

Controle Ótimo Robusto de Vibrações em Sistemas com Variação de Frequência de Excitação utilizando Amortecedor Magnetoreológico e Observador de Estados

Gustavo Luiz Chagas Manhães de Abreu*
Tiago Peghin Cenale*

* Faculdade de Engenharia de Ilha Solteira, Universidade Estadual Paulista, Departamento de Engenharia Mecânica (e-mails: gustavo.abreu@unesp.br, tiagocenale@gmail.com).

Abstract: Dynamic vibration absorbers (DVA's) are widely employed on the vibration attenuation in structures, but they do not show satisfactory results in systems with variation of the excitation frequency, since they are limited in the frequency band that they are able to control. To overcome this problem, a several researchers use magnetorheological (MR) damper as an ADV. This type of system presents robustness issues because they consider all variables to be instrumental, which does not occur in real vibration problems. Therefore, this work proposes an optimal robust control design via LMI (Linear Matrix Inequalities), where a state observer will be used to estimate values not available by the sensors, performing a more secure and robust vibration control. The methodology to be used is part of the study of an experimental vibratory system consisting of a table with two degrees of freedom with an attached MR damper.

Resumo: Absorvedores dinâmicos de vibrações (ADV's) são bastante empregados na atenuação de vibrações em estruturas, porém não apresentam bons resultados em sistemas com variação de frequência de excitação, pois são limitados quanto à banda de frequência que são capazes de absorver. Como forma de contornar esse problema, surgiram trabalhos de controle utilizando amortecedor magnetoreológico (MR) como um ADV. Estes sistemas ainda deixam a desejar no quesito de robustez por considerarem que todas as variáveis são instrumentáveis, o que não ocorre em problemas reais envolvendo vibração. Neste sentido, este trabalho propõe um projeto de controle ótimo robusto, obtido via LMI (Desigualdades Matriciais Lineares), onde um observador de estados será utilizado para estimar valores não disponíveis dos sensores, buscando um sistema de controle de vibração mais seguro e robusto. A metodologia a ser empregada parte do estudo de um sistema vibratório experimental constituído por uma mesa vibratória de dois graus de liberdade com amortecedor MR acoplado.

Keywords: optimal robust control; linear matrix inequalities; excitation frequency; state observer; magnetorheological damper.

Palavras-chaves: controle ótimo robusto; desigualdades matriciais lineares; frequência de excitação; observador de estado; amortecedor magnetoreológico.

1. INTRODUÇÃO

O interesse das indústrias na redução de vibrações em máquinas, construções civis, automobilismo, entre outros, está na preocupação com a segurança, robustez e saúde estrutural dos sistemas mecânicos. O fenômeno de vibração é capaz de gerar efeitos indesejáveis em termos de conforto, além de ser a principal causa de falhas por fadiga. Uma forma bastante efetiva de atenuar a vibração à qual um corpo rígido está submetido é a utilização de absorvedores dinâmicos de vibrações (ADV's) (Den Hartog, 1985).

Os ADV's são sistemas constituídos por elementos de massa, rigidez e amortecimento (estrutura secundária) que

quando acoplados em um sistema mecânico (estrutura primária) são capazes de atenuar as vibrações às quais o sistema está exposto (Brennan et al., 2014). O princípio de funcionamento dos absorvedores se baseia na geração de uma força de intensidade igual à força de excitação, porém em oposição de fase a esta, criando condições para o aparecimento de um fenômeno conhecido como antirressonância (Carneal et al., 2004; Frahm, 1911). Um ADV comum só é capaz de atenuar as vibrações em uma determinada banda de frequência, sendo essa sua principal desvantagem (Rade and Steffen Jr, 2000). O amortecedor MR tem sido empregado como ADV por apresentar a capacidade de alterar sua rigidez, e teoricamente poder operar em uma banda de frequência bem maior (Du et al., 2005).

* Os autores agradecem à FAPESP (Processo 2018/25730-5) pelo auxílio financeiro concedido.

Na tentativa de realizar o controle semi-ativo de vibrações, diversos controladores foram implementados e testados, sendo que a maioria destes resultaram em projetos deficientes no quesito de robustez, por não levarem em consideração que algumas variáveis físicas necessárias para o controle podem ser difíceis de serem instrumentadas, além de não cogitarem a possibilidade de avarias no desempenho do amortecedor MR (Felix and Balthazar, 2009; Hangos et al., 2006). Em outras palavras, mesmo que os controladores citados apresentem bons resultados em laboratório, tornam-se tecnologicamente inaplicáveis em situações reais (Jingqing, 1995).

Para lidar com o problema tecnológico da instrumentação de variáveis, os observadores de estado podem se fazer úteis. Os observadores de estado podem reconstruir os estados não medidos ou os valores provenientes de pontos de difícil acesso no sistema (Kudva et al., 1980), podendo monitorá-los através das reconstruções de seus estados (Yao et al., 2014; Alkhatib and Golnaraghi, 2003).

Este trabalho tem como objetivo testar experimentalmente um controlador ótimo robusto, projetado via LMI, capaz de atenuar a vibração de um sistema de 2 graus de liberdade (gdl), a partir da utilização de um amortecedor magnetoreológico (MR), e desenvolver um observador de estados capaz de acompanhar a variação de parâmetros físicos do amortecedor.

2. BANCADA DE TESTES

A bancada experimental, construída em laboratório, pode ser vista na Figura 1 e consiste num modelo massa-mola-amortecedor com 2 graus de liberdade (Figura 2b) sendo submetida à aplicação de uma força gerada pelo shaker posicionado na massa m_1 e por uma força de reação do amortecedor MR, também posicionado na massa m_1 .

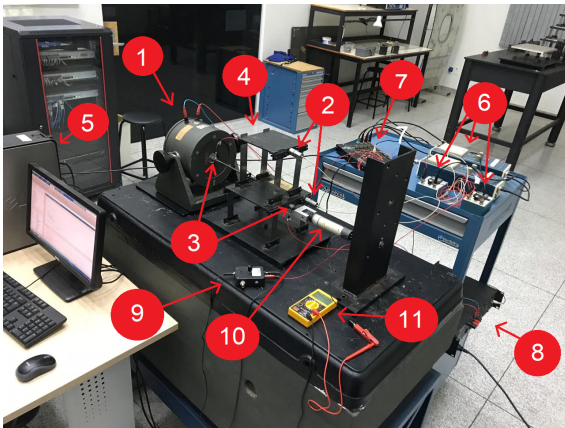


Figura 1. Bancada experimental com Amortecedor MR: 1 - Shaker Robotron; 2 - Acelerômetros capacitivos Robotron 352C33 com base magnética; 3 - Células de carga PCB Electronics 208C02; 4 - Mesa vibratória com dois graus de liberdade; 5 - Microcomputador; 6 - Condicionador de sinal ICP 480E09 e Robotron 042; 7 - Placa de aquisição Quanser Q8-USB; 8 - Amplificador de sinal do shaker modelo TIRA BEAK BAA500; 9 - Driver de corrente LORD; 10 - Amortecedor MR; 11 - Multímetro Digital

No sistema vibratório em questão foram posicionados dois acelerômetros com base magnética para medir os deslocamentos das massas na direção horizontal. Como o acelerômetro fornece as medidas em aceleração, foi necessário utilizar um condicionador de sinais ROBOTRON 042 (veja Figura 1), o qual transforma a aceleração em velocidade, e em seguida os sinais foram integrados no *Matlab*, obtendo-se: x_1 e x_2 .

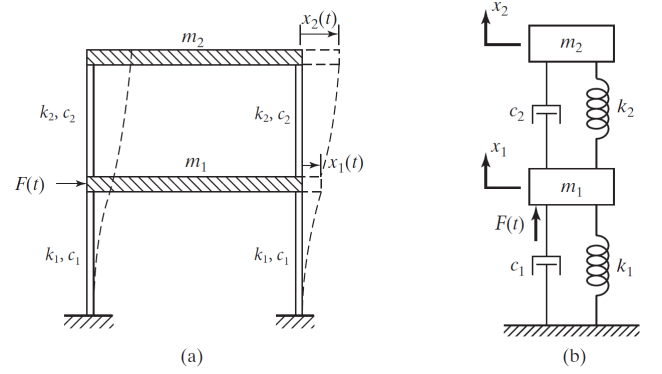


Figura 2. Sistema vibratório: (a) desenho esquemático e (b) modelo representativo. Fonte: Adaptado de Rao (1986).

Considerando o sistema vibratório da Figura 1, o modelo esquemático que descreve o sistema é ilustrado na Figura 2a, sendo que os coeficientes de rigidez e amortecimento são dados, respectivamente, por k_1 , k_2 , c_1 e c_2 . Os parâmetros $m_1 = 2.3 \text{ kg}$ e $m_2 = 1.24 \text{ kg}$ representam as massas da mesa inferior e da mesa superior, respectivamente e os deslocamentos das mesas inferior e superior são representados por x_1 e x_2 . Por fim, $F(t)$ representa a força de excitação harmônica aplicada ao sistema (F_{shaker} ou a força que faz com que o sistema vibre e cuja frequência de excitação não coincide necessariamente com uma das frequências naturais da estrutura), subtraída da força gerada no amortecedor MR (F_{mr}).

Os valores dos parâmetros físicos do sistema, obtidos por um procedimento de otimização adotado para ajustar as curvas de resposta em frequência (numérica e experimental), estão dispostos na Tab. 1.

Tabela 1. Parâmetros físicos do sistema.

Parâmetros	Valores
k_1	13.95 kN/m
k_2	8.45 kN/m
c_1	3.3 N.s/m
c_2	0.2 N.s/m

Neste caso, as variáveis de estado do sistema podem ser definidas como: x_1 , x_2 , x_3 (velocidade da massa m_1) e x_4 (velocidade da massa m_2). Assim, o modelo linear do sistema em espaço de estados na forma matricial é dado por:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + BF(t) \quad (1)$$

sendo:

As saídas y do sistema foram escolhidas como sendo os deslocamentos x_1 e x_2 das respectivas massas, isto é:

sendo:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \text{ e } D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Figura 3. Força medida pela célula de carga fixada no Shaker de excitação.

3. PROJETO DO OBSERVADOR DE ESTADOS

Com o objetivo de estimar o estado completo do sistema (x) a partir das medições feitas para as velocidades das massas m_1 (x_3) e m_2 (x_4), foi necessário implementar um observador de estados para estimar, além das velocidades x_3 e x_4 , as saídas x_1 (deslocamento da massa m_1) e x_2 (deslocamento da massa m_2), sem utilizar a realimentação da força de entrada $F(t)$, dada por:

Assim, neste caso, a dinâmica do observador de estados, por definição, é descrita pela equação a seguir (Ogata, 2011):

sendo x_e o estado estimado e L o ganho do observador.

Para o projeto do ganho (L) do observador de estados, foi utilizado o comando *place* do *Matlab*, assumindo matriz dinâmica A dada pela Eq. 1, matriz de saída $C = [0, 0, 1, 0; 0, 0, 0, 1]$ e alocação de pólos do observador a partir dos seguintes pólos desejados: $[-25, -25, -45, -45]$, resultando em:

$$L = \begin{bmatrix} 0.798 & -0.202 & 70.911 & 0.161 \\ -0.109 & 0.711 & 0.087 & 72.271 \end{bmatrix}^T \quad (5)$$

A Figura 4 ilustra o diagrama de blocos do observador de estados implementado no *Simulink* (sem utilizar a força de entrada F) e empregado nos experimentos realizados na bancada de testes mostrada na Figura 1, sendo $K_x = 0.2802 \text{ mV/m/s}$ a sensibilidade dos sensores de velocidade empregados.

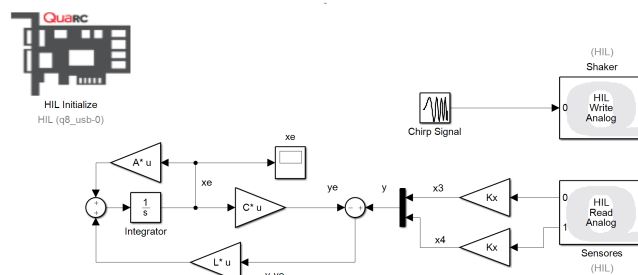


Figura 4. Diagrama de blocos do observador de estados implementado no *Matlab Simulink* sem utilizar a força de entrada F no observador de estados (veja Eq. 4).

De acordo com a Figura 4, utilizando a placa de aquisição Q8-USB, amplificadores de sinais e duas células de carga, o shaker foi posto a operar com uma frequência de excitação do tipo *chirp* (veja Figura 3).

Para transmitir e coletar os sinais, pela placa de aquisição, foi utilizado um computador contendo o programa *Matlab Simulink* e a plataforma QuaRC da Quanser. Assim, com o sistema de blocos desenvolvido no *Simulink* (veja Figura 4), foi possível salvar todos os sinais adquiridos, isto é, as velocidades medidas pelos sensores e estimadas pelo observador (x_e), num tempo de amostragem de 0.001 segundos.

As Figuras 5a e 5b apresentam, respectivamente, as respostas transitórias das variáveis estimadas: x_1 e x_2 , sem a realimentação da força F no observador de estados, comparando-se com as mesmas variáveis medidas pelos sensores de velocidade (depois de integrados numericamente), com a presença do amortecedor MR, assumindo tensão elétrica nula aplicada no driver de corrente.

Pela análise das Figuras 5a e 5b, apesar da desconsideração da força F no observador de estados, nota-se que o modelo matemático utilizado descreve satisfatoriamente o comportamento mecânico da estrutura com amortecedor MR acoplado.

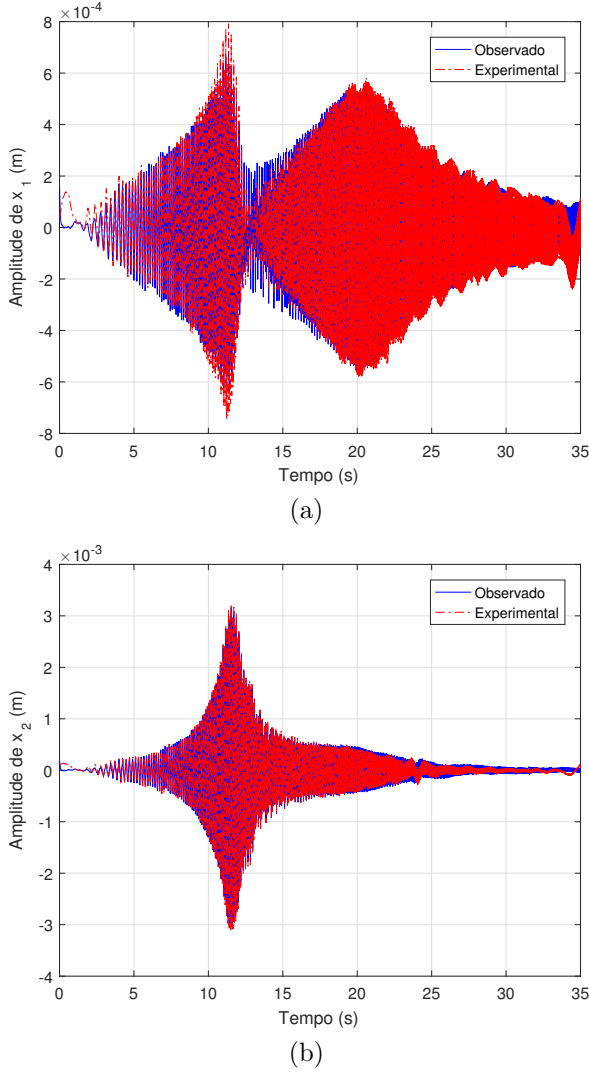


Figura 5. Respostas transitórias para os deslocamentos observados (sem realimentação da força F no observador) e obtidos experimentalmente: (a) x_1 e (b) x_2 , com a presença do amortecedor MR.

4. CONTROLE ÓTIMO ROBUSTO VIA LMI

Um controlador ótimo pode também ser chamado de regulador linear quadrático (LQR), sendo que a sua lei é obtida através da formulação dinâmica dada por 1. Segundo Franklin et al. (1997), a lei de controle pode ser formulada como em 6.

$$F_d(t) = -Kx(t) \quad (6)$$

Diz-se que é um regulador linear quadrático, pois a otimização tem por objetivo minimizar um funcional quadrático descrito por 7.

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + F_d^T R F_d) dt \quad (7)$$

sendo Q representa uma matriz diagonal semi-positiva, responsável por ponderar o estado x e R é uma matriz positiva que pondera o esforço de controle F_d .

O vetor ganho K do controlador pode ser calculado segundo 8.

$$K = R^{-1} B^T P \quad (8)$$

sendo P obtido pela resolução da equação matricial de Ricatti:

$$A^T P + P A - P B R^{-1} B^T P + Q = 0 \quad (9)$$

e o par (A, B) deve ser controlável.

Sistemas de controle ótimos apresentam bons resultados de estabilidade e otimização para índices de desempenho definidos, mas não suportam variações na planta onde o controlador atua. Dessa forma, para o caso em questão, torna-se necessária a busca de formas de inserir variações paramétricas no funcionamento do controlador.

Com o intuito de procurar soluções em que as incertezas do sistema estão presentes, Feron et al. (1992) propôs a inserção de um número finito de variáveis em um problema LQR. Para a solução do problema, Feron et al. (1992) propôs alterações de variáveis a fim de tornar problemas não convexos em convexos. Em 2009, uma aplicação de controle ótimo foi feita por Olalla et al. (2009), em que a sugestão é resolver o problema LQR de maneira numérica através do uso de *Linear Matrix Inequalities* ou LMIs e não mais algébrica, dada pela equação de Ricatti (9). da Silva et al. (2019) aplicou esta mesma metodologia para o controle ótimo robusto do fenômeno *Ground Resonance* de um helicóptero.

Segundo Feron et al. (1992), o problema de projeto do controlador LQR via LMI é posto como:

$$\begin{aligned} \min J &= \int_0^\infty [x^T Q x + F_d^T R F_d] d\tau \\ &\text{sujeito a} \\ V(x) &> 0, \forall x \neq 0 \\ V'(x) &< -[x^T Q x + F_d^T R F_d] \end{aligned} \quad (10)$$

Substituindo a lei de controle por realimentação de estados (6) no índice de desempenho J , têm-se:

$$J = \int_0^\infty x^T [Q + F_d^T R F_d] x d\tau \quad (11)$$

Assim, aplicando o operador traço matricial (Tr) em 11, têm-se (Feron et al., 1992):

$$Tr(J) = Tr[Q + F_d^T R F_d \int_0^\infty x x^T d\tau] \quad (12)$$

fazendo $X = \int_0^\infty x x^T d\tau$ (Olalla et al., 2009) e usando a equivalência $Tr[X^{-1} Z^T R^{1/2} R^{1/2} Z] = Tr[Z^T R^{1/2} X^{-1} R^{1/2} Z]$, têm-se que:

$$J = Tr[QX] + Tr[Z^T R^{1/2} X^{-1} R^{1/2} Z] \quad (13)$$

sendo $Z = F_d X$.

De acordo com Feron et al. (1992), $\min Tr[Z^T R^{1/2} X^{-1} R^{1/2} Z]$ é equivalente a:

$$\min Tr[\Psi], \text{ sujeito a: } \Psi > Z^T R^{1/2} X^{-1} R^{1/2} Z \quad (14)$$

Utilizando o Complemento de Schur, 14 é reescrita como:

$$\min Tr[\Psi], \text{ sujeito a: } \begin{bmatrix} \Psi & R^{1/2} Z \\ Z^T R^{1/2} & X \end{bmatrix} > 0 \quad (15)$$

A formulação completa para projeto do controlador LQR é dada por (Feron et al., 1992):

$$\begin{aligned} & \min Tr[\Psi] + Tr[QX] \\ & \text{sujeito a} \\ & AX + BZ + XA^T + Z^T B^T < 0 \end{aligned} \quad (16)$$

e

$$\begin{bmatrix} \Psi & R^{1/2}Z \\ Z^T R^{1/2} & X \end{bmatrix} > 0, \quad (17)$$

sendo o ganho por realimentação de estados dado por: $K = X^{-1}Z$.

A principal vantagem na utilização dessa formulação é a possibilidade de se inserir incertezas no sistema e garantir robustez do controlador. Aqui, as variações consideradas foram das rigidezes k_1 e k_2 das lâminas de fixação das massas, sendo que, para os testes experimentais, considerou-se uma variação de $\pm 5\%$ em cada uma das rigidezes.

Com o intuito de controlar os deslocamentos das massas m_1 e m_2 , a matriz Q foi escolhida como:

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (18)$$

sendo $R = 10^{-7}$.

Desta forma, os ganhos desse controlador foram calculados com base nas equações (16) e (17), considerando um politopo constituído por 4 vértices, onde cada vértice apresenta uma combinação das matrizes A e B contendo os valores mínimos (-5%) e máximos ($+5\%$) dos parâmetros incertos (k_1 e k_2), totalizando, com isso, um conjunto de 4 matrizes distintas de A e 4 de B , resultando em 4 desigualdades matriciais similares à 16. Assim, o ganho K do controlador ótimo robusto, calculado via LMI com a ferramenta YALMIP do *Matlab*, resulta no seguinte vetor de ganho:

$$K = [1635.5 \quad -698.9 \quad 83.4 \quad 22.1] \quad (19)$$

5. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Como ilustrado na Figura 6, utilizando a placa de aquisição Q8-USB, amplificadores de sinais e uma célula de carga (para o amortecedor MR), o *shaker* foi posto a operar com uma frequência de excitação do tipo *chirp* (veja Figura 3).

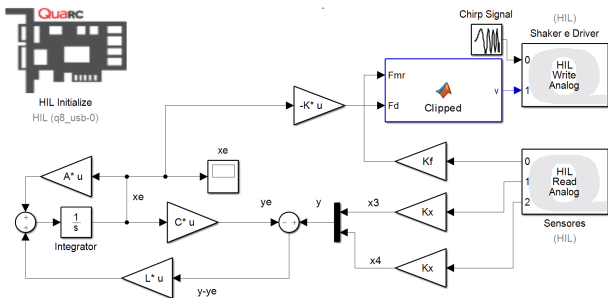


Figura 6. Diagrama de blocos do sistema de controle com observador de estados implementado no *Matlab Simulink*.

Para transmitir e coletar os sinais do sistema de controle, foi utilizado um computador contendo o programa *Matlab Simulink* e a plataforma QuaRC da Quanser. Assim, com o sistema de blocos desenvolvido (veja Figura 6), foi possível salvar as velocidades medidas pelos sensores e estimadas pelo observador (x_e), e forças geradas pelo amortecedor MR, sendo $K_f = 2.248 \text{ mV/N}$ a sensibilidade do sensor de força fixado no amortecedor.

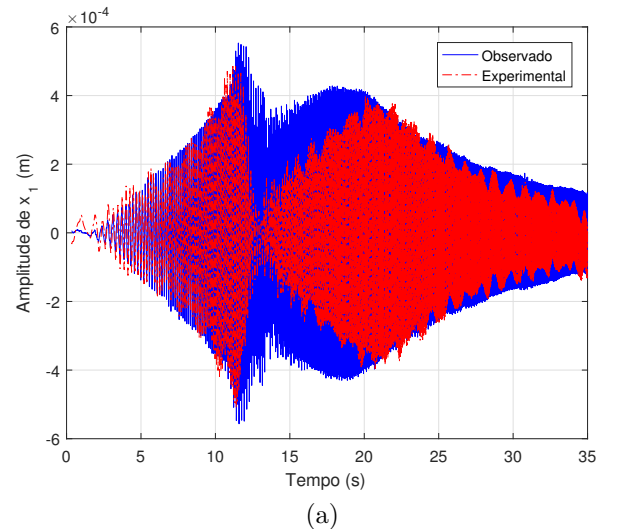
Nos ensaios experimentais, foi utilizada a regra para grampeamento (*Clipped*) do sinal de força do amortecedor MR (veja Figura 6), através da tensão de alimentação v . Neste algoritmo, a representação matemática de v em função da força desejada ($F_d = -Kx_e$) e F_{mr} (força no amortecedor MR), é dada por (Dyke et al., 1996):

$$v = \begin{cases} v_{\max}, & |F_d| > |F_{mr}| \\ 0, & |F_d| \leq |F_{mr}| \end{cases}, \text{ se } \text{sgn}(F_d) = \text{sgn}(F_{mr}) \quad (20)$$

sendo $\text{sgn}(\cdot)$ é a função sinal e para $\text{sgn}(F_d) \neq \text{sgn}(F_{mr})$, tem-se que: $v = 0$.

Assim, caso o esforço do controlador seja superior à força gerada pelo amortecedor MR (F_{mr}), a tensão elétrica aplicada será máxima ($v = 12 \text{ V}$), a fim de aumentar a força F_{mr} . Caso contrário, a tensão elétrica a ser aplicada será nula ($v = 0$), uma vez que, neste caso, a força F_{mr} ultrapassou a força desejada F_d . Deve-se notar que a tensão elétrica, determinada segundo 20, é descontínua no tempo e seu valor permuta entre os valores $v = 0$ e $v = v_{\max}$, sendo que a tensão máxima ($v_{\max}$) geralmente é a tensão elétrica de saturação do campo magnético gerado pelo amortecedor MR.

Como resultados dos experimentos, tem-se os deslocamentos (observados e medidos experimentalmente) das massas m_1 e m_2 (veja Figuras 7a e 7b) e os perfis de força desejada (F_d) e gerada pelo amortecedor MR (Figura 8a), e finalmente o sinal de tensão elétrica aplicada no driver de corrente, dado pela Figura 8b. Pela análise da Figura 8a, nota-se claramente a tentativa de grampeamento da força gerada no amortecedor MR em relação à força desejada de controle, à partir da aplicação da tensão elétrica no driver de corrente (Figura 8b). Verifica-se que tal comportamento leva a um valor médio parecido com o desejado, da mesma forma que uma estratégia de acionamento PWM.



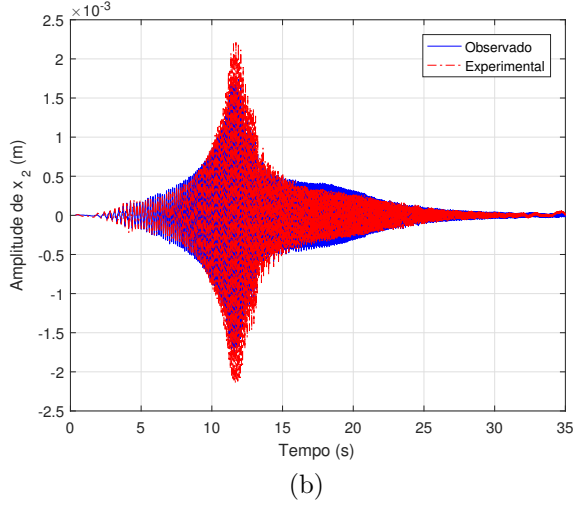


Figura 7. Respostas transitórias para os deslocamentos observados e obtidos experimentalmente: (a) x_1 e (b) x_2 , considerando a aplicação do sistema de controle.

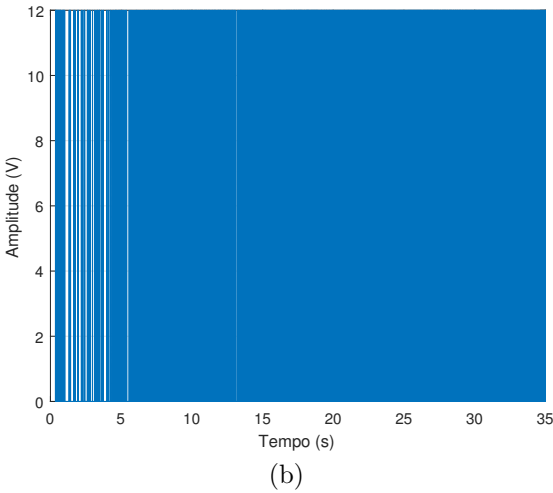
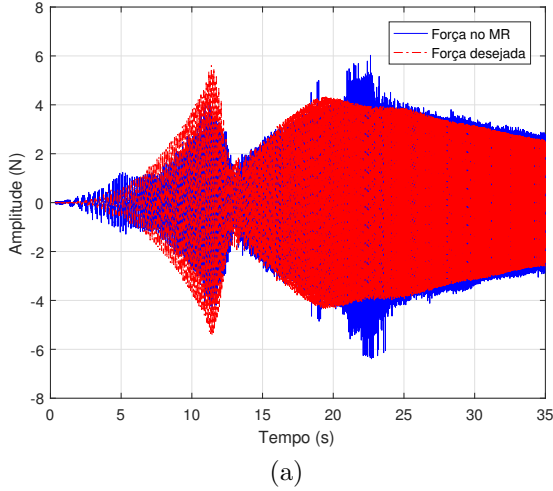


Figura 8. Respostas transitórias para: (a) as forças desejadas (F_d) e geradas pelo amortecedor MR (F_{mr}) e (b) as tensões elétricas aplicadas no driver de corrente.

Conforme proposto e a partir da análise da Figura 7, observa-se que o sistema de controle é capaz de reduzir os deslocamentos de m_1 e deslocamento de m_2 em torno de 2 vezes em relação ao sistema sem a presença do amortecedor MR. As funções respostas em frequência abaixo ilustram tal comportamento (os índices 1 e 2 denotam as funções respostas em frequência referentes aos deslocamentos x_1 e x_2 , respectivamente, assumindo a entrada da força do shaker com uma frequência de excitação do tipo *chirp*).

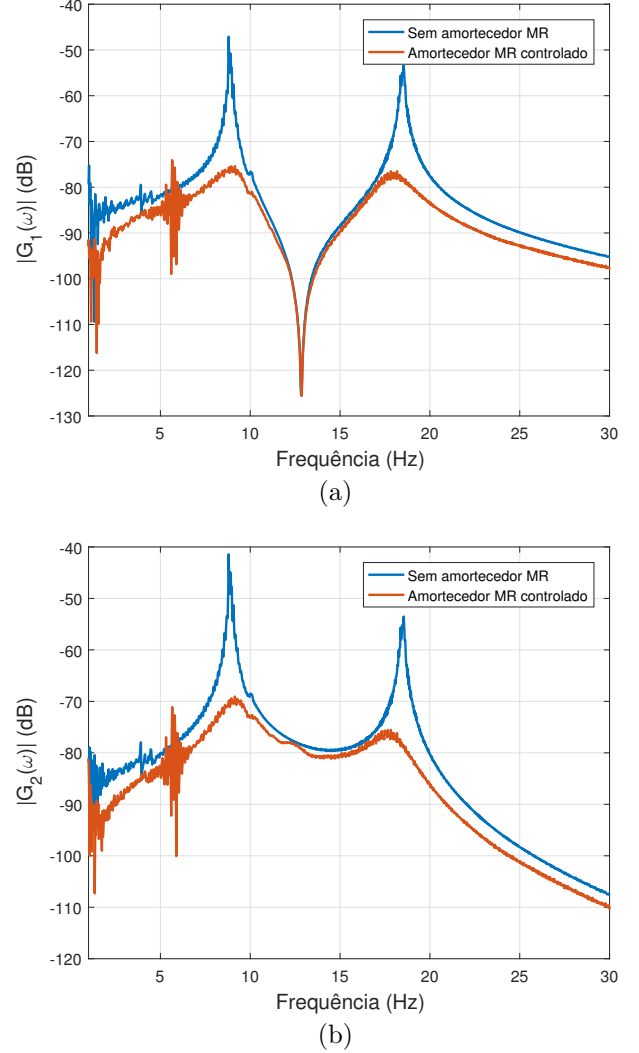


Figura 9. Funções respostas em frequência experimentais: (a) $G_1(\omega)$ e (b) $G_2(\omega)$, sem e com a presença do amortecedor MR controlado.

Pela análise das Figuras 9a e 9b, nota-se que o sistema de controle utilizado, com amortecedor MR acoplado, fez com que o sistema em malha fechada atenuasse fortemente a amplitude das duas primeiras frequências naturais (em torno de 8.8 Hz e 18.5 Hz), fazendo com que o comportamento mecânico da estrutura alterasse substancialmente. Vale a pena ressaltar que, nos testes do sistema em malha fechada, a obtenção do estado completo do sistema foi feita com o uso de um transdutor de força fixado apenas no amortecedor MR, uma vez que esta medida foi utilizada no modelo matemático construído para o grampeamento da força F_{mr} , obtida à partir da força desejada F_d (veja Eq. 20).

6. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi apresentada uma metodologia para a modelagem matemática de um sistema vibratório de 2gdl construído em laboratório. O objetivo principal do trabalho foi testar experimentalmente um controlador ótimo robusto capaz de atenuar a vibração do sistema, a partir da utilização de um amortecedor magnetoreológico (MR), e além disso, desenvolver um observador de estados capaz de acompanhar a variação de parâmetros físicos do amortecedor.

Posteriormente, foi apresentado e implementado numericamente um algoritmo, construído em diagrama de blocos, do observador de estados para estimar o estado completo do sistema a partir das velocidades medidas para as massas m_1 e m_2 , com a presença do amortecedor MR acoplado. Comprovou-se experimentalmente que, apesar da desconsideração das forças F_{shaker} e F_{mr} na dinâmica do observador de estados, o modelo matemático utilizado descreveu satisfatoriamente o comportamento mecânico da estrutura com amortecedor MR acoplado e tensão elétrica nula. Com o intuito de possibilitar a obtenção do estado completo do sistema sem o uso de transdutor de força no *shaker*, nos testes do sistema de controle, foi utilizado o modelo matemático deste observador de estados.

Neste trabalho, foi verificada ainda a necessidade de se inserir incertezas no sistema e de se construir um controlador com robustez para isso. Dessa forma, foi proposto um controlador ótimo robusto, obtido via LMI, e para o projeto deste controlador, variou-se os valores das rigidezes k_1 e k_2 em $\pm 5\%$. Os resultados experimentais mostraram uma redução expressiva nos valores de amplitude dos deslocamentos das massas m_1 e m_2 em torno de 2 vezes em relação ao sistema sem a presença do amortecedor MR.

Assim, os objetivos foram alcançados e, como proposta de trabalhos futuros, torna-se interessante construir um controlador mais robusto, capaz de introduzir características não lineares do amortecedor MR no projeto do controlador, a fim de se aproximar o problema estudado cada vez mais em um problema real. Neste sentido, pretende-se ainda adotar um observador de estados que, além de considerar as medidas de velocidades como saídas, leve também em consideração incertezas paramétricas presentes no modelo, com a utilização de condições robustas resolvidas por meio de LMIs.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à *FAPESP* (Processo 2018/25730-5) pelo auxílio financeiro concedido.

REFERÊNCIAS

Alkhatib, R. and Golnaraghi, M. (2003). Active structural vibration control: a review. *Shock and Vibration Digest*, 35(5), 367.

Brennan, M., Tang, B., Melo, G.P., and Lopes Jr, V. (2014). An investigation into the simultaneous use of a resonator as an energy harvester and a vibration absorber. *Journal of Sound and Vibration*, 333(5), 1331–1343.

Carneal, J.P., Charette, F., and Fuller, C.R. (2004). Minimization of sound radiation from plates using adaptive tuned vibration absorbers. *Journal of Sound and Vibration*, 270(4-5), 781–792.

da Silva, J.A.I., Bueno, D.D., and de Abreu, G.L.C.M. (2019). On the controllers' design to stabilize ground resonance helicopter. *Journal of Vibration and Control*, 25(23-24), 2894–2909.

Den Hartog, J.P. (1985). *Mechanical vibrations*. Courier Corporation.

Du, Y., Burdisso, R.A., and Nikolaidis, E. (2005). Control of internal resonances in vibration isolators using passive and hybrid dynamic vibration absorbers. *Journal of Sound and Vibration*, 286(4-5), 697–727.

Dyke, S.J., Spencer, B.F., Sain, M.K., and Carlson, J.D. (1996). Modeling and control of magnetorheological dampers for seismic response reduction. *Smart Materials and Structures*, v.5, 565–575.

Felix, J.L.P. and Balthazar, J.M. (2009). Comments on a nonlinear and nonideal electromechanical damping vibration absorber, sommerfeld effect and energy transfer. *Nonlinear Dynamics*, 55(1-2), 1–11.

Feron, E., Balakrishnan, V., Boyd, S., and Ghaoui, L.E. (1992). Numerical methods for h2 related problems. *Stanford University*, 1, 1–2.

Frahm, H. (1911). Device for damping vibrations of bodies. US Patent 989,958.

Franklin, G., Powell, J., and M., W. (1997). *Digital Control of Dynamic System*, volume 3.

Hangos, K.M., Bokor, J., and Szederkényi, G. (2006). *Analysis and control of nonlinear process systems*. Springer Science & Business Media.

Jingqing, H. (1995). The extended state observer of a class of uncertain systems. *Control and Decision*, 1.

Kudva, P., Viswanadham, N., and Ramakrishna, A. (1980). Observers for linear systems with unknown inputs. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 25(1), 113–115.

Ogata, K. (2011). *Engenharia de controle moderno*. PRENTICE HALL BRASIL.

Olalla, C., Leyva, R., Aroudi, A., and Queinnec, I. (2009). Robust lqr control for pwm converters: An lmi approach. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 56(7), 2548–2558.

Rade, D.A. and Steffen Jr, V. (2000). Optimisation of dynamic vibration absorbers over a frequency band. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 14(5), 679–690.

Rao, S. (1986). *Mechanical vibrations*. Addison-Wesley Longman, Incorporated.

Yao, J., Jiao, Z., and Ma, D. (2014). Extended-state-observer-based output feedback nonlinear robust control of hydraulic systems with backstepping. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(11), 6285–6293.