

Modelagem Cinemática de Robôs Móveis da Classe Skid-Steer

Lorena S. Vilas Boas, Andre G. S. Conceição

LaR - Laboratório de Robótica, Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Universidade Federal da Bahia, BA, Brasil.

E-mails: lorenavilasb@gmail.com, andre.gustavo@ufba.br

Abstract: The localization of a mobile robots is an essential process to the success of its operation. Thus, this work aims at the kinematic modeling and estimation of the parameters of the class of mobile robots with skid-steer locomotion. Two estimation methods are presented and compared. Aspects such as the effects of slippage on position estimation, as well as compensation parameters for mechanical inaccuracies and misalignments are considered in the modeling. The Husky AGV robot will be used as a test platform in the GAZEBO simulation environment, resulting in a tool for developing mobile robot control and navigation algorithms.

Resumo: A estimação da localização do robô móvel em um ambiente é fundamental para o sucesso da sua operação. Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo a modelagem cinemática e estimação dos parâmetros da classe de robôs móveis com rodas skid-steer. Dois métodos de estimação são apresentados e comparados. Aspectos como efeitos do escorregamento das rodas na estimação da posição, além de parâmetros de compensação para imprecisões mecânicas e desalinhamentos são considerados na modelagem. O robô AGV Husky será utilizado como plataforma de teste no ambiente de simulação GAZEBO, resultando em uma ferramenta de desenvolvimento de algoritmos de controle e navegação de robôs moveis.

Keywords: skid-steer robot; mobile robot; kinematic model; odometry technique; instantaneous center of rotation.

Palavras-chaves: robô skid-steer; robô movel; modelo cinemático; técnica de odometria; centro instantâneo de rotação.

1. INTRODUÇÃO

A localização de um robô móvel em um ambiente é uma problemática discutida em diversas literaturas na área da robótica, já que o conhecimento da posição do robô no espaço é fundamental para a tomada de decisões durante a navegação. Uma estratégia para obter a posição e a orientação do veículo é a odometria, a qual, de acordo com Dudek and Jenkin (2010), consiste em desenvolver um modelo matemático que descreve como os movimentos selecionados de juntas induzem movimento no veículo como um todo, e então integrar esses movimentos específicos ao longo do tempo com o intuito de criar um modelo da posição e orientação atual do veículo.

Um mecanismo de locomoção muito comum nos robôs móveis e em veículos industriais e agrícolas é o *skid-steering*, caracterizado por não possuir sistema de direção, mas, em vez disso, alterar a direção do veículo através do controle das velocidades relativas do seu lado esquerdo e direito (Pentzer et al. (2014)). Segundo Mandow et al. (2007), o sistema de locomoção do tipo *skid-steer* com rodas é encontrado em veículos militares, agrícolas, de mineração e *off-road*, com aplicações como exploração planetária, detecção de minas terrestres e resgate. Além disso, são amplamente utilizados como plataformas de pesquisa robótica comercial.

A estratégia *skid-steering* é uma ótima escolha para veículos teleoperados ou do tipo *all-terrain*, como afirma Pentzer et al. (2014), devido a sua simplicidade e robustez em termos mecânicos, além de fornecer melhor manobrabilidade, incluindo capacidade de giro com raio zero. Contudo, o veículo *skid-steer* não realiza esterçamento das suas rodas em execuções de curvas (Wang et al. (2015)). Sendo assim, como todas as rodas estão alinhadas com o eixo longitudinal do veículo, manobras de rotação requerem derrapagem das rodas, o que dificulta a odometria e o controle de movimento, se comparado a outras configurações, como o robô do tipo diferencial ideal de duas rodas (Mandow et al. (2007)).

Geralmente, o giro das rodas de um robô é computado através de sensores acoplados a elas, os *encoders*. Quando ocorre o escorregamento das rodas no robô *skid-steer*, o movimento é computado pelo sensor, mas sem representar um deslocamento real do robô, o que resulta em um erro que será propagado ao longo de toda a trajetória, somando-se a outros erros, provocando, consequentemente, uma estimativa inexata da posição.

Nesse contexto, o estudo cinemático do robô do tipo *skid-steer* não é simples, já que não é possível prever a sua posição através apenas do valor da velocidade de suas rodas. No entanto, apesar dessas dificuldades, um modelo cinemático eficaz permitiria prever o movimento aproxi-

mado do robô *skid-steer*, necessário para fusão sensorial em algoritmos de localização e algoritmos de controle do movimento.

Em suas contribuições, Martínez et al. (2005) propôs um modelo cinemático para veículos do tipo *skid-steer* com esteira que prevê a sua movimentação através do Centro Instantâneo de Rotação (ICR) relativo ao solo, de forma análoga à análise geométrica do robô com direção diferencial ideal com rodas. A localização do ICR é identificada a partir de testes *offline*, realizados com base em dados obtidos de forma experimental ou através da simulação de um modelo dinâmico. Resultados mostram ótimas previsões em aproximadamente trinta metros de distância percorrida. Mandow et al. (2007) incorporou o modelo cinemático experimental baseado no ICR em robôs *skid-steer* com rodas, obtendo também resultados satisfatórios. Para a obtenção dos modelos, foram aplicadas duas restrições: o terreno deve ser rígido, plano e uniforme e o robô móvel operado em velocidades moderadas. Já Pentzer et al. (2014) propôs uma método de estimação *online* da localização dos ICR, utilizando o Filtro de Kalman Estendido (EKF), aplicando nele a velocidade das rodas do robô e a sua posição e a orientação medidas a partir do GPS e de um Sistema de Referência de Atitude e Rumo (AHRS).

Nesse contexto, este trabalho tem como objetivo o estudo de modelos cinemáticos baseado no ICR, aplicando o método proposto em Martínez et al. (2005), Mandow et al. (2007) e Pentzer et al. (2014) ao robô móvel AGV Husky da Clearpath, através de simulação da plataforma robótica no *software* Gazebo. Esse estudo através do simulador Gazebo e a implementação do algoritmo de identificação *online* dos parâmetros em um pacote do *Robot Operating System* (ROS) podem ser utilizados como uma ferramenta para desenvolvimento de algoritmos de localização na fusão sensorial com outros sensores, como *Light Detection and Ranging* (LIDAR) e câmeras, além do desenvolvimento de algoritmos de controle de movimento utilizando métodos avançados de controle.

Portanto, após esta introdução, será abordado na seção 2 a modelagem cinemática com base nos centros instantâneos de rotação do robô *skid-steer* com rodas, incluindo a comparação com o modelo diferencial ideal e as propostas experimentais para identificação dos parâmetros *online* e *offline*. Em seguida, serão apresentados, na seção 3, os experimentos e resultados obtidos na aplicação do método de modelagem ao AGV Husky e, na seção 4, os modelos obtidos serão avaliados. Por fim, na seção 5, são mostradas as conclusões e perspectivas futuras deste trabalho, seguidas pelas referências.

2. MODELO CINEMÁTICO DO ROBÔ SKID-STEER

A modelagem dinâmica de um robô móvel *skid-steer* é complexa de ser realizada, devido ao deslizamento das rodas do veículo e deformações do terreno. Alguns modelos dinâmicos para esses robôs foram desenvolvidos e verificados, mas necessitam de vários parâmetros relacionados com as propriedades do terreno, identificadas, geralmente, através de análise experimental (Pentzer et al. (2014)). Contudo, nas contribuições de Martínez et al. (2005) foi provado que o movimento dos robôs *skid-steer* com esteira

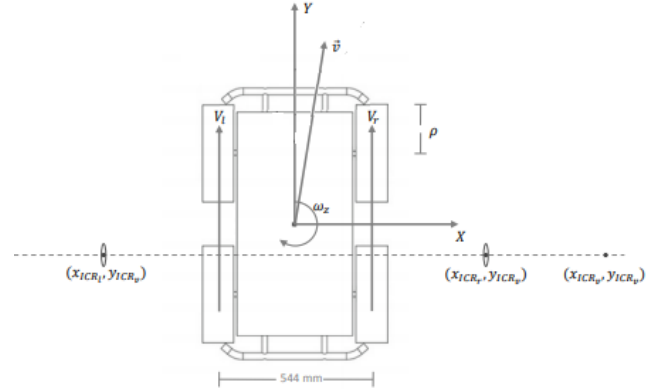


Figura 1. Localização dos ICR dos flancos e do veículo (Adaptado de Portugal et al. (2015))

podem ser estimados com exatidão através da localização do Centro Instantâneo de Rotação (ICR) e Mandow et al. (2007) expandiu o estudo para os robôs *skid-steer* com rodas, atingindo também sucesso nas previsões.

Em Mandow et al. (2007) é possível compreender a relação geométrica proposta com base no ICR, a qual tem relação com o modelo que caracteriza os robôs do tipo diferencial ideal. Nestes, não ocorre escorregamento das rodas, pois o contato com o solo em cada lado do robô está limitado a um único ponto. No entanto, os veículos com esteira com acionamento diferencial sofrem com escorregamento ao realizarem curvas, por conta de uma ampla área de contato com o solo em ambos os lados. O mesmo ocorre com robôs *skid-steer* com rodas, nos quais cada lado do robô possui diferentes pontos de contato com o solo, devido às rodas mecanicamente ligadas.

Os robôs *skid-steer* são controlados pela velocidade das suas rodas esquerda e direita. Para a modelagem cinemática baseada no ICR, três condições são consideradas: o centro de massa do robô está localizado no centro geométrico da sua estrutura, as duas rodas do robô de um mesmo lado rotacionam com mesma velocidade e o veículo é operado em solo firme, com as quatro rodas sempre em contato com a superfície (Wang et al. (2015)). Somado a isso, considera-se que o *frame* local do robô tem sua origem no centro da área definida pelos contatos do lado esquerdo e direito com o solo e o seu eixo Y está alinhado com a direção frontal de movimentação (Mandow et al. (2007)).

É possível representar a velocidade do robô por três variáveis: v_x , v_y , que correspondem às velocidades de translação em respeito ao seu *frame* local, e w_z , que representa a velocidade angular do robô. Considerando V_r e V_l as velocidades lineares das rodas do lado direito e esquerdo, respectivamente, um modelo cinemático direto tem o seguinte formato:

$$\begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ w_z \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} V_l \\ V_r \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Considerando que o Centro Instantâneo de Rotação (ICR) do robô é aproximadamente constante quando o veículo move-se sobre o mesmo terreno (Wang et al. (2018)), pode-se obter a relação cinemática matricial A de (1). Essa matriz de dimensão 3x2 tem coeficientes constantes,

dependentes do terreno, e caracteriza não somente o deslizamento das rodas, mas também diferenças na pressão dos pneus e imprecisões na transmissão dos movimentos, ainda que seus elementos não tenham sentido físico associado (Mandow et al. (2007)).

A partir das coordenadas locais expressas na Figura 1, o ponto ICR do veículo durante uma rotação é definido como $ICR_v = (x_{ICR_v}, y_{ICR_v})$, enquanto que as localizações do ICR dos lados esquerdo e direito são definidas, respectivamente, como: $ICR_l = (x_{ICR_l}, y_{ICR_v})$ e $ICR_r = (x_{ICR_r}, y_{ICR_v})$. Vale destacar que a coordenada y_{ICR_v} é comum aos três pontos, como afirma Martínez et al. (2005), já que pertencem a uma mesma linha paralela ao eixo local X. A relação geométrica entre as localizações dos ICRs, a velocidade do veículo e das rodas é definida pelas equações (2) a (5):

$$x_{ICR_v} = -\frac{v_y}{w_z}, \quad (2)$$

$$x_{ICR_l} = \frac{\alpha_l \cdot V_l - v_y}{w_z}, \quad (3)$$

$$x_{ICR_r} = \frac{\alpha_r \cdot V_r - v_y}{w_z}, \quad (4)$$

$$y_{ICR_v} = y_{ICR_l} = y_{ICR_r} = \frac{v_x}{w_z}. \quad (5)$$

Os parâmetros (α_l, α_r) são fatores de correção aplicados à velocidade nominal das rodas, de modo a englobar alguns problemas mecânicos como a pressão de inflação dos pneus. Esses valores são idealmente próximos de 1. O valor de x_{ICR_v} está entre $[-\infty, +\infty]$ e os de x_{ICR_l} , x_{ICR_r} e y_{ICR_v} são finitos, limitados aos casos em que o movimento cinemático é considerado, sendo desprezados os efeitos das forças centrífugas e assumindo que o deslizamento das rodas ocorre devido apenas ao mecanismo de direção do veículo.

Manipulando as equações (2)-(5), obtém-se a matriz A de (1), resultando em (6), cujos elementos dependem apenas das coordenadas dos ICRs e dos fatores de correção:

$$A = \frac{1}{x_{ICR_r} - x_{ICR_l}} \cdot \begin{bmatrix} -y_{ICR_v} \cdot \alpha_l & y_{ICR_v} \cdot \alpha_r \\ x_{ICR_r} \cdot \alpha_l & -x_{ICR_l} \cdot \alpha_r \\ -\alpha_l & \alpha_r \end{bmatrix} \quad (6)$$

A matriz A definida em (6) corresponde ao modelo cinemático assimétrico do robô *skid-steer*. Uma modelagem cinemática simétrica também pode ser obtida, como propõe Mandow et al. (2007), sob a condição de que os pontos do ICR do lado esquerdo e direito estejam dispostos simetricamente com relação ao eixo Y e que $y_{ICR_v} = 0$. Neste caso, $\alpha_r = \alpha_l = \alpha$ e $x_{ICR} = -x_{ICR_l} = x_{ICR_r}$, resultando na matriz simétrica A em (7):

$$A = \frac{\alpha}{2x_{ICR}} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ x_{ICR} - x_{ICR} & \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Vale destacar que as expressões analisadas também representam a cinemática de um robô diferencial ideal com rodas, isto é, para movimentação instantânea, seu comportamento cinemático equivale ao do robô *skid-steer*. A

diferença de ambos os esquemas de tração é que no modelo ideal com uma roda em cada lado, os pontos do ICR esquerdo e direito são constantes e coincidentes com o ponto de contato da roda com o solo, já com o robô *skid-steer* os ICRs estão localizados fora da linha das rodas, por conta do escorregamento, além de serem dependentes dinamicamente. A posição dos ICRs também é afetada pelo centro de massa do veículo - o lado em que o centro de massa estiver mais deslocado resultará em menor escorregamento das rodas e ICR mais próximo do robô.

Os parâmetros da matriz A podem ser identificados *offline*, a partir de dados experimentais coletados através dos procedimentos propostos por Martínez et al. (2005) e Mandow et al. (2007), e *online*, conforme proposto em Pentzer et al. (2014).

2.1 Método de identificação offline dos parâmetros

Os parâmetros do modelo cinemático simétrico definido em (7) podem ser identificados a partir de dois experimentos simples. O x_{ICR} é encontrado por meio de um teste de rotação pura em torno do eixo Z do robô, em que as velocidades das rodas do lado esquerdo e direito (V_l e V_r) são aplicadas com módulos iguais, mas sinais inversos. Coleta-se, então, o valor da velocidade das rodas ao longo do tempo e o ângulo total (θ) rotacionado pelo veículo. Com isso, aplica-se a equação (8):

$$x_{ICR} = \frac{\int V_r dt - \int V_l dt}{2 \cdot \theta} \quad (8)$$

Já o parâmetro α pode ser determinado através de um teste de locomoção em linha reta, ajustando a velocidades das rodas do lado esquerdo e direito do robô (V_l e V_r) com um mesmo valor. A partir disso, deve-se coletar a distância total d percorrida pelo robô no percurso e os valores das velocidades das rodas ao longo do tempo, aplicando-os na equação (9):

$$\alpha = \frac{2 \cdot d}{\int V_r dt + \int V_l dt} \quad (9)$$

Para obter os parâmetros do modelo assimétrico completo expresso em (6), Martínez et al. (2005) propôs um método de identificação em duas etapas. A primeira é coletar os dados experimentais de diferentes trajetórias percorridas pelo robô. Em seguida, deve-se aplicar uma ferramenta de otimização para encontrar os melhores parâmetros que caracterizem os dados coletados. É necessário recorrer a Otimização, porque a posição dos ICRs varia durante a navegação devido à dinâmica.

O método de busca recomendado por Martínez et al. (2005) foi o Algoritmo Genético (AG). Como explica Lacerda and Carvalho (1999), o primeiro passo de um Algoritmo Genético típico é a geração de uma população inicial de cromossomos, que são formadas por um conjunto aleatório de cromossomos que representam possíveis soluções do problema a ser resolvido, geralmente minimizar ou maximizar uma função objetivo. Sendo assim, essa ferramenta é ideal para este problema de otimização, pois não há informações acerca dos valores iniciais dos parâmetros do modelo assimétrico.

Assim, na aplicação em questão, o cromossomo que se deseja obter é o vetor $\mathbf{K} = \{x_{ICR_l}, x_{ICR_r}, y_{ICR_v}, \alpha_r, \alpha_l\}$, de modo a minimizar a função objetivo, que corresponde ao somatório dos erros quadráticos odométricos, conforme (10), para os N segmentos que compõem a trajetória realizada.

$$J(\mathbf{K}) = \sum_{i=1}^N ((\Delta x_i - \Delta \hat{x}_i)^2 + (\Delta y_i - \Delta \hat{y}_i)^2 + (\Delta \theta_i - \Delta \hat{\theta}_i)^2) \quad (10)$$

Sendo $(\Delta x, \Delta y, \Delta \theta)$ referentes ao incremento preciso da posição real do robô, obtido pelo *ground truth*, e $(\Delta \hat{x}, \Delta \hat{y}, \Delta \hat{\theta})$ o incremento estimado da posição do robô. Essas variações em $\hat{x}$, $\hat{y}$ e $\hat{\theta}$ para cada instante Δt são calculadas através da multiplicação da matriz de rotação $R(\theta)$ com a matriz A calculada (6) e as velocidades lineares das rodas esquerda e direita (V_l e V_r). Aplicando a integração numérica de 1ª ordem pelo método de Euler, é possível somar essas variações e obter a posição estimada do robô.

2.2 Método de identificação online dos parâmetros

O Filtro de Kalman Estendido (EKF) é um estimador amplamente utilizado em aplicações em tempo real que envolvam problemas não-lineares. Seu cerne está na linearização analítica ou numérica do modelo do sistema. O EKF apresenta algumas limitações, como sensibilidade às condições iniciais e à sintonia das matrizes de covariância de ruído, especialmente, para sistemas fortemente não-lineares (Teixeira (2010)).

Para implementar este filtro, utiliza-se os valores de v_x , v_y e w_z , determinados a partir da matriz A assimétrica (6), sem os fatores de correção. Com isso, utiliza-se as equações (11) e (12) para encontrar as velocidades do robô com relação a coordenada global.

$$V_N = v_y \cos \psi - v_x \sin \psi \quad (11)$$

$$V_E = v_y \sin \psi + v_x \cos \psi \quad (12)$$

A localização dos ICRs é modelada como constantes somadas ao ruído aditivo gaussiano de média zero, $w_n - w_x$. O modelo cinemático é discretizado, usando o método de Euler, resultando em 13.

$$\begin{bmatrix} N_k \\ E_k \\ \psi_k \\ x_{ICR_{l_k}} \\ x_{ICR_{r_k}} \\ y_{ICR_{v_k}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{k-1} + \Delta t V_{N_{k-1}} + \Delta t w_N \\ E_{k-1} + \Delta t V_{E_{k-1}} + \Delta t w_E \\ \psi_{k-1} + \Delta t w_{\psi_{k-1}} + \Delta t w_\psi \\ x_{ICR_{l_{k-1}}} + \Delta t w_r \\ x_{ICR_{r_{k-1}}} + \Delta t w_l \\ y_{ICR_{v_{k-1}}} + \Delta t w_x \end{bmatrix} \quad (13)$$

O ICR EKF utiliza o modelo discreto (13), denotado compactamente por (14).

$$x_k^- = f(x_{k-1}^+, u_{k-1}, 0) \quad (14)$$

Onde x_k^- é o estado propagado no tempo atual, x_{k-1}^+ é o estado propagado e atualizado pelo intervalo de tempo

anterior, u_{k-1} é o vetor de entrada, que corresponde a velocidade das rodas do robô, e a terceira entrada igual a zero equivale o ajuste do processo para ruído para a propagação. Portanto, para "−" assume-se o valor com estado propagado, mas não atualizado pelas medições e para "+" considera-se o valor propagado e atualizado com as medições.

A matriz de covariância do estado P é propagada a partir de (15).

$$P_k^- = F_{k-1} P_{k-1}^+ F_{k-1}^T + L_{k-1} Q_{k-1} L_{k-1}^T \quad (15)$$

Sendo F_{k-1} a matriz Jacobiana de f_{k-1} em relação a x e L_{k-1} em relação a w e Q a matriz de covariância do processo. Para atualizar o estado estimado, as medições da posição do veículo na direção norte, leste e sua orientação são coletadas e resultam na equação de medição (16), sendo $v_N - v_\psi$ o ruído aditivo gaussiano de média zero.

$$h_k = \begin{bmatrix} N + v_N \\ E + v_E \\ \psi + v_\psi \end{bmatrix} \quad (16)$$

O ganho do filtro é calculado por (17), onde H_k é a matriz Jacobiana de h_k em relação a x e M_k em relação a v.

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + M_k R_k M_k^T)^{-1} \quad (17)$$

Por fim, o estado e a covariância estimada são atualizados, a partir de (18) e (19).

$$x_k^+ = x_k^- + K_k [y_k - h_k(x_k^-, 0)] \quad (18)$$

$$P_k^+ = (I_{6 \times 6} - K_k H_k) P_k^- \quad (19)$$

3. ESTUDO DE CASO: APLICAÇÃO AO ROBÔ AGV HUSKY

3.1 O robô AGV Husky

O AGV Husky, registrado na Figura 2, é um veículo terrestre não-tripulado do tipo *all-terrain* com 4 rodas, amplamente utilizado em pesquisas e prototipagens na área de robótica móvel, devido a versatilidade de operar em terrenos com diferentes características (areia, neve, lama ou sujeiras) e ultrapassar obstáculos com facilidade, graças a sua configuração com tração 4x4 de alto torque. Suas dimensões externas são: 0,99 m de comprimento, 0,67 m de largura e 0,39 m de altura. A distância entre suas rodas frontais e traseiras é de 0,544 m. O Husky possui aproximadamente 50 kg e suporta uma carga máxima de 75 kg. É um veículo do tipo *skid-steer* e a sua base é equipada com *encoders* de quadratura de alta resolução com 78.000 pulsos/m e sua velocidade máxima é de 1 m/s. Seu controle pode ser realizado através de C++, *Python* e *Robot Operating System* (ROS).

3.2 Identificação offline dos parâmetros dos modelos

Para identificar os parâmetros do modelo cinemático do Husky para estimação *offline*, foram utilizadas as instruções detalhadas na seção 2.1. Primeiramente, foi encontrado o modelo simétrico, de modo a adquirir uma noção



Figura 2. Robô AGV Husky

aproximada da localização dos ICRs. Os procedimentos experimentais foram realizados através do ambiente de simulação do Husky no *software* Gazebo e a operação do robô foi realizada com o ROS. Portanto, foi utilizado como *ground truth* as informações obtidas a partir da própria simulação, através dos valores referentes a posição e orientação real do veículo no ambiente simulado armazenados no tópico do ROS:

`/ground_truth/state`.

Com esse tópico, pode-se coletar a distância percorrida (d) e o ângulo rotacionado (θ), necessários para o cálculo de α e x_{ICR} em (9) e (8), respectivamente. Já os valores das velocidades lineares das rodas do lado esquerdo e direito (V_l e V_r), coletados por intermédio dos *encoders*, foram armazenados no tópico do ROS:

`/joint_states`.

Os testes de rotação pura e de locomoção em linha reta foram realizados através do controle da velocidade das rodas por meio do ROS. Os dados foram armazenados a cada 20 ms, o que é aceitável, tendo em vista que o Husky se move a baixas velocidades na simulação e também nas operações no laboratório e em aplicações em campo. Em seguida, os dados extraídos através dos tópicos foram aplicados nas equações (9) e (8). Os testes foram repetidos três vezes, variando o valor da velocidade das rodas e o tempo de operação do robô, obtendo três valores para α e x_{ICR} , cuja média encontra-se registrada na Tabela 1. Vale ressaltar que $y_{ICR_v} = 0$ neste modelo.

Tabela 1. Valores dos parâmetros dos modelos estimados *offline*.

	x_{ICR_r}	x_{ICR_l}	y_{ICR_v}	α_r	α_l
Simétrico	0.7611	-0.7611	0	1.0008	
Assimétrico 1	0.7168	-0.6122	0.0819	0.8894	0.8815
Assimétrico 2	0.7168	-0.6122	0.0819	0.9800	0.9800

O segundo conjunto de experimentos foi realizado com o objetivo de obter os parâmetros para o modelo assimétrico. O Husky foi controlado de modo a percorrer 4 trajetórias de 20 s a 50 s, com diferentes movimentações e variações de velocidade das rodas. Para cada percurso, foram coletados os dados, ao longo do tempo, referentes às velocidades das

rodas e à posição e orientação real do robô, com o *ground truth*.

Uma implementação do Algoritmo Genético, conforme explicado na seção 2.1, foi desenvolvida no Matlab, utilizando o *Global Optimization Toolbox* do *software*. Em seguida, o algoritmo foi aplicado aos dados coletados através dos 4 experimentos, buscando pelos parâmetros ICR que minimizassem a função erro definida em (10), otimizando, consequentemente, as estimações odométricas para os seguimentos. A média dos valores dos parâmetros retornados nas 4 trajetórias estão registrados na Tabela 1, definindo o Modelo Assimétrico 1. Pode-se concluir que os pontos ICRs localizados não são simétricos com relação ao eixo Y e possuem um certo deslocamento com relação ao eixo X. O Modelo Assimétrico 2 foi obtido a partir de um ajuste fino dos parâmetros α_r e α_l .

3.3 Identificação online dos parâmetros

A estimação *online* dos parâmetros ICR foi realizada a partir da implementação do filtro EKF como um pacote do ROS, tomando como princípio o algoritmo descrito na seção 2.2. Foi implementado com propagação de 50 Hz e as medições do *ground truth* podem ser coletadas sempre que disponíveis. O pacote desenvolvido tem como entrada as velocidades das rodas esquerda e direita do robô, obtidas a partir do tópico *joint states*.

Inicialmente, o EKF atualiza o estado estimado, a partir das medidas da posição e orientação do robô disponibilizadas no tópico *ground truth*. O ganho do filtro EKF é calculado conforme (17). Em seguida, a predição do próximo estado e da covariância é atualizada, utilizando (18) e (19). Os valores da localização dos pontos ICR e da posição e orientação previstas do robô são disponibilizados em tempo real, a partir do tópico criado no pacote implementado.

Para executar o filtro EKF, é necessário definir a matriz de covariância do processo ($\mathbf{Q}_{6 \times 6}$) e de covariância das medições ($\mathbf{R}_{3 \times 3}$).

$\mathbf{Q}_{6 \times 6}$ é uma matriz diagonal, em que os três primeiros elementos correspondem às variâncias do processo com relação a posição norte, leste e orientação e os três últimos às estimações do ICR. Os valores dos três primeiros elementos podem ser calculados, a partir dos sensores utilizados. Neste trabalho, estes parâmetros foram ajustados manualmente de modo a minimizar o erro entre as posições estimadas e medidas. Conforme afirma Pentzer et al. (2014), a sensibilidade do processo de estimação a esses parâmetros é baixa o suficiente para que os erros provenientes do ajuste manual não afetem a viabilidade do algoritmo. Sendo assim, a matriz diagonal $\mathbf{Q}_{6 \times 6}$ definida tem todos os elementos da diagonal principal $\sigma^2 = 0,01$. Vale ressaltar que os valores referentes à variância dos pontos ICR devem ser aumentados, caso o percurso envolva variação do tipo de terreno.

$\mathbf{R}_{3 \times 3}$ é uma matriz diagonal, em que seus três elementos correspondem às variâncias das medições. Para o caso em que o EKF utilize informações de sensores para realizar a estimação, deve-se ter conhecimento a priori da acurácia dos sensores utilizados. Como os experimentos neste trabalho foram realizados no *software* Gazebo, utilizando

as medidas coletadas diretamente do *ground truth*, os parâmetros correspondem à própria variância definida no tópico.

Além destas configurações, conforme analisado em Pentzer et al. (2014), quando o ICR EKF é inicializado com os valores de ICR em torno da sua região, as variações das estimações até atingir a convergência são menores. Portanto, considerando as informações já obtidas por meio da parametrização *offline*, a condição inicial dos pontos ICR foi definida como $x_{ICR_r} = 0,8$ m, $x_{ICR_l} = -0,8$ m, $y_{ICR_v} = 0$ m.

4. VALIDAÇÃO DA NAVEGAÇÃO ESTIMADA

Os modelos computados na seção 3.2 foram utilizados para realizar a estimativa *offline* por odometria em diversas trajetórias, que diferem das utilizados como base para a aplicação do Algoritmo Genético, mas foram executadas no mesmo ambiente de simulação. Três desses percursos estão registrados nas Figuras 4, 3 e 5, em um sistema de coordenadas global. A estimativa *online* com o EKF também foi avaliada a partir dessas três trajetórias.

4.1 Análise da estimativa offline

Na estimativa *offline* as trajetórias foram estimadas apenas por odometria, de acordo com os modelos encontrados. Nas Tabelas 2, 3 e 4 estão registrados os valores do erro quadrático médio (MSE) por segmento da estimativa *offline* da posição de cada modelo e a média da função objetivo (10) nas trajetórias percorridas.

Analisando as Figuras 3, 4 e 5 e os erros, pode-se concluir que o modelo experimental assimétrico não aumentou muito a exatidão da estimativa. Isto pode ser explicado por conta das simplificações e imprecisões introduzidas pela dinâmica do robô, além dos valores das coordenadas dos ICRs terem sido obtidas a partir de uma média do ICR ao longo de todo o percurso durante o experimento.

Os parâmetros α_l e α_r podem ser submetidos a um ajuste fino, resultando no Modelo Assimétrico 2 na Tabela 1, realizado com base na segunda trajetória para validação. Observe que esse ajuste minimizou o erro de forma significativa, trazendo maior exatidão na estimativa. No entanto, ao analisar o Modelo Assimétrico 2 nas outras duas trajetórias, percebe-se que sua estimativa não foi a de menor erro, o que nos permite concluir que o ajuste fino de α_l e α_r , se realizado, necessita de muita cautela para não piorar a performance da estimativa em diferentes percursos.

Em contrapartida, os modelos Simétrico e Assimétrico 1, cujos parâmetros correspondem aos valores encontrados pelos experimentos, sem ajustes, mantiveram performances parecidas nas duas trajetórias. A média da soma do erro quadrático por seguimento (J) foi próxima para os dois modelos.

4.2 Análise da estimativa online

Analisando as Figuras 3, 4 e 5, pode-se perceber que a estimativa *online* com o ICR EKF, traçada em linha tracejada preta, está tão próxima do *ground truth*, traçado

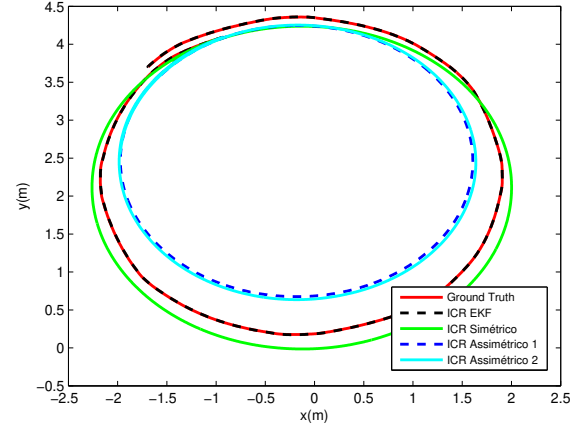


Figura 3. Trajetória circular para validação dos modelos

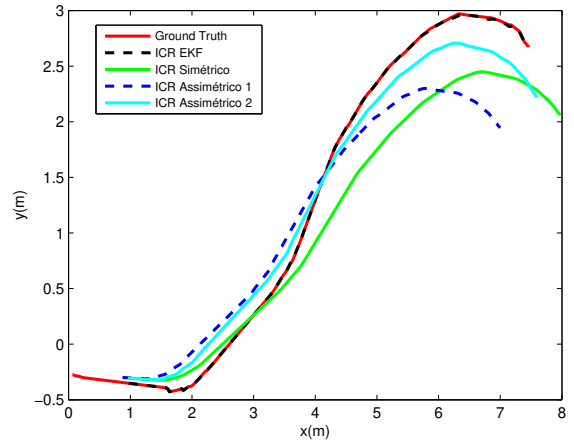


Figura 4. Segunda trajetória para validação dos modelos

em linha cheia vermelha, que é difícil detectar erro neste método de estimativa. Na Tabela 5, constam a média e o desvio padrão dos pontos ICR estimados.

Tabela 2. Erro quadrático médio por segmento para trajetória circular

	MSE Δx	MSE Δy	MSE $\Delta \theta$	Média J
Simétrico	0,0310	0,0531	0,5085	0,5926
Assimétrico 1	0,0394	0,0864	0,3996	0,5254
Assimétrico 2	0,3562	0,3564	2,8740	3,5865

Tabela 3. Erro quadrático médio por segmento para segunda trajetória

	MSE Δx	MSE Δy	MSE $\Delta \theta$	Média J
Simétrico	0,1177	0,0980	0,0168	0,2325
Assimétrico 1	0,0739	0,1551	0,0105	0,2396
Assimétrico 2	0,0105	0,0310	0,0094	0,0508

Tabela 4. Erro quadrático médio por segmento para terceira trajetória

	MSE Δx	MSE Δy	MSE $\Delta \theta$	Média J
Simétrico	0,1240	0,0125	1,4737	1,6102
Assimétrico 1	0,0594	0,0632	1,4784	1,6010
Assimétrico 2	0,1775	0,5012	1,5678	2,2465

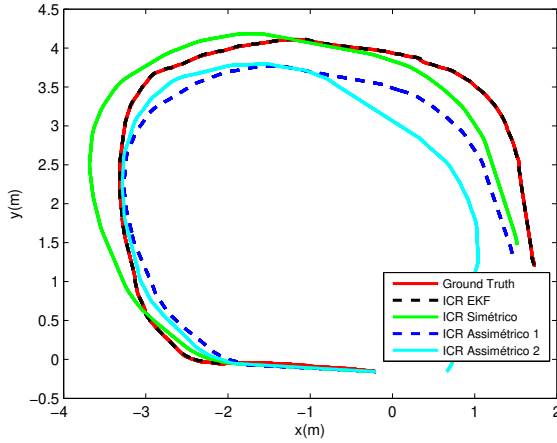


Figura 5. Terceira trajetória para validação dos modelos

A partir das Figuras 6, 7 e 8 é possível visualizar a variação da localização dos ICRs ao longo do tempo. Comparando a disposição no tempo e a média dos valores na Tabela 5, pode-se observar que a Trajetória Circular foi a que apresentou os menores valores de desvio padrão para todos as coordenadas do ICR dos três percursos. Esse desempenho pode ser justificado ao analisar a velocidade das rodas do robô em cada trajeto. A posição do ICR é influenciada significativamente pelo movimento do robô, isto é, movimentos mais rápidos e variações bruscas na velocidade das rodas provocam mudanças consideráveis na localização dos ICRs, principalmente do y_{ICR_v} . Esse desvio padrão alto do y_{ICR_v} ocorre para velocidade laterais maiores, em que uma elevada força dos pneus é necessária devido a dinâmica do robô, não modelada nos ICRs (Pentzer et al. (2014)). Portanto, uma curva realizada em alta velocidade, resultará em velocidades laterais elevadas, que estão diretamente relacionados com o y_{ICR_v} . Vale destacar também que, dentre as coordenadas da Trajetória Circular, é possível observar que x_{ICR_r} e x_{ICR_l} apresentaram pouca oscilação, constatado pelo valor baixo do desvio padrão. No entanto, a estimação do y_{ICR_v} variou significativamente, o que sugere, como pontua Pentzer et al. (2014), que a localização longitudinal dos ICRs depende mais da dinâmica do robô do que a posição lateral.

Tabela 5. Parâmetros do modelo assimétrico com EKF por trajetória

	Circular		Trajeto 2		Trajeto 3	
	Média	σ	Média	σ	Média	σ
x_{ICR_r}	0.843	0.065	0.506	0.176	0.881	0.197
x_{ICR_l}	-0.673	0.081	-0.862	0.229	-0.724	0.167
y_{ICR}	0.073	0.132	-0.127	0.147	0.036	0.149

É importante destacar que os resultados obtidos através da modelagem *skid-steer*, independente se *online* ou *offline*, refletiram a trajetória real com mais proximidade do que uma estimação usando o modelo diferencial ideal, como pode-se observar na Figura 9 para a terceira trajetória.

5. CONCLUSÃO

Na área da robótica móvel, a modelagem matemática do robô é fundamental, principalmente em controle, estimação e simulação. Neste trabalho, foi avaliada a técnica

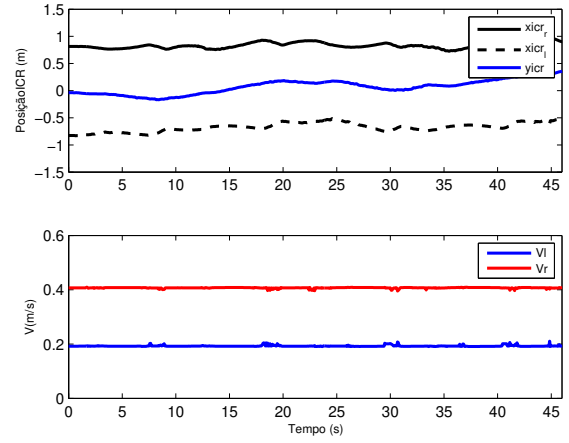


Figura 6. Variação dos ICRs ao longo da trajetória circular

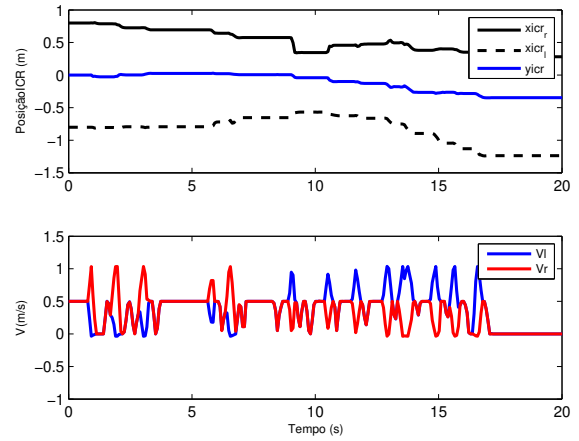


Figura 7. Variação dos ICRs ao longo da segunda trajetória

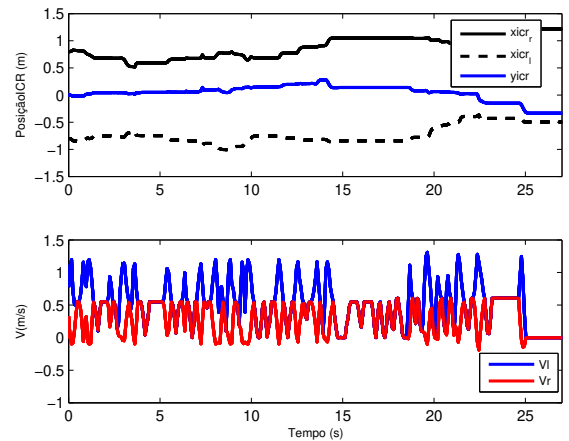


Figura 8. Variação dos ICRs ao longo da terceira trajetória

de odometria baseada na modelagem do robô *skid-steer*, proposta em Martínez et al. (2005) e Mandow et al. (2007), aplicando-a ao robô AGV Husky. O método consiste em uma estratégia experimental para encontrar o modelo cinemático aproximado do veículo *skid-steer*, baseado no Centro Instantâneo de Rotação (ICR) dos lados esquerdo e

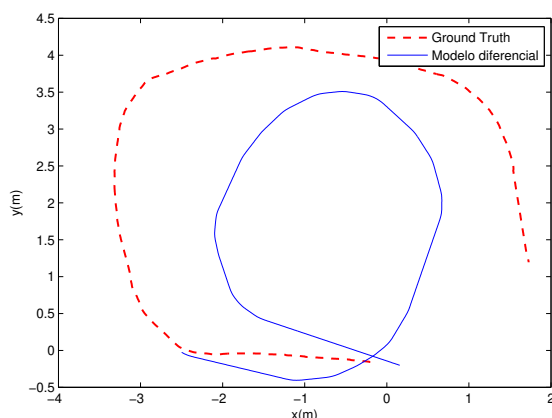


Figura 9. Terceira trajetória estimada pelo modelo diferencial ideal

direito do mesmo. Assim, engloba-se na modelagem os efeitos do escorregamento das rodas na estimação da posição, além de incluir parâmetros de compensação para imprecisões mecânicas e desalinhamentos. Os parâmetros foram obtidos através de estimação *offline*, por meio do método de otimização Algoritmos Genéticos, e *online*, através da implementação do filtro EKF, em que a localização dos ICRs foi identificada durante a operação do robô, em tempo real.

O estudo foi realizado através da simulação da plataforma AGV Husky no *software* Gazebo e a implementação do algoritmo de estimação dos ICRs com o filtro EKF foi realizada como um pacote do ROS, resultando em uma importante ferramenta, possível de ser replicada em outras plataformas *skid-steer* por meio do ROS. Sendo assim, este trabalho resultou em um estudo útil para a modelagem de robôs dessa classe, podendo ser utilizado como tutorial para diferentes aplicações que envolvam a modelagem matemática desses robôs.

A partir dos resultados alcançados, foi possível validar a efetividade do modelo *skid-steere* dos métodos de estimação, que apresentaram melhorias significativas na navegação estimada do Husky. Pode-se avaliar que a estimação com base nos modelos *skid-steer* simétrico e assimétrico atingiu valores mais próximos da trajetória real, em comparação com a estimação feita através do modelo diferencial ideal. Somado a isso, pode-se observar o efeito do ajuste fino dos fatores de correção do modelo assimétrico, com o intuito de atingir estimativas mais exatas. Conclui-se que este ajuste deve ser realizado com cautela, a depender da aplicação a que o robô for submetido, pois pode refletir em aumento do erro, caso seja realizado com base em uma trajetória e aplicado a outra com um percurso completamente diferente.

A identificação *online* dos ICRs, por sua vez, proporcionou uma estimação exata da posição e orientação do veículo, englobando, até mesmo, situações bruscas no valor da velocidade das rodas do robô. Dessa forma, como a estimação da posição do ICR tem uma excelente acurácia, ela pode ser utilizada em inúmeras aplicações, como, por exemplo, para localizar robôs em situações de falha do GPS e para desenvolvimento de algoritmos de controle para movimento.

Em decorrência da pandemia de Covid-19 e a suspensão das atividades na Universidade Federal da Bahia, não foi possível realizar os experimentos em laboratório. No entanto, em trabalhos futuros, pretende-se aplicar os métodos para a modelagem do robô AGV Husky real no laboratório, avaliando também os efeitos da mudança do tipo do terreno na localização dos ICRs. Além disso, pretende-se avaliar o efeito da inclusão de modelos de atrito ao modelo cinemático baseado no ICR. Por fim, os modelos identificados serão aplicados a controladores, de modo a analisar o impacto no desempenho do controle da movimentação do robô em tempo real.

AGRADECIMENTOS

Este estudo recebeu apoio financeiro do SEPINMCTI, no âmbito da 4ª Chamada Coordenada BR-EU no CIT e do programa de pesquisa e inovação European Unions Horizon 2020 no âmbito do Contrato de Doação n. 777096.

Os autores agradecem ao CNPq pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

- Dudek, G. and Jenkin, M. (2010). *Computational Principles of Mobile Robotics*. Cambridge University Press, New York. doi:10.1017/CBO9780511780929.
- Lacerda, E.G.M. and Carvalho, A.C.P.d.L.F. (1999). Introdução aos algoritmos genéticos. In *Congresso Nacional da Sociedade Brasileira de Computação*. EntreLugar.
- Mandow, A., Martinez, J.L., Morales, J., Blanco, J.L., Garcia-Cerezo, A., and Gonzalez, J. (2007). Experimental kinematics for wheeled skid-steer mobile robots. *2007 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, 1222–1227. doi:10.1109/IROS.2007.4399139.
- Martínez, J., Mandow, A., Morales, J., Pedraza, S., and Garcia, A. (2005). Approximating kinematics for tracked mobile robots. *The International Journal of Robotics Research*, 24, 867–878. doi:10.1177/0278364905058239.
- Pentzer, J., Brennan, S., and Reichard, K. (2014). Model-based prediction of skid-steer robot kinematics using online estimation of track instantaneous centers of rotation. *Journal of Field Robotics*, 31. doi:10.1002/rob.21509.
- Portugal, D., Cabrita, G., Gouveia, B., Santos, D., and Prado, J. (2015). An autonomous all terrain robotic system for field demining missions. *Robotics and Autonomous Systems*, 70. doi:10.1016/j.robot.2015.02.013.
- Teixeira, Bruno O. S., T.L.A.B..A.L.A. (2010). Filtragem de kalman com restrições para sistemas não-lineares: revisão e novos resultados. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, 21, 127 – 146.
- Wang, C., Lv, W., Li, X., and Mei, M. (2018). Terrain adaptive estimation of instantaneous centres of rotation for tracked robots. *Complexity*, 2018, 1–10. doi:10.1155/2018/4816712.
- Wang, T., Wu, Y., Liang, J., Han, C., Chen, J., and Zhao, Q. (2015). Analysis and experimental kinematics of a skid-steering wheeled robot based on a laser scanner sensor. *Sensors*, 15, 9681–9702. doi:10.3390/s150509681.