

Controle por Modos Deslizantes com Compensação por Processo Gaussiano de um Manipulador Flexível^{*}

Gabriel S. Lima^{*} Wallace M. Bessa^{*}

^{*} *RoboTeAM - Robotics & Machine Learning, Universidade Federal do Rio Grande do Norte, Natal, Brasil, (e-mail: limagabriel@ufrn.edu.br, wmbessa@ct.ufrn.br).*

Abstract: The disadvantage of rigid robotic manipulators is the need to use fullpower actuators. For this reason, flexible manipulators are an interesting option to replace conventional ones because they have less weight and need actuators that consume less energy. However, the control of these manipulators is difficult to be performed due to their flexibility. In this work it is proposed to use a Sliding Mode controller with uncertainty compensation using Gaussian Process Regression. A model using lumped parameters is used to represent the system, in which the controller is only aware of the base and tip states. Numerical simulations show that the controller used is effective to solve the problem of trajectory tracking.

Resumo: Os manipuladores robóticos rígidos tem como desvantagem a necessidade de utilização de atuadores que demandam muita energia. Por essa razão, manipuladores flexíveis são uma opção interessante para substituir os convencionais por possuírem menor peso e precisarem de atuadores que consomem menos energia. Entretanto, o controle desses manipuladores é difícil de ser realizado por conta de sua flexibilidade. Nesse trabalho é proposto a utilização de um controlador por Modos Deslizantes com compensação de incertezas utilizando Regressão por Processo Gaussiano. Um modelo utilizando parâmetros concentrados é utilizado para representar o sistema, no qual o controlador só tem conhecimento dos estados da base e da ponta. Simulações numéricas mostram que o controlador utilizado é eficaz para resolver o problema do rastreamento de trajetória.

Keywords: Flexible Manipulator; Lumped Parameter; Sliding Mode Control; Underactuated systems; Gaussian Process Regression.

Palavras-chaves: Manipulador flexível; Parâmetros concentrados; Controle por modos deslizantes; Sistemas subatuados; Regressão por Processo Gaussiano.

1. INTRODUÇÃO

Sejam em aplicações industriais, nucleares (Meggiolaro and Dubowsky, 2001), aeroespaciais (Sabatini et al., 2012), médicas (Bouteraa et al., 2018) e etc., os manipuladores robóticos são utilizados em larga escala para as mais diversas finalidades. Em aplicações nucleares podem ser usados os Manipuladores Articulados para Propósitos Especiais (da sigla em inglês, SPDM) que são utilizados na descontaminação de locais com altos índices de radiação nociva ao ser humano. Em aplicações aeroespaciais pode-se citar sua utilização na montagem de estruturas complexas que orbitam a Terra, como a Estação Espacial Internacional (ISS), cujo o envolvimento dos astronautas pode ser minimizado garantindo, assim, a segurança deles (Ishijima et al., 2005).

Os manipuladores robóticos podem ser divididos em dois grandes grupos: os rígidos (MR) e os flexíveis (MF), ambos com suas vantagens e desvantagens. Entre as vantagens dos MR's pode-se citar a alta controlabilidade e alta precisão alcançada e como desvantagens estão o alto consumo de energia, a necessidade de utilizar atuadores de alta capacidade e o risco de lesão em ambientes onde pessoas e robôs trabalham juntos. Já os MF's apresentam como vantagens o baixo peso, o menor consumo de energia, menor volume de trabalho, alta velocidade de operação, etc. Entre as contrapartidas apresentadas por esses mecanismos pode-se citar a complexidade no controle, as incertezas associadas ao modelo matemático utilizado e os problemas de vibração associados a baixa rigidez dos elementos do mecanismo (Lochan et al., 2016; Dwivedy and Eberhard, 2006).

A complexidade no controle dos mecanismos flexíveis devido sua baixa rigidez e os problemas de vibrações dificultam sua aplicação que poderia ocasionar uma economia no consumo de energia, entre outras vantagens, conforme citado acima. Controladores baseados em modelo (Xing and Liu, 2019; Jin and Guo, 2019), fuzzy (Qiu et al., 2019), redes neurais recorrentes (Qiu and Zhang, 2019) e na abor-

^{*} O trabalho dos autores possui suporte financeiro da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da Fundação Alemã de Pesquisa (DFG), no âmbito do projeto PIPC 88881.473092/2019-1. Wallace M. Bessa também possui apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo projeto de pesquisa n° 308429/2017-6.

dagem *feedforward-feedback* (Ghorbani et al., 2019) entre outros, tem sido utilizados no controle de manipuladores flexíveis computacionalmente e experimentalmente. Além disso, nesses controladores ou parte-se do princípio que todos os estados ao longo do comprimento do manipulador sejam conhecidos ou são utilizados sensores de vibração na base para inferir o nível de vibração do manipulador como um todo. Contudo, ter ciência dos estados ao longo do comprimento demanda um sistema de instrumentação de custo elevado e de difícil implementação *in situ*, e atribuir o nível de vibração de todo o manipulador com base somente da informação obtida próximo do seu engaste é uma medida que pode não trazer resultados satisfatórios dependendo do sistema.

Neste trabalho, é proposto a utilização de um controlador por Modos Deslizantes (SMC) desenvolvido para sistemas subatuados com a utilização da Regressão por Processo Gaussiano (GPR, *Gaussian Process Regression*) para compensação da dinâmica não modelada de um manipulador flexível de um elo. O Processo Gaussiano pode ser entendido como uma extensão da distribuição gaussiana de variáveis aleatórias sobre o espaço de funções (Williams and Rasmussen, 2006). GPR pode ser adotado como um modelo não paramétrico para representar funções desconhecidas e estimar tanto incertezas estruturadas como não estruturadas. Por exemplo, GPR tem sido combinado com o Regulador Quadrático-Linear (LQR, *Linear Quadratic Regulators*) (Marco et al., 2016, 2017) e controle ativo com rejeição de perturbação (ARDC, *Active Disturbance Rejection Control*) (Neumann-Brosig et al., 2019) para encontrar os parâmetros livres dos controladores a partir de dados experimentais. Outros exemplos incluem os trabalhos de Klenske et al. (2015); Cho and Oh (2018) com controle preditivo baseado em modelo e os de Liu et al. (2018); Joshi and Chowdhary (2018) utilizando controle adaptativo por modelo de referência.

Esse tipo de associação do controlador SMC com GPR foi utilizada por Aran and Unel (2018) para o controle de um motor a diesel utilizando um treinamento *off-line* para definir os termos da lei de controle. Contudo, ao invés dessa estratégia de treinamento, utilizamos o método de janela deslizante que permite o compensador aprender gradualmente com o ambiente. Essa estratégia já tem sido utilizada para sistemas atuados no caso do controle de posicionamento de um veículo subaquático Lima et al. (2018, 2020).

Como informação de entrada no controlador, serão consideradas apenas as rotações de sua base e o deslocamento da ponta, essa última geralmente medida indiretamente por meio de um acelerômetro. A informação da extremidade do manipulador se torna importante visto que é o local onde podem ocorrer as maiores oscilações, isso considerando que no sistema sejam apenas excitados os modos de vibração de ordem mais baixa. Além disso, a utilização de apenas essas informações reduz significativamente os custos de instrumentação do sistema. Projetar um controlador considerando apenas os dois graus de liberdade citados é semelhante ao aplicado em manipuladores de junta flexível como nos trabalhos de Soltanpour et al. (2019); Alam et al. (2018).

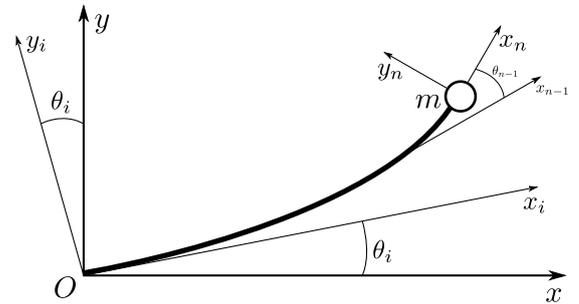
As propriedades de estabilidade foram analisadas por meio do Teorema de Lyapunov. Simulações numéricas foram realizadas para avaliar o desempenho do sistema de controle.

2. MODELO DO SISTEMA

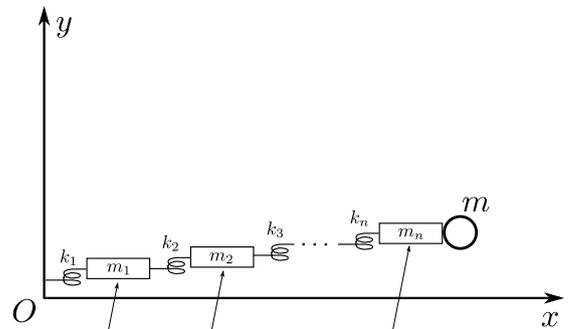
O manipulador flexível foi modelado estritamente de acordo com o trabalho realizado por Ge et al. (1997) com exceção da inclusão de uma zona morta em seu atuador. O método para obtenção do modelo consiste em fazer uma equivalência em termos de energia cinética e potencial entre um modelo contínuo e um outro baseado em parâmetros concentrados. Dessa forma, o sistema pode ser descrito na forma matricial pela equação (1). A discretização do manipulador flexível proposta pode ser visualizada na Figura 1, em que o manipulador é dividido em subsistemas massa-mola.

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{Q}} + \mathbf{K}\mathbf{Q} = \mathbf{u} \quad (1)$$

onde $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (N+1)}$ é a matriz de inércia, $\mathbf{K} \in \mathbb{R}^{(N+1) \times (N+1)}$ é a matriz de rigidez, $\mathbf{Q} \in \mathbb{R}^{(N+1) \times 1}$ é o vetor de coordenadas generalizadas, na qual $\mathbf{Q} = [\theta_0 \ \theta_1 \ \dots \ \theta_N]^T$ sendo θ_0 o ângulo do *hub* e θ_i ($i = 1, \dots, N$) representa a declividade do i -ésimo elemento em relação a θ_0 , e $\mathbf{u} = [\tau' \ 0 \ 0 \ \dots \ 0]^T$ é o vetor que contém os torques de entrada no sistema, na qual, para o caso de um manipulador de um único elo, é dado por apenas τ' , levando em conta também a zona morta. O fato de termos apenas um elemento atuado diretamente (a base) e outros N sem atuação direta, caracteriza esse sistema como subatuado.



(a) Manipulador flexível.



(b) Manipulador flexível discretizado.

Figura 1. Representação do manipulador flexível.

A zona morta causa uma diferença entre o torque enviado pelo atuador e o realmente executado no manipulador na seguinte forma:

$$\tau' = \begin{cases} \tau + 0.02 & \text{se } \tau \leq -0.02 \\ 0 & \text{se } -0.02 < \tau < 0.02 \\ \tau - 0.02 & \text{se } \tau \geq 0.02 \end{cases} \quad (2)$$

3. PROPOSTA DE CONTROLADOR

Nesta seção apresentamos o Controlador por Modos Deslizantes para sistemas subatuados, a Regressão por Processo Gaussiano, e como ela pode ser combinada com o controlador, e uma prova de estabilidade por meio do Teorema de Lyapunov.

3.1 Controlador por Modos Deslizantes para sistemas subatuados

Um sistema mecânico com n graus de liberdade (GDL) pode escrito na seguinte forma:

$$(\mathbf{M} + \Delta\mathbf{M})\ddot{\mathbf{q}} = \mathbf{f} + \Delta\mathbf{f} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (3)$$

onde $\mathbf{q} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de coordenadas generalizadas, $\mathbf{M} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz de inércia e $\Delta\mathbf{M}$ a matriz que contém as incertezas de \mathbf{M} , $\mathbf{f} \in \mathbb{R}^n$ é o vetor que agrupa os efeitos centrífugos, de Coriolis e de forças generalizadas aplicadas e $\Delta\mathbf{f}$ o vetor que contém as incertezas associadas a \mathbf{f} , $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ é a matriz de entrada e $\mathbf{u} \in \mathbb{R}^m$ o vetor de entrada dos atuadores. Caso $m = n$ o sistema é dito totalmente atuado e para $m < n$, subatuado. Fazendo $\mathbf{B} = [\mathbf{I}_m \mathbf{0}]^\top$, onde \mathbf{I} é a matriz identidade de ordem m a Equação 3 pode ser reescrita da seguinte maneira:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{aa} & \mathbf{M}_{au} \\ \mathbf{M}_{au}^\top & \mathbf{M}_{uu} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{q}}_a \\ \ddot{\mathbf{q}}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_a + \mathbf{u} \\ \mathbf{f}_u \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{p}_a \\ \mathbf{p}_u \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde \mathbf{q}_a e \mathbf{q}_u , \mathbf{f}_a e \mathbf{f}_u são partições de \mathbf{q} e \mathbf{f} , respectivamente, e $\mathbf{p} = [\mathbf{p}_a^\top \ \mathbf{p}_u^\top]^\top = \Delta\mathbf{f} - \Delta\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}$ é o vetor contendo todas as incertezas do sistema, aqui chamado de vetor de perturbação.

Ashrafiuon and Erwin (2008) sugerem resolver a equação (4) para as acelerações na forma:

$$\ddot{\mathbf{q}}_a = \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1}(\mathbf{f}'_a + \mathbf{u} + \mathbf{p}'_a) \quad (5a)$$

$$\ddot{\mathbf{q}}_u = \mathbf{M}'_{uu}{}^{-1}(\mathbf{f}'_u - \mathbf{M}'_{au}{}^\top \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{p}'_u) \quad (5b)$$

onde $\mathbf{M}'_{aa} = \mathbf{M}_{aa} - \mathbf{M}_{au}\mathbf{M}'_{uu}{}^{-1}\mathbf{M}'_{au}{}^\top$, $\mathbf{M}'_{uu} = \mathbf{M}_{uu} - \mathbf{M}'_{au}{}^\top \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1} \mathbf{M}_{au}$, $\mathbf{f}'_a = \mathbf{f}_a - \mathbf{M}_{au}\mathbf{M}'_{uu}{}^{-1}\mathbf{f}_u$, $\mathbf{f}'_u = \mathbf{f}_u - \mathbf{M}'_{au}{}^\top \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1} \mathbf{f}_a$, $\mathbf{p}'_a = \mathbf{p}_a - \mathbf{M}_{au}\mathbf{M}'_{uu}{}^{-1}\mathbf{p}_u$ e $\mathbf{p}'_u = \mathbf{p}_u - \mathbf{M}'_{au}{}^\top \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1} \mathbf{p}_a$.

Definindo o erro de rastreamento $\tilde{\mathbf{q}} = \mathbf{q} - \mathbf{q}^d$, pode-se definir uma superfície de deslizamento $\mathbf{s}(\tilde{\mathbf{q}}, \dot{\tilde{\mathbf{q}}}) : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ que por sugestão de Ashrafiuon and Erwin (2008) é definida na forma:

$$\mathbf{s} = \alpha_a \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_a + \alpha_u \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_u + \mathbf{s}_r \quad (6)$$

onde $\mathbf{s}_r = -\alpha_a \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_a^d - \alpha_u \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_u^d + \lambda_a \tilde{\mathbf{q}}_a + \lambda_u \tilde{\mathbf{q}}_u$ e as matrizes constantes $\alpha_a \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $\alpha_u \in \mathbb{R}^{m \times (n-m)}$, $\lambda_a \in \mathbb{R}^{m \times m}$ e $\lambda_u \in \mathbb{R}^{m \times (m-n)}$, então, seguindo Ashrafiuon and Erwin (2008), pode-se definir a lei de controle por Modos Deslizantes:

$$\mathbf{u} = -\mathbf{M}'_s{}^{-1}[\mathbf{f}_s + \dot{\mathbf{d}} + \dot{\mathbf{s}}_r + \kappa \text{sat}(\phi^{-1}\mathbf{s})] \quad (7)$$

onde $\mathbf{M}'_s = \alpha_a \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1} - \alpha_u \mathbf{M}'_{uu}{}^{-1} \mathbf{M}'_{au}{}^\top \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1}$, $\mathbf{f}_s = \alpha_a \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1} \mathbf{f}'_a + \alpha_u \mathbf{M}'_{uu}{}^{-1} \mathbf{f}'_u$, $\dot{\mathbf{d}}$ é a estimativa de $\mathbf{d} = \alpha_a \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1} \mathbf{p}'_a + \alpha_u \mathbf{M}'_{uu}{}^{-1} \mathbf{p}'_u$, κ é o ganho do controlador, $\phi \in \mathbb{R}^{m \times m}$ é uma matriz diagonal de m constantes positivas e $\text{sat}(\cdot)$ é a função de saturação aplicada a s_i/ϕ_i .

3.2 Processo Gaussiano aplicado ao controlador SMC

Considere que o GPR seja utilizada como um modelo não-paramétrico para descrever uma distribuição sobre funções. Seguindo a abordagem de Williams and Rasmussen (2006) e assumindo observações ruidosas, o GPR estimará as componentes de \mathbf{d} por meio da entrada \mathbf{s} :

$$\bar{d} = d(\mathbf{s}) + \varepsilon, \quad \varepsilon \sim \mathcal{N}(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (8)$$

onde d é uma componente de \mathbf{d} e ε é o sinal ruidoso de média nula e variância σ_ε^2 . A escolha pela variável \mathbf{s} (equação 6), é por conta dela ser uma variável de erro combinado, ou seja, ser definida como uma combinação linear dos erros de posição angular e suas derivadas, que, quando em baixos valores em módulo, pode ser utilizada para analisar a performance do controlador e possui relação direta com a perturbação (Lima et al., 2020).

O Processo Gaussiano (GP, *Gaussian Process*) pode ser entendido como uma distribuição de probabilidades sobre o espaço de funções d desde que qualquer conjunto finito de valores de funções possuam uma distribuição gaussiana conjunta Williams and Rasmussen (2006). Definindo uma função média $\mu(\mathbf{s}) = \mathbb{E}[d(\mathbf{s})]$ e uma função de covariância $k(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = \mathbb{V}[d(\mathbf{s}), d(\mathbf{s}')] a priori$, pode representar o GP na seguinte forma:

$$d(\mathbf{s}) \sim \mathcal{GP}(\mu(\mathbf{s}), k(\mathbf{s}, \mathbf{s}')) \quad (9)$$

Dado um conjunto de entrada $\mathcal{D}_N = \{s_i, d_i\}_{i=1}^N$, o GPR pode aprender o comportamento da função d e prever a distribuição de $d(\mathbf{s}^*)$ baseada em uma entrada arbitrária \mathbf{s}^* . Para isso, devem ser utilizadas as seguintes equações para cálculo da média e variância *a posteriori*:

$$\mathbb{E}[d(\mathbf{s}^*) | \mathcal{D}_N] = \mu(\mathbf{s}^*) + \mathbf{k}(\mathbf{s}^*, \mathbf{s})(\mathbf{K}_N + \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I})^{-1} \tilde{\mathbf{h}}(\mathbf{s}) \quad (10a)$$

$$\mathbb{V}[d(\mathbf{s}^*) | \mathcal{D}_N] = k(\mathbf{s}^*, \mathbf{s}^*) - \mathbf{k}(\mathbf{s}^*, \mathbf{s})(\mathbf{K}_N + \sigma_\varepsilon^2 \mathbf{I})^{-1} \mathbf{k}(\mathbf{s}, \mathbf{s}^*) \quad (10b)$$

onde \mathbf{K}_N é a matriz de covariância definida na forma $K_{ij} = k(s_i, s_j)$ e $\tilde{\mathbf{d}}(\mathbf{s}) = [d(s_1) - \mu(s_1), \dots, d(s_N) - \mu(s_N)]^\top$. Como kernel da distribuição, a função exponencial quadrática, i.e., $k(\mathbf{s}, \mathbf{s}') = \sigma_f^2 \exp[-0.5(\|\mathbf{s} - \mathbf{s}'\|/\ell)^2]$ foi utilizada, onde σ_f e ℓ são os hiper-parâmetros da distribuição.

Aqui propomos a Equação 10a para calcular as componentes de $\hat{\mathbf{d}}$, i.e., $\hat{d}_i = \mathbb{E}[d(s_i^*) | \mathcal{D}_N]$. Além disso, será considerado que a perturbação está compreendida dentro de um intervalo de 95% de confiança, ou seja, $\hat{\mathbf{d}} - 2\sigma \leq \mathbf{d} \leq \hat{\mathbf{d}} + 2\sigma$ onde $\sigma_i^2 = \mathbb{V}[d(s_i^*) | \mathcal{D}_N]$.

3.3 Prova de estabilidade

Para provar a estabilidade do sistema, considere a função definida positiva candidata de Lyapunov $V(t) = \frac{1}{2} \mathbf{s}_\phi^\top \mathbf{s}_\phi$, onde $\mathbf{s}_\phi = \mathbf{s} - \phi \text{sat}(\phi^{-1}\mathbf{s})$ é a distância de s_i até ϕ_i .

Logo, realizando a derivada com respeito ao tempo de $V(t)$, e levando em consideração que $\dot{\mathbf{s}}_\phi = \mathbf{s}_\phi = \mathbf{0}$ dentro da camada limite e que $\dot{\mathbf{s}}_\phi = \dot{\mathbf{s}}$ fora dela,

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) &= \mathbf{s}_\phi^\top \dot{\mathbf{s}} \\ &= \mathbf{s}_\phi^\top (\alpha_a \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_a + \alpha_u \dot{\tilde{\mathbf{q}}}_u + \dot{\mathbf{s}}_r) \\ &= \mathbf{s}_\phi^\top [\alpha_a \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1}(\mathbf{f}'_a + \mathbf{u} + \mathbf{p}'_a) + \\ &\quad \alpha_u \mathbf{M}'_{uu}{}^{-1}(\mathbf{f}'_u - \mathbf{M}'_{au}{}^\top \mathbf{M}'_{aa}{}^{-1} \mathbf{u} + \mathbf{p}'_u) + \dot{\mathbf{s}}_r] \\ &= \mathbf{s}_\phi^\top [\mathbf{f}_s + \mathbf{d} + \dot{\mathbf{s}}_r + \mathbf{M}'_s \mathbf{u}] \end{aligned} \quad (11)$$

Aplicando a lei de controle (7), e notando que $\text{sat}(\phi^{-1}\mathbf{s}) = \text{sgn}(\phi^{-1}\mathbf{s})$ fora da camada limite, onde $\text{sgn}(\cdot)$ é a função sinal,

$$\dot{V}(t) = \mathbf{s}_\phi^\top [\mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}} - \kappa \text{sgn}(\phi^{-1}\mathbf{s})] \quad (12)$$

Conforme discutido anteriormente sobre as fronteiras de \mathbf{d} , pode-se colocar que $\|\mathbf{d} - \hat{\mathbf{d}}\|_\infty \leq 2\|\boldsymbol{\sigma}\|_\infty$. Assim, definindo o ganho de acordo com $\kappa \geq \eta + 2\|\boldsymbol{\sigma}\|_\infty$, sendo η uma constante estritamente positiva, conclui-se que,

$$\dot{V}(t) \leq -\eta\|\mathbf{s}_\phi\|_1 \quad (13)$$

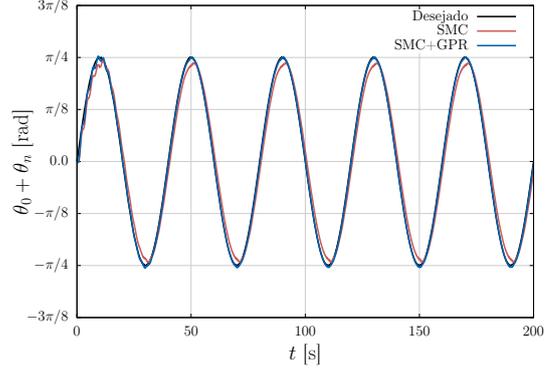
que implica $V(t) \leq V(0)$ e que qualquer estado inicial convergirá para a camada limite (Bessa et al., 2019), garantindo assim a estabilidade assintótica do sistema.

4. RESULTADOS

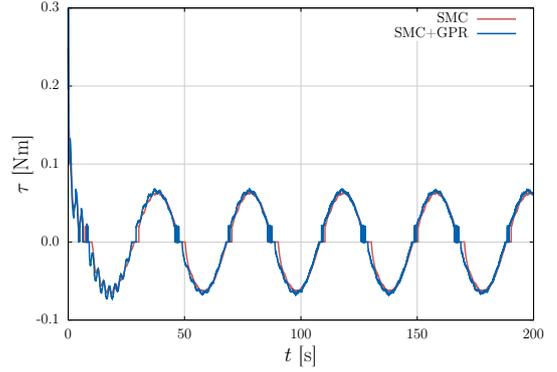
Toda a implementação foi realizada em C++. As taxas de amostragem do controlador e do simulador foram de 1 kHz e 10 kHz, respectivamente. O método de Runge-Kutta de 4ª ordem foi utilizado para resolver a equação da dinâmica do sistema. Os parâmetros do modelo foram: comprimento do manipulador $L = 1$ m, número de graus de liberdade $N = 50$, módulo de elasticidade $E = 190$ GPa, massa da carga na ponta do manipulador $m = 0.1$ kg e momento de inércia da base $I_h = 1$ kgm², além das variáveis necessárias para calcular as massas concentradas equivalentes m_i e rigidez das molas equivalentes k_i (Ge et al., 1997), tais como: a área da seção transversal do manipulador $A = 20$ mm², o momento de inércia de área $I = 1.67$ mm⁴, a constante do primeiro modo de vibração $\beta = 1.3562$ e a densidade linear de massa $\rho = 0.154$ kg/m. Foram realizadas simulações tanto para o controlador convencional (SMC) quanto para a proposta utilizando GPR (SMC+GPR) para o rastreamento da trajetória $\theta_d = \pi/4 \sin(0.05\pi t)$, Figuras 2 e 3. Os parâmetros do controlador foram: $\phi = 0.3$, $\eta = 0.1$, $\delta = 0.1$, $\alpha_a = \lambda_a = 0.5$, $\alpha_u = 0.002$ e $\lambda_u = 0.01$, além da consideração que tanto a rigidez quanto a zona morta são desconhecidos, ou seja, $\hat{f}_s = 0$. Para o GPR foram adotados os hiper-parâmetros $\sigma_\varepsilon = 0.01$, $\sigma_f = 0.1$ e $\ell = 0.01$. Já que o período da trajetória senoidal é de 40 s e que a janela da GPR admite até 50 amostras, foi adotado no método da janela deslizante que um novo ponto do conjunto de treinamento é recebido a cada 0.8 s de modo que a janela ocupe todo o período da trajetória. Também foi considerado que a média a priori da distribuição é nula, i.e. $\mu(s) = 0$.

Podemos observar pelas Figuras 2a e 2c que a inclusão do compensador GPR levou a uma melhora no rastreamento com sensível redução do erro associado, respectivamente. Essa melhora de desempenho é observada sem muita diferença no esforço de controle, conforme pode ser observado na Figura 2b. Podemos notar que por conta da inclusão do compensador, nos primeiros 20 s de simulação existe uma oscilação de alta frequência, mas que vai reduzindo bastante no decorrer do tempo, a medida que a distribuição GP interage com o ambiente e vai atualizando seu conjunto de treinamento. Também mostramos a variável de erro combinado s para mostrar de forma geral a melhora do desempenho de controle quando comparamos o controlador SMC sem e com o Processo Gaussiano.

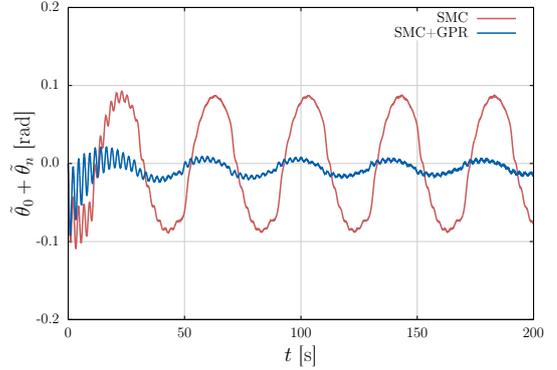
Na Figura 3 mostramos a distribuição do GP sob duas perspectivas. A primeira Figura 3a, corresponde a evolução



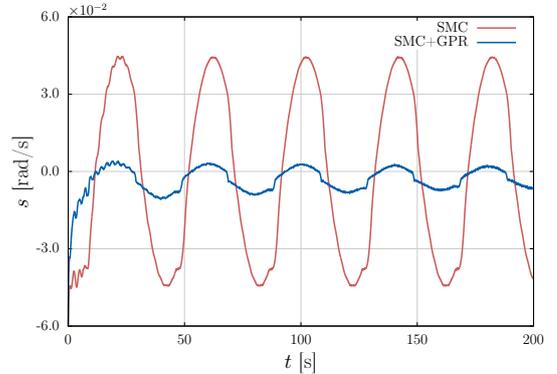
(a) Rastreamento de trajetória.



(b) Torque de entrada.

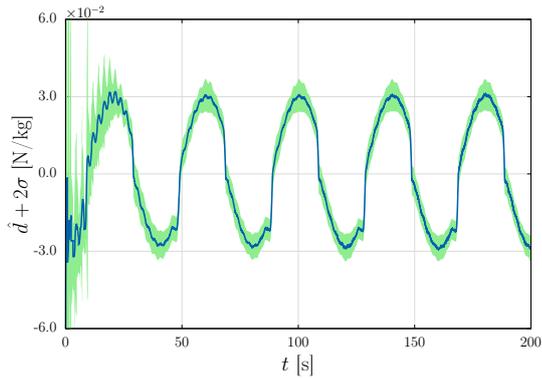


(c) Erro de rastreamento.

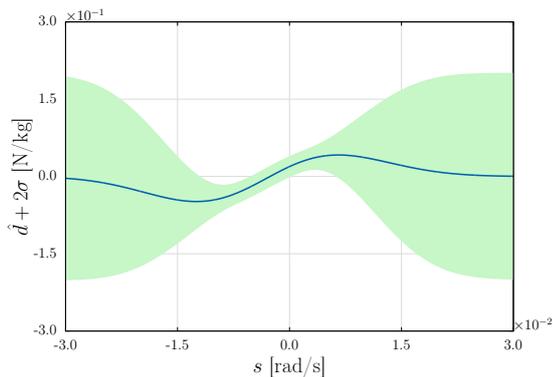


(d) Variável de erro combinado, s .

Figura 2. Resultados de simulação.



(a) Saída do compensador GPR.



(b) Distribuição do Processo Gaussiano.

Figura 3. Processo Gaussiano.

temporal do regressor. Podemos observar que o mesmo comportamento oscilatório observado nos outros gráficos aparece também neste. Também vemos que nos primeiros instantes, quando o GP vai recebendo suas primeiras amostras, temos uma alta incerteza associada a distribuição que vai se estabilizando a medida que a janela passa a compreender todo o período de rastreamento. Já a Figura 3b mostra a distribuição GP montada de forma *off-line* com os pontos do conjunto de treinamento dos últimos 40 s de simulação. Cruzando as informações das Figuras 2d e 3b, observamos que no período de simulação mencionado, a variável s fica dentro de um intervalo de $[-0.01, 0.01]$ cuja distribuição possui menor grau de incerteza, pois os pontos de entrada do conjunto de treinamento estão contidos nessa região. Contudo, quando caminhamos para regiões mais afastadas desse intervalo, vemos que a distribuição passa a ter um alto grau de incerteza com a média convergindo para a priori nula.

5. CONCLUSÃO

Nesse trabalho propomos a utilização de um Controlador por Modos Deslizantes para sistemas subatuados que utiliza a Regressão por Processo Gaussiano para compensação de incertezas e dinâmica não modelada. Esse controlador foi aplicado para um manipulador flexível de um único elo. Apesar da discretização do manipulador, para efeitos de controle consideramos apenas que possuímos os dados da base e da ponta, o que implica em considerável redução de custos de instrumentação. Uma prova de estabilidade utilizando o Teorema de Lyapunov foi desenvolvida. Resultados numéricos demonstraram que a inclusão do regressor

do Processo Gaussiano causou significativa melhora no desempenho de controle além de poder obter não só uma distribuição da perturbação como limites dessa estimação.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e da Fundação Alemã de Pesquisa (DFG), no âmbito do projeto PIPC 88881.473092/2019-1. Wallace M. Bessa agradece ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio ao projeto de pesquisa nº 308429/2017-6. Gabriel S. Lima agradece à CAPES por sua bolsa de pós-graduação.

REFERÊNCIAS

- Alam, W., Mehmood, A., Ali, K., Javaid, U., Alharbi, S., and Iqbal, J. (2018). Nonlinear control of a flexible joint robotic manipulator with experimental validation. *Strojniški vestnik-Journal of Mechanical Engineering*, 64(1), 47–55.
- Aran, V. and Unel, M. (2018). Gaussian process regression feedforward controller for diesel engine airpath. *International Journal of Automotive Technology*, 19(4), 635–642.
- Ashrafiuon, H. and Erwin, R.S. (2008). Sliding mode control of underactuated multibody systems and its application to shape change control. *International Journal of Control*, 81(12), 1849–1858.
- Bessa, W.M., Otto, S., Kreuzer, E., and Seifried, R. (2019). An adaptive fuzzy sliding mode controller for uncertain underactuated mechanical systems. *Journal of Vibration and Control*, 25(9), 1521–1535.
- Bouteraa, Y., Abdallah, I.B., and Ghommam, J. (2018). Task-space region-reaching control for medical robot manipulator. *Computers & Electrical Engineering*, 67, 629–645.
- Cho, K. and Oh, S. (2018). Learning-based model predictive control under signal temporal logic specifications. In *2018 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA)*, 7322–7329. IEEE.
- Dwivedy, S.K. and Eberhard, P. (2006). Dynamic analysis of flexible manipulators, a literature review. *Mechanism and machine theory*, 41(7), 749–777.
- Ge, S., Lee, T., and Zhu, G. (1997). A new lumping method of a flexible manipulator. In *Proceedings of the 1997 American Control Conference (Cat. No. 97CH36041)*, volume 3, 1412–1416. IEEE.
- Ghorbani, H., Tarvirdizadeh, B., Alipour, K., and Hadi, A. (2019). Near-time-optimal motion control for flexible-link systems using absolute nodal coordinates formulation. *Mechanism and Machine Theory*, 140, 686–710.
- Ishijima, Y., Tzeranis, D., and Dubowsky, S. (2005). The on-orbit maneuvering of large space flexible structures by free-flying robots. In *The 8th International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space*.
- Jin, F.F. and Guo, B.Z. (2019). Boundary output tracking for an euler-bernoulli beam equation with unmatched perturbations from a known exosystem. *Automatica*, 109, 108507.
- Joshi, G. and Chowdhary, G. (2018). Adaptive control using gaussian-process with model reference generative

- network. In *2018 IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, 237–243. IEEE.
- Klenske, E.D., Zeilinger, M.N., Schölkopf, B., and Hennig, P. (2015). Gaussian process-based predictive control for periodic error correction. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 24(1), 110–121.
- Lima, G.S., Bessa, W.M., and Trimpe, S. (2018). Depth control of underwater robots using sliding modes and gaussian process regression. In *2018 Latin American Robotic Symposium, 2018 Brazilian Symposium on Robotics (SBR) and 2018 Workshop on Robotics in Education (WRE)*, 8–12. IEEE.
- Lima, G.S., Trimpe, S., and Bessa, W.M. (2020). Sliding mode control with gaussian process regression for underwater robots. *Journal of Intelligent & Robotic Systems*, 1–12.
- Liu, M., Chowdhary, G., Da Silva, B.C., Liu, S.Y., and How, J.P. (2018). Gaussian processes for learning and control: A tutorial with examples. *IEEE Control Systems Magazine*, 38(5), 53–86.
- Lochan, K., Roy, B., and Subudhi, B. (2016). A review on two-link flexible manipulators. *Annual Reviews in Control*, 42, 346–367.
- Marco, A., Hennig, P., Bohg, J., Schaal, S., and Trimpe, S. (2016). Automatic lqr tuning based on gaussian process global optimization. In *2016 IEEE international conference on robotics and automation (ICRA)*, 270–277. IEEE.
- Marco, A., Hennig, P., Schaal, S., and Trimpe, S. (2017). On the design of lqr kernels for efficient controller learning. In *2017 IEEE 56th Annual Conference on Decision and Control (CDC)*, 5193–5200. IEEE.
- Meggiolaro, M.A. and Dubowsky, S. (2001). Improving the positioning accuracy of powerful manipulators with application in nuclear maintenance. In *Proceedings of the 16th Brazilian Congress of Mechanical Engineering on Robotics and Control*, volume 15, 210–219.
- Neumann-Brosig, M., Marco, A., Schwarzmann, D., and Trimpe, S. (2019). Data-efficient autotuning with bayesian optimization: An industrial control study. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*.
- Qiu, Z.c., Li, C., and Zhang, X.m. (2019). Experimental study on active vibration control for a kind of two-link flexible manipulator. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 118, 623–644.
- Qiu, Z.c. and Zhang, W.z. (2019). Trajectory planning and diagonal recurrent neural network vibration control of a flexible manipulator using structural light sensor. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 132, 563–594.
- Sabatini, M., Gasbarri, P., Monti, R., and Palmerini, G.B. (2012). Vibration control of a flexible space manipulator during on orbit operations. *Acta astronautica*, 73, 109–121.
- Soltanpour, M.R., Moattari, M., et al. (2019). Voltage based sliding mode control of flexible joint robot manipulators in presence of uncertainties. *Robotics and Autonomous Systems*, 118, 204–219.
- Williams, C.K. and Rasmussen, C.E. (2006). *Gaussian processes for machine learning*, volume 2. MIT press Cambridge, MA.
- Xing, X. and Liu, J. (2019). Pde model-based state-feedback control of constrained moving vehicle-mounted flexible manipulator with prescribed performance. *Journal of Sound and Vibration*, 441, 126–151.