

# Modelo de linhas de transmissão a parâmetros concentrados: Decomposição de linha trifásica em uma linha monofásica e uma linha bifásica

Tainá Fernanda Garbelim Pascoalato \*tfg.pascoalato@unesp.br  
 Pablo Torrez Caballero \*pablotorrezcaballero@gmail.com  
 Sérgio Kurokawa \*sergio.kurokawa@unesp.br

\* Departamento de Engenharia Elétrica,  
 UNESP - Universidade Estadual Paulista  
 Avenida Brasil Sul, n 56 - Centro CEP 15385-000  
 Ilha Solteira, SP Brasil.

**Abstract:** In this paper, we propose a three-phase transmission line model for untransposed transmission lines with vertical symmetry (TTLS). Here, we decouple a transmission line into its propagation modes using Clarke's matrix. Due to the usage of Clarke's matrix, the transmission line is decoupled into two coupled modes and one uncoupled mode. The uncoupled mode is considered as a single-phase transmission line (TL), where as the coupled modes are considered as a two-phase TL. Both TLs are represented by the lumped parameter transmission line model, which is composed of a large number of cascaded  $L$ -circuits. Once the TLs are properly represented, modal currents and voltages along each line are computed. The transformation process to return to the phase domain is carried out by employing the Clarke matrix again. The calculated currents and voltages using the proposed model are compared with those obtained by two models with the frequency domain solution of a three-phase TL transformed to the time domain. Presented results demonstrate that the proposed model is accurate for overhead three-phase transmission lines, qualifying the effectiveness of the model.

**Resumo:** Neste artigo é proposto um modelo para representar linhas de transmissão trifásicas simétricas e não idealmente transpostas (LTTS) desenvolvido diretamente no domínio do tempo. Neste modelo, uma LTTS é decomposta em dois modos acoplados e um modo desacoplado usando a matriz de Clarke. O modo desacoplado é considerado como uma linha de transmissão (LT) monofásica, enquanto os modos acoplados são considerados como uma LT bifásica sem plano de simetria vertical. Ambas as LT são representadas pelo modelo a parâmetros concentrados composto por uma cascata de circuitos  $L$ . Uma vez que as LT são adequadamente representadas, são calculadas correntes e tensões modais ao longo de cada linha. O processo de transformação para o domínio das fases é feito empregando novamente a matriz de Clarke. As correntes e tensões calculadas usando o modelo proposto são comparadas com as obtidas por dois modelos com a solução no domínio da frequência de uma LT trifásica transformada no domínio do tempo. Os resultados apresentados demonstram que o modelo proposto é preciso para LTTS, qualificando a eficácia do modelo.

*Keywords:* Electromagnetic transients; transmission lines; time domain; modal decomposition; lumped parameters.

*Palavras-chaves:* Transitórios eletromagnéticos; linhas de transmissão; domínio do tempo; decomposição modal; parâmetros concentrados.

## 1. INTRODUÇÃO

O sistema de energia elétrica de potência está segmentado em três grandes setores: geração, transmissão e distribuição. É no setor da transmissão, que localizam-se as LT, que são consideradas como a componente do sistema elétrico de potência de maior importância. São nas LT que acontecem as descargas atmosféricas e os chaveamentos que resultam nos transitórios eletromagnéticos.

O desenvolvimento de modelos de simulação no domínio do tempo para o cálculo preciso de transitórios eletromagnéticos em LT aumentou consideravelmente nos últimos anos (Chrysochos et al., 2015). Da mesma forma que a representação precisa das LT aéreas tem sido um assunto de intenso interesse (Lima et al., 2019).

Os modelos de LT podem-se classificar de acordo à técnica de simulação empregada e de acordo com a representação utilizada. As técnicas de simulação empregadas dividem os modelos de LT em técnicas desenvolvidas no domínio da

frequência e técnicas desenvolvidas no domínio do tempo. E a representação das LT, podem estar no domínio das fases ou no domínio modal.

Os modelos que são desenvolvidos diretamente no domínio do tempo possuem a capacidade de incluir elementos não lineares *e.g.* efeito Corona (Ramírez et al., 2001), o que muitas vezes no domínio da frequência é impossível. Por conta disso, os modelos desenvolvidos no domínio do tempo são optados mais usualmente (Marti, 1988).

A energização e faltas em LT são usualmente fenômenos de baixa frequência, e os parâmetros utilizados podem ser considerados invariáveis em relação a frequência, *i.e.*, parâmetros constantes (Macias et al., 2005). Além disto, modelos a parâmetros concentrados são desenvolvidos diretamente no domínio do tempo, o que representa uma grande vantagem (Da Costa et al., 2013).

No domínio modal o acoplamento existente entre as fases da LT é eliminado, o que faz com que a obtenção das correntes e tensões seja mais simples.

Desta maneira, uma LT polifásica pode ser decomposta em seus  $n$  modos de propagação, *i.e.*,  $n$  linhas monofásicas matematicamente desacopladas. Isso é possível a partir do procedimento de decomposição modal realizado com matrizes de transformação modal  $\mathbf{T}_V$  e  $\mathbf{T}_I$  (Wedepohl et al., 1996).

A principal dificuldade com esta abordagem, é que as matrizes  $\mathbf{T}_V$  e  $\mathbf{T}_I$  são complexas e variáveis em relação a frequência. Por estes motivos, a análise diretamente no domínio do tempo não é de fácil implementação.

Contudo, essa dificuldade é anulada quando as matrizes  $\mathbf{T}_V$  e  $\mathbf{T}_I$  podem ser substituídas por matrizes que possuam os elementos reais e constantes. Uma dessas matrizes é a conhecida como matriz de transformação de Clarke. Essa matriz é capaz de decompor uma LT trifásica em seus modos ou quase-modos, dependendo da configuração da linha (Tavares et al., 1999; Clarke, 1950).

Para uma LT trifásica idealmente transposta, a matriz de transformação de Clarke decompõe a linha em seus modos exatos. Já quando a LT trifásica possui plano de simetria vertical, mas não pode ser considerada idealmente transposta, a matriz de Clarke separa a LT em seus modos e quase-modos  $\alpha$ ,  $\beta$  e 0.  $\beta$  é um modo exato da linha, por não ter acoplamento com as demais componentes.  $\alpha$  e 0 são os quase-modos da linha por conta do acoplamento mútuo (Tavares et al., 1999; Clarke, 1950). O modo exato  $\beta$  é modelado como uma LT monofásica, e os quase-modos  $\alpha$  e 0 como uma LT bifásica sem plano de simetria vertical (Kurokawa et al., 2006, 2007).

A partir disso, este artigo propõe, decompor uma LTTS em uma LT monofásica (modo exato) e uma LT bifásica sem plano de simetria vertical (quase-modos) utilizando a matriz de Clarke. As linhas monofásica e bifásica são representadas por meio de cascata de circuitos  $L$  com a análise realizada diretamente no domínio do tempo, sem o uso de transformadas inversas de Fourier. As correntes e tensões são obtidas e convertidas em seguida para o domínio das fases.

## 2. REPRESENTAÇÃO MODAL DE LT TRIFÁSICAS SIMÉTRICAS E NÃO IDEALMENTE TRANSPOSTAS POR MEIO DE QUASE-MODOS

Para uma LT trifásica com plano de simetria vertical não idealmente transposta, a matriz de impedância longitudinal  $\mathbf{Z}$  e de admitância transversal  $\mathbf{Y}$  são dadas por

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{12} \\ Z_{12} & Z_{22} & Z_{23} \\ Z_{12} & Z_{23} & Z_{22} \end{bmatrix} \quad (1a)$$

$$\mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} & Y_{12} \\ Y_{12} & Y_{22} & Y_{23} \\ Y_{12} & Y_{23} & Y_{22} \end{bmatrix}, \quad (1b)$$

respectivamente. Tavares et al. (1999) propôs a decomposição da LTTS nos seus quase modos  $\mathbf{Z}_{\alpha\beta 0}$  e  $\mathbf{Y}_{\alpha\beta 0}$  usando a matriz de Clarke como segue

$$\mathbf{Z}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_k^T \mathbf{Z} \mathbf{T}_k = \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & Z_{\alpha 0} \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ Z_{\alpha 0} & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \quad (2a)$$

$$\mathbf{Y}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_k^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{T}_k^{-T} = \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & Y_{\alpha 0} \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ Y_{\alpha 0} & 0 & Y_0 \end{bmatrix}, \quad (2b)$$

onde a matriz de Clarke  $\mathbf{T}_k$  é dada por

$$\mathbf{T}_k = \begin{bmatrix} 2/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix}. \quad (3)$$

Na equação (2), a componente  $\beta$  (modo exato) é representada como sendo uma LT monofásica, e as componentes  $\alpha$  e 0 (quase-modos) são representadas como sendo uma LT bifásica sem plano de simetria vertical (Kurokawa et al., 2006, 2007) como apresenta a Fig. 1.

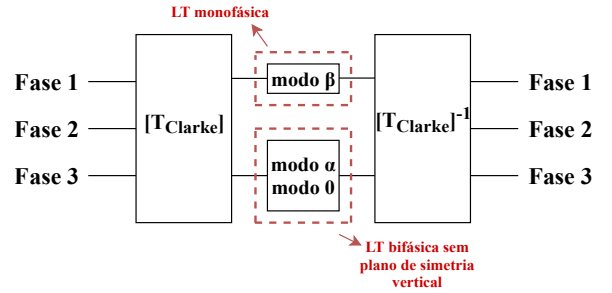


Figura 1. Decomposição modal em uma LT monofásica e uma LT bifásica.

## 3. MODELO PROPOSTO

Uma LTTS pode ser decomposta utilizando a matriz de transformação de Clarke em uma LT monofásica (modo exato da linha) e em uma LT bifásica sem plano de simetria vertical (quase-modos da linha). Baseado nisso, neste trabalho é utilizado o mesmo procedimento para decompor a LT trifásica simétrica e não idealmente transposta conforme Fig. 2.

Para a LT bifásica sem plano de simetria da Fig. 2 as componentes  $\alpha$  e 0 são representadas pelos condutores 1 e 2, da mesma forma que o acoplamento entre  $\alpha$  e 0 é representado pelo acoplamento entre 1 e 2. O condutor 1 encontra-se a uma altura genérica  $h$ ,  $d_{12}$  é a distância

genérica entre os condutores 1 e 2 e  $\theta_{12}$  pode assumir quaisquer valores desde que  $\theta_{12} \neq 0$  e  $\theta_{12} \neq \pi$ .

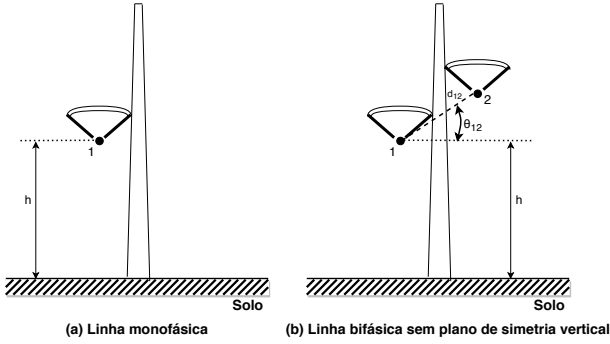


Figura 2. LT monofásica e LT bifásica sem plano de simetria vertical.

Considerando a representação empregada no modelo proposto, as matrizes de impedância e de admitância no domínio modal para a LT monofásica e para a LT bifásica sem plano de simetria da Fig. 2 são dadas por

$$\mathbf{Z} = \mathbf{Z}_\beta; \mathbf{Y} = \mathbf{Y}_\beta; \quad (4)$$

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_\alpha & Z_{\alpha 0} \\ Z_{\alpha 0} & Z_0 \end{bmatrix}; \mathbf{Y} = \begin{bmatrix} Y_\alpha & Y_{\alpha 0} \\ Y_{\alpha 0} & Y_0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

Sabendo que (Budner, 1970)

$$\mathbf{Z} = \mathbf{R} + j\omega\mathbf{L} \quad (6)$$

$$\mathbf{Y} = j\omega\mathbf{C}. \quad (7)$$

Para a análise realizada diretamente no domínio do tempo, as matrizes de resistência, indutância e capacitância no domínio modal para a LT monofásica e para a LT bifásica sem plano de simetria, são dadas por

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_\beta; \mathbf{L} = \mathbf{L}_\beta; \mathbf{C} = \mathbf{C}_\beta; \quad (8)$$

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_\alpha & R_{\alpha 0} \\ R_{\alpha 0} & R_0 \end{bmatrix}; \mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_\alpha & L_{\alpha 0} \\ L_{\alpha 0} & L_0 \end{bmatrix};$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} C_\alpha & C_{\alpha 0} \\ C_{\alpha 0} & C_0 \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Depois da decomposição da LTTTS, o modelo proposto considera que a LT bifásica e a LT monofásica podem ser analisadas diretamente no domínio do tempo e dos modos. Sendo que a LT bifásica é representada por uma cascata de pares de circuitos  $L$  acoplados (Pascoalato et al., 2020), que pode ser visto com detalhes no apêndice deste artigo e a LT monofásica é representada por uma cascata de circuitos  $L$  (Mamis, 2003; Mamis e Meral, 2005). Para a obtenção das tensões e correntes ao longo da LT utiliza-se de métodos de integração numérica. Nesse artigo o método adotado foi da regra trapezoidal (implícita).

As tensões e correntes obtidas ao longo de ambas as LT estão no domínio dos modos, para serem convertidas para o domínio das fases é necessário a utilização da matriz de Clarke, sendo escritas como

$$\mathbf{V} = \mathbf{T}_k^{-T} \begin{bmatrix} V_\alpha \\ V_\beta \\ V_0 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$\mathbf{I} = \mathbf{T}_k \begin{bmatrix} I_\alpha \\ I_\beta \\ I_0 \end{bmatrix}. \quad (11)$$

Portanto, se as componentes  $\alpha$  e 0 forem representadas como sendo uma LT bifásica sem plano de simetria vertical, e a componente  $\beta$  como sendo uma LT monofásica, a LTTTS pode ser desacoplada a partir do uso apenas da matriz de Clarke. Não utilizando matrizes cujos elementos são dependentes da frequência e métodos numéricos, *i.e.*, apenas matrizes cujos elementos são reais e constantes.

Além disso, com o modelo proposto, as tensões e correntes podem ser obtidas diretamente no domínio do tempo, sem a utilização de transformadas inversas de Fourier ou Laplace.

A Fig. 3 apresenta a descrição do modelo proposto.

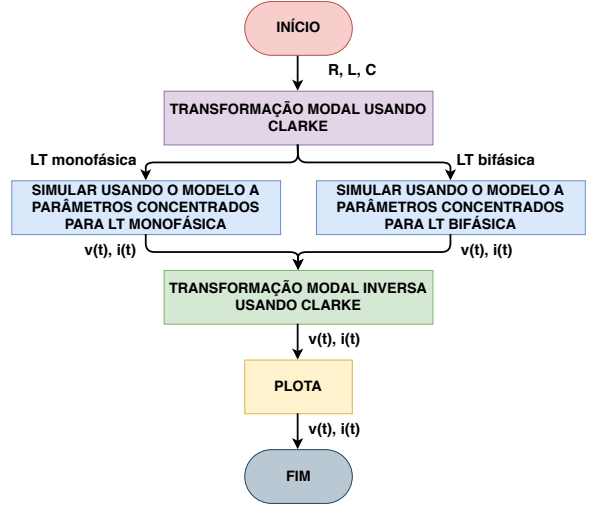


Figura 3. Descrição do modelo proposto.

## 4. RESULTADOS

A Fig. 4 apresenta a silhueta de um LT trifásica com plano de simetria vertical não idealmente transposta de 100 km de comprimento, empregada para a validação do modelo proposto. Cada fase dessa LT é constituída de 4 subcondutores do tipo *Grosbeak*.

Considerando a LTTTS mostrada na Fig. 4 são calculados os parâmetros longitudinais e transversais a 60 Hz considerando o efeito do solo e o efeito pelicular (Marti, 1983). Os parâmetros utilizados são considerados constantes devido ao fato das frequências envolvidas em fenômenos como a energização de linhas serem relativamente baixas. Esses parâmetros são apresentados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros longitudinais e transversais por unidade de comprimento.

Resistência ( $\Omega/km$ )	Indutância (mH/km)	Capacitância ( $nF/km$ )
$R_1$ 0,07826	$L_1$ 1,94483	$C_1$ 5,60723
$R_{12}$ 0,05799	$L_{12}$ 1,12341	$C_{12}$ 2,83043
$R_{13}$ 0,05799	$L_{13}$ 1,12341	$C_{13}$ 2,83043
$R_{21}$ 0,05799	$L_{21}$ 1,12341	$C_{21}$ 2,83043
$R_2$ 0,07842	$L_2$ 1,94437	$C_2$ 6,92299
$R_{23}$ 0,05806	$L_{23}$ 0,99860	$C_{23}$ 1,16114
$R_{31}$ 0,05799	$L_{31}$ 1,12341	$C_{31}$ 2,83043
$R_{32}$ 0,05806	$L_{32}$ 0,99860	$C_{32}$ 1,16114
$R_3$ 0,07842	$L_3$ 1,94437	$C_3$ 6,92299

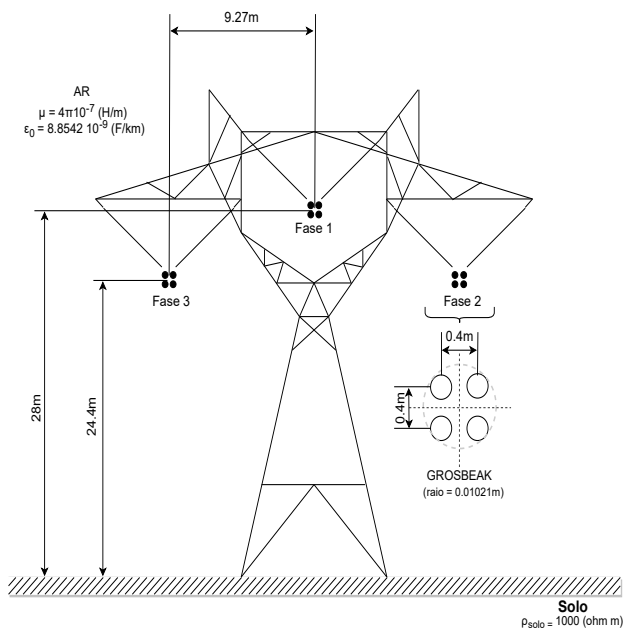


Figura 4. LT trifásica com plano de simetria vertical não idealmente transposta.

O modelo proposto é validado com base em resultados obtidos com o modelo referência e o modelo alternativo.

**Modelo proposto:** A LTTTS é decomposta em uma LT monofásica e em uma LT bifásica sem plano de simetria vertical com o uso da matriz de transformação de Clarke (Kurokawa et al., 2006, 2007). A LT monofásica é representada por uma cascata de 100 circuitos  $L$  (Mamis, 2003; Mamis e Meral, 2005; Araujo et al., 2014) e a LT bifásica é representada por meio de uma cascata de 100 pares de circuitos  $L$  acoplados (Pascoalato et al., 2020) de acordo com o mostrado no Apêndice. As correntes e tensões são calculadas para ambas as linhas diretamente no domínio do tempo e no domínio modal, convertidas posteriormente para o domínio das fases utilizando a inversa da matriz de Clarke.

**Modelo referência:** A LTTTS é decomposta em seus três modos exatos de propagação usando uma matriz de decomposição modal  $3 \times 3$ . Os três modos exatos se comportam como três linhas monofásicas desacopladas. As correntes e tensões de cada linha monofásica são calculadas com o uso das equações dos parâmetros de transmissão para LT e convertidas para o domínio das fases utilizando matrizes de transformação modal adequadas (Wedepohl et al., 1996). Essas matrizes de transformação modal dependem da frequência, dessa forma, as correntes e tensões são calculadas no domínio da frequência sendo convertidas para o domínio do tempo utilizando a transformada numérica discreta inversa de Laplace (IDNLT) (Moreno e Ramirez, 2008).

**Modelo alternativo:** É o modelo proposto por Kurokawa et al. (2006) que decompõe uma LTTTS a partir da matriz de transformação de Clarke em uma LT monofásica e uma LT bifásica sem plano de simetria vertical. A LT bifásica é então decomposta em seus 2 modos exatos com a utilização de uma matriz de decomposição modal  $2 \times 2$ , os quais se comportam como duas linhas monofásicas desacopladas. São utilizadas as equações dos parâmetros

de transmissão para LT para calcular as correntes e tensões de cada uma das 3 LT monofásicas. Para a conversão para o domínio das fases são empregadas as matrizes de decomposição modal de ordem 2 e a de Clarke. Como as matrizes de decomposição modal de ordem 2 dependem da frequência, utiliza-se a transformada numérica discreta inversa de Laplace (IDNLT) (Moreno e Ramirez, 2008) para converter para o domínio do tempo.

A fim de se obter as tensões e correntes da LTTTS da Fig. 4 considerou-se dois casos.

A Fig. 5 apresenta o primeiro caso com a estrutura da LTTTS com os terminais receptores em curto (fase-terra).

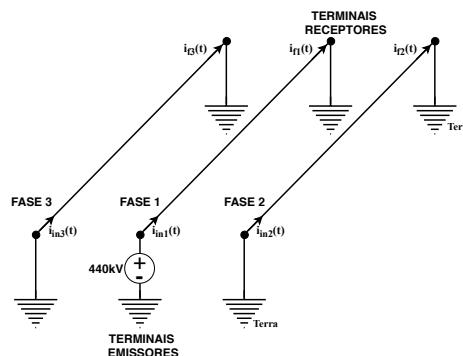


Figura 5. LT trifásica com os terminais receptores em curto (fase-terra).

A LTTTS da Fig. 5 tem o terminal emissor da fase 1 conectado a uma fonte de tensão contínua de 440 kV. A partir do tempo inicial de simulação  $t = 0$  a fonte é conectada à linha, enquanto as fases 2 e 3 estão aterradas.

As curvas vermelha, preta e azul nas Figs. 6 e 7 são os resultados obtidos do modelo referência, do modelo alternativo e do modelo proposto, respectivamente. As correntes durante condições transitórias nos terminais receptores das três fases são descritas para uma janela de tempo de 2,5 ms.

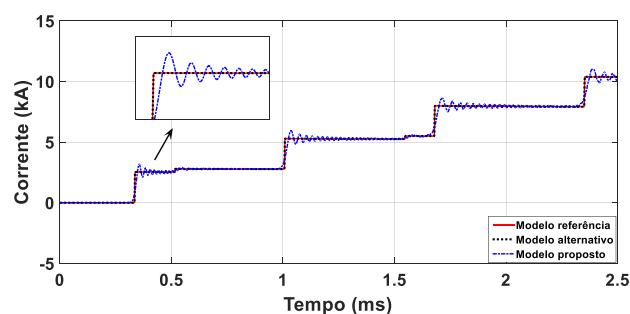


Figura 6. Corrente no terminal receptor da fase 1.

O segundo caso analisa o comportamento das tensões considerando a estrutura da LTTTS da Fig. 8. Os terminais emissores estão energizados como os da Fig. 5, já os terminais receptores estão em aberto.

Na Fig. 9 é indicado o comportamento da tensão em condições transitórias no terminal receptor da fase 1 da LT e na Fig. 10 nas fases 2 e 3. As curvas vermelhas mostram os resultados obtidos com o modelo referência, as curvas pretas com o modelo alternativo e as curvas azuis com o modelo proposto.

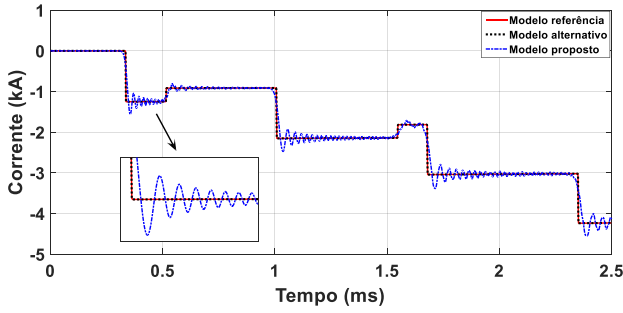


Figura 7. Corrente nos terminais receptores das fases 2 e 3.

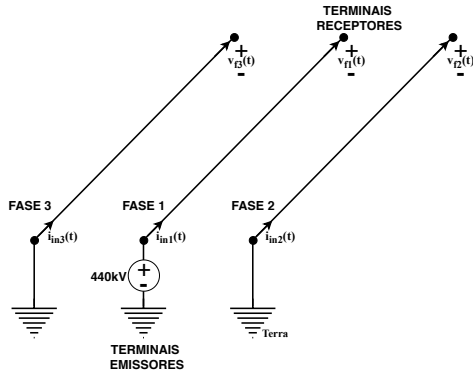


Figura 8. LT trifásica com os terminais receptores em aberto.

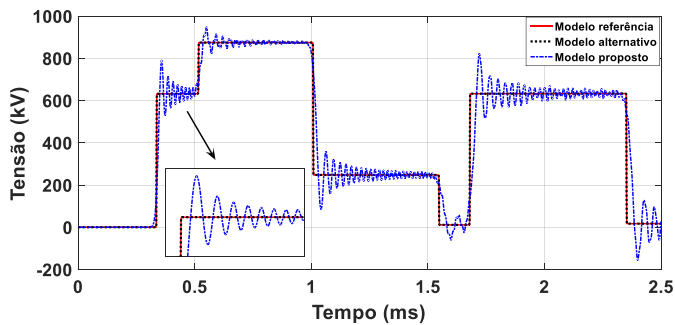


Figura 9. Tensão no terminal receptor da fase 1.

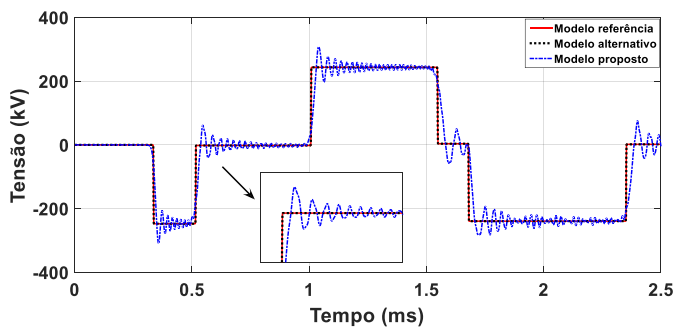


Figura 10. Tensão nos terminais receptores das fases 2 e 3.

As curvas obtidas a partir dos modelos proposto, referência e alternativo para os dois casos apresentados praticamente se sobrepõem, sendo o comportamento transitório coincidente. Uma observação importante nessas simulações é sobre as oscilações que aparecem somente no modelo proposto, essas oscilações são chamadas espúrias e são

resultantes da representação a parâmetros concentrados empregada, *i.e.*, é uma característica do método, o que significa que não influencia para a competência do modelo proposto.

Além do que, o modelo proposto é desenvolvido diretamente no domínio do tempo, sem a dependência de transformadas inversas de Fourier ou Laplace, diferente dos modelos referência e alternativo que são desenvolvidos no domínio da frequência e necessitam dessas transformadas para que os resultados sejam apresentados no domínio do tempo.

## 5. CONCLUSÕES

A decomposição da LTTS em uma LT monofásica e em uma LT bifásica sem plano de simetria vertical decorrente da utilização da matriz de Clarke foi proposta por Kurokawa et al. (2006, 2007), porém não foi utilizado de fato a LT bifásica, pois foi realizado um outro processo de decomposição que acabou por tornar essa LT bifásica duas LT monofásicas.

Dessa forma, neste artigo o modelo proposto aplica o mesmo processo de decomposição utilizando a matriz de transformação de Clarke, resultando em uma LT monofásica e uma LT bifásica, e a partir dessa decomposição representa cada uma das LT por parâmetros concentrados. Para a monofásica é aplicado a representação proposta por Mamis (2003); Mamis e Meral (2005) e para a bifásica a representação proposta por Pascoalato et al. (2020).

As correntes e tensões resultantes do modelo proposto foram comparadas com as obtidas com o modelo de referência e com o modelo alternativo que é o proposto por Kurokawa et al. (2006, 2007). Ambos os modelos decompõem a LTTS nos seus modos de propagação exatos, e solucionam cada modo por meio das equações dos parâmetros de transmissão para LT no domínio da frequência, convertendo os resultados para o domínio do tempo utilizando a transformada numérica discreta inversa de Laplace (IDNLT) (Moreno e Ramirez, 2008).

O modelo referência comparado ao modelo alternativo possuem o mesmo processo de desenvolvimento e a mesma resposta transitória, a diferença existente entre os dois está nas matrizes utilizadas para decompor a linha, enquanto o modelo referência utiliza apenas uma matriz de transformação de ordem 3 com os elementos variáveis em relação a frequência, o modelo alternativo depende de duas matrizes de transformação, a de Clarke, que é uma matriz com os elementos reais e constantes e uma de ordem 2 com os elementos também variáveis em relação a frequência. Concluindo que ambos têm matrizes de transformação variáveis na frequência, o que acarreta em que os dois necessitam de transformadas para conversão para o domínio do tempo, sendo que o modelo alternativo ainda realiza um passo a mais decompondo a LT com a matriz de Clarke. Este processo a mais leva um custo computacional maior pois realiza uma transformada a mais.

Todos os resultados obtidos com o modelo proposto comparando aos resultados dos modelos referência e alternativo possuem o mesmo comportamento, no entanto, o modelo proposto apresenta oscilações espúrias devido ao

método a parâmetros concentrados aplicado, não colocando a validade do modelo em questionamento.

O modelo proposto apresenta algumas vantagens em relação aos modelos referência e alternativo, que estão listadas a seguir:

- é desenvolvido diretamente no domínio do tempo, implicando em não ter a dependência de transformadas inversas de Fourier ou Laplace;
- é utilizada apenas uma matriz de transformação modal em todo o processo, a matriz de Clarke, que além de ter seus elementos reais e constantes, não necessita de métodos numéricos para sua obtenção implicando que não seja variável em relação à frequência;
- utiliza as representações por meio de cascata de circuitos  $L$  para a LT bifásica e para a LT monofásica, que possuem regras de formação de fácil implementação, e ainda fornece um perfil detalhado de tensão e corrente ao longo da linha;
- permite a inclusão de elementos variáveis no tempo durante simulações.

Dessa forma, o modelo proposto mostrou-se eficiente e menos complexo no cálculo das correntes e tensões ao longo da LTTS, podendo ser utilizado como um modelo na representação de uma LT trifásica com plano de simetria vertical e não idealmente transposta.

## AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) e à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) ao apoio recebido para o desenvolvimento desta pesquisa.

## APÊNDICE

A representação de uma LT bifásica por parâmetros concentrados (Pascoalato et al., 2020) que aparece como uma das representações do modelo proposto é descrita com detalhes neste apêndice. Por uma questão de brevidade, a análise será realizada representando a LT bifásica por 1 par de circuito  $L$  acoplado conforme Fig. 11, mas o mesmo procedimento pode ser aplicado para  $n$  pares de circuitos  $L$  acoplados.

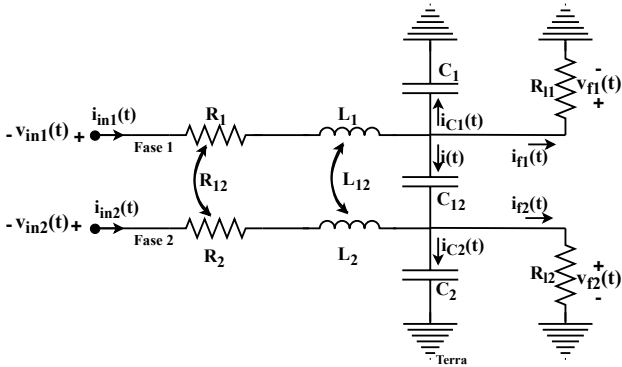


Figura 11. Par de circuito  $L$  acoplado.

As tensões nos terminais emissores das fases 1 e 2 apresentadas na Figura 11 são  $v_{in1}(t)$  e  $v_{in2}(t)$  e as tensões nos terminais receptores são  $v_{f1}(t)$  e  $v_{f2}(t)$ . As correntes nos terminais emissores e receptores das fases 1 e 2 são  $i_{in1}(t)$ ,  $i_{in2}(t)$ ,  $i_{f1}(t)$  e  $i_{f2}(t)$ , respectivamente. Os terminais receptores estão conectados a cargas  $R_{11}$  e  $R_{12}$ .

A partir da Fig. 11 é possível escrever as equações para 1 par de circuito  $L$  acoplado como

$$v_{in1}(t) - R_{11}i_{in1}(t) - L_1 \frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} - R_{12}i_{in2}(t) - L_{12} \frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} - v_{f1}(t) = 0 \quad (12)$$

$$v_{in2}(t) - R_{12}i_{in1}(t) - L_{12} \frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} - R_{22}i_{in2}(t) - L_2 \frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} - v_{f2}(t) = 0 \quad (13)$$

$$i_{in1}(t) = (C_1 + C_{12}) \frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} - C_{12} \frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} + i_{f1}(t) \quad (14)$$

$$i_{in2}(t) = -C_{12} \frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} + (C_2 + C_{12}) \frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} + i_{f2}(t). \quad (15)$$

De (12) - (15), as equações das correntes longitudinais e tensões transversais para 1 par de circuitos  $L$  acoplados são obtidas e dadas por

$$\frac{\partial i_{in1}(t)}{\partial t} = -E i_{in1}(t) - F i_{in2}(t) - H v_{f1}(t) + M v_{f2}(t) + H v_{in1}(t) - M v_{in2}(t) \quad (16)$$

$$\frac{\partial i_{in2}(t)}{\partial t} = -E' i_{in1}(t) - F' i_{in2}(t) + H' v_{f1}(t) - M' v_{f2}(t) - H' v_{in1}(t) + M' v_{in2}(t) \quad (17)$$

$$\frac{\partial v_{f1}(t)}{\partial t} = P i_{in1}(t) + T i_{in2}(t) - \frac{1}{R_{11}} P v_{f1}(t) - \frac{1}{R_{12}} T v_{f2}(t) \quad (18)$$

$$\frac{\partial v_{f2}(t)}{\partial t} = P' i_{in1}(t) + T' i_{in2}(t) - \frac{1}{R_{11}} P' v_{f1}(t) - \frac{1}{R_{12}} T' v_{f2}(t), \quad (19)$$

onde as variáveis são escritas como

$$E = \frac{L_2 R_1 - L_{12} R_{12}}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)}; E' = \frac{L_1 R_{12} - L_{12} R_1}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)};$$

$$F = \frac{L_2 R_{12} - L_{12} R_2}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)}; F' = \frac{L_1 R_2 - L_{12} R_{12}}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)};$$

$$H = \frac{L_2}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)}; H' = \frac{L_{12}}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)};$$

$$M = \frac{L_{12}}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)}; M' = \frac{L_1}{L_1 L_2 - (L_{12}^2)};$$

$$P = \frac{C_2 + C_{12}}{C_1 C_2 + (C_2 + C_1) C_{12}};$$



$$\begin{aligned}
P' &= \frac{C_{12}}{C_1 C_2 + (C_2 + C_1) C_{12}}; \\
T &= \frac{C_{12}}{C_1 C_2 + (C_2 + C_1) C_{12}}; \\
T' &= \frac{C_1 + C_{12}}{C_1 C_2 + (C_2 + C_1) C_{12}}.
\end{aligned} \quad (20)$$

A representação por cascata de pares de circuitos  $L$  é escrita sob a forma de equações de estado, como sendo

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{x} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (21a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C} \mathbf{x} + \mathbf{D} \mathbf{u}. \quad (21b)$$

Escrevendo (16) - (19) na forma de (21), obtêm-se que

$$\begin{bmatrix} \dot{i}_{in1} \\ \dot{i}_{in2} \\ v_{f1} \\ v_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -E & -F & -H & M \\ -E' & -F' & H' & -M' \\ P & T & -\frac{1}{R_{l1}} P & -\frac{1}{R_{l1}} T \\ P' & T' & -\frac{1}{R_{l1}} P' & -\frac{1}{R_{l1}} T' \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{in1} \\ i_{in2} \\ v_{f1} \\ v_{f2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H & -M \\ -H' & M' \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{in1} \\ v_{in2} \end{bmatrix} \quad (22a)$$

$$\begin{bmatrix} i_{in1} \\ i_{in2} \\ v_{f1} \\ v_{f2} \\ i_{f1} \\ i_{f2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & \frac{1}{R_{l1}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{R_{l2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{in1} \\ i_{in2} \\ v_{f1} \\ v_{f2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_{in1} \\ v_{in2} \end{bmatrix}. \quad (22b)$$

Diante de (22) resultante do desenvolvimento para 1 par de circuito  $L$  acoplado, é possível obter as tensões e correntes para a LT bifásica. Essa representação pode ser generalizada para  $n$  pares de circuitos  $L$  acoplados conectados em cascata.

## REFERÊNCIAS

- Araujo, A., Silva, R., e Kurokawa, S. (2014). Comparing lumped and distributed parameters models in transmission lines during transient conditions. In *IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition*, 1–5. IEEE.
- Budner, A. (1970). Introduction of frequency-dependent line parameters into an electromagnetic transients program. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-89 (1), 88–97.
- Chrysochos, A.I., Tsolaridis, G.P., Papadopoulos, T.A., e Papagiannis, G.K. (2015). Damping of oscillations related to lumped-parameter transmission line modeling. In *Conf. on Power Systems Transients (IPST 2015)*, 1–7.
- Clarke, E. (1950). *Circuit analysis of AC power systems*, volume 1. New York: John Wiley.
- Da Costa, E.C.M., Kurokawa, S., Pinto, A.J.G., Kordi, B., e Pissolato, J. (2013). Simplified computational routine to correct the modal decoupling in transmission lines and power systems modelling. *IET Science, Measurement & Technology*, 7(1), 7–15.
- Kurokawa, S., Daltin, R.S., Prado, A.J., Bovolato, L.F., e Pissolato, J. (2006). An alternative procedure to decrease the dimension of the frequency dependent modal transformation matrices: application in three-phase transmission lines with a vertical symmetry plane. In *2006 IEEE/PES Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America*, 1–6. IEEE.
- Kurokawa, S., Daltin, R.S., Prado, A.J., e Pissolato, J. (2007). An alternative modal representation of a symmetrical nontransposed three-phase transmission line. *IEEE Transactions on Power Systems*, 22(1), 500–501.
- Lima, A., Salvador, J., Magalhaes, A., e de Barros, M.C. (2019). Assessment of distinct tower structures impact on the transient behavior for overhead lines. In *Conf. on Power Systems Transients (IPST 2019)*, 1–6.
- Macias, J.A.R., Exposito, A.G., e Soler, A.B. (2005). A comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(2), 894–903.
- Mamis, M. (2003). Computation of electromagnetic transients on transmission lines with nonlinear components. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 150 (2), 200–204.
- Mamis, M. e Meral, M. (2005). State-space modeling and analysis of fault arcs. *Electric Power Systems Research*, 76, 46–51.
- Marti, L. (1983). Low-order approximation of transmission line parameters for frequency-dependent models. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 3 (3), 1099–1110.
- Marti, L. (1988). Simulation of transients in underground cables with frequency-dependent modal transformation matrices. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, PAS-102 (11), 3582–3589.
- Moreno, P. e Ramirez, A. (2008). Implementation of the numerical laplace transform: A review. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23 (4), 2599–2609.
- Pascoalato, T., Caballero, P., e Kurokawa, S. (2020). Modelo a parâmetros concentrados diretamente no domínio do tempo: Aplicação na representação de linhas de transmissão bifásicas. In *VIII Simpósio Brasileiro de Sistemas Elétricos (SBSE 2020)*, 1–6.
- Ramírez, A., Naredo, J., Moreno, P., e Guardado, L. (2001). Electromagnetic transients in overhead lines considering frequency dependence and corona effect via the method of characteristics. *Electric Power and Energy Systems*, 23 (3), 179–188.
- Tavares, M.C., Pissolato Filho, J., e Portela, C.M. (1999). Quasi-modes multiphase transmission line model. *Electric Power Systems Research*, 49(3), 159–167.
- Wedepohl, L., Nguyen, H., e Irwin, G. (1996). Frequency-dependent transformation matrices for untransposed transmission lines using newton-raphson method. *IEEE Transactions on Power Systems*, 11 (3), 1538–1546.