# Influência do Tipo de Enrolamento Trifásico nas Características de Operação de um Atuador Linear Tubular Síncrono

# Rodrigo B. Tavares\*, Igor M. dos Santos\* e Paulo R. Eckert\*

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, RS, (e-mail: borges.tavares@ufrgs.br, igor.santos@ufrgs.br, paulo.eckert@ufrgs.br).

**Abstract:** This work proposes an analysis of the performance of linear tubular electric machines based on the type of three-phase winding. The operating characteristics analyzed are the electromagnetic force and the induced voltage due to the field excitation system. The study is applied to a topology with two quasi-Halbach arrays and a long armature. Four different winding arrangements are analyzed. For this purpose, a mathematical modeling based on the first and third harmonics of magnetic induction and winding factor is detailed. Additionally, simulations via finite element model are performed and the results of electromagnetic force and open-circuit induced voltage are compared with analytical model results. The approach proposed in this work allows other winding arrangements to be studied on linear tubular machines, which are different from the concentrated winding traditionally presented in the literature.

**Resumo**: Este trabalho propõe uma análise do desempenho das máquinas elétricas lineares tubulares em função do tipo de enrolamento trifásico. As características operacionais analisadas são a força eletromagnética e a tensão induzida devido ao sistema de excitação de campo. O estudo é aplicado a uma topologia composta por dois arranjos de quase-Halbach e uma armadura longa. Quatro diferentes tipos de enrolamento são analisados. Para tanto, uma modelagem matemática em função da primeira e da terceira harmônica da indução magnética e do fator de enrolamento é detalhada. Adicionalmente, simulações via modelo numérico de elementos finitos são realizadas e os resultados de força eletromagnética e tensão induzida de circuito aberto são comparados com os resultados dos modelos analíticos. A abordagem proposta neste trabalho possibilita que outras configurações de enrolamento sejam exploradas em máquinas lineares tubulares, as quais são diferentes do enrolamento concentrado tradicionalmente apresentado na literatura.

*Keywords:* Electromagnetic force; induced voltage; linear electric machine; quasi-Halbach array; space harmonics; three-phase winding; tubular electric machine; winding factor.

*Palavras-chave:* Arranjo de quase-Halbach; enrolamento trifásico; fator de enrolamento; força eletromagnética; harmônicas de espaço; máquina elétrica linear; máquina elétrica tubular; tensão induzida.

# 1. INTRODUÇÃO

Atualmente, vários trabalhos estão sendo realizados com objetivo de viabilizar a utilização de máquinas elétricas lineares em diversas aplicações. Por exemplo, em Wu et. al. (2019), uma topologia de máquina linear tubular síncrona é proposta para um sistema de desobstrução de tubulações. Já em Tavares et. al. (2018), um estudo teórico e experimental sobre a frenagem regenerativa de uma máquina linear plana de indução é destinado para utilização em sistemas de transporte de carga.

Assim, em ambos os casos não há necessidade do uso de mecanismos de conversão rotativo-linear, de modo que a força de tração ou frenagem é transmitida diretamente

a partir do dispositivo eletromagnético. Além disso, nas máquinas lineares síncronas, a utilização de ímãs permanentes de terras raras possibilita que elevadas densidades de força sejam atingidas, assim como melhor desempenho do sistema eletromecânico tanto em regime dinâmico como estacionário (Cupertino e Naso, 2010; Giangrande *et. al.*, 2019).

Uma escolha rotineira para o enrolamento trifásico nas máquinas lineares tubulares é do tipo concentrado, ou seja, existem três bobinas ativas sob ação de um passo polar  $(\tau_p)$ . Esse tipo de enrolamento é adotado, principalmente, devido a simplicidade de construção. Alternativamente, o enrolamento tubular pode ser distribuído ao longo da direção axial e, ainda, uma segunda camada de bobinas pode ser adicionada.

Sendo assim, este trabalho propõe um estudo de caso aplicado a topologia apresentada na Figura 1, a qual consiste

<sup>\*</sup> O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) -Código de Financiamento 001 e da FAPERGS (17/2551-0000897-9).

em um atuador linear tubular síncrono com duplo arranjo de quase-Halbach e armadura longa. As dimensões básicas do dispositivo são apresentadas na Tabela 1. Embora essa topologia tenha sido alvo de vários estudos recentes, tais como Boff *et. al.* (2017); Eckert *et. al.* (2018); Zanatta *et. al.* (2018); Boff *et. al.* (2020), não foram encontrados trabalhos tratando da relação entre o tipo de enrolamento trifásico e as suas características de operação. Assim, para realização dessa análise, o equacionamento estabelecido na literatura para o enrolamento trifásico das máquinas rotativas será adaptado para as máquinas lineares tubulares sem ranhuras através de uma representação planificada da topologia sob análise.



Figura 1. Perspectiva dimétrica em corte axial do atuador linear tubular síncrono: (1) carretel - fibra de vidro com resina epóxi; (2) culatra externa - aço 1020; (3) culatra interna - aço 1020; (4) arranjo externo de quase-Halbach - imãs de NdFeB (grade N35); (5) arranjo interno de quase-Halbach - ímãs de NdFeB (grade N35); (6) bobinas da armadura trifásica cobre.

Tabela 1. Dimensões básicas do dispositivo eletromagnético.

	Comprimento	Raio interno	Raio externo	
Culatra interna	133,2  mm	13,4  mm	18  mm	
Culatra externa	133,2  mm	38  mm	41,8  mm	
Carretel	$213{,}2~\mathrm{mm}$	26,2  mm	32,2  mm	

# 2. MODELAGEM MATEMÁTICA

Para fins de modelagem será considerado que o arranjo de ímãs é móvel e a armadura é estática. Para isso, o sistema de referência com coordenadas cilíndricas  $(r, \theta, z)$ , ilustrado na Figura 1, é fixado na armadura de forma que o eixo radial (r) e o eixo magnético da fase A sejam coincidentes.

#### 2.1 Excitação de Campo via Arranjos de quase-Halbach

A Figura 2(a) apresenta uma representação simétrica em relação a direção axial de dois passos polares do dispositivo. O eixo direto d é definido no local de maior indução magnética produzida pelo arranjo de ímãs. Na figura, o eixo direto está alinhado com o eixo magnético da fase A, sendo essa posição definida como  $\vartheta = z = 0$ .

O sistema de excitação de campo é formado por dois arranjos de quase-Halbach, um interno e outro externo. A Figura 2(b) ilustra a componente fundamental da distribuição espacial da indução magnética no entreferro. O fluxo magnético por polo produzido pelo arranjo de ímãs é dado por:

$$\phi_p = \frac{2}{\pi} B_{r1} 2\pi R_{ag} \tau_p \tag{1}$$

onde  $\tau_p = 26,64$  mm é o passo polar,  $R_{ag} = 29,5$  mm é o raio do entreferro médio e  $B_{r1} = 0,76$  T é a componente fundamental da indução magnética.

As bobinas que compõem a armadura trifásica estão posicionadas no entreferro e sofrem a ação do campo magnético dos ímãs. A componente fundamental da indução magnética que atua em um condutor localizado na posição  $\vartheta = 0$  rad é máxima, de forma que a primeira harmônica da tensão induzida nessa posição é máxima. No entanto, em  $\vartheta = \pi/2$  rad, a indução magnética é zero e a primeira harmônica da tensão induzida em um condutor localizado nessa posição é nula.



Figura 2. (a) Representação de dois passos polares do dispositivo (b) Distribuição espacial da componente fundamental da indução magnética no entreferro.

### 2.2 Enrolamento Trifásico

A Figura 3 apresenta uma vista planificada de dois passos polares do enrolamento trifásico da armadura tubular. Para isso, imagina-se que o dispositivo é desenrolado em torno do seu eixo axial. Na figura são apresentadas as bobinas que compõem o enrolamento e o sentindo do vetor de indução magnética  $(\overrightarrow{B}_{r1})$  produzido pelos ímãs permanentes, isto é, entrando ou saindo do plano.

Para fins de modelagem matemática, será considerado que duas bobinas consecutivas de determinada fase compõem uma bobina fictícia. Por exemplo, as bobinas A1+ e A1-formam a bobina fictícia A1 de área  $2\pi R_{ag}\tau_p$ . Desta forma, torna-se possível adequar a teoria de enrolamento trifásico das máquinas rotativas para o caso sob análise, ou seja, o atuador linear tubular de armadura trifásica sem ranhuras.

O enrolamento tratado até este momento é do tipo concentrado e de camada simples. No entanto, é possível se dividir



Figura 3. Vista planificada de dois passos polares do enrolamento concentrado.

o enrolamento de camada única em um enrolamento de duas camadas. Adicionalmente, a camada superior pode ser deslocada em relação a inferior. Esse deslocamento é definido pelo ângulo de encurtamento  $\gamma$  em radianos. Com base nessas considerações, a seguir são definidos os parâmetros necessários para a caracterização do enrolamento trifásico.

O ângulo entre duas bobinas adjacentes ( $\alpha$ ), em radianos, é dado por:

$$\alpha = \pi/S_p \tag{2}$$

onde  $S_p$  é o número de bobinas por polo e camada.

O número de bobinas por polo, camada e fase (q) é definido em (3).

$$q = S_p/3 \tag{3}$$

Sabendo-se que o fator de distribuição  $(K_{dh})$  é dado por

$$K_{dh} = \frac{\operatorname{sen}\left(qh\alpha/2\right)}{q\operatorname{sen}\left(h\alpha/2\right)} \tag{4}$$

e que o fator de passo  $(K_{ph})$  é obtido através de

$$f_{ph} = \cos(h\gamma/2) \tag{5}$$

calcula-se o fator de enrolamento  $(K_{wh})$  para a *h*-ésima harmônica em (6) (Sen, 2013).

$$K_{wh} = K_{dh} K_{ph} \tag{6}$$

Os enrolamentos a serem analisados para a armadura trifásica são apresentados na Figura 4. Nota-se que o eixo magnético das fases é deslocado ao se adotar um enrolamento de passo encurtado. Dessa forma, tanto a tensão induzida quanto a força magnetomotriz da fase ficam defasadas de  $\gamma/2$  rad de um caso para outro. Esse aspecto será utilizado na modelagem matemática apresentada na próxima seção.

No enrolamento concentrado serão adotadas cem espiras por bobina. No enrolamento distribuído e de passo pleno, o número de espiras por bobina é reduzido à metade. Já nos enrolamentos distribuídos e de passo encurtado, o número de espiras por bobina é reduzido à quarte parte. Assim, o número total de espiras não é alterado.

Os fatores de passo e de distribuição para cada configuração da armadura são indicados na Tabela 2. De maneira geral, ao se adotar um enrolamento distribuído e/ou de passo



Figura 4. Tipo de enrolamento: (a) concentrado e de passo pleno (b) distribuído e de passo pleno (c) distribuído e de passo encurtado em  $\pi/6$  rad (d) distribuído e de passo encurtado em  $\pi/3$  rad.

encurtado, o fator de enrolamento atuará nas harmônicas espaciais de indução magnética e nas indutâncias. Essa situação será explorada ao longo das próximas seções.

Tabela 2. Fatores de passo e de distribuição para harmônica de ordem h.

	$K_{ph}$			$K_{dh}$		
$\gamma$	h = 1	h = 3	q	h = 1	h = 3	
$\pi/6 \text{ rad}$	0,966	0,707	1	1	1	
$\pi/3 \text{ rad}$	0,866	0	<b>2</b>	0,966	0,707	

# 2.3 Tensão Induzida e Força Eletromagnética

Inicialmente é estabelecido o fluxo concatenado com as fases  $(\lambda_a, \lambda_b \in \lambda_c)$  devido ao fluxo produzido pelo sistema de excitação de campo:

$$\begin{cases} \lambda_a(t) = \frac{N_a}{2} K_{w1} \phi_p \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} z(t) + \frac{\gamma}{2}\right) \\ \lambda_b(t) = \frac{N_a}{2} K_{w1} \phi_p \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} z(t) - \frac{2\pi}{3} + \frac{\gamma}{2}\right) \\ \lambda_c(t) = \frac{N_a}{2} K_{w1} \phi_p \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} z(t) + \frac{2\pi}{3} + \frac{\gamma}{2}\right) \end{cases}$$
(7)

onde  $N_a$  é o número de espiras ativas por fase, isto é, o número de espiras por fase que estão sob ação dos arranjos de quase-Halbach.

A tensão induzida em cada fase é calculada através da derivada temporal de (7) em relação ao tempo:

$$\begin{cases} e_a(t) = -K_e v(t) \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{\tau_p} z(t) + \frac{\gamma}{2}\right) \\ e_b(t) = -K_e v(t) \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{\tau_p} z(t) - \frac{2\pi}{3} + \frac{\gamma}{2}\right) \\ e_c(t) = -K_e v(t) \operatorname{sen} \left(\frac{\pi}{\tau_p} z(t) + \frac{2\pi}{3} + \frac{\gamma}{2}\right) \end{cases}$$
(8)

onde v = dz/dt é a velocidade linear da parte móvel e  $K_e$  é a constante de força contra eletromotriz, definida em (9).

$$K_e = (\pi/\tau_p)(N_a/2)K_{w1}\phi_p \tag{9}$$

Assumindo que a potência elétrica  $(P_e)$  convertida em mecânica é dada por:

$$P_e(t) = e_a(t)i_a(t) + e_b(t)i_b(t) + e_c(t)i_c(t) = F_e(t)v(t)$$
(10)

obtém-se a seguinte expressão para a força eletromagnética  $(F_e)$ em função das correntes trifásicas e da posição linear:

$$F_e(t) = \sqrt{\frac{2}{3}} K_f \left[ \frac{\sqrt{3}}{2} (i_b(t) - i_c(t)) \cos\left(\frac{\pi}{\tau_p} z(t) + \frac{\gamma}{2}\right) - \frac{3}{2} i_a(t) \sin\left(\frac{\pi}{\tau_p} z(t) + \frac{\gamma}{2}\right) \right]$$
(11)

onde  $K_f$  é a constante de força, definida em (12).

$$K_f = \sqrt{\frac{3}{2}} K_e = \sqrt{\frac{3}{2}} B_{r1} 2\pi R_{ag} N_a K_{w1}$$
(12)

Na sequência, dois métodos serão apresentados para o estabelecimento de  $K_f$  a partir da equação geral da força eletromagnética (11).

#### 2.4 Método da Corrente Contínua: Constante de Força

Neste método é aplicada uma corrente contínua  $(I_{cc})$  entre duas fases da máquina, enquanto a terceira é mantida em aberto. Assim, esse procedimento é ideal para situações em que o enrolamento trifásico é ligado em estrela e não há acesso ao neutro.

Considerando que as seguintes correntes são aplicadas em (11):

$$i_b = -i_c = I_{cc} \tag{13}$$

$$i_a = 0 \tag{14}$$

e que a posição da máxima força eletromagnética é conhecida, a constante de força é calculada por:

$$K_f = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{|F_e^{max}|}{I_{cc}}.$$
 (15)

onde  $|F_e^{max}|$  é o módulo da máxima força eletromagnética.

# 2.5 Método da Corrente de Eixo Quadratura: Ondulação de Força

Neste método são aplicadas correntes nas três fases do enrolamento, de forma que o fasor de espaço resultante esteja em quadratura com o eixo direto, independente da sua posição. Assim, este procedimento é comumente utilizado na etapa do projeto do dispositivo eletromagnético para investigação da ondulação de força.

Para realização do acionamento estático em quadratura, a corrente injetada na fase deve estar em fase com a sua tensão induzida, definida em (8), ou seja:

$$\begin{cases} i_a(z) = -\sqrt{\frac{2}{3}} \ i_q \, \mathrm{sen} \, \left(\frac{\pi}{\tau_p} z + \frac{\gamma}{2}\right) \\ i_b(z) = -\sqrt{\frac{2}{3}} \ i_q \, \mathrm{sen} \, \left(\frac{\pi}{\tau_p} z - \frac{2\pi}{3} + \frac{\gamma}{2}\right) \\ i_c(z) = -\sqrt{\frac{2}{3}} \ i_q \, \mathrm{sen} \, \left(\frac{\pi}{\tau_p} z + \frac{2\pi}{3} + \frac{\gamma}{2}\right) \end{cases}$$
(16)

onde  $i_q$  é a corrente de eixo quadratura.

A constante  $\sqrt{2/3}$  utilizada em (16) caracteriza a transformação conhecida como invariante em potência (Ong, 1998), de forma que a constante de força é calculada por:

$$K_f = \frac{F_e(z)}{i_q}.$$
(17)

onde  $\overline{F_e}$  é o valor médio da força eletromagnética ao longo de todo o curso, isto é, na região em que o número de espiras ativas por fase é constante.

Por fim, para verificação da ondulação de força, define-se a seguinte figura de mérito:

$$OF(\%) = \frac{F_{max} - F_{min}}{F_{med}} 100\%$$
(18)

onde  $F_{max}$ ,  $F_{min}$  e  $F_{med}$  são, respectivamente, as forças eletromagnéticas máxima, mínima e média para dada corrente de eixo quadratura.

#### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

A Figura 5 apresenta o número de espiras ativas por fase em função da posição linear do atuador, de acordo com o sistema de referência estabelecido na Figura 1, fixo na armadura. Na posição z = 22, 2 mm a armadura trifásica está centralizada. A partir dessa posição, o arranjo de ímãs pode se deslocar  $\pm 40$  mm na direção axial, no sentido positivo ou no sentido negativo, e manter o número de espiras ativas por fase constante. Salienta-se que o curso é geralmente delimitado pela região em que  $N_a$  é constante, de forma que o dispositivo não reduz a sua capacidade de produzir força eletromagnética. No entanto, a partir de z = 66, 2 mm ou z = -17, 8 mm, o número de espiras ativas por fase decresce linearmente com a posição até que não haja nenhuma espira sob ação dos arranjos de quase-Halbach, ou seja,  $N_a = 0$ . Para fins de validação da modelagem, tanto a região com  $N_a$  constante quanto a região com  $N_a$  variável serão analisadas através de simulações computacionais.

#### 3.1 Análise Estática

O modelo de elementos finitos (MEF) do dispositivo foi implementado no pacote Maxwell do *software* comercial ANSYS Electromagnetics<sup>®</sup>. O detalhamento das informações do modelo numérico, tais como materiais, dimensões físicas, condições de contorno e malha, pode ser obtido em Eckert *et. al.* (2018); Boff *et. al.* (2020).

Para uma verificação inicial sobre a intensidade e a ondulação da força, em função do tipo de enrolamento, o método da corrente de eixo quadratura foi implementado. A Figura



Figura 5. Número de espiras ativas por fase em função da posição linear.

6 ilustra a condição em que uma corrente  $i_q = 3,1$  A é injetada no enrolamento trifásico e a posição é deslocada entre os limites z = -17,8 mm e z = 62,2 mm, situação em que o número de espiras ativas por fase é mantido constante. Os resultados mostram que a intensidade e a ondulação da força são, de fato, afetadas pelo tipo de enrolamento.



Figura 6. Resultado obtido através do MEF com implementação do método da corrente de eixo quadratura para  $i_q = 3, 1$  A.

Com os objetivos de ampliar e detalhar a análise, na sequência foram realizadas oito simulações semelhantes a anterior, porém, com corrente de eixo quadratura sendo variada de 0 a 4,9 A. Os resultados das simulações são apresentados nas Figuras 7 e 8 e conduzem às seguintes conclusões:

(i) A força eletromagnética média, apresentada na Figura 7, possui uma relação linear com  $i_q$ . Esse resultado está de acordo com (17), onde foi introduzida a constante de força  $K_f$ . Adicionalmente, não há indício de saturação magnética, mesmo para elevados níveis de corrente.

- (ii) A constante de força é máxima para o enrolamento concentrado e mínima para o enrolamento distribuído com  $\gamma = \pi/3$  rad.
- (iii) A ondulação de força é pequena, mantendo-se menor que 3,5%, e essa é uma característica marcante da topologia.
- (iv) Ao se adotar um enrolamento distribuído e de passo pleno ou distribuído e de passo encurtado em  $\pi/6$  rad, a ondulação de força é gradativamente reduzida.
- (v) No entanto, no enrolamento distribuído com maior encurtamento de passo, isto é,  $\gamma = \pi/3$  rad, não ocorre a menor ondulação de força.

A Figura 9 apresenta os resultados da implementação do método da corrente contínua. Para tanto, foi aplicada uma corrente de 2 A entre as fases B e C e um deslocamento de um passo polar foi realizado. Assim, a partir de (15), as constantes de força são calculadas e apresentadas na Tabela 3. Os valores obtidos para  $K_f$  através do método da corrente de eixo quadratura (17) e através do método semi-analítico (12) também são apresentados na tabela para fins de comparação. De modo geral, os resultados são coerentes entre si.



Figura 7. Resultado obtido através do MEF com implementação do método da corrente de eixo quadratura: verificação da constante de força no intervalo -17,8 mm  $\leq z \leq 62,2$  mm.

Tabela 3. Comparação entre a constante de força teórica e as obtidas nos métodos apresentados.

	Constante de força $(N/A)$				
Tipo de Enrolamento	Método CC	Método CA	Semi-analítico		
$q=1, \gamma=0$ rad	84,39	85,32	86,24		
$q=2, \gamma=0$ rad	84,25	84,96	83,33		
$q=2, \gamma=\pi/6 \text{ rad}$	81,71	82,11	$80,\!49$		
$q{=}2,\gamma{=}\pi/3$ rad	$73,\!68$	$73,\!62$	72,16		

Na topologia em estudo, as indutâncias próprias e mútuas apresentam uma leve oscilação em função da posição (Boff *et. al.*, 2017). Portanto, serão analisados os valores médios das indutâncias para cada tipo de enrolamento, conforme Tabela 4.



Figura 8. Resultado obtido através do MEF com implementação do método da corrente de eixo quadratura: verificação da ondulação de força no intervalo -7,8 mm  $\leq z \leq 52,2$  mm.



Figura 9. Resultado obtido através do MEF com implementação do método da corrente contínua para  $I_{cc} = 2$  A.

Percebe-se que as indutâncias próprias  $(L_a, L_b \in L_c)$ sofrem uma redução significativa em função do ângulo de encurtamento, e essa condição tende a alterar a resposta dinâmica da corrente elétrica. As indutâncias mútuas  $(L_{ab}, L_{bc} \in L_{ca})$ , no entanto, não apresentam grandes mudanças.

Tabela 4. Valor médio das indutâncias próprias e mútuas.

	Indutâncias (mH)					
Tipo de enrolamento	$L_a$	$L_b$	$L_c$	$L_{ab}$	$L_{bc}$	$L_{ca}$
$q=1, \gamma=0$ rad	6,19	6,19	$6,\!18$	-1,68	-2,37	-2,37
$q{=}2, \gamma{=}0 \text{ rad}$	$^{6,10}$	$^{6,10}$	$^{6,10}$	-1,69	-2,38	-2,38
$q{=}2, \gamma{=}\pi/6$ rad	$^{5,27}$	$^{5,56}$	$^{5,55}$	-1,90	-2,40	-2,24
$q{=}2,\gamma{=}\pi/3$ rad	$4,\!19$	4,52	$^{4,52}$	-1,85	-2,18	-1,83

#### 3.2 Análise Dinâmica

As simulações dinâmicas para verificação da tensão induzida são realizadas em um ambiente de co-simulação entre o modelo de elementos finitos e o pacote ANSYS Simplorer<sup>®</sup>. Para tanto, no modelo numérico são feitos os seguintes ajustes: ligação do enrolamento trifásico em estrela sem neutro e imposição do movimento linear.

A modelagem matemática realizada na Seção 2 considera a componente fundamental de indução magnética. A expressão para a tensão induzida na fase A, conforme (8), pode ser generalizada para a h-ésima componente harmônica:

$$e_{a}(z,t) = \sum_{h=1}^{\infty} E_{ph}(z,t) \operatorname{sen} \left( h \frac{\pi}{\tau_{p}}(v(t)t + z_{0}) + h \frac{\gamma}{2} \right)$$
(19)

onde  $z_0$  é a posição inicial e  $E_{ph}$  é o valor de pico da tensão induzida de ordem harmônica h, definido em (20). No entanto, os arranjos de quase-Halbach utilizados apresentam, além da componente fundamental, apenas a componente de terceira harmônica significativa (Zanatta *et. al.*, 2018).

$$E_{ph}(z,t) = -2\pi R_{ag} N_a(z) v(t) B_{rh} K_{wh}$$
<sup>(20)</sup>

As simulações a seguir consideram que a armadura parte da posição centralizada, isto é,  $z_0 = 22, 2$  mm, com velocidade linear de 1 m/s no sentido positivo de z, ou seja, v(t) = -1 m/s. Os resultados obtidos são apresentados nas Figuras 10 a 13. Nessas figuras são mostradas a componente fundamental e a terceira harmônica da tensão induzida na fase A ( $e_1 e e_3$ ), sendo ambas calculadas através de (19), bem como a tensão resultante ( $e_a$ ). Também são mostradas as tensões induzidas na fase A que são fornecidas pelo *software* de elementos finitos.

Cada bobina do enrolamento apresenta uma terceira harmônica de tensão induzida, com amplitude proporcional a terceira harmônica espacial de indução magnética, que é  $B_{r3} = 0,12$  T (valor de pico). Porém, conforme o fator de enrolamento  $K_{w3}$ , expresso em (6), essa terceira harmônica pode ser reduzida ou eliminada da tensão de fase.

A Figura 10 é relativa ao enrolamento concentrado e de passo pleno. Percebe-se que o resultado analítico apresenta concordância com o resultado numérico, e que a terceira harmônica de tensão de fase está presente. Em t = 0,04 s, o dispositivo sai da região de operação com  $N_a$  constante, de forma que a tensão induzida na fase é reduzida linearmente com a posição.

Nas Figuras 11 e 12 os resultados analíticos e numéricos continuam sendo semelhantes. A distribuição do enrolamento e o encurtamento de passo provocam pequenas reduções nas amplitudes das tensões de fase. Porém, a redução da terceira harmônica torna a tensão de fase com uma forma de onda cada vez mais próxima da senoidal.

Na Figura 13, com o encurtamento de  $\pi/3$  rad, tem-se  $K_{w3} = 0$ , a terceira harmônica é eliminada, o que torna a tensão de fase senoidal.



Figura 10. Tensão induzida para v=-1 m/s,  $q{=}1$ e $\gamma{=}0$ rad.



Figura 11. Tensão induzida para v=-1 m/s,  $q{=}2$ e $\gamma{=}0$ rad.



Figura 12. Tensão induzida para  $v=-1~{\rm m/s}, q{=}2 \; {\rm e} \; \gamma{=}\pi/6$ rad.



Figura 13. Tensão induzida para  $v=-1~{\rm m/s}, q{=}2$ e $\gamma{=}\pi/3$ rad.

# 4. CONCLUSÃO

Este trabalho detalhou a influência do enrolamento trifásico no desempenho de um atuador linear tubular síncrono. As características operacionais analisadas foram a força eletromagnética e a tensão induzida no enrolamento trifásico. Para tanto, uma modelagem matemática foi desenvolvida e simulações via método de elementos finitos foram realizadas para validação do equacionamento apresentado.

A modelagem do enrolamento trifásico foi estabelecida a partir de uma representação planificada do dispositivo. Assim, considerou-se que duas bobinas consecutivas de determinada fase compõem uma bobina fictícia que se concatena com o fluxo produzido pelos ímãs. Essa consideração viabilizou a caracterização dos fatores de passo e de distribuição para os diferentes tipos de enrolamento analisados para o atuador linear tubular.

Os resultados obtidos indicam que a constante de força depende basicamente da indução magnética e do fator de enrolamento de primeira harmônica. A tensão induzida, além das componentes fundamentais de indução magnética e do fator de enrolamento, também depende das componentes de terceira harmônica. A maior ondulação de força ocorre no enrolamento concentrado. No enrolamento distribuído de passo pleno e distribuído de passo encurtado em  $\pi/6$  rad, a ondulação é gradativamente reduzida. No entanto, no enrolamento com maior encurtamento de passo não se obteve, necessariamente, a menor ondulação de força.

#### REFERÊNCIAS

- Boff, B. H. B., Zanatta, A. P., Dorrell, D. G. and Eckert, P. R. (2017), Influence of End Effects on Direct- and Quadrature-Axis Inductances in Linear Electromagnetic Actuators, IEEE Transactions on Magnetics, vol. 53, no. 11, pp. 1-7, Art no. 8210707.
- Boff, B. H. B., Flores, J. V., Flores Filho, A. F. e Eckert, P. R. (2020), Validação do Modelo Dinâmico de um Atuador Eletromagnético Linear Tubular Utilizando Cossimulação com Método dos Elementos Finitos. Trabalho apresentado em Anais do 14º Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente.

- Cupertino, F. and Naso, D. (2010), An experimental comparison of adaptive and robust control methods for precise positioning with tubular linear motors, 36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society, Glendale, AZ, pp. 71-76.
- Eckert, P. R., Flores Filho, A. F., Perondi, E. A. and Dorrell, D. G. (2018), Dual quasi-Halbach linear tubular actuator with coreless moving-coil for semiactive and active suspension, IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 65, no. 12, pp. 9873-9883.
- Giangrande, P., Cupertino, F. and Pellegrino, G. (2010), Modelling of linear motor end-effects for saliency based sensorless control, IEEE Energy Conversion Congress and Exposition, Atlanta, GA, pp. 3261-3268.
- Ong, C. M. (1998). Dynamic simulation of electric machinery using Matlab<sup>®</sup>/Simulink. Prentice-Hall PTR.
- Sen, P. C. (2013). Principles of electric machines and power electronics. John Wiley & Sons.

- Tavares, A. M., Flores Filho and Dorrell, D. G. (2018), A Variable Parameter Three-Phase Model for a Linear Induction Machine Operating in Regenerative Brake Mode, 44th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society, Washington, DC, pp. 361-366.
- Wu, Y. C., Cirolini, M., Hayashi, T. C., Ziemniczak, A., Perondi, E. A. and Eckert, P. R. (2019), Multiphysics Analysis of Tubular Linear Permanent Magnet Synchronous Motor Operating Immersed in Crude Oil, IEEE 12th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications (LDIA), Neuchatel, Switzerland, pp. 1-6.
- Zanatta, A. P., Boff, B. H. B., Eckert, P. R., Flores Filho, A. F. and Dorrell, D. G. (2017), Tubular linear permanent magnet synchronous machine applied to semi-active suspension systems, COMPEL - The international journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering, Vol. 37 No. 5, pp. 1781-1794.