DOI: 10.48011/asba.v2i1.1086

Estimativa do Tamanho de Bolhas em Espuma de Flotação Utilizando Visão Computacional.

Carlos Júnior Pereira da Silva * **Jefferson Rodrigo de Souza** **
Gustavo Pessin *** **André Reis de Geus** ****

* *Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração, Universidade Federal de Ouro Preto e Instituto Tecnológico Vale, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil (e-mail: carlos.jps@aluno.ufop.edu.br).*
** *Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil (e-mail: jrsouza@ufu.br).*
*** *Instituto Tecnológico Vale, Ouro Preto, Minas Gerais, Brasil (e-mail: gustavo.pessin@itv.org).*
**** *Universidade Federal de Uberlândia, Uberlândia, Minas Gerais, Brasil (e-mail: geus.andre@gmail.com).*

Abstract: Among the ore processing steps flotation stands out as one of the most important, especially when it comes to ore separation. The efficiency of this process is closely linked to process variables such as air supply flow and discharge valve opening control. These variables are often determined by the visual aspect of the flotation froth, where industrial operators rely on their experience in decision-making and choosing these parameters. The main characteristics observed are bubble size, texture, and bubble velocity. As this analysis is often left to the process operator, it becomes subjective, varying from operator to operator. Beyond this subjective analysis, controlling this process is a complex task. Thus, the automation of this process becomes even more important for operation. Using computer vision techniques, it is possible to acquire the main characteristics of the foam that are important to the process. The purpose of this work is to use computer vision techniques to estimate the average size and number of bubbles disposed of in the froth flotation to support the decision-making process of the operators of this type of process.

Resumo: Dentre as etapas de processamento de minérios, a flotação se destaca como um dos mais importantes, principalmente quando se trata de separação de minerais. O rendimento deste processo está muito ligado as variáveis de processo como a vazão de ar e o controle de abertura das válvulas de descarga. Estas variáveis, muitas vezes, são determinadas através do aspecto visual da espuma deste processo, onde os operadores se baseiam em suas experiências para a tomada de decisão e escolha destes parâmetros. As principais características observadas são: tamanho das bolhas, textura e velocidade de deslocamento. Como esta análise, muitas vezes, fica a cargo do operador do processo ela acaba se tornando subjetiva, variando de operador para operador. Além desta análise subjetiva, o controle deste processo é uma tarefa complexa. Desta forma, a automação deste processo se torna ainda mais importante. Utilizando as técnicas de visão computacional é possível obter as principais características da espuma importantes ao processo. A proposta deste trabalho é utilizar técnicas de visão computacional para estimar o tamanho médio e o número de bolhas presentes na espuma de flotação como ferramenta de apoio na tomada de decisão dos operadores deste tipo de processo.

Keywords: Computer Vision; Flotation; Bubble Size; Froth; Segmentation.
Palavras-chaves: Visão Computacional; Flotação; Tamanho das Bolhas; Espuma; Segmentação.

1. INTRODUÇÃO

Os recursos minerais são parte importante no desenvolvimento econômico e social mundialmente. Estes estão presentes em muitos aspectos do cotidiano e servem como base para a fabricação dos mais diversos produtos. Neste contexto, o Brasil também está fortemente interligado ao segmento da mineração como um dos países com maior potencial mineral no mundo. Em 2017, as exportações de recursos minerais representaram 11% do resultado total do ano vigente (Misi e Lins, 2018).

O aumento acelerado da demanda de recursos minerais tem ocasionado o esgotamento das reservas minerais obrigando a indústria de mineração a processarem minérios cada vez mais complexos, com baixos teores e cada vez com maior eficiência industrial. Além disto, a indústria da mineração também está imersa no contexto da globalização, o que aumenta a necessidade de obterem processos produtivos com custos cada vez menores (Silva, 2016). Com este cenário, o processo de flotação se destaca entre os principais processos de concentração de minérios, principalmente pela capacidade de aproveitamento de minérios de baixos teores, sua ampla aplicabilidade e viabilidade econômica frente a outros métodos de processamento mineral (Baltar, 2009).

Os processos de concentração de minérios, de forma generalizada, podem ser descritos como processos capazes de dar a um ou mais componentes de uma mistura heterogênea de minerais uma velocidade diferente dos demais componentes da mistura (Chaves et al., 2018). Isto é realizado com objetivo de separar os minérios desejados dos que não se tem interesse durante o processo de concentração. Neste processo as partículas que se deseja flotar são obrigadas a percorrer um trajeto ascendente. A capacidade de diferenciação entre as espécies minerais se dá pela capacidade das partículas se prenderem a bolhas de gás, geralmente ar (Baltar, 2009). Quando uma partícula consegue se prender a um número suficiente de bolhas, a densidade deste novo conjunto se torna menor do que o fluido e o conjunto se desloca verticalmente para a superfície onde é separado na forma de espuma. As demais partículas permanecem inalteradas a suas respectivas rotas de movimentação (Chaves et al., 2018).

Umas das variáveis mais importantes a serem observadas é o tamanho médio das bolhas presentes na espuma de flotação. Este parâmetro é importante devido ao efeito na coleta e transporte das partículas minerais, ou seja, interfere diretamente no objetivo do processo de flotação (Ostadrahimi et al., 2020).

Bolhas menores permitem a recuperação de partículas minerais menores, índices mais elevados de cinética na coleta e transporte dos sólidos por volume de ar. Entretanto, bolhas muito pequenas apresentam uma velocidade de ascensão menor do que a velocidade descendente da polpa o que pode causar a perda de partículas hidrofóbicas. Desta forma existe um diâmetro médio das bolhas efetivo para a flotação, o que de acordo com a literatura está entre 0,5 a 2,0 mm. Também existem modelos matemáticos para estimar este diâmetro médio das bolhas conforme as características da polpa a ser processada onde este parâmetro ideal pode alcançar outras faixas de valores. Estes modelos dependem de uma série de variáveis como: medidas dimensionais da coluna, características do material, dados do processo dentre outros (Aquino et al., 2018).

Este trabalho tem como ponto central a pesquisa e análise de métodos de tratamento de imagens aplicados a detecção e segmentação de bolhas existentes na espuma de flotação utilizando o algoritmo *Watershed*. A partir desta detecção deseja-se estimar o número de bolhas e calcular o tamanho médio destas em uma imagem coletada do processo.

Este trabalho está dividido da seguinte forma: a seção 2 apresenta a motivação para realização do estudo. A seção 3 uma breve revisão bibliográfica sobre o tema. A seção 4 descreve a metodologia proposta. Os resultados obtidos estão apresentados na seção 5. Por fim a seção 6 apresenta as conclusões do trabalho.

2. MOTIVAÇÃO E JUSTIFICATIVA

O processo de flotação de minérios possui muitas variáveis e parâmetros de controle, o que torna o seu controle complexo (Zarie et al., 2020). Em muitas indústrias de mineração, os operadores de planta utilizam de suas experiências em relação ao aspecto visual da espuma gerada pelo sistema para realizar os ajustes dos parâmetros de processo (Wang et al., 2019). Este método de análise faz com o que o sistema, muitas vezes, não esteja operando com o máximo desempenho possível. Pelo fato das análises serem subjetivas e realizadas com base na experiência dos operadores, as indústrias de beneficiamento mineral estão sujeitas a variações no desempenho e qualidade no processo de flotação quando ocorrem, por exemplo (Moolman et al., 1994; Wang et al., 2019):

- ☐ Trocas de turno: As equipes de turnos diferentes não possuem a mesma experiência e conhecimento do processo;
- ☐ *Turnover* da equipe de operação: Saída de operadores experientes e entrada de operadores com pouco conhecimento do processo;
- ☐ Falta de entendimento fundamentado da dinâmica da planta: Ações tomadas com base em informações subjetivas variando de operador para operador;
- ☐ Imprecisão e baixa confiabilidade de sistemas de controle manuais.

Com o avanço dos equipamentos de aquisição de imagens e a evolução da capacidade de processamento dos computadores, o uso de técnicas de processamento de imagens para análise da espuma de flotação se tornou uma alternativa cada vez mais viável. Estas técnicas podem ser aplicadas para classificar e determinar o desempenho em processos de flotação direta de diversos minerais como, por exemplo, o cobre, platina, zinco e carvão. As principais características visuais relatadas pelos operadores como critério de avaliação são: mobilidade, cor, tamanho e textura das bolhas (Silva e Galéry, 2013). Estas também são as mais utilizadas em técnicas de tratamento de imagens aplicadas a flotação de minérios. A Figura 1 apresenta um exemplo real da espuma de flotação em coluna.

As características visuais da espuma podem fornecer muitas informações importantes sobre o processo, como: teor e recuperação de minerais úteis. Este conceito é corroborado e estudado por alguns pesquisadores como: Nicolato et al.

Figura 1. Espuma de flotação de minério de chumbo.
Fonte: O autor (2019).

(2005), Aldrich et al. (2010) e Wang et al. (2019). O controle da distribuição do tamanho de bolhas é amplamente difundido na prática industrial como também na literatura como uma das características visuais mais importantes a serem consideradas. Esta característica influencia diretamente na capacidade do processo de flotação de coletar os minerais de interesse (Ostadrahimi et al., 2020). O tamanho médio da bolha não depende apenas das características da máquina de flotação, mas também do minério a ser flotado, da vazão de ar e da taxa de dosagem dos reagentes químicos. Existe uma relação entre o tamanho médio da bolha existente no interior da polpa e o tamanho médio da bolha contida na espuma, onde bolhas em uma determinada faixa de tamanho podem gerar um sistema de colisão partícula/bolha mais eficiente e consequentemente melhor resultado na recuperação de minerais de interesse (Moolman et al., 1995; Hassanzadeh et al., 2016).

Com o cenário atual da mineração, a redução dos teores das minas, e o contexto competitivo do mercado de mineração, cada vez mais se busca menores custos de produção e altas taxas de produtividade (Silva, 2016). Tendo em vista estes fatores uma operação baseada em informações subjetivas pode não alcançar todo o potencial de desempenho operacional. A aplicação de técnicas de processamento digital pode colaborar para alcançar uma melhor padronização da operação e estabelecer índices de desempenho com maior acurácia do sistema de controle em processos de flotação (Wang et al., 2019).

3. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

As pesquisas em busca da otimização do processo de flotação utilizando análise de imagens são realizadas desde o final da década de 80. Woodburn et al. (1989) desenvolveram um trabalho para caracterização das fases da espuma através do aspecto visual delas. Symonds e De Jager (1992), propuseram um método para a segmentação das bolhas contidas na espuma utilizando métodos morfológicos e técnicas de *thresholding* com base na escala de cinza da imagem. O objetivo deste trabalho era possibilitar que as bolhas fossem contadas e analisadas para a classificação da espuma através dos dados obtidos. O algoritmo de segmentação morfológica se tratava de um detector de borda residual utilizando um *spherical structuring element* (SE). Apesar dos resultados promissores, este método não se mostrou totalmente bem-sucedido na tentativa de identificação de bolhas na estrutura da espuma.

Moolman et al. (1994) apresentaram um método de análise de imagens da espuma de flotação utilizando técnicas baseadas nas cores e Transforma Rápida de Fourier (FFT) para processar os dados de vídeo na etapa de flotação, especialmente a espuma gerada em uma indústria de processamento de cobre. O método proposto foi capaz de distinguir diferentes níveis de cobre presentes na espuma e também obteve dados globais do sistema como tamanho médio das bolhas, direção do fluxo, formato das bolhas e mobilidade da espuma. Também é proposto um esquema de controle para ajuste da dosagem de reagentes no processo através dos resultados obtidos pelo sistema de aquisição de imagens.

Botha (1999) em sua dissertação de mestrado também apresenta um sistema de supervisão e análise em tempo real da espuma de flotação baseado em métodos de visão computacional. Ele traz a fundamentação teórica a respeito do método utilizado, onde aborda todas as etapas de pré-processamento até as análises finais no processamento de imagens. Neste trabalho, os algoritmos de visão computacional foram implementados em conjunto com a integração ao sistema de controle do processo. Ele avaliou alguns métodos para segmentação de imagens, destacando-se dentre eles o algoritmo *Watershed*.

Kaartinen et al. (2006) apresentaram um estudo de caso de um sistema de controle baseado em visão computacional aplicado a flotação de zinco. Neste trabalho, além de uma câmera, foi utilizado um espectrômetro para análise do processo. Eles conseguiram através deste sistema correlacionar cor, tamanho e velocidade das bolhas com os teores e recuperação de zinco respectivamente. O algoritmo de segmentação utilizado foi o *Watershed*. O trabalho de Kaartinen et al. (2006) tinha como objetivo aplicar as informações obtidas através da extração destas características na otimização de um sistema de flotação industrial. Analisando as ações realizadas rotineiramente pela equipe de operação, eles determinaram a metodologia de pesquisa e a partir disto implementaram leis de controle para a automação do sistema com base no aspecto visual da espuma. Como resultado prático, foi verificado o aumento na recuperação de minério com a aplicação do sistema proposto.

No trabalho de Hu et al. (2013) é descrito as etapas para projeto e implementação de um analisador de espuma de flotação. É proposto um sistema de captura de imagens em tempo real utilizando técnicas de processamento de imagens e detecção de borda para segmentar as bolhas existentes na espuma. Antes da segmentação, o trabalho propõe uma etapa de filtragem para o pré-processamento dos dados. Este tratamento visa minimizar os efeitos negativos da iluminação na análise de imagens e evitar a super segmentação. Estes filtros se baseavam em operações morfológicas clássicas como, por exemplo, dilatação e erosão. O algoritmo de segmentação utilizado foi do tipo *Watershed*. Os dados estimados alcançaram uma acurácia acima de 90% quando comparado com o método manual. Moghaddam et al. (2018), em sua pesquisa, apresentaram um método para classificação de espuma de flotação de antimônio baseado no histograma construído através dos perímetros das bolhas existentes na espuma. O método foi capaz de contar o número de bolhas com um nível de acurácia acima de 89% nos testes realizados.

Wang et al. (2019) aplicaram em suas pesquisas um método baseado no algoritmo *Watershed* para extração de características da espuma de flotação em processamento de cobre. Neste trabalho foi apresentado todas as etapas de pré e pós-processamento de imagens com o objetivo de minimizar os efeitos negativos da iluminação sobre os resultados na etapa de segmentação. Entre as técnicas utilizadas, destaca-se a utilização da Transformada de Distâncias (*Distance Transform*) na imagem em preto e branco antes da aplicação do algoritmo *Watershed*.

4. METODOLOGIA

Este trabalho tem como ponto central a análise de métodos de processamento de imagens aplicados na detecção e segmentação de bolhas existentes em espumas geradas por processos de flotação. A partir desta detecção, estimar o número de bolhas e calcular área de cada bolha presente em uma imagem capturada do processo.

O método de detecção e análise empregado neste projeto está direcionado conforme as etapas a seguir: pré-processamento das imagens, algoritmos de segmentação e extração das características de interesse da espuma. A Figura 2 apresenta o fluxograma de trabalho utilizado nesta pesquisa. Este método foi implementado utilizando o *software* MATLAB®.

4.1 Entrada de Dados

Os dados utilizados são imagens reais da espuma de flotação oriundas de processos de mineração. O objetivo deste método é segmentar as bolhas presentes nesta espuma e a partir disto estimar os respectivos tamanhos de cada bolha. Antes de realizar o pré-processamento das imagens é necessário ajustar a área de trabalho para o método, isto é, certificar que contenha na imagem apenas a espuma de flotação e eliminar possíveis interferências como, por exemplo: bordas de tanques ou partes do equipamento de flotação. Este ajuste deve ser realizado durante a instalação da câmera de processo de forma a apenas registrar imagens de espuma de flotação sem as interferências citadas.

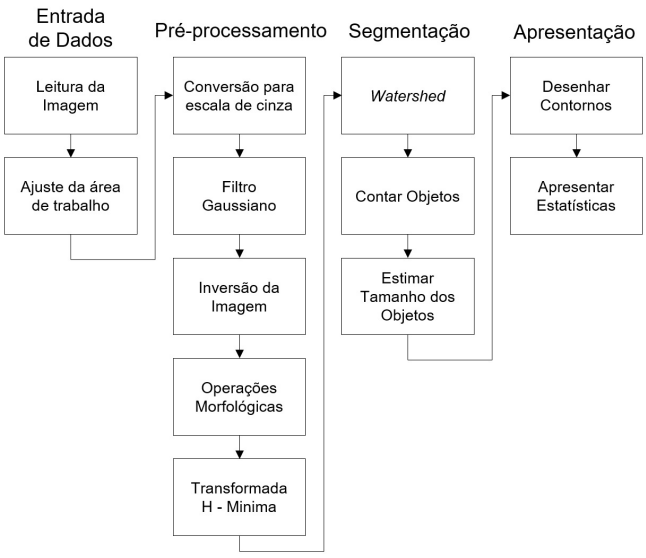


Figura 2. Fluxograma do método de segmentação.
Fonte: O autor (2020).

Para validação do algoritmo, serão utilizadas imagens de flotação de alguns trabalhos já executados como, por exemplo, a pesquisa de Hu et al. (2013), para comparação e verificação dos resultados preliminares. Também será utilizado o conjunto de dados disponibilizado por Zhang (2019) no repositório IEEE *Dataport*.

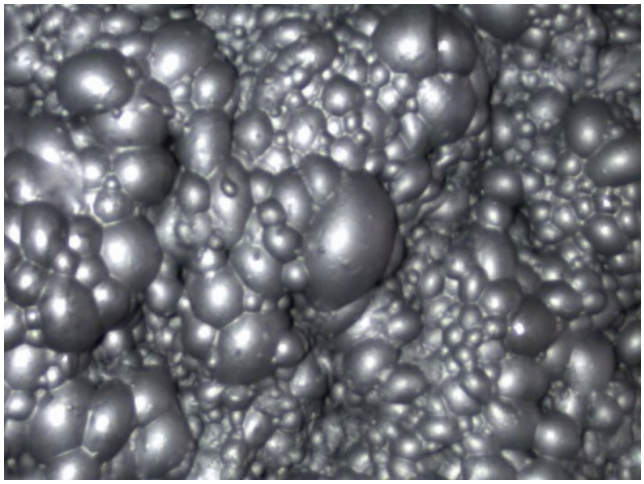


Figura 3. Espuma de flotação em minério de cobre.
Fonte: Hu et al. (2013).

4.2 Pré-processamento

Como as imagens obtidas estão em espaço RGB (*Red, Green, Blue*), para aplicação do método proposto é necessário converter a imagem para escala de cinza e posteriormente realizarmos a segmentação. Para a eliminação dos ruídos é aplicado um filtro gaussiano bidimensional sobre a imagem em escala de cinza. Este filtro se mostrou muito importante como uma das formas para evitar a super segmentação da imagem. O filtro gaussiano é um método de filtragem que atua como um filtro passa baixa cujo objetivo é eliminar ruídos existentes e tem como resultante a suavização da imagem (Jesus e Junior, 2015).A morfo-

logia matemática é uma importante ferramenta na realização de diversas operações em processamento de imagens como: aumento da qualidade, detecção de falhas, análise de formas, dentre outros. Neste trabalho foi utilizado as operações morfológicas de dilatação e fechamento.

Uma ferramenta matemática eficiente para evitar a super segmentação é a transformada H-minima (Jung e Kim, 2010). Esta transformada realiza a normalização dos valores mínimos regionais de uma imagem em relação a um valor H, também chamado de *height threshold value* (Ismail et al., 2016). Este valor H é escolhido de forma a realizar a supressão dos valores mínimos regionais utilizando como referência o seu respectivo valor, de modo a permanecer apenas os valores mínimos significantes (Jung e Kim, 2010). Para cada conjunto de testes foram realizadas diversas simulações para determinação deste valor H com o intuito de encontrar o melhor resultado. Em cada um destes foi executada a devida parametrização dos métodos de processamento de imagens citados conforme o fluxograma apresentado na Figura 2.

4.3 Algoritmo de Segmentação

O algoritmo *Watershed* é um dos principais métodos utilizados em problemas de segmentação com foco na detecção de objetos e pode ser aplicado em muitos contextos práticos (Kaehler e Bradski, 2016). Outros pesquisadores como Kaartinen et al. (2006), Hu et al. (2013) e Wang et al. (2019) utilizaram este método em suas respectivas pesquisas e obtiveram um alto nível de acurácia para identificação e segmentação das bolhas contidas em processos de flotação.

O algoritmo *Watershed* é uma técnica de *thresholding* onde uma imagem é segmentada em várias "bacias" o que dá o nome ao método. As regiões com valores de *pixels* mais altos são os picos e as com valores menores são denominados vales. Utilizando o mesmo conceito da formação de bacias hidrográficas, durante o processo de inundação (considerando como valor de elevação os valores dos *pixels*) é verificado em quais regiões seriam formadas as bacias. Com base nesta ideia, o algoritmo é capaz de realizar a segmentação das imagens (Szeliski, 2010). Um dos grandes problemas desta técnica é a super segmentação (Forsyth e Ponce, 2012). Como este método trabalha com os mínimos locais analisando uma única região, isto pode ocasionar este problema e afetar os resultados esperados (Szeliski, 2010). Uma maneira de diminuir este efeito é a utilização de marcadores como sementes iniciais do algoritmo *Watershed*.

A definição dos marcadores é etapa importante para evitar a super segmentação das imagens. Para a criação destes marcadores são analisadas as regiões de pico existentes na imagem (regiões com maiores valores de *pixels*). Observando o conjunto de imagens deste trabalho, percebe-se que os picos são os *white spots* contidos em cada bolha. Estes pontos são gerados a partir dos reflexos da iluminação ambiente na aquisição das imagens. Os mesmos são ideais para serem utilizados como marcadores por estarem sempre contidos no interior de cada bolha. Para isto é necessário que estes fossem vales ao contrário de picos. Isto é importante para que ocorra a formação das bacias o mais próximo possível do que seriam as delimitações de borda de cada bolha. Sendo assim, é necessário antes de aplicar o *Watershed* inverter as cores da imagem que estão em escala de cinza. Com a imagem invertida, agora podemos utilizar as regiões de valor mínimo como marcadores no processo de segmentação. Na Figura 4 é ilustrado o resultado da extração dos marcadores utilizando como imagem original a Figura 3.

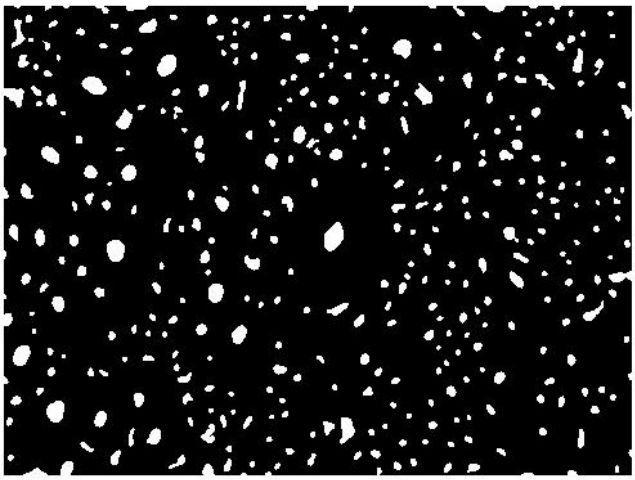


Figura 4. Marcadores para segmentação da Figura 3.
Fonte: O autor (2020).

Após a segmentação da imagem a próxima etapa é contar o número de segmentos e estimar os seus tamanhos. Para o nosso problema, cada segmento é uma bolha, e o tamanho será calculado através da área em número de *pixels* de cada corpo encontrado. Este cálculo consiste em contar o número de *pixels* de cada bolha segmentada e calcular a média do conjunto de bolhas encontrado. Isto é feito para criar um parâmetro de referência a ser utilizado em sistemas de controle de flotação baseado em tamanho de bolhas, uma vez que se busca diminuir o tamanho do maior número possível de bolhas geradas pelo processo. Após este cálculo é desenhado os contornos utilizando como fundo a imagem original e apresentados os resultados obtidos.

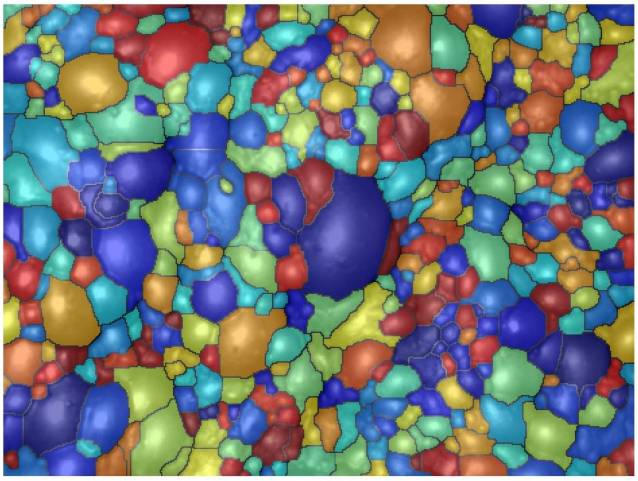


Figura 5. Resultado do *Watershed* para a Figura 3.
Fonte: O autor (2020).

4.4 Validação dos Resultados

Como critério de avaliação do método de detecção de bolhas, foi realizada a detecção manual das bolhas e comparados os resultados encontrados em relação ao método proposto. Para cálculo de acurácia foi verificado o número de bolhas segmentadas corretamente em relação ao número total de bolhas encontradas e disponibilizado o percentual de acerto. Foram utilizadas 22 amostras de imagens de flotação, e a partir destas foram calculados o erro médio e desvio padrão do erro obtido pelo método proposto.

5. RESULTADOS

Os métodos de detecção e estimativa de tamanho de bolhas em espuma de flotação proposto neste trabalho foi implementado em ambiente MATLAB®. O conjunto de dados utilizados está conforme descrito na seção 4. Foram utilizadas 20 amostras de imagens contidas no *dataset* disponibilizado por Zhang (2019). Também foram utilizadas as imagens disponibilizadas por Hu et al. (2013) e Birney (2018) em seus respectivos trabalhos totalizando 22 amostras para testes.

O resultado do algoritmo de segmentação da imagem presente na Figura 3 está ilustrado na Figura 6. Como pode ser observado, o método se mostrou eficiente em segmentar grande parte das bolhas contidas nesta espuma de flotação alcançando uma acurácia acima de 94%.

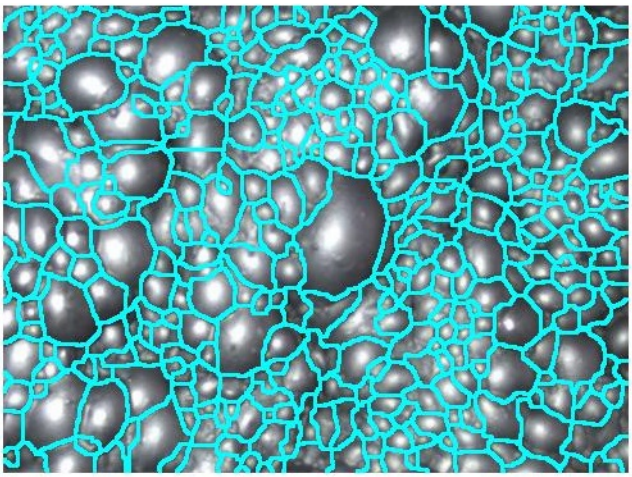


Figura 6. Resultado final de segmentação para a Figura 3.
Fonte: O autor (2020).

A Figura 7 ilustra o exemplar de espuma de flotação apresentada por Birney (2018) em seu trabalho. Esta amostra também é uma imagem real de espuma de flotação. O resultado da segmentação para este conjunto está disposto na Figura 8.

Por fim, utilizando o *dataset* disponibilizado por Zhang (2019), foram utilizadas 20 imagens deste conjunto para testes e validação do método. Alguns exemplos dos resultados encontrados utilizando este *dataset* podem ser vistos através da Figura 9.

A Tabela 1 expões os resultados encontrados para estas imagens apresentadas.

Figura 7. Imagem original de espuma de flotação.
Fonte: (Birney, 2018).

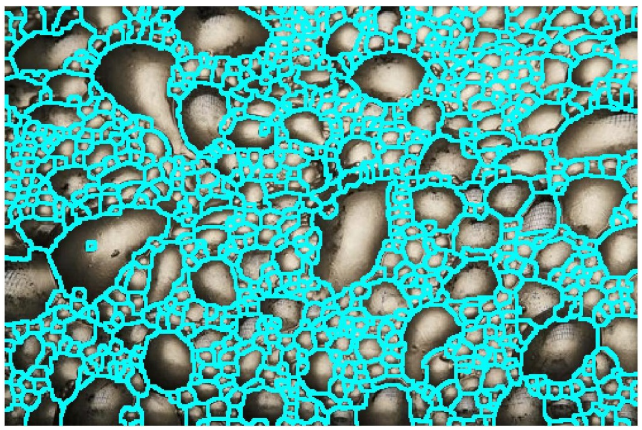
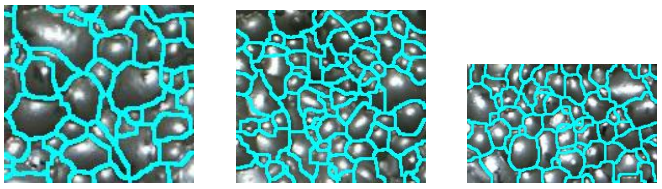


Figura 8. Resultado final de segmentação para a Figura 7.
Fonte: O autor (2020).



(a) (b) (c)

Figura 9. Exemplo de resultados obtidos utilizando o *dataset* disponibilizado por Zhang (2019).
Fonte: O autor (2020).

Tabela 1. Resultados calculados.

	Nº de Bolhas	Acurácia	Tamanho Médio (Área)
Figura 3	385	94,83%	415 *pixels*
Figura 7	832	96,97%	172 *pixels*
Figura 9(a)	47	90,70%	355 *pixels*
Figura 9(b)	86	96,51%	326 *pixels*
Figura 9(c)	56	95,65%	399 *pixels*

Fonte: O autor (2020).

Em resumo, foram realizadas simulações com 22 amostras diferentes de espuma de flotação alcançando desempenho conforme a Tabela 2.

Tabela 2. Resumo dos testes realizados.

Nº de Amostras	Erro Médio	Desvio Padrão do Erro
22	5,92%	3,04%

Fonte: O autor (2020).

6. CONCLUSÃO

O controle ótimo de flotação é um processo complexo que exige o monitoramento e análise de uma grande quantidade de variáveis de processo. Muitas vezes a operação deste processo fica dependente da experiência dos operadores da planta. Isto pode causar uma falta de padronização da operação, principalmente durante as trocas de equipes dos turnos ou quando ocorrem alterações do minério a ser processado. Esta falta de padrão pode acarretar perda de produtividade. Na busca de diminuir o empirismo nos ajustes de operação em processos de flotação, a aplicação de técnicas de visão computacional já vem sendo amplamente estudadas obtendo bons resultados, conforme apresentado na Seção 3. Com os resultados obtidos preliminarmente neste trabalho, fica constatado o potencial na utilização do método *Watershed* para a segmentação da espuma e, a partir deste, estimar os respectivos tamanhos de cada bolha existente em uma imagem de processo. A transformada H-minima obteve bons resultados eliminando ruídos e diminuindo a super segmentação. Estas informações, obtidas através de método padronizado, podem ser utilizadas como ferramenta de apoio aos operadores visando a otimização dos resultados do processo de flotação.

AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), do Instituto Tecnológico Vale (ITV), da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) e da Universidade Federal de Uberlândia (UFU).

REFERÊNCIAS

Aldrich, C., Marais, C., Shean, B., e Cilliers, J. (2010). Online monitoring and control of froth flotation systems with machine vision: A review. *International Journal of Mineral Processing*, 96(1), 1 – 13.

Aquino, J.A., Oliveira, M.L.M., e Fernandes, M.D. (2018). Flotação em coluna. In A.B. Luz, S.C.A. França, e P.F.A. Braga (eds.), *Tratamento de Minérios*, chapter 11, 463–509. CETEM/MCTIC, Rio de Janeiro, 6ª edition.

Baltar, C.A.M. (2009). *Flotação no tratamento de minérios*. Editora Universitária UFPE, Recife, 2ª edition.

Birney, M. (2018). Hammer nails metallurgy at mount isa. URL `https://www.businessnews.com.au/article/Hammer-nails-metallurgy-at-Mount-Isa`. Acesso em: 22 de junho de 2020.

Botha, C.P. (1999). *An on-line machine vision flotation froth analysis platform*. Master's thesis, Stellenbosch University, Stellenbosch.

Chaves, A.P., Leal Filho, L.S., e Braga, P.F.A. (2018). Flotação. In A.B. Luz, S.C.A. França, e P.F.A. Braga (eds.), *Tratamento de Minérios*, chapter 10, 405–459. CETEM/MCTIC, Rio de Janeiro, 6ª edition.

Forsyth, D.A. e Ponce, J. (2012). *Computer vision: a modern approach*. Prentice Hall Professional Technical Reference, New Jersey, 2ª edition.

Hassanzadeh, A., Hassas, B.V., Kouachi, S., Brabcova, Z., e Çelik, M.S. (2016). Effect of bubble size and velocity on collision efficiency in chalcopyrite flotation. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 498, 258 – 267.

Hu, J., Yang, C., Xu, D., e Cai, Y. (2013). Design and implementation of a froth size analysis system for mineral flotation based on dsp. In *2013 Chinese Automation Congress*, 420–425. IEEE.

Ismail, N.H.F., Zaini, T.R.M., Jaafar, M., e Pin, N.C. (2016). H-minima transform for segmentation of structured surface. *MATEC Web Conf.*, 74(25), 1–6. doi: 10.1051/matecconf/20167400025.

Jesus, E.O. e Junior, R.C. (2015). A utilização de filtros gaussianos na análise de imagens digitais. *Brazilian Society of Applied and Computational Mathematics*, 3(1).

Jung, C. e Kim, C. (2010). Segmenting clustered nuclei using h-minima transform-based marker extraction and contour parameterization. *IEEE Transactions on Biomedical Engineering*, 57(10), 2600–2604.

Kaartinen, J., Hätönen, J., Hyötyniemi, H., e Miettunen, J. (2006). Machine-vision-based control of zinc flotation—a case study. *Control Engineering Practice*, 14(12), 1455–1466.

Kaehler, A. e Bradski, G. (2016). *Learning OpenCV 3: computer vision in C++ with the OpenCV library*. O'Reilly Media, Inc., Sebastopol, CA, 1ª edition.

Misi, A. e Lins, F.A.F. (2018). Valorização dos recursos minerais. In J.L. Silva e J.G. Tundisi (eds.), *Projeto de ciência para o Brasil*, chapter 11, 263–281. Academia Brasileira de Ciências, Rio de Janeiro.

Moghaddam, M.G., Ersi, E.F., e Vahedian, A. (2018). Froth flotation classification of antimony based on histogram of bubbles perimeters. In *2018 8th International Conference on Computer and Knowledge Engineering (ICCKE)*, 188–193. IEEE, Mashhad. doi:10.1109/ICCKE.2018.8566387.

Moolman, D.W., Aldrich, C., Deventer, J.S.J.V., e Bradshaw, D.J. (1995). The intrepretation of flotation froth surfaces by using digital image analysis and neural networks. *Chemical engineering science*, 50(22), 3501–3513.

Moolman, D.W., Aldrich, C., Deventer, J.S.J.V., e Stange, W.W. (1994). Digital image processing as a tool for online monitoring of froth in flotation plants. *Minerals engineering*, 7(9), 1149–1164.

Nicolato, R., Pereira, M., e Galéry, R. (2005). Análise digital de imagens de espuma de flotação utilizando algoritmos de segmentação. In *XXI Encontro nacional de tratamento de minérios e metalurgia extrativa*, 310–316. Natal-RN.

Ostadrahimi, M., Farrokhpay, S., Gharibi, K., e Dehghani, A. (2020). A new empirical model to calculate bubble size in froth flotation columns. *Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects*, 594, 124672.

Silva, E.R. (2016). *Avaliação técnica e econômica sobre a aplicação de colunas de flotação para aumento da recuperação metalúrgica da flotação catiônica reversa de minério de ferro do Sistema Minas-Rio*. Master's thesis,

Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte. 121 f.

Silva, F.T.D. e Galéry, R. (2013). Classificador qualitativo de teor de sílica no concentrado de flotação reversa de minério de ferro por tamanho de bolhas. In *XXV Encontro nacional de tratamento de minérios e metalurgia extrativa e VIII Meeting of the southern hemisphere on mineral technology*, 527–534. Goiânia-GO.

Symonds, P.J. e De Jager, G. (1992). A technique for automatically segmenting images of the surface froth structures that are prevalent in industrial flotation cells. In *Proceedings of the 1992 South African Symposium on Communications and Signal Processing*, 111–115. doi: 10.1109/COMSIG.1992.274302.

Szeliski, R. (2010). *Computer vision: algorithms and applications*. Springer Science & Business Media, New York.

Wang, S., Li, Y., Zhai, X., e Guan, W. (2019). A recognition method based on improved watershed segmentation algorithm for copper flotation conditions. In *2019 Chinese Automation Congress (CAC)*, 224–231. Hangzhou, China. doi:10.1109/CAC48633.2019.8996251.

Woodburn, E., Stockton, J., e Robbins, D. (1989). Vision-based characterization of three-phase froths. *International Colloquium - Developments in Froth Flotation, South African Institute of Mining and Metallurgy, Gordon's Bay*, 1, 1–30.

Zarie, M., Jahedsaravani, A., e Massinaei, M. (2020). Flotation froth image classification using convolutional neural networks. *Minerals Engineering*, 155(106443), 1–10.

Zhang, H. (2019). Froth image pairs for the burst bubble recognition in the froth flotation. *IEEE Dataport*. doi: 10.21227/sqmv-qt74. URL `http://dx.doi.org/10.21227/sqmv-qt74`. Acesso em: 30 de julho de 2020.