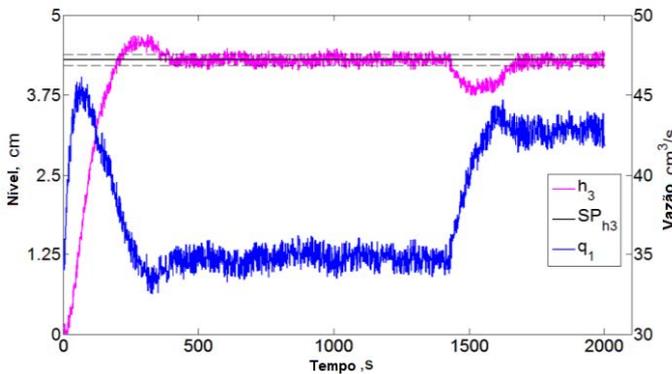


Fig. 3 Resultados do Controle  $PI_{graph}$ .

Salienta-se que na parametrização do controlador pela alocação de polos, ao se igualar a equação característica à equação desejada de malha fechada no controlador  $PI_{calc}$ , o tempo de acomodação resultou em um valor diretamente proporcional ao do modelo da planta, sem a dependência dos ganhos do controlador, ou seja, não foi possível manipular o tempo de acomodação para o valor de projeto do controlador (500 s), neste caso, o tempo de acomodação foi de 978 s. As três sintonias PID foram plotadas em um mesmo gráfico, conforme a Fig. 5, onde se nota que, para a variável de processo, todas tiveram comportamentos próximos com relação ao tempo de acomodação, tendo ligeiras diferenças no transitório, no sobressinal máximo, no desvio do *setpoint* após o distúrbio.

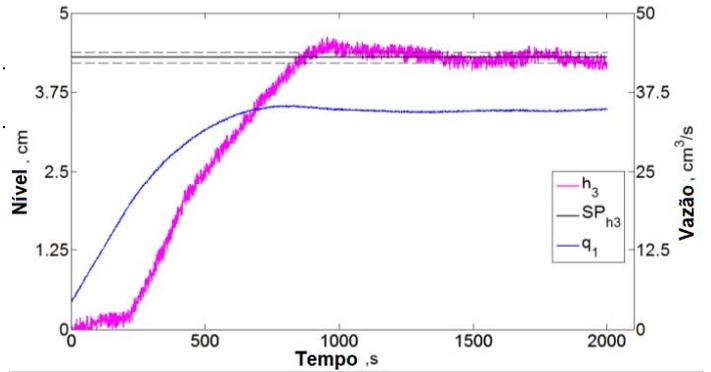


Fig. 4 Resultado do controlador  $PI_{calc}$ .

A Fig. 6 ilustra o esforço de controle ao longo do tempo, onde pode ser observada uma diferença entre os filtros. Para a sintonia PID com filtro  $N = 20$  observa-se uma variância maior em torno do ponto médio, causada pelo ruído não filtrado na ação derivativa, contrariamente à sintonia com  $N = 0,8$  que apresenta menores variações. Conforme  $N$  diminui, o filtro passa-baixas permite maiores atenuações, sendo essa uma característica bastante interessante já que grandes esforços na variável manipulada tendem a diminuir a vida útil da bomba.

#### 4.1 Projeto do Controlador Adaptativo: Estudo de convergência do estimador em malha aberta

Para o caso do controlador adaptativo, os parâmetros da planta foram considerados utilizando um estimador de mínimos quadrados recursivo, onde foi encaixado um modelo discreto ARMAX (*Auto Regressive Moving Average with Exogenous Inputs*), definido em (10), que representa a função de transferência discreta (Aguirre, 2015). A escolha do modelo ARMAX se deu pela forte presença de ruído na saída do processo, caracterizando-o como um sistema com erro na saída. Assim, para estes tipos de sistemas, deve-se utilizar um modelo ARMAX cuja ordem do polinômio C seja igual à do polinômio A, pois senão os parâmetros estimados serão enviesados:

$$y(k) = \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})}u(k) + \frac{C(z^{-1})}{A(z^{-1})}v(k), \quad (10)$$

sendo  $y(k)$  a saída do sistema em um tempo amostrado  $k$ ,  $u(k)$  a entrada,  $v(k)$  um erro de média nula e  $A(z^{-1})$ ,  $B(z^{-1})$  e  $C(z^{-1})$  são polinômios no operador  $z^{-1}$ . Uma vez que a função de transferência contínua é conhecida, é feita a discretização, com tempo de amostragem,  $t_k$ , de 10 s, conforme (11). Logo, a ordem dos polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$  resultam iguais,  $n_a = n_b = 2$ :

$$G_P(z^{-1}) = \frac{b_0z^{-1}+b_1z^{-2}}{1+a_1z^{-1}+a_2z^{-2}} = \frac{0,002701z^{-1}+0,002328z^{-2}}{1-1,621z^{-1}+0,6405z^{-2}}. \quad (11)$$

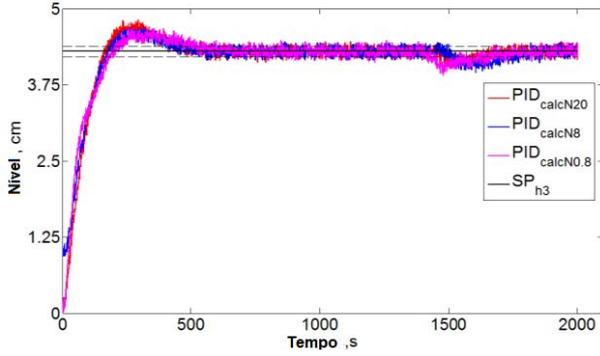


Fig. 5 Resultado dos controladores PID.

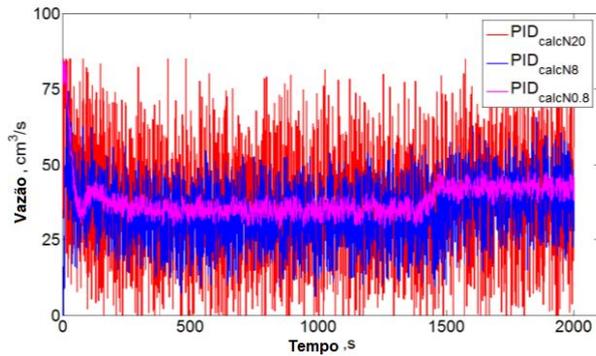


Fig. 6 Esforço da bomba para os diferentes filtros derivativos da sintonia de PID.

Este ensaio foi realizado durante 4000 s e foram aplicadas as amplitudes de  $\pm 5\%$ ,  $\pm 10\%$ ,  $\pm 20\%$ ,  $\pm 30\%$ ,  $\pm 40\%$  e  $\pm 50\%$ . As Fig. 7, Fig. 8, Fig. 9 e Fig. 10 ilustram a comparação da estimação dos parâmetros para cada experimento, sendo que cada curva indica a identificação para cada variação de amplitude. Nota-se que a convergência do estimador está relacionada à amplitude do sinal PRBS, assim, por exemplo, para 5% de variação na amplitude o algoritmo não converge, porém conforme é aumentada a amplitude, a convergência se torna mais rápida e precisa. É importante ressaltar que neste tipo de teste, o projetista deve estar atento às restrições operacionais da planta, assim como nas possíveis não linearidades, pois o incremento da amplitude de variação do sinal pode afetar negativamente, levando o sistema a operar fora do valor desejado em regime estacionário.

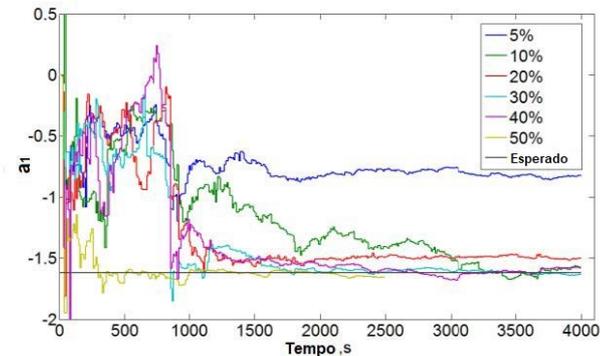


Fig. 7 Estimação de  $a_1$  em malha aberta.

De todos os testes realizados, observa-se que a convergência dos zeros não foi exata, porém os polos tiveram uma boa estimação em relação aos valores reais, sendo mais próximos para amplitudes maiores do sinal PRBS. Dentre os resultados, a amplitude de 30% foi escolhida para dar sequência no projeto do controlador adaptativo, uma vez que sua convergência resultou muito próxima aos valores reais. Além disso, quando comparado com amplitudes maiores, não há melhorias significativas no resultado. O diagrama de blocos da Fig. 11 ilustra a estrutura de controle RST incremental utilizada para o projeto de controle adaptativo, e que é definido pela equação (12) (Wellestead e Zarrop, 1991).

$$R(z^{-1})\Delta u(k) = T(z^{-1})y_r(k) - S(z^{-1})y(k), \quad (12)$$

sendo  $R(z^{-1})$ ,  $S(z^{-1})$  e  $T(z^{-1})$  polinômios no operador  $z^{-1}$ ,  $u(k)$  o sinal de saída do controlador,  $y_r(k)$  o sinal de referência (*setpoint*) e  $y(k)$  a saída do processo realimentado.

#### 4.2 Projeto do Controlador Adaptativo: Controlador RST

Para a sintonia do controlador, é aplicada a equação *Diofantina* definida em (13) (Åström e Hällung, 2006), com os valores dos polos definidos na seção 3.1, ou seja,  $p_{1,2} = \zeta w_n + jw_d = -0,008 \pm 0,0084j$ , e considerando um tempo de amostragem do controlador  $t_k = 10$  s:

$$A(z^{-1})R(z^{-1}) + z^{-d}B(z^{-1})S(z^{-1}) = EC(z^{-1}) \quad (13)$$

com  $EC(z^{-1}) = 1 + p_1z^{-1} + \dots + p_{n_{EC}}z^{-n_{EC}}$ , sendo  $EC(z^{-1})$  a equação característica desejada, do tempo de atraso do processo e  $p_i$  os polos desejados.

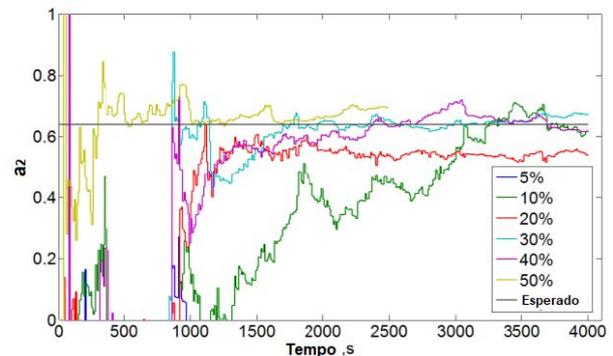


Fig. 8 Estimação de  $a_2$  em malha aberta.

A equação (13) possui infinitas soluções caso os polinômios  $A(z^{-1})$  e  $B(z^{-1})$  não possuam fatores em comum. Assim, caso haja fatores em comum ou próximos, a solução será mal condicionada (Åström e Hällung, 2006; Jacknoon, et al., 2016). De forma a garantir a causalidade do controlador e obter polinômios de ordem mínima, os polinômios devem seguir as seguintes condições (Wellstead e Zarrop, 1991):  $\deg(R) = \deg(B) + d - 1$  e  $\deg(S) = \deg(A)$ .

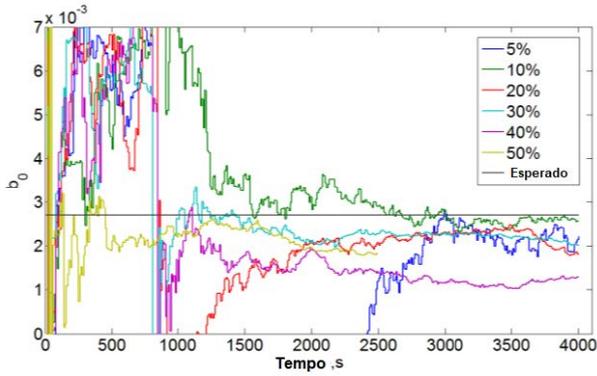


Fig. 9 Estimação de  $b_0$  em malha aberta.

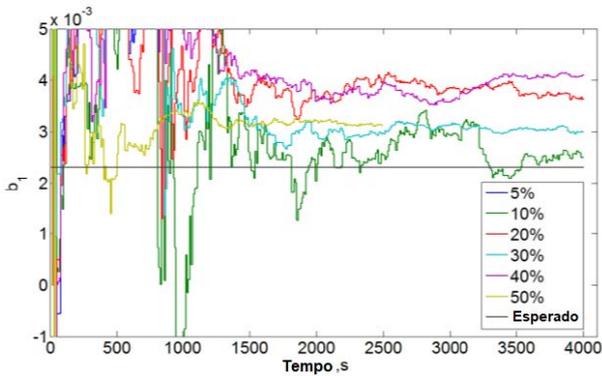


Fig. 10 Estimação de  $b_1$  em malha aberta.

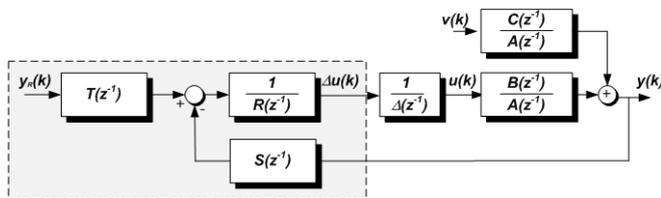


Fig. 11 Diagrama de blocos do sistema controlado.

A definição do valor do polinômio  $T(z^{-1})$  pode ser feita com o intuito de garantir que, de acordo com o teorema do valor final, a saída do processo seja igual à referência. Logo, define-se  $T(z^{-1})$  através da equação  $T(1) = EC(1)/B(1)$ . Assim, de (13), a sintonia do controlador adaptativo é feita recursivamente, ou seja, para cada nova estimação. Desta forma é obtido a matriz de *Sylvester* (14), que fornece a solução para obtenção dos parâmetros do controlador.

$$\begin{bmatrix} 1 & b_0 & 0 & 0 \\ a_1 - 1 & b_1 & b_0 & 0 \\ a_2 - a_1 & 0 & b_1 & b_0 \\ -a_2 & 0 & 0 & b_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r_1 \\ s_0 \\ s_1 \\ s_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} p_1 - a_1 + 1 \\ p_2 - a_2 + a_1 \\ a_2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Uma vez que o objetivo do experimento foi verificar se o controle atingiu seus requisitos de projeto, iniciou-se em nível  $h_3 = 0$  cm e os parâmetros do estimador foram inicializados com o último valor estimado do experimento em malha aberta, considerando uma amplitude de  $\pm 30\%$  e com uma matriz de covariância inicializada com valores baixos, evitando “saltos”

na estimação. Foram testados os seguintes casos: 1) Controle com o estimador ligado desde o início ( $RST_{0s}$ ), 2) Controle com o estimador ligado após 300 s ( $RST_{300s}$ ). Como pode ser observado na Fig. 12 ( $RST_{0s}$ ) e Fig. 13 ( $RST_{300s}$ ), o tempo de acomodação em ambos foi de 565 s, ou seja, 65 s mais lento do que o desejado (500 s). O sobressinal para o caso 2 foi de 4,25%, enquanto que para o caso 1, o sobressinal atingiu o valor de 15%, muito aquém do desejado. Com relação à queda do nível após o distúrbio, ambos os casos foram próximos. No caso 1, houve uma queda de 0.196 cm e o do caso 2, 0.276 cm de queda. Portanto, conclui-se que o controle do caso 2 teve melhor desempenho em atingir os requisitos iniciais estabelecidos para o projeto. Os parâmetros estimados durante o experimento em ambos os casos são apresentados nas Fig. 14, Fig. 15, Fig. 16 e Fig. 17, observa-se que, diferentemente ao caso 2, para o estimador do caso 1 no início houve mudanças bruscas nos parâmetros estimados, inclusive com uma mudança de sinal de  $b_0$ , o que incrementa o sobressinal, já que os parâmetros foram estimados erroneamente neste período inicial.

#### 4.3 Avaliação dos Controladores através do Índice de Harris

Visando avaliar o desempenho dos controladores, estes foram submetidos ao índice de Harris, em sua forma recursiva conforme (25), cujas etapas de desenvolvimento e algoritmos para aplicação são descritas por Desborough e Harris, (1992). Neste indicador, quanto mais o valor se aproxima de zero, melhor o desempenho do controlador, ou seja, apresenta um comportamento com variância mínima. Sendo  $\sigma_{mv}^2$  a variância de um controlador de variância mínima aplicado à malha,  $\sigma_y^2$  a variância da malha com o controlador a ser analisado e  $\eta$  o índice de Harris, cujo valor varia no conjunto  $[0,1]$ , estes se relacionam pela seguinte fórmula:  $\eta = 1 - \sigma_{mv}^2/\sigma_y^2$ .

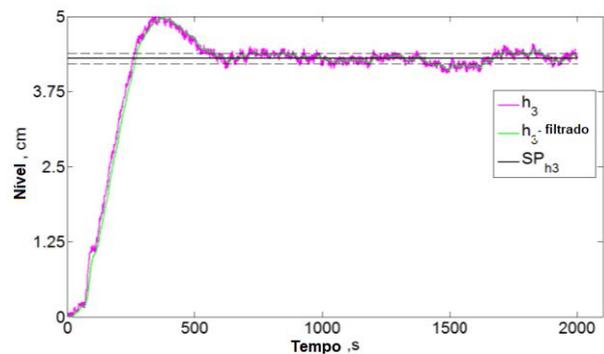


Fig. 12 Sistema controlado por controlador adaptativo com estimador ligado desde o início.

Na Fig. 18 é possível observar a evolução do índice para cada controlador projetado, onde o índice para a maioria dos controladores tende a valores baixos conforme se estabilizam, ou seja, apresentam um desempenho ótimo. Porém, ao aplicar um distúrbio, observa-se que o índice para todos os controladores piora (exceto o  $PI_{calc}$  no qual não foi aplicado o distúrbio). Porém quando comparados, alguns controladores apresentaram uma piora do índice maior do que outros.

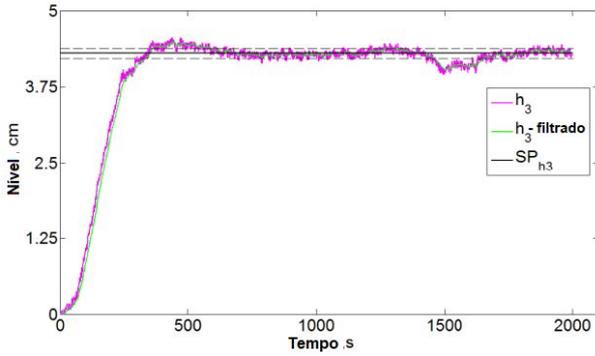


Fig. 13 Sistema controlado por controlador adaptativo com o estimador ligado após 300 s.

Avaliando os controladores em relação ao aumento do índice, nota-se que os controladores PID possuem um aumento menor do que o controlador  $PI_{graph}$ . Esta característica é explicada pelo fato da ação derivativa do controlador PID reagir ao distúrbio, fazendo com que a variância da saída seja menor do que no caso em que não há ação derivativa. Já o controlador  $PI_{graph}$ , que possui baixa variação na variável manipulada, resulta em um menor esforço da bomba, atingindo um índice em regime estacionário muito próximo dos controladores PID, mostrando que, caso o requisito de projeto permita maiores oscilações com distúrbio, a utilização do controlador  $PI_{graph}$  é mais vantajosa que os controladores PID, que demandam mais esforço de controle da bomba .

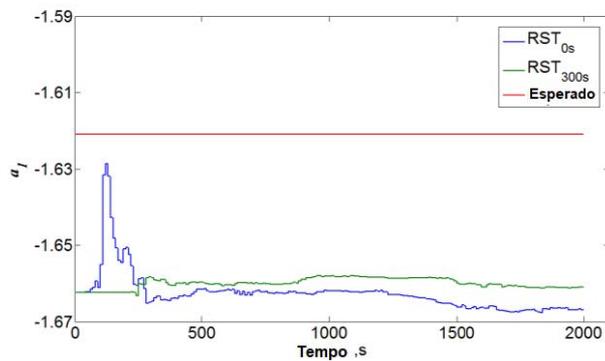


Fig. 14 Comparação da estimativa de  $a_1$  em malha fechada.

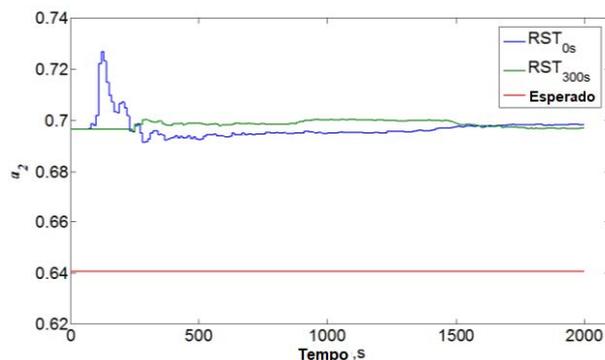


Fig. 15 Comparação da estimativa de  $a_2$  em malha fechada.

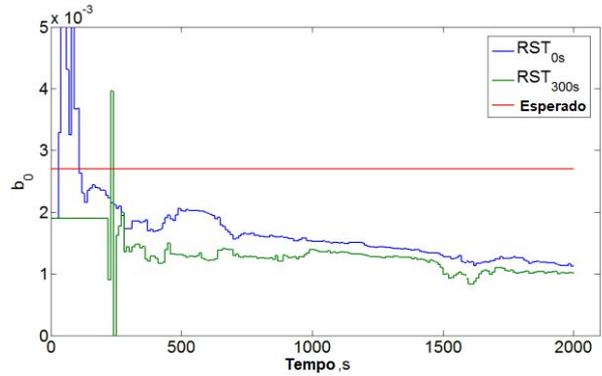


Fig. 16 Comparação da estimativa de  $b_0$  em malha fechada.

Por outro lado, o controlador adaptativo, embora não tenha atingido índices muito baixos como os controladores  $PI_{graph}$  e PIDs, possui a menor queda do índice após o distúrbio. Esta característica está de acordo com seu resultado, conforme a Fig. 12 e Fig. 13, onde foi possível observar a menor queda do nível dentre os controladores aplicados. Finalmente, o controlador que atingiu o menor índice foi o controlador PID com filtro derivativo  $N = 20$ . Este resultado é coerente, uma vez que o controlador de variância mínima é aquele que possui a saída do controlador mais agressiva (grandes variações na saída do controlador), comportamento que foi observado na Fig. 6. Contrariamente ao controlador  $PI_{calc}$  que é baseado no modelo linearizado, que apresentou pior desempenho.

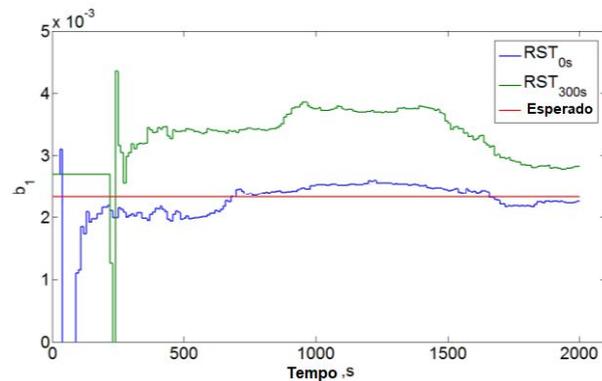


Fig. 17 Comparação da estimativa de  $b_1$  em malha fechada.

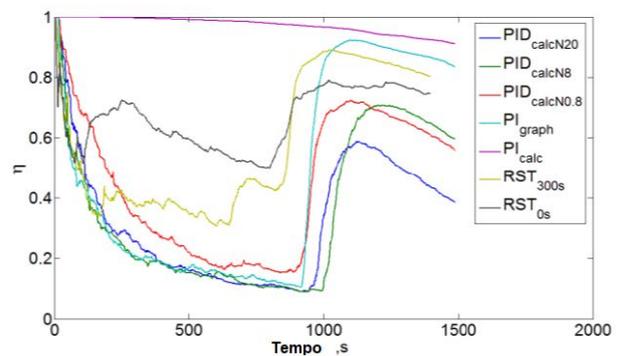


Fig. 18 Índice de Harris aplicado à todos os Controladores.

## 5. CONCLUSÃO

Neste artigo foram projetados e avaliados controladores PID e adaptativos em um sistema de dois tanques acoplados. A análise de desempenho dos controladores foi através do Índice de Harris. Para sistemas que requerem respostas rápidas aos distúrbios, o controlador PID se apresentou o mais apropriado. Caso a resposta aos distúrbios não seja prioridade, o controlador PI apresentou melhor desempenho. Durante a aplicação do controlador adaptativo, notou-se a variação da convergência em função da magnitude do sinal PRBS, sendo que com magnitudes baixas existe um valor baixo da relação entre o sinal e ruído e com magnitudes elevadas, pode-se levar a mudança considerável do ponto de operação da planta e por consequência do modelo. Desta forma a escolha da magnitude do PRBS é crítica para o projeto do controlador linear em um sistema não-linear.

Em relação ao controlador adaptativo, o resultado obtido no transitório não condissse com a especificação desejada para o caso em que o estimador é ligado desde o início. Sendo a causa deste resultado, as divergências dos parâmetros estimados e dos valores reais da planta (mais acentuada nos zeros) além da oscilação dos parâmetros no início, levando a inversão do sinal em um dos zeros. Como o cálculo dos coeficientes dos polinômios RST do controlador adaptativo é baseado nos parâmetros da planta, os erros nos parâmetros são transmitidos como erros no controlador, prejudicando o controle. As avaliações do índice de Harris mostram que a aplicação do controlador PI ou PID é satisfatória quando comparada aos controladores adaptativos, entretanto levando em consideração que o ajuste paramétrico do controlador PI ou PID é baseado no modelo, no caso em que não se tenha conhecimento prévio deste ou o sistema seja variante no tempo, a utilização de um controlador adaptativo se torna uma melhor alternativa.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos ao Instituto de Ciências e Tecnologia (ICTS) da UNESP Sorocaba pelo fornecimento do módulo DTS200 para a realização dos experimentos.

## REFERÊNCIAS

- Aguirre, L. A. (2015) *Introdução à Identificação de Sistemas*. 4. ed. UFMG, Belo Horizonte.
- Amira (2002). *DTS200: Laboratory Setup Three-Tank System*. Amira GmbH, Berlin, CD-ROM.
- Åström, K. J., Hällung T. (2006). *Advanced PID Control*. Instrument Society of America, Research Triangle Park.
- Åström, K. J., Hällung T. (2001). The future of PID control. *Control Engineering Practice*, 9, p. 1163-1175.
- Åström, K. J., Wittenmark, B. (2008) *Adaptive Control. Second Edition*. Dover Publications Inc, New York
- Bigelow, F. F., Kallhor, A. (2017) Robust adaptive controller based on evolving linear model applied to a Ball-Handling mechanism. *Control Engineering Practice*, 69, p. 85-98.
- Blevins, T. L. PID (2012) *Advances in Industrial Control. IFAC Proceeding Volumes*, 45, p. 23-28.
- Chalupa, P., Novák, J., Bobál, V. (2012) Comprehensive Model of DTS200 Three Tank System in Simulink. *International Journal Of Mathematical Models and Methods in Applied Sciences*, 6(2), p. 358-365, jan..
- Coelho, A. A. R., Coelho, L. S. (2015) *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*. 2. ed. Florianópolis: UFSC, 2015
- Desborough, L., Hattis, T. (1992) Performance Assessment Measures for Univariate Feedback Control. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 70, p. 1186-1197.
- Ding, S. X. (2014) *Case Study and Application Examples: Data-driven Design of Fault Diagnosis and Fault-tolerant Control Systems*. Springer, Londres, p. 11-21.
- Dorf, R. C., Bishop, Robert H. (2014) *Sistemas de Controle Modernos. [trad.] Jackson Paul Matura*. LTC., eRio de Janeiro.
- Jacknoon, A., Hassan, M.; Ferik, S. E. (2016) Design of RST controllers based on intelligent optimization algorithms. *2016 Conference of Basic Sciences and Engineering Studies (SGCAC)*. Khartoum, Sudan. Feb, 2016.
- Khan, M. K.; Spurgeon, S. K. Robust (2006) MIMO water level control in interconnected twin-tanks using second order sliding mode control. *Control Engineering Practice*, v 14.
- Ogata, K. (1993) *Engenharia de Controle Moderno*. 2. ed.: Prentice Hall do Brasil, Rio de Janeiro.
- Pompara, A., Leonhardt, S., Misgeld, B. J. E. (2017) Optimal learning control of oxygen saturation using a policy iteration algorithm and proof-of-concept in an interconnecting three-tank system. *Control Engineering Practice*, 59, p. 194-203.
- Roy, P.; Roy, B. K., (2016) Fractional order PI control applied to level control in coupled two tank MIMO system with experimental validation. *Control Engineering Practice*, 48, p. 119-135.
- Sung, S. W., Lee, J. H. (2003) Pseudo-random binary sequence design for finite impulse response identification. *Control Engineering Practice*, 11, p. 935-947.
- Wellstead, P. E., Zarrop, M. B. (1991) *Self-Tuning Systems: Control and Signal Processing*. John Willey & Sons, New York.