

Controle Multivariável para Busca Extremal Cíclica Usando Modos Deslizantes e Função de Chaveamento Periódica^{*}

Nerito Oliveira Aminde^{*,**} Tiago Roux Oliveira^{***} Liu Hsu^{**}

^{*} Departamento de Manutenção Industrial, Instituto Superior Dom Bosco, Maputo, Moçambique (e-mail: nerito@coep.ufrj.br)

^{**} Programa de Eng. Elétrica, COPPE/UFRJ, Rio de Janeiro, Brasil, (e-mail: liu@coep.ufrj.br)

^{***} Departamento de Eng. Eletrônica e Telecomunicações, DETEL/UERJ, Rio de Janeiro, Brasil (e-mail: tiagoroux@uerj.br)

Abstract: This paper addresses the design of a periodic switching function based on a cyclic directional extremum-seeking sliding-mode control strategy for a class of non-linear multivariable static systems. The resulting approach guarantees global convergence of the system output to a small neighborhood of the extremum point. The residual oscillations around the optimal point are characterized based on a parabolic approximation around the directional extrema. Simulation results with a two-input system and one output illustrate some advantages of the multivariable control strategy in terms of fast convergence and small residual errors.

Resumo: Este artigo apresenta o projeto de controle extremal baseado em busca direcional cíclica por modos deslizantes para uma classe de sistemas estáticos multivariáveis não-lineares. A abordagem resultante garante uma convergência global da saída do sistema para uma pequena vizinhança do ponto extremo. As oscilações residuais em torno do ponto ótimo são caracterizadas com base em uma aproximação parabólica em torno dos extremos direcionais. Os resultados da simulação com um sistema de duas entradas e uma saída ilustram algumas vantagens da estratégia de controle multivariável em termos de convergência rápida e pequenos erros residuais.

Keywords: Extremum Seeking; Sliding-mode Control; Multivariable Nonlinear Systems; Cyclic Search.

Palavras-chaves: Controle Extremal; Controle por Modos Deslizantes; Sistemas Não-lineares Multivariáveis; Busca Cíclica.

1. INTRODUÇÃO

Em muitas aplicações, o ponto de operação desejado ou o ponto ótimo de um determinado processo ocorre no extremo (máximo ou mínimo) de uma não linearidade relacionada à eficiência do sistema (Oliveira et al., 2012). O controle por busca extremal (do inglês, *extremum seeking control - ESC*), ou simplesmente controle extremal, é uma abordagem para otimização em tempo real que lida com sistemas incertos, mas supõe-se que as medições dos sinais de entrada e saída da planta estejam disponíveis. Usando esses sinais, o objetivo é projetar um controlador que procura dinamicamente as entradas ótimas.

Em (Tan et al., 2010) e referências nele existentes, pode-se encontrar uma série de aplicações de ESC, entre elas, o projeto de sistemas de freios ABS, veículos autônomos e robôs móveis, motores a combustão interna, controle de processos e até aceleradores de partículas.

A maioria das publicações em ESC está concentrada em sistemas de uma entrada e uma saída (SISO). Entretanto, muitos problemas que requerem otimização são multivariáveis (Ariyur and Krstić, 2003). Por isso, nos últimos anos, várias técnicas de controle extremal multivariável foram propostas (Ariyur and Krstić, 2002; Ghaffari et al., 2012; Xiao et al., 2014; Toloue and Moallem, 2017).

De modo geral, existem diferentes metodologias para realizar o controle extremal. O método mais conhecido baseia-se em sinais de excitação periódica ou *dithers* (Krstić and Wang, 2000). Outra abordagem trata do controle extremal utilizando funções de monitoração e modos deslizantes (Aminde et al., 2013; Oliveira et al., 2014), onde a função de monitoração é usada para suprir a falta de conhecimento da direção de controle.

Recentemente, uma estratégia de controle extremal multivariável baseada em função de chaveamento periódica e modos deslizantes foi proposta em (Salamah and Özgüner, 2018), na qual introduz-se a busca cíclica, que reduz o problema multivariável em uma sequência de sub-problemas escalares.

^{*} O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, CNPq, FAPERJ, ISDB-Maputo e a CINOP Global.

Neste artigo, propõe-se uma estratégia de controle extremal multivariável baseada em função de chaveamento periódica e modos deslizantes. Inspirados em (Salamah and Özgüner, 2018), onde os autores formulam uma hipótese muito restritiva a cerca da derivada direcional, esta hipótese não é satisfeita nem por uma simples função objetivo quadrática. No presente artigo, relaxa-se essa hipótese e ainda faz-se uma análise das oscilações em torno do máximo, o que não ocorre no referido trabalho.

Notação e Terminologia - Ao longo do artigo, a norma Euclidiana de um vetor x e a norma induzida da matriz A correspondente são denotadas como $\|x\|$ and $\|A\|$, respectivamente. Do ponto de vista técnico, os resultados teóricos obtidos neste artigo são baseados na definição de solução de Filippov para equações diferenciais com lado direito descontínuo (Filippov, 1964).

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere-se um mapeamento não-linear $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ dado por

$$y = h(x), \quad (1)$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$ e $y \in \mathbb{R}$. Deseja-se encontrar o vetor x^* que maximiza y . Supõe-se que tal ponto de máximo é único. Este problema pode ser reformulado no contexto de busca extremal (controle extremal) multivariável, introduzindo-se o seguinte sistema

$$\dot{x} = u \quad (2)$$

$$y = h(x) \quad (3)$$

onde $u \in \mathbb{R}^n$ é vetor de entrada, $x \in \mathbb{R}^n$ vetor de estados e $y \in \mathbb{R}$ a saída do sistema. Por sua vez, o controle extremal pode ser reformulado como um problema de rastreamento em que a direção de controle é desconhecida (Oliveira et al., 2012). Desse modo, deseja-se encontrar uma lei de controle u por realimentação de saída tal que, a partir de quaisquer condições iniciais, o sistema é conduzido para alcançar o ponto extremo y^* e permanecer o mais próximo possível do mesmo. Sem perda de generalização, neste artigo procura-se o extremo máximo. O mapeamento h bem como o seu gradiente são considerados desconhecidos pelo projetista

Cabe notar que sistemas mais gerais podem ser considerados (Aminde et al., 2013), nos quais x seria a saída de um sistema de controle com dinâmica mais complexa do que a de simples integrador. O objetivo de nos atermos ao sistema (2)-(3) é de focar no método aqui proposto para busca extremal em sistemas dinâmicos em que a função objetivo a ser otimizada depende de várias entradas.

Com relação à planta controlada, assumem-se as seguintes hipóteses:

(H1) (Diferenciabilidade de $h(x)$): A função $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é continuamente diferenciável sobre o domínio \mathbb{R}^n .

Sejam as matrizes do gradiente e hessiana de $h(\cdot)$ definidas a seguir

$$\frac{\partial h}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial h}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial h}{\partial x_n} \end{bmatrix}^T \text{ e}$$

$$\left[\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right]_{ij} = \frac{\partial^2 h(x)}{\partial x_i \partial x_j}, \quad i, j = 1, \dots, n.$$

(H2) (Único máximo de $h(x)$):

Assume-se que existe $x^* \in \mathbb{R}^n$ tal que $y^* = h(x^*)$ é o único máximo de $h(x)$, onde as matrizes do gradiente e da hessiana satisfazem, respectivamente:

$$\left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=x^*} = 0 \text{ e } \left. \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right|_{x=x^*} < 0,$$

onde $x \in \mathbb{R}^n$.

(H3) ($h(x)$ é radialmente ilimitada): Assume-se que a função $h : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ é radialmente ilimitada em \mathbb{R}^n . Isto garante que se $|y|$ for limitado então $\|x\|$ deve ser limitado.

De (2) e (3), a derivada da saída y em relação ao tempo é dada por

$$\dot{y} = \frac{\partial h^T}{\partial x} u \quad (4)$$

onde o ganho de alta frequência (HFG - High Frequency Gain) é dado pelo vetor gradiente, i.e.,

$$k_p(x) := [k_{p_1} \ \cdots \ k_{p_n}], \text{ e } k_{p_i}(x) := \frac{\partial h}{\partial x_i}. \quad (5)$$

Do mesmo modo que em (Oliveira et al., 2012), os sinais dos elementos $k_{p_i} := \frac{\partial h}{\partial x_i}$ de k_p , podem ser vistos como as *direções de controle*. A hipótese **(H2)** permite considerar um sistema de controle não-linear com HFG dependente do estado, que muda de sinal em torno do ponto ótimo de modo contínuo.

3. CONTROLADOR EXTREMAL MULTIVARIÁVEL VIA FUNÇÃO DE CHAVEAMENTO PERIÓDICA

A Figura 1 ilustra o esquema de controle extremal multivariável proposto, baseado em modos deslizantes e realimentação de saída com função de chaveamento periódica e busca cíclica.

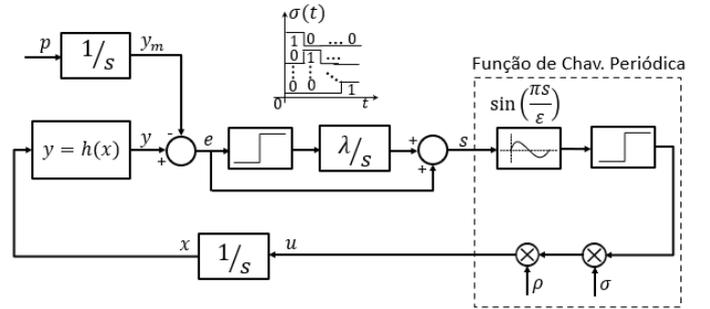


Figura 1. Controle extremal multivariável por modos deslizantes, função de chaveamento periódica e busca cíclica.

A lei de controle é dada por

$$u(t) = \rho(t) \sigma(t) \text{sgn} \left(\sin \left[\frac{\pi}{\epsilon} s(t) \right] \right), \quad (6)$$

onde $\sigma(t)$ é a busca cíclica e $\rho(t)$ é uma função de modulação, a serem definidas nas seções 3.1 e 3.2, respectivamente;

$$s(t) = e(t) + \lambda \int_0^t \operatorname{sgn}(e(\tau)) d\tau \quad (7)$$

sendo $\lambda, \varepsilon > 0$ constantes apropriadas e $e(t)$, o sinal de erro de rastreamento definido por

$$e(t) = y(t) - y_m(t), \quad (8)$$

onde $y_m > 0$ é uma rampa crescente em função do tempo, gerada através da seguinte trajetória de referência

$$\dot{y}_m = p, \quad y_m(0) = y_0, \quad (9)$$

onde $p > 0$ é constante de projeto. Para evitar sinal de referência ilimitado $y_m(t)$ no controlador, pode-se saturá-lo por um limitante superior de y^* sem afetar o desempenho do controlador extremal.

A função de modulação $\rho(t)$ será projetada de forma que $y(t)$ possa rastrear a rampa $y_m(t)$, $\forall t$, até que o ponto extremo direcional ou global seja alcançado. Deste modo, y é forçado a alcançar a vizinhança do máximo direcional ou global $y^* = h(x^*)$ e permanecer próximo do valor ótimo. Para tal, propõe-se uma nova função de modulação $\rho(t)$ tal que o modo deslizante $\dot{s} = 0$ ocorre em tempo finito em uma das superfícies $s = k\varepsilon$, para algum k inteiro.

De (7), tem-se

$$\dot{s} = \dot{e} + \lambda \operatorname{sgn}(e) = 0. \quad (10)$$

Assim, garante-se que o erro e tenda para zero, isto é, $y = h(x)$ rastreia y_m (e conseqüentemente, y deve se aproximar do extremo direcional ou global y^*) enquanto y permanece fora da vizinhança de y^* , onde o ganho de alta frequência é diferente de zero. Em contraste, uma vez que y alcança a vizinhança de y^* , o ganho de alta frequência se aproxima de zero, o que leva à perda de controlabilidade. Conseqüentemente, o rastreamento de y_m é interrompido. Mas a vizinhança do ponto ótimo terá sido alcançada conforme desejado. A estratégia de controle garante que y permanece próximo de y^* , $\forall t$. Resultados e demonstrações do caso escalar podem ser encontradas em (Oliveira et al., 2012).

3.1 Funcionamento da busca cíclica

A busca cíclica é projetada de modo que ocorra mudança de direção de busca, periodicamente. Seja $\sigma(t)$ uma função periódica com período T_s , ou seja, $\sigma(t + T_s) = \sigma(t)$ (ver detalhe na Figura 1). Define-se um intervalo de tempo $\mathcal{T} = [\mathcal{T}_l, \mathcal{T}_u)$ (aberto à direita para evitar ambigüidades) de período $T_s = \mathcal{T}_u - \mathcal{T}_l$ e seja o conjunto de instantes $\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n$, onde $\mathcal{T}_l = \tau_1 < \tau_2 < \dots < \tau_n < \tau_{n+1} = \mathcal{T}_u$, sendo $\Delta\tau_i = [\tau_i, \tau_{i+1})$, $\forall i = 1, \dots, n$, os n sub-intervalos dentro de cada ciclo. Seja também a base ortogonal $a_1, a_2, \dots, a_n \in \mathbb{R}^n$ sendo $a_i^T = [0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0]$, com o elemento unitário na i -ésima posição do vetor. Então, a direção de busca cíclica em (6) pode ser definida como segue:

$$\sigma(t) = a_i \quad \forall t \in \Delta\tau_i, \forall i = 1, \dots, n, \quad (11)$$

Por simplicidade, escolhe-se a duração de cada sub-intervalo $\Delta\tau_i$ igual a $\frac{T_s}{n}$, $\forall i$. Assim, durante esse intervalo, o controlador faz a busca nessa direção antes de chavear para outra direção (Salamah and Özgüner (2018)) no sub-intervalo seguinte, ou seja, o controlador cíclico multivariável funciona como um controlador escalar em cada sub-intervalo $\Delta\tau_i$. Dado o período T_s , para cada ciclo é atribuído um índice $\kappa = 1, 2, \dots, \infty$. Para κ -ésimo ciclo, o extremo direcional pode ocorrer para i -ésima busca direcional dentro do ciclo. Tal extremo denota-se $y_i^*(\kappa_i) = h(x^*(\kappa_i))$, onde $x^*(\kappa_i) \in \mathbb{R}^n$ é um ponto extremo ao longo da i -ésima direção de busca do κ -ésimo ciclo. Quando o sistema se aproxima ao máximo direcional ou global, perde-se a controlabilidade no sentido de que os ganhos do controlador são muito pequenos para garantir o rastreamento da saída em modos deslizantes. Assim, os conceitos e hipótese a seguir são introduzidos.

(H4) (Regiões de baixa controlabilidade \mathcal{D}_Δ e $\mathcal{D}(\kappa_i)_{\Delta_i}$):

Sejam $\mathcal{D}_\Delta := \{x : \|x - x^*\| < \Delta/2\}$ e, para cada i -ésima busca direcional do κ -ésimo ciclo, indexado como κ_i , $\mathcal{D}(\kappa_i)_{\Delta_i} := \{x : \|x_i(\kappa_i) - x_i^*(\kappa_i)\| < \Delta_i/2, \quad x_j(\kappa_i) = \text{constante}, j \neq i\}$. Por simplicidade, ambas regiões serão tratadas como Δ -vizinhança.

Então, assumindo que existe uma função classe \mathcal{K} $L_h(\cdot)$ tal que, para quaisquer constantes $\Delta > 0$ e $\Delta_i > 0$,

$$L_h(\Delta) \leq \left\| \frac{\partial h}{\partial x} \right\|, \quad \forall x \notin \mathcal{D}_\Delta, \quad \text{e} \quad L_h(\Delta_i) \leq \left| \frac{\partial h}{\partial x_i} \right|, \quad \forall x_i \notin \mathcal{D}_{\Delta_i}.$$

Por continuidade a Hipótese (H1), $L_h(\Delta)$ e $L_h(\Delta_i)$ tendem para zero quando Δ e Δ_i tendem para zero. Note que Δ pode ser escolhido arbitrariamente pequeno desde que se permita que L_h seja suficientemente pequeno, devido a Hipótese (H1). Por simplicidade, escolhe-se $\Delta = \Delta_i$. Ademais, de (5) e (H4), k_p ($\forall x \notin \mathcal{D}_\Delta$), e k_{p_i} ($\forall x \notin \mathcal{D}(\kappa_i)_{\Delta_i}$) satisfazem

$$0 < \underline{k}_p \leq \|k_p\|, |k_{p_i}|; \quad (12)$$

onde o limitante inferior $\underline{k}_p \leq L_h$ é uma constante.

É conveniente relacionar o parâmetro Δ ou Δ_i com o pequeno parâmetro ε de modo que $\|x - x^*\| < \varepsilon$ em \mathcal{D}_Δ e $|x - x_i^*(\kappa_i)| \leq \varepsilon$ no i -ésimo domínio direcional $\mathcal{D}(\kappa_i)_{\Delta_i}$.

A seguir, eliminamos o índice do ciclo de busca periódica κ para evitar confusão, supondo que a análise ocorre dentro de um ciclo genérico.

3.2 Projeto da Função de Modulação

De (3), (8) e (9), a derivada de superfície de deslizamento $s(t)$ em função de t (omitindo t) tem-se:

$$\dot{s} = \sum_{i=1}^n \frac{\partial h}{\partial x_i} u_i - p + \lambda \operatorname{sign}(e), \quad (13)$$

e para a i -ésima direção de busca,

$$\dot{s} = k_{p_i}(x)(u_i + d_s), \quad (14)$$

onde

$$d_s := (k_{p_i}(x))^{-1} (-p + \lambda \operatorname{sign}(e)). \quad (15)$$

Suponha-se que começamos em $t = \tau_i$, isto é, no início da i -ésima direção de busca, temos a controlabilidade do erro,

com $k_{p_i} \geq L_h(\Delta_i)$, a ser considerada como *condição de controlabilidade* (ver **(H4)**). Considerando d_s como uma perturbação, esta pode ser majorada em valor absoluto por:

$$\bar{d}_s := L_h^{-1}(p + \lambda) \geq |d_s|. \quad (16)$$

o que nos permite definir a função de modulação ρ como sendo

$$\rho = \bar{d}_s + \gamma, \quad (17)$$

com $\gamma > 0$ sendo uma constante positiva arbitrariamente pequena.

De modo a garantir existência e unicidade de soluções do sistema (2)–(3), a lei de controle deve ser projetada tal que o sistema em malha fechada satisfaz a condição de Lipschitz necessária na teoria de Filippov em cada lado da superfície de deslizamento. É o caso da lei de controle (6)–(7), satisfazendo $k_{p_i}(x)$ localmente Lipschitz contínuo, garantido na hipótese **(H1)**. Embora o escape em tempo finito pareça possível, será mostrado na Proposição 1 que este não ocorre em hipótese alguma.

Proposição 1. Considere o sistema (2)–(3), lei de controle (6)–(7) e trajetória de referência (9). Fora das regiões \mathcal{D}_Δ e \mathcal{D}_{Δ_i} , para função de modulação ρ definida em (16)–(17), então, enquanto $x \notin \mathcal{D}_\Delta, \mathcal{D}_{\Delta_i}$, tem-se: **(a)** o modo deslizante $s = k\varepsilon$ é alcançado em tempo finito, para algum k inteiro, independentemente da direção de controle e de busca, e **(b)** não há escape em tempo finito ($t_M \rightarrow +\infty$)

Prova: A prova das propriedades da Proposição 1 segue os passos apresentados em (Oliveira et al., 2012, Apêndice B), aplicável para cada direção de busca. \square

3.3 Convergência Global

Neste resultado, é mostrado que o controlador cíclico multivariável por modos deslizantes e realimentação de saída conduz x para a região \mathcal{D}_Δ onde se encontra o maximizador desconhecido x^* definido em **(H4)**. Isto não implica que $x(t)$ permanece em torno de $\mathcal{D}_\Delta, \forall t$. Entretanto, as oscilações em torno de y^* podem ser feitas da ordem $\mathcal{O}(\varepsilon^2)$.

Teorema 1. Considere o sistema (2)–(3), lei de controle (6)–(7), trajetória de referência (9) e função de modulação (16)–(17). Assuma que hipóteses **(H1)** – **(H4)** sejam satisfeitas, então: **(i)** a região \mathcal{D}_Δ em **(H4)** é globalmente atrativa, sendo alcançada em tempo finito e **(ii)** para L_h suficientemente pequeno, as oscilações em torno do valor máximo y^* de y podem ser feitas da ordem $\mathcal{O}(\varepsilon^2)$. Já que o sinal y_m pode ser saturado em (9), todos os sinais em malha fechada permanecem uniformemente limitados.

Prova: A seguir são apresentadas as provas das propriedades **(i)** e **(ii)** do *Teorema 1*.

(i) A região \mathcal{D}_Δ em **(H4)** é globalmente atrativa, sendo alcançada em tempo finito

A prova é feita por contradição. De acordo com a Proposição 1, para cada direção de busca, a função objetivo ou cresce ou permanece constante, a menos de oscilações da ordem $\mathcal{O}(\varepsilon^2)$. Assim, partindo fora do domínio \mathcal{D}_Δ , baseando-se na Proposição 1, a função objetivo y pode ser escrita da seguinte forma

$$y(t) = \underline{y}(t) + \delta y(t)$$

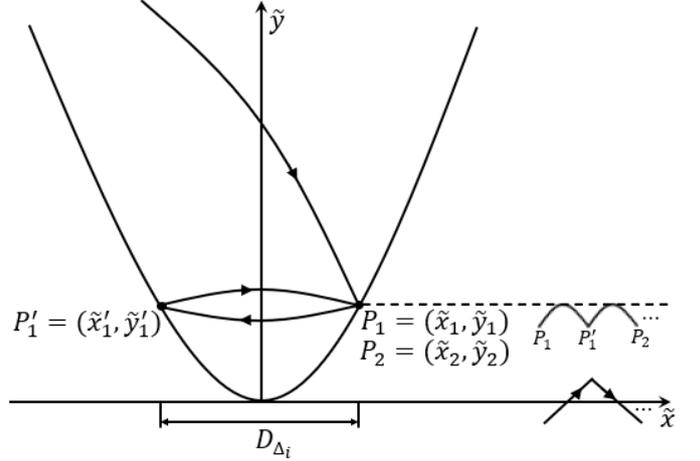


Figura 2. Ilustração da dinâmica de $\tilde{y} = y_i^* - y_i$, perto de um extremo direcional; aproximadamente, y descreve arcos de parábola e x_i descreve uma onda triangular, conforme indicado.

onde $y(t)$ é contínua, limitada superiormente e não decrescente, $\delta y(t)$ é pequeno da ordem $\mathcal{O}(\varepsilon^2)$. Assim, $y(t)$ deve tender a alguma constante, quando $t \rightarrow \infty$. Assumindo que esta constante corresponde a um ponto fora da região \mathcal{D}_Δ , a busca cíclica eventualmente passará pela direção onde a controlabilidade é garantida. Portanto, $\underline{y}(t)$ continuaria a crescer, o que leva a uma contradição, uma vez se supôs que este tenderia a ser constante. Assim, a região \mathcal{D}_Δ definida em **(H4)** é globalmente atrativa, sendo alcançada em tempo finito.

(ii) Para L_h suficientemente pequeno, as oscilações em torno do valor máximo y^* de y podem ser feitas da ordem $\mathcal{O}(\varepsilon^2)$

Para a i -ésima direção de busca, $y(t)$ segue uma rampa com a inclinação p (da rampa de referência) até chegar na vizinhança de um extremo direcional, i.e., na região \mathcal{D}_{Δ_i} . Nesse caso, $u_i(t) = \pm \rho(t)$ é uma onda quadrada (PWM), por conseguinte, o estado x_i é uma onda triangular, conforme ilustra a Figura 2. Por outro lado, em torno de um máximo direcional, invocando a série de Taylor e definindo $\tilde{x} = x_i^* - x_i$, $\tilde{y} = y_i^* - y_i$, a função objetivo se aproxima a uma função quadrática $\tilde{y} \approx c^2 \tilde{x}^2$. A onda quadrática é gerada devido à perda de controlabilidade. Nessa fase, o erro de rastreamento torna-se negativo, decrescendo em rampa, assim como a função $s(t)$ (ver (7)). Assim sendo, o controle (6)–(7) passa a ser uma onda quadrada com média nula e consequentemente, x_i torna-se uma onda triangular. Por sua vez \tilde{y} descreve os arcos de parábola conforme indicado na Figura 2. Como o período das oscilações é da ordem de ε , a amplitude da onda triangular de \tilde{x}_i é da ordem de ε e, consequentemente, as oscilações de \tilde{y} são da ordem de $\mathcal{O}(\varepsilon^2)$. \square

4. EXEMPLO ILUSTRATIVO

Considere uma planta onde a função objetivo é desconhecida em cascata com um integrador descrita por

$$\dot{x} = u, \quad (18)$$

$$y = -(x_1^2 + (x_2 - x_1^2)^2). \quad (19)$$

A função objetivo é uma forma adaptada da chamada *função Rosenbrock/Banana*, que é usada como função teste em algoritmos de otimização (Rosenbrock, 1960). Sua forma geral é $f(x_1, x_2) = (a - x_1)^2 + b(x_2 - x_1^2)^2$, com mínimo global em $(x_1, x_2) = (a, a^2)$, onde $f(x_1, x_2) = 0$. No caso em estudo, foi multiplicada por -1 e considerados $a = 0, b = 1$ de modo que os parâmetros ótimos sejam $x^* = (0, 0)$ e $y^* = 0$ conforme ilustrado na Figura 3. A função objetivo ilustrada na Figura 3 pode representar um mapeamento de otimização de potência de uma turbina eólica, onde o vetor x representaria o torque e ângulo pitch (Creaby et al., 2009).

A lei de controle (6)–(7) pode ser aplicada com a função de modulação definida em (17). Os parâmetros de simulação foram escolhidos os seguintes: $p = 1, r_0 = y(0), L_h = 0.2 \lambda = 0.4 \varepsilon = 0.05, \gamma = 0.1$ e $T_s = 4s$.

A Figura 3 ilustra a função objetivo e trajetórias percorridas para condições iniciais $x_0 = (-1.5, 1.5)$ (preto), $x_0 = (-1.5, -1.5)$ (azul) and $x_0 = (1.5, 1.5)$ (verde). Note que a função objetivo não é convexa.

A Figura 4 ilustra o resultado do esquema de controle extremal multivariável proposto que tende à vizinhança do ponto ótimo $x^* = (0, 0)$ e $y^* = 0$, partindo da condição inicial $x(0) = (-1.5, 1.5)$. Note que oscilações em torno de y^* são da ordem $\mathcal{O}(\varepsilon^2)$ (ver detalhe na Figura 4(a)).

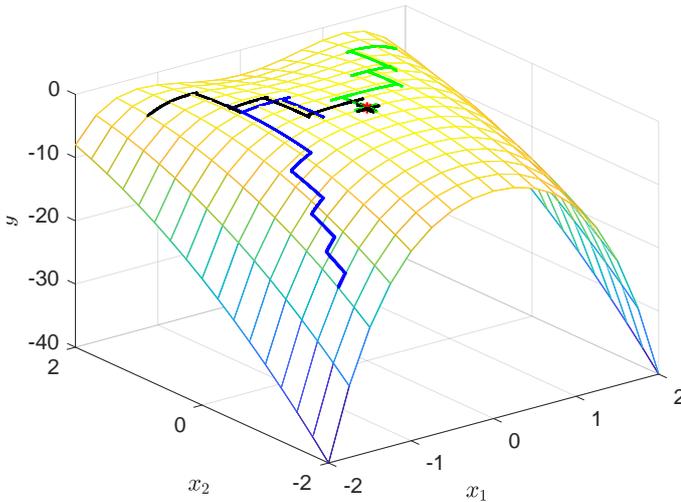


Figura 3. Função objetivo $y = h(x)$ e a convergência ao ponto ótimo $y^* = 0$ (marcado com asterisco $*$ vermelho), partindo de três condições iniciais $x_0 = (-1.5, 1.5)$ (preto), $x_0 = (-1.5, -1.5)$ (azul) and $x_0 = (1.5, 1.5)$ (verde).

O chaveamento dos sinais de controle u_1 e u_2 está ilustrado na Figura 5. Esses sinais têm ganho definido pela função de modulação (17). Além disso, é notório o chaveamento em alta frequência que poderia causar o fenômeno indesejado denominado “chattering”. Contudo, o sistema (2)–(3) recebe os sinais de controle filtrados x . Por fim, a Figura 6 ilustra o rastreamento da rampa pela saída. A rampa é saturada em $y_m(t) = 20$.

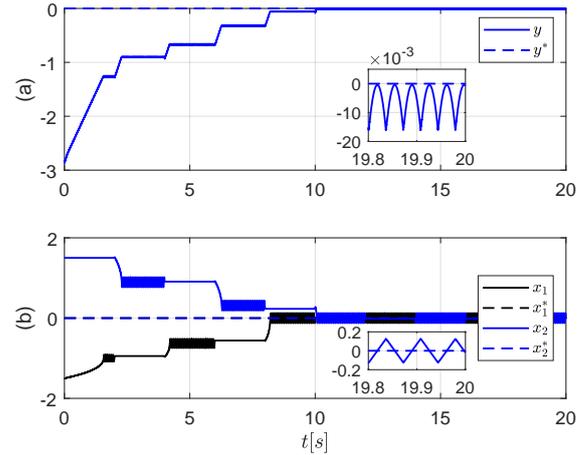


Figura 4. Parâmetros do vetor x convergem para $(0, 0)$ partindo da condição inicial $x(0) = (-1.5, 1.5)$ e saída da planta converge para $y^* = 0$.

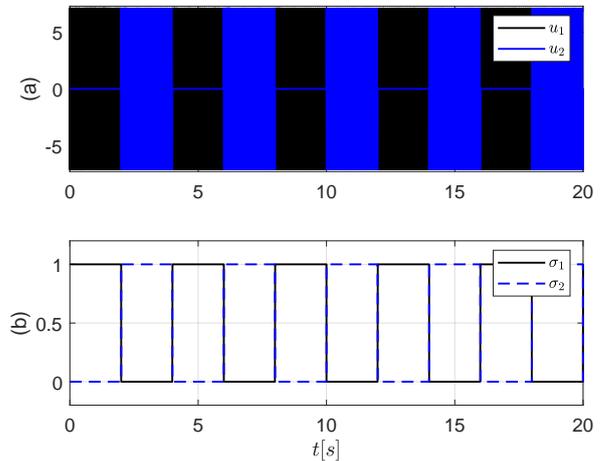


Figura 5. (a) sinais de controle u_1 e u_2 e (b) a busca cíclica direcional σ_1 e σ_2 , com período $T_s = 4s$.

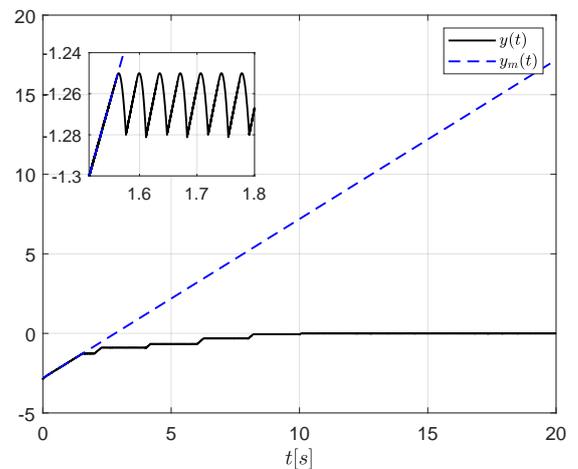


Figura 6. A saída y rastrea a rampa de referência até sua estagnação no ponto máximo, $y^* = 0$, passando por vários máximos direcionais.

5. CONCLUSÕES

Um controlador extremal cíclico multivariável baseado em função de chaveamento periódica e busca cíclica foi desenvolvido para uma classe de plantas estáticas multivariáveis não lineares. Supõe-se que tal função multivariável tem um único extremo máximo. A abordagem resultante garante convergência global da saída do sistema para uma pequena vizinhança do extremo usando-se apenas realimentação da saída. Simulação numérica do problema de otimização multivariável foi apresentada, ilustrando o desempenho do controlador proposto. Uma extensão para plantas não-lineares com dinâmicas em série com o mapeamento estático multivariável está sendo pesquisada.

REFERÊNCIAS

- Aminde, N.O., Oliveira, T.R., and Hsu, L. (2013). Global output-feedback extremum seeking control via monitoring functions. *52nd IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*.
- Ariyur, K.B. and Krstić, M. (2002). Analysis and design of multivariable extremum seeking. *American Control Conference*, 2903 – 2908.
- Ariyur, K.B. and Krstić, M. (2003). *Real-Time Optimization by Extremum-Seeking Control*. John Wiley & Sons.
- Creaby, J., Li, Y., and Seem, J.E. (2009). Maximizing wind turbine energy capture using multivariable extremum seeking control. *Wind Engineering*, 33(4), 361–387.
- Filippov, A.F. (1964). Differential equations with discontinuous right-hand side. *American Math. Soc. Translations*, 42(2), 199–231.
- Ghaffari, A., Krstić, M., and Nesić, D. (2012). Multivariable newton-based extremum seeking. *Automatica*, 48(8), 1759–1767.
- Krstić, M. and Wang, H.H. (2000). Stability of extremum seeking feedback for general nonlinear dynamic systems. *Automatica*, 36(4), 595–601.
- Oliveira, T.R., Aminde, N.O., and Hsu, L. (2014). Monitoring function based extremum seeking control for uncertain relative degrees with light source seeking experiments. In *53rd IEEE Conference on Decision and Control*, 3456–3462. Los Angeles, California.
- Oliveira, T.R., Peixoto, A.J., and Hsu, L. (2012). Global real-time optimization by output-feedback extremum-seeking control with sliding modes. *Journal of Franklin Institute*, 349(4).
- Rosenbrock, H.H. (1960). An automatic method for finding the greatest or least value of a function. *The Computer Journal*, 3, 175–184.
- Salamah, Y.B. and Özgüner, U. (2018). Sliding mode multivariable extremum seeking control with application to wind farm power optimization. *American Control Conference (ACC)*, 5321 – 5326.
- Tan, Y., Moase, W.H., Manzie, C., Nesić, D., and Mareels, I. (2010). Extremum seeking from 1922 to 2010. In *29th Chinese Control Conference (CCC)*, 14–26. Beijing, China.
- Toloue, S.F. and Moallem, M. (2017). Multivariable sliding-mode extremum seeking control with application to alternator maximum power point tracking. *Transactions on Industrial Electronics*, 64(8).
- Xiao, Y., Li, M.Y., and Seem, J.E. (2014). Multi-variable extremum seeking control for mini-split air-conditioning system. *International Refrigeration and Air Conditioning Conference*, 1–13.