

Backstepping com Aproximação Adaptativa e Redução de Complexidade para um Sistema de Rotor Duplo *

Fernanda R. Macedo* Leonardo A. B. Tôrres**
Victor C. S. Campos***

* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, (e-mail: ferrmacedo96@gmail.com).

** Departamento de Engenharia Eletrônica, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, (e-mail: leotorres@ufmg.br).

*** Departamento de Engenharia Eletrônica, Universidade Federal de Minas Gerais, MG, (e-mail: victor@cpdee.ufmg.br).

Abstract: In this article, a new approach for the adaptive backstepping technique using model approximation is applied for a nonlinear electromechanical system known as Twin-Rotor MIMO System – TRMS in the control of its pitch angle (SISO mode of operation). A fuzzy Takagi-Sugeno (TS) model is used to represent the unknown part of the dynamics. In order to reduce complexity in the controller design by backstepping, command filters are also used to avoid calculating the time derivatives of the virtual control actions. In addition, a dead zone nonlinearity is used to deactivate the adaptation law in the region where the convergence of the Lyapunov function is not guaranteed in order to avoid drift in the estimated parameters. The effectiveness of the controller is investigated by means of numerical simulations, while emphasizing the reduction in the number of estimated parameters.

Resumo: Neste artigo, é proposta uma nova abordagem de aproximação adaptativa baseada na técnica de *backstepping* para o controle do ângulo de arfagem (modo de operação SISO) de um sistema eletromecânico conhecido como *Twin-Rotor MIMO System* – TRMS. Aproximadores universais na lei de controle são usados para estimar a parte desconhecida da dinâmica, usando modelos nebulosos Takagi-Sugeno (TS). De modo a se reduzir a complexidade no projeto do controlador por *backstepping*, filtros de comando são utilizados para evitar o cálculo explícito das derivadas temporais das ações de controle virtuais. Uma modificação de zona morta, desligando a lei de adaptação na região em que não se pode garantir a convergência da função de Lyapunov, é utilizada de modo a evitar o problema de deriva dos parâmetros. A eficácia do projeto do controlador é investigada por meio de simulações numéricas, enfatizando-se a redução no número de parâmetros a serem estimados.

Keywords: Adaptive Control; Backstepping; complexity reduction; universal approximator; uncertain nonlinear system.

Palavras-chaves: Controle Adaptativo; *Backstepping*; redução de complexidade; aproximador universal; sistema não linear incerto.

1. INTRODUÇÃO

Controle robusto de sistemas dinâmicos é um tópico de grande relevância para a sociedade, haja em vista o fato de os modelos matemáticos empregados no projeto de sistema de controle serem aproximações da realidade. Tais aproximações muitas vezes se traduzem como desconhecimento dos valores exatos de parâmetros empregados nestes modelos. Entretanto, a despeito do fato de existirem bem conhecidas ferramentas de análise e síntese de controladores para o caso de modelos incertos lineares e invariantes no tempo, ainda há espaço para se propor metodologias de

análise e síntese quando são empregados modelos incertos não lineares. Tais modelos são naturalmente utilizados quando se procura descrever o comportamento dinâmico de sistemas reais por meio de leis físicas.

Um exemplo deste caso é a planta didática para ensino de controle conhecida como *Twin-Rotor MIMO System* – TRMS (Feedback Instruments, 2006). O controle do TRMS tem sido considerado como um tópico de pesquisa desafiador e é um problema interessante de identificação, modelagem e controle, o que tem atraído a atenção de muitos pesquisadores (Wen and Lu, 2008; Tao et al., 2010; Saroj et al., 2013; Ahmad et al., 2000).

Controladores baseados em regras nebulosas, redes neurais e linearização por realimentação também foram projetados para o rastreamento de ângulos de guinada e arfagem

* O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) - Processo: 133366/2019-7.

no TRMS (Rahideh et al., 2007). Em (Li and Yang, 2011) é realizada uma análise comparativa entre controle inteligente e controle clássico para o TRMS.

Abordagens com modelagem adaptativa também têm se mostrado eficazes. Em (Shaik et al., 2011) as não linearidades desconhecidas são estimadas usando uma rede neural de Chebyshev (CNN), cujos pesos são ajustados de forma adaptativa. Toha and Tokhi (2010) usam um modelo de inferência neuro-fuzzy adaptativo, cujo antecedente é ajustado pelo algoritmo de otimização de enxame de partículas, em busca de um modelo não paramétrico para o TRMS. Nos últimos anos, a técnica de *backstepping* tem sido também utilizada (Rahideh et al., 2007; Yang and Hsu, 2009).

Neste artigo se propõe o controle por uma abordagem de aproximação adaptativa combinada à técnica *backstepping* para o TRMS, no modo de operação SISO em que o sistema só se movimenta no plano vertical ao variar seu ângulo de arfagem, sendo descrito por um modelo não linear incerto de terceira ordem. Em nossa metodologia, as funções desconhecidas são substituídas por aproximadores universais Takagi-Sugeno. A principal vantagem do esquema de *backstepping* adaptativo é que ele frequentemente oferece um bom desempenho em termos de estabilidade e rastreamento de referência (Krstic et al., 1995).

O objetivo neste trabalho é fazer com que o ângulo de arfagem do TRMS siga uma referência desejada que não foi pré-estabelecida. Para tanto, utiliza-se na abordagem *backstepping* adaptativo a técnica de filtro de comando, proposta por Farrell and Polycarpou (2006), para evitar a complexidade do cálculo analítico de derivadas de sinais de controle virtual no procedimento padrão de *backstepping*, e permitir o uso deste procedimento, uma vez que o modelo do sistema não é de realimentação estrita (Krstic et al., 1995). Emprega-se ainda uma modificação da técnica de *backstepping* adaptativo, como proposto em (Chen et al., 2012), visando a redução do número de parâmetros a serem estimados. Enfatiza-se aqui o fato de que, tal modificação para a redução do número de parâmetros estimados não é normalmente utilizada em conjunto com a técnica de filtro de comando. Por fim, usamos ainda a modificação robusta de zona morta, em que a lei de adaptação é desligada na região em que não se pode garantir convergência dos parâmetros para um conjunto limitado. Os resultados da simulação mostram a eficácia do algoritmo de controle.

1.1 Organização

Na seção 2 é descrito o sistema TRMS e o modelo usado na síntese do controlador. O controle adaptativo usando a técnica *backstepping*, e os resultados de simulação, são apresentados nas seções 3 e 4, respectivamente. Na seção 5, serão apresentadas algumas conclusões acerca do controlador, assim como melhorias que devem ser feitas para trabalhos futuros.

2. DESCRIÇÃO DO SISTEMA TRMS

O sistema eletromecânico de rotor duplo (*Twin-Rotor MIMO System – TRMS*) (Figura 1) consiste em uma viga articulada em sua base, de modo que possa girar livremente tanto nos planos horizontal e vertical. Além disso,

um braço de contrapeso com um peso na extremidade é fixado na viga no pivô para que cada par rotor-sensor seja associado a um dos possíveis movimentos de arfagem e guinada. Nas duas extremidades da viga, existem duas hélices acionadas por dois motores DC independentes, cujas velocidades angulares são resultado da variação das tensões de entrada aplicadas. Os movimentos angulares do sistema são realizados principalmente por torques resultantes da força propulsora (Feedback Instruments, 2006). Neste trabalho consideramos apenas o movimento de arfagem θ mostrado na Fig. 1.

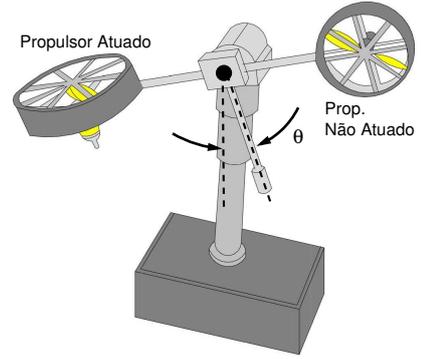


Figura 1. Sistema eletromecânico de rotor duplo (*Twin-Rotor MIMO System – TRMS*).

Fazemos uso do modelo não linear de terceira ordem obtido por meio de dados experimentais, reportado em (Galindo et al., 2016; Galindo, 2017):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= \frac{1}{J} [c_{t1}x_3^2 \text{sign}(x_3) + c_{t2}x_3 + c_w \text{sen}(x_1) + c_f x_2], \\ \dot{x}_3 &= \frac{1}{\tau_e} (-x_3 + g_{dc}u), \\ y &= x_1, \end{aligned} \quad (1)$$

sendo x_1 o ângulo de arfagem, em [rad]; x_2 a velocidade angular de arfagem, em [rad/s]; x_3 a velocidade de rotação da hélice do rotor principal, em [rad/s]; u é a tensão contínua aplicada ao motor elétrico que aciona a hélice do rotor, em [V]; e y é a medição da saída. Os parâmetros identificados a partir de dados experimentais em (Galindo, 2017) são: $J = 7,02 \times 10^{-2} \text{ Kg m}^2$; $c_{t1} = 0,0152 \text{ Nm}/(\text{rad/s})^2$; $c_{t2} = 0,0738 \text{ Nm}/(\text{rad/s})$; $c_w = -0,3199 \text{ Nm}$; $c_f = -11,5 \times 10^{-3} \text{ Nm}/(\text{rad/s})$; $\tau_e = 0,7185 \text{ s}$; $g_{dc} = 1,0965 \text{ rad/s}^2/\text{V}$.

Nosso objetivo é projetar um controlador adaptativo de modo que a saída y do sistema siga um sinal de referência desejado y_d , enquanto todos os sinais no sistema de malha fechada permaneçam limitados.

3. CONTROLADOR ADAPTATIVO BACKSTEPPING

Etapa 1: De forma a utilizarmos uma abordagem de *backstepping* por filtro de comando apresentada por Farrell and Polycarpou (2006), consideramos, para o projeto do controlador, que o nosso sistema é descrito por

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= f_2(x_1, x_2) + g_2(x_3)x_3, \\ \dot{x}_3 &= \theta_{f3}x_3 + \theta_{g3}u. \end{aligned} \quad (2)$$

em que as funções $f_2(x_1, x_2)$ e $g_2(x_3)$, assim como os parâmetros θ_{f_2} e θ_{g_2} são desconhecidos. As variáveis de erro de rastreamento são definidas como

$$z_1 = x_1 - y_d, \quad z_2 = x_2 - x_{2d}, \quad z_3 = x_3 - x_{3d};$$

em que x_{2d} e x_{3d} serão determinados pelo controlador *backstepping*, regulando $z = [z_1, z_2, z_3]^T$ a zero. E os erros de rastreamento compensados são definidos como

$$s_1 = z_1 - \xi_1, \quad s_2 = z_2 - \xi_2, \quad s_3 = z_3;$$

com ξ_1, ξ_2 representando os erros filtrados entre os estados desejados e suas filtrações, que serão determinados pelo controlador. No projeto usando filtro de comando as variáveis que o controlador realmente leva para zero são os erros compensados s , diferentemente de um controlador *backstepping* tradicional que leva z para zero. Com uma boa escolha de filtros de comando, a diferença entre estes sinais se torna pequena.

Etapa 2: Definimos a lei de controle virtual para o primeiro subsistema como

$$\alpha_1 = -k_1 z_1 + \dot{y}_d \quad (3)$$

sendo k_1 uma constante positiva.

Definimos o estado desejado não filtrado

$$x_{2d}^0 = \alpha_1 - \xi_2 \quad (4)$$

e o estado desejado filtrado por meio do filtro de comando

$$\dot{x}_{2d} = -a x_{2d} + a x_{2d}^0 \quad (5)$$

O filtro de erro entre o estado desejado e o estado desejado filtrado, é dado por

$$\dot{\xi}_1 = -k_1 \xi_1 + (x_{2d} - x_{2d}^0) \quad (6)$$

A dinâmica do primeiro erro compensado passa a ser dada por

$$\begin{aligned} \dot{s}_1 &= \dot{z}_1 - \dot{\xi}_1 = \dot{x}_1 - \dot{y}_d - \dot{\xi}_1 \\ \dot{s}_1 &= x_2 - \dot{y}_d + k_1 \xi_1 - (x_{2d} - x_{2d}^0) \\ \dot{s}_1 &= x_2 - x_{2d} + x_{2d}^0 - \dot{y}_d + k_1 \xi_1 \\ \dot{s}_1 &= z_2 - k_1 z_1 + \dot{y}_d - \xi_2 - \dot{y}_d + k_1 \xi_1 \\ \dot{s}_1 &= -k_1 s_1 + s_2 \end{aligned} \quad (7)$$

Selecionamos a seguinte candidata a função de Lyapunov

$$V_1 = \frac{1}{2} s_1^2 \quad (8)$$

onde $V > 0, \forall x \neq 0$ e $V(0) = 0$.

De modo que sua derivada temporal será dada por

$$\dot{V}_1 = s_1 \dot{s}_1 = -k_1 s_1^2 + s_1 s_2 \quad (9)$$

o primeiro termo, $-k_1 s_1^2$, é definido negativo. Já o segundo pode assumir qualquer sinal. Por isso, vamos tratar dele com a ação de controle virtual/função de Lyapunov do próximo estado.

Etapa 3: Prosseguimos com a equação diferencial do segundo estado em (1). Aproximamos a dinâmica desconhecida utilizando modelos Takagi-Sugeno (como aproximadores universais) de modo que

$$\begin{aligned} \dot{x}_2 &= h_2(x_1, x_2)^T \theta_{f_2} + \epsilon_{f_2}(x_1, x_2) + h_3(x_3)^T \theta_{g_2} x_3 \\ &\quad + \epsilon_{g_2}(x_3) x_3 \end{aligned} \quad (10)$$

com $h_2(x_1, x_2)$ e $h_3(x_3)$ as funções de pertinência normalizadas dos aproximadores θ_{f_2} e θ_{g_2} os parâmetros dos modelos TS, e $\epsilon_{f_2}(x_1, x_2)$ e $\epsilon_{g_2}(x_3)$ os erros de aproximação

entre as funções originais e os aproximadores. Podemos considerar um único erro de aproximação conjunto

$$\delta = \epsilon_{f_2}(x_1, x_2) + \epsilon_{g_2}(x_3) x_3 \quad (11)$$

De forma a reduzir o número de parâmetros estimados pelo controlador adaptativo, fazemos uso da abordagem apresentada em Chen et al. (2012) e propomos o uso de um controlador que faça uso apenas da norma dos parâmetros θ_{f_2} na lei de controle.

Definimos a lei de controle virtual α_2 como

$$\alpha_2 = \frac{-s_1 - k_2 z_2 + \dot{x}_{2d} - \frac{1}{2\nu} s_2 \hat{\gamma} h_2^T h_2}{h_{g_3}^T \hat{\theta}_{g_2}} \quad (12)$$

em que $\hat{\gamma}$ é uma estimativa para a norma ao quadrado dos parâmetros θ_{f_2} , $\hat{\theta}_{g_2}$ é uma estimativa para os parâmetros θ_{g_2} , ν é um parâmetro positivo de sintonia do controlador. Definimos o estado desejado

$$x_{3d}^0 = \alpha_2 \quad (13)$$

Note que, diferentemente de como definimos x_{2d}^0 não utilizamos um filtro de erro (porque x_3 é o nosso último estado e, portanto, temos que $\xi_3 = 0$). Sendo assim, definimos o estado desejado x_{3d} por meio de uma filtração, que pode ser por exemplo

$$\dot{x}_{3d} = -a x_{3d} + a x_{3d}^0 \quad (14)$$

que é nosso filtro de comando. Definimos também nosso filtro de erro (entre o estado desejado e o estado desejado filtrado), dado por

$$\dot{\xi}_2 = -k_2 \xi_2 + h_3^T \hat{\theta}_{g_2} (x_{3d} - x_{3d}^0) \quad (15)$$

Dessa forma, a dinâmica do segundo erro compensado passa a ser dada por

$$\begin{aligned} \dot{s}_2 &= \dot{z}_2 - \dot{\xi}_2 \\ \dot{s}_2 &= \dot{x}_2 - \dot{x}_{2d} - \dot{\xi}_2 \\ \dot{s}_2 &= h_2^T \theta_{f_2} + h_3^T \theta_{g_2} x_3 + \delta - \dot{x}_{2d} + k_2 \xi_2 \\ &\quad - h_3^T \hat{\theta}_{g_2} (x_{3d} - x_{3d}^0) + h_3^T \hat{\theta}_{g_2} x_3 - h_3^T \hat{\theta}_{g_2} x_3 \\ \dot{s}_2 &= -s_1 - k_2 s_2 + h_3^T \hat{\theta}_{g_2} s_3 + h_3^T \tilde{\theta}_{g_2} x_3 + h_2^T \theta_{f_2} \\ &\quad - \frac{1}{2\nu} s_2 \hat{\gamma} h_2^T h_2 + \delta \end{aligned} \quad (16)$$

com $\tilde{\theta}_{g_2} = \theta_{g_2} - \hat{\theta}_{g_2}$ Para a segunda dinâmica consideramos a função de Lyapunov da forma

$$V_2 = \frac{1}{2} s_2^2 + \frac{1}{2\Gamma_\gamma} \tilde{\gamma}^2 + \frac{1}{2} \tilde{\theta}_{g_2}^T \Gamma_{g_2}^{-1} \tilde{\theta}_{g_2} \quad (17)$$

com $\tilde{\gamma} = \gamma - \hat{\gamma}$.

A derivada temporal deste termo será dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &= s_2 \dot{s}_2 - \frac{1}{\Gamma_\gamma} \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} - \tilde{\theta}_{g_2}^T \Gamma_{g_2}^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_{g_2} \\ \dot{V}_2 &= -k_2 s_2^2 - s_1 s_2 + h_3^T \hat{\theta}_{g_2} s_2 s_3 + s_2 (h_3^T \tilde{\theta}_{g_2} x_3 \\ &\quad + h_2^T \theta_{f_2} - \frac{1}{2\nu} s_2 \hat{\gamma} h_2^T h_2 + \delta) - \frac{1}{\Gamma_\gamma} \tilde{\gamma} \dot{\tilde{\gamma}} - \tilde{\theta}_{g_2}^T \Gamma_{g_2}^{-1} \dot{\tilde{\theta}}_{g_2} \end{aligned} \quad (18)$$

Adaptando a abordagem apresentada em Chen et al. (2012), temos que

$$s_2 h_2^T \theta_{f_2} \leq \frac{1}{2} \left(\nu + \frac{1}{\nu} s_2^2 \theta_{f_2}^T \theta_{f_2} h_2^T h_2 \right) = \frac{1}{2} \nu + \frac{1}{2\nu} s_2^2 \gamma h_2^T h_2 \quad (19)$$

com $\gamma = \theta_{f_2}^T \theta_{f_2}$.

Dessa forma, temos que a derivada temporal do segundo termo da função de Lyapunov pode ser limitada por

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 \leq & -k_2 s_2^2 - s_1 s_2 + h_3^T \hat{\theta}_{g_2} s_2 s_3 + \tilde{\theta}_{g_2}^T h_3 x_3 s_2 \\ & + \frac{1}{2\nu} s_2^2 \tilde{\gamma} h_2^T h_2 + \left(\frac{1}{2}\nu + s_2 \delta\right) - \frac{1}{\Gamma_\gamma} \tilde{\gamma} \dot{\gamma} - \tilde{\theta}_{g_2}^T \Gamma_{g_2}^{-1} \dot{\hat{\theta}}_{g_2} \end{aligned} \quad (20)$$

Escolhendo as leis de adaptação

$$\dot{\gamma} = \frac{\Gamma_\gamma}{2\nu} s_2^2 h_2^T h_2, \quad (21)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{g_2} = \Gamma_{g_2} h_3 x_3 s_2, \quad (22)$$

o limitante superior para a derivada temporal do segundo termo da função de Lyapunov se torna

$$\dot{V}_2 \leq -k_2 s_2^2 - s_1 s_2 + h_3^T \hat{\theta}_{g_2} s_2 s_3 + \left(\frac{1}{2}\nu + s_2 \delta\right) \quad (23)$$

O primeiro termo, $-k_2 s_2^2$, é definido negativo, como queremos. O segundo termo, será responsável por cancelar o termo que sobrou da parte da função de Lyapunov da primeira dinâmica. O terceiro, porém, pode assumir qualquer tipo de sinal e será tratado pela ação de controle/função de Lyapunov do último estado. O último termo, porém, é resultado do uso dos aproximadores universais, e da simplificação para estimação em norma, e podem causar um problema em nossa análise. Portanto, uma modificação robusta na lei de controle será realizada de forma a limitar os efeitos causados por esse termo.

Etapa 4: Para o terceiro estado, temos a ação de controle

$$u = \frac{-\hat{\theta}_{f_3} x_3 - k_3 z_3 + \dot{x}_{3d} - h_3^T \hat{\theta}_{g_2} s_2}{\hat{\theta}_{g_3}} \quad (24)$$

Para esse estado, não precisamos definir um filtro de comando, uma vez que a equação acima já representa a ação de controle que será aplicada sobre o sistema. Por conta disso, também não precisamos definir um filtro de erro (e temos que $\xi_3 = 0$). Dessa forma, a dinâmica do terceiro erro compensado, passa a ser dada por

$$\begin{aligned} \dot{s}_3 &= \dot{z}_3 - \dot{\xi}_3 = \dot{x}_3 - \dot{x}_{3d} \\ \dot{s}_3 &= \theta_{f_3} x_3 + \theta_{g_3} u - \dot{x}_{3d} + \hat{\theta}_{g_3} u - \hat{\theta}_{g_3} u \\ \dot{s}_3 &= -k_3 s_3 - h_3^T \hat{\theta}_{g_2} s_2 + \tilde{\theta}_{f_3} x_3 + \tilde{\theta}_{g_3} u \end{aligned} \quad (25)$$

Para a terceira dinâmica consideramos a função de Lyapunov da forma

$$V_3 = \frac{1}{2} s_3^2 + \frac{1}{2\Gamma_{f_3}} \tilde{\theta}_{f_3}^2 + \frac{1}{2\Gamma_{g_3}} \tilde{\theta}_{g_3}^2 \quad (26)$$

De modo que sua derivada temporal será dada por

$$\begin{aligned} \dot{V}_3 &= s_3 \dot{s}_3 - \frac{1}{\Gamma_{f_3}} \tilde{\theta}_{f_3} \dot{\hat{\theta}}_{f_3} - \frac{1}{\Gamma_{g_3}} \tilde{\theta}_{g_3} \dot{\hat{\theta}}_{g_3} \\ \dot{V}_3 &= -k_3 s_3^2 - h_3^T \hat{\theta}_{g_2} s_2 s_3 + \tilde{\theta}_{f_3} x_3 s_3 \\ &+ \tilde{\theta}_{g_3} u s_3 - \frac{1}{\Gamma_{f_3}} \tilde{\theta}_{f_3} \dot{\hat{\theta}}_{f_3} - \frac{1}{\Gamma_{g_3}} \tilde{\theta}_{g_3} \dot{\hat{\theta}}_{g_3} \end{aligned} \quad (27)$$

Escolhendo as leis de adaptação

$$\dot{\hat{\theta}}_{f_3} = \Gamma_{f_3} x_3 s_3, \quad (28)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{g_3} = \Gamma_{g_3} s_3 u, \quad (29)$$

A derivada temporal seria dada por

$$\dot{V}_3 = -k_3 s_3^2 - h_3^T \hat{\theta}_{g_2} s_2 s_3 \quad (30)$$

O primeiro termo, $-k_3 s_3^2$, é definido negativo, como queremos. O segundo termo, será responsável por cancelar o termo que sobrou da parte da função de Lyapunov da segunda dinâmica.

Etapa 5: Dessa forma, se escolhermos a função de Lyapunov para o sistema em malha fechada como um todo

$$V = V_1 + V_2 + V_3 \quad (31)$$

teremos

$$\dot{V} \leq -k_1 s_1^2 - k_2 s_2^2 - k_3 s_3^2 + \delta s_2 + \frac{1}{2}\nu \quad (32)$$

É possível mostrar que nossa lei de controle garante apenas que o erro de rastreamento compensado será uniformemente finalmente limitado. Além disso, note que, devido a δ e ν serem diferentes de zero, na região

$$-k_2 s_2^2 + \delta s_2 + \frac{1}{2}\nu > 0 \quad (33)$$

não temos garantia de convergência dos parâmetros estimados do controlador, e devemos “desligar” as leis de adaptação apresentadas. Como não conhecemos exatamente o tamanho dessa região, fazemos uso de uma modificação de zona morta (que deve ser ajustada de forma que a região de não convergência dos parâmetros esteja incluída dentro dela). Além disso, utilizamos uma projeção nas leis de adaptação de $\hat{\theta}_{g_2}$ e $\hat{\theta}_{g_3}$ para garantir que os parâmetros são sempre ligeiramente positivos e evitar problemas na implementação da lei de controle.

Etapa 6: De forma a implementarmos nosso controlador por aproximação adaptativa sistemas nebulosos serão utilizados para aproximar as funções desconhecidas. O sistema de lógica difusa $W_i^T S_i(Z_i)$ é utilizado com o intuito de aproximar a função desconhecida \tilde{f}_i tal que para qualquer dado $\epsilon_i > 0$, têm-se:

$$\tilde{f}_i = W_i^T S_i(Z_i) + \delta_i(Z_i) \quad (34)$$

Portanto, onze conjuntos fuzzy são definidos sobre o intervalo $[-9, 9]$ para todas as variáveis de estado, escolhendo os pontos de particionamento como $[-9, -7, -5, -3, -1, 0, 1, 3, 5, 7, 9]$. As funções de pertinência fuzzy são escolhidas como funções gaussianas

$$\omega_i(x) = \exp \left[\frac{-(x - \mu_i)^T (x - \mu_i)}{\eta_i^2} \right] \quad (35)$$

onde μ_i são os valores centrais e η_i é a largura da função gaussiana.

Etapa 7: Por fim, empregamos a zona morta para evitar a deriva dos parâmetros e uma projeção para garantir que os parâmetros se mantenham na região desejada. Dessa forma, as leis de adaptação com as modificações robustas passam a ser dadas por

$$\dot{\gamma} = \begin{cases} \frac{\Gamma_\gamma}{2\nu} s_2^2 h_2^T h_2, & |s_2| \geq \bar{\delta} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (36)$$

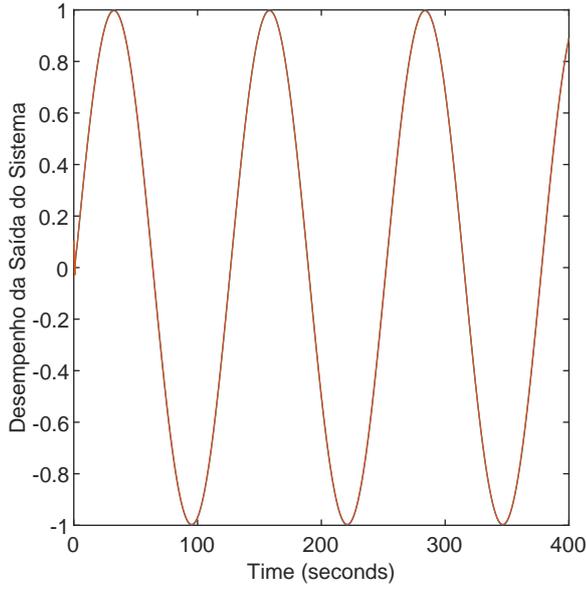


Figura 2. Saída: Desempenho do rastreamento de saída.

$$\dot{\hat{\theta}}_{g2} = \begin{cases} P(\Gamma_{g2}h_3x_3s_2), & |s_2| \geq \bar{\delta} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (37)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{g3} = \begin{cases} \Gamma_{f3}x_3s_3, & |s_2| \geq \bar{\delta} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (38)$$

$$\dot{\hat{\theta}}_{g3} = \begin{cases} P(\Gamma_{g3}s_3u), & |s_2| \geq \bar{\delta} \\ 0, & \text{caso contrário} \end{cases} \quad (39)$$

em que $P(\cdot)$ é um operador de projeção da lei de adaptação para garantir que os parâmetros de $\hat{\theta}_{g2}$ e $\hat{\theta}_{g3}$ se mantenham sempre positivos (Farrell and Polycarpou, 2006). A modificação de projeção não modifica as propriedades de estabilidade do sistema, porém garante que o erro de adaptação será sempre limitado.

4. SIMULAÇÃO DO CONTROLADOR

Nesta seção, o TRMS é usado para testar o controlador apresentado. Definiu-se a referência desejada como $y_d = \sin(0.05t)$. Os parâmetros de controle são escolhidos como $\bar{\delta} = 0.05$, $\Gamma_{g2} = \Gamma_{f3} = \Gamma_{g3} = \Gamma_\gamma = 1$, $\nu = 1$, $k_1 = k_2 = k_3 = 10$, $a = 1$ e a simulação é executada sob as condições iniciais $x(0) = [0.1; 0.1; 0]^T$, mediante a integração das equações diferenciais usando método Runge-Kutta de 4ª ordem com passo fixo de 10 ms. A Figura 2 mostra a saída do sistema e o sinal de referência, a Figura 4 enfatiza o transitório inicial do sistema em malha fechada e a Figura 3 mostra o sinal de erro entre a saída do sistema e o sinal de referência. As Figuras 5, 6, 7, 8, 9, 10 mostram que todos os sinais de malha fechada estão limitados. A partir da simulação vê-se que sob a ação da lei de controle proposta, a saída do sistema segue de perto o sinal de referência dado e os outros sinais de malha fechada permanecem limitados.

É importante notar que uma abordagem ingênua seguindo a metodologia proposta por (Farrell and Polycarpou, 2006)

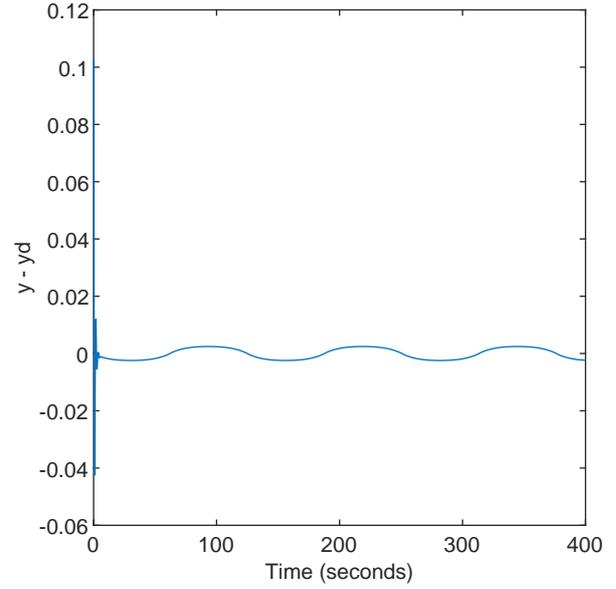


Figura 3. Sinal de erro.

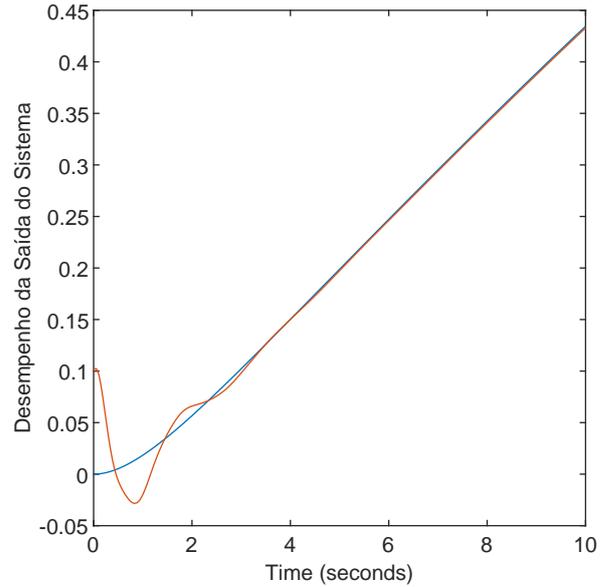


Figura 4. Saída: Ênfase no transitório inicial do controlador.

estimaria um total de 154 parâmetros, enquanto a abordagem proposta estima 14 parâmetros, considerando os conjuntos nebulosos selecionados para os aproximadores universais. Isso simplifica o procedimento de projeto e reduz consideravelmente o custo computacional.

5. CONCLUSÕES

Um projeto de controle adaptativo é proposto usando técnicas de *backstepping* para o TRMS com incertezas. Os sinais ficaram limitados em malha fechada, o que é garantido pela lei de controle proposta em conjunto com as leis de atualização correspondentes. Finalmente, a simu-

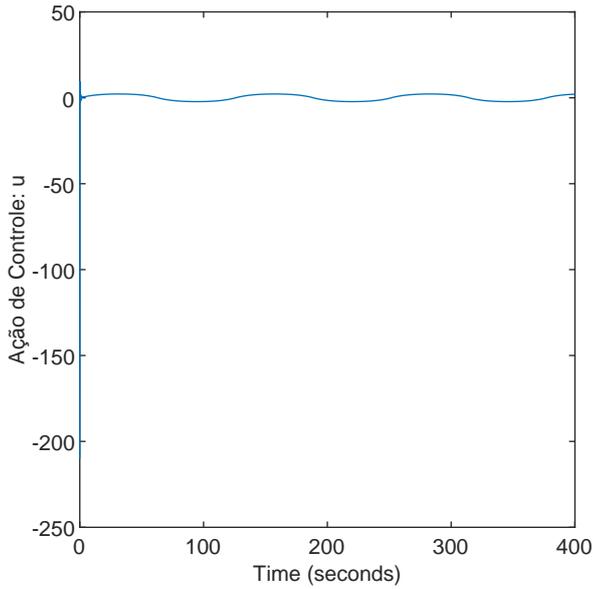


Figura 5. Ação de controle u .

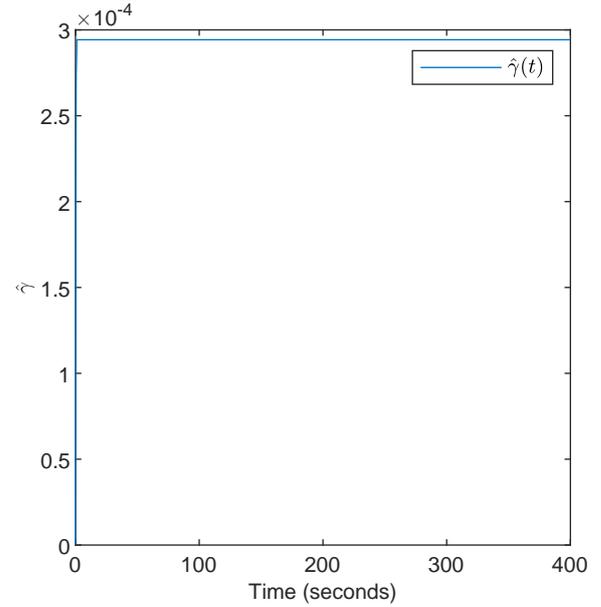


Figura 7. Parâmetros estimados pelo controlador: $\hat{\gamma}$.

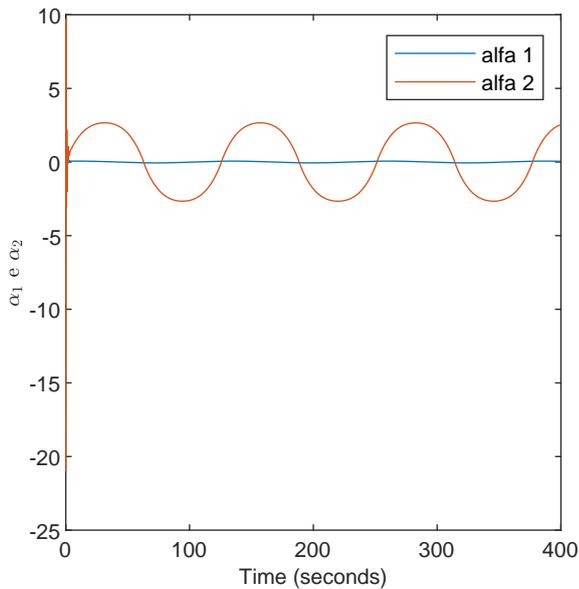


Figura 6. Leis de controle virtual α_1 e α_2 .

lação também mostra a eficácia desse esquema de controle adaptativo para o caso de controle de rastreamento de trajetória do TRMS.

A metodologia aqui descrita se destaca pela significativa redução no número de parâmetros a serem estimados, se comparada à estratégia de *backstepping* adaptativo com filtro de comando proposta em (Farrell and Polycarpou, 2006).

Uma possível perspectiva futura é investigar o uso do controlador proposto no eixo de guinada em conjunto com o eixo de arfagem, em uma abordagem multivariável. Além disso, como uma implementação real desta lei de controle seria realizada de forma digital, o projeto da lei de controle

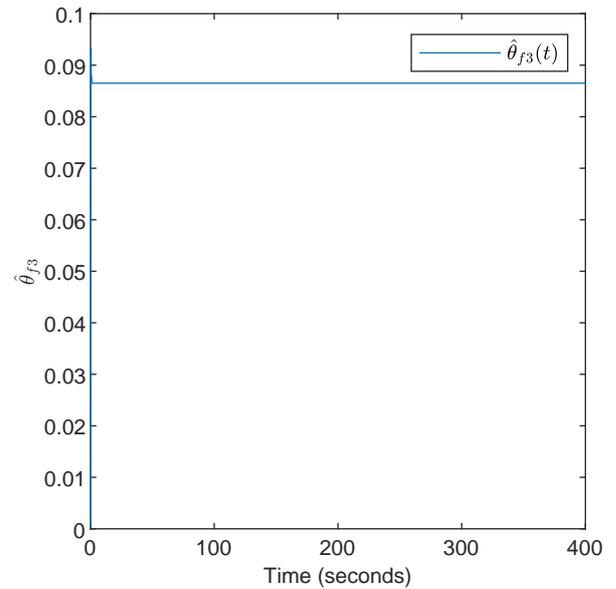


Figura 8. Parâmetros estimados pelo controlador: $\hat{\theta}_{f3}$

diretamente para um sistema em tempo discreto seria uma direção futura interessante.

AGRADECIMENTOS

Este trabalho teve apoio do CNPq, processo: 133366/2019–7.

REFERÊNCIAS

- Ahmad, S.M., Chipperfield, A.J., and Tokhi, M.. (2000). Modelling and control of a twin rotor multi-input multi-output system. In *Proceedings of the 2000 American Control Conference. ACC (IEEE Cat. No. 00CH36334)*, volume 3, 1720–1724. IEEE.

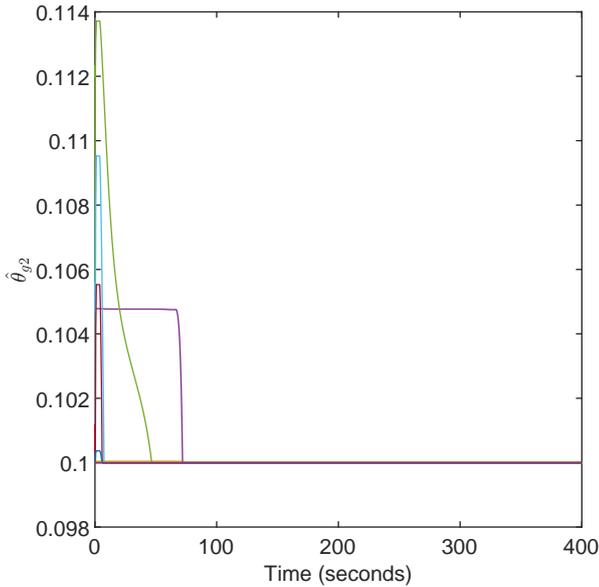


Figura 9. Parâmetros estimados pelo controlador: $\hat{\theta}_{g2}$.

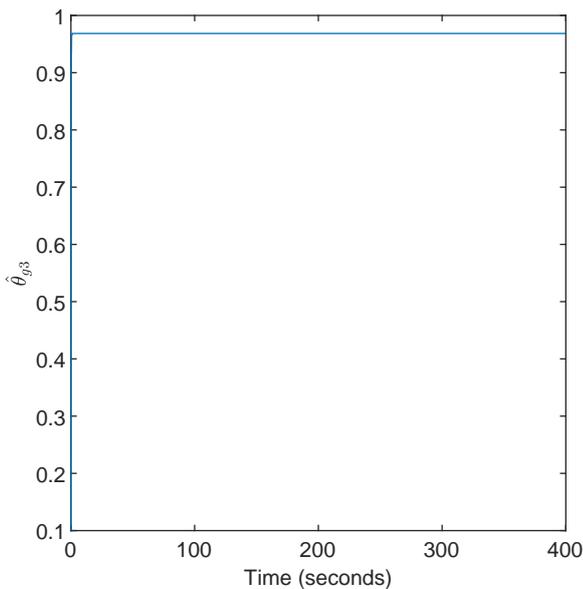


Figura 10. Parâmetros estimados pelo controlador: $\hat{\theta}_{g3}$.

- Chen, B., Liu, X.P., Ge, S.S., and Lin, C. (2012). Adaptive fuzzy control of a class of nonlinear systems by fuzzy approximation approach. *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, 20(6), 1012–1021.
- Farrell, J.A. and Polycarpou, M.M. (2006). *Adaptive approximation based control: unifying neural, fuzzy and traditional adaptive approximation approaches*, volume 48. John Wiley e Sons.
- Feedback Instruments (2006). *Twin Rotor MIMO System: Control Experiments (33-949S)*. Feedback Instruments LTD.
- Galindo, J.A.D. (2017). Active disturbance rejection control applied to a twin-rotor system. Orientadores: Leonardo Torres e Guilherme Vianna Raffo.

- Galindo, J.A.D., Torres, L.A.B., and Raffo, G.V. (2016). A modified active disturbance rejection control applied to the twin-rotor system with output quantization. In *XXI Congresso Brasileiro de Automática*, 3422–3427. Sociedade Brasileira de Automática.
- Krstic, M., Kokotovic, P., and Kanellakopoulos, I. (1995). *Nonlinear and adaptive control design*. John Wiley e Sons, Inc.
- Li, Z. and Yang, C. (2011). Neural-adaptive output feedback control of a class of transportation vehicles based on wheeled inverted pendulum models. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 20(6), 1583–1591.
- Rahideh, A., Shaheed, H.M., and Bajodah, A.H. (2007). Adaptive non-linear model inversion control of a twin rotor multi-input multi-output system using artificial intelligence. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part G: Journal of Aerospace Engineering*, 221(3), 343–351.
- Saroj, D.K., Kar, I., and Pandey, V.K. (2013). Sliding mode controller design for twin rotor mimo system with a nonlinear state observer. In *2013 International Multi-Conference on Automation, Computing, Communication, Control and Compressed Sensing (iMac4s)*, 668–673. IEEE.
- Shaik, F.A., Purwar, S., and Pratap, B. (2011). Real-time implementation of chebyshev neural network observer for twin rotor control system. *Expert Systems with Applications*, 38(10), 13043–13049.
- Tao, C.W., Taur, J.S., and Chen, Y.C. (2010). Design of a parallel distributed fuzzy lqr controller for the twin rotor multi-input multi-output system. *Fuzzy Sets and Systems*, 161(15), 2081–2103.
- Toha, S.F. and Tokhi, M.O. (2010). Anfis modelling of a twin rotor system using particle swarm optimisation and rls. In *2010 IEEE 9th International Conference on Cybernetic Intelligent Systems*, 1–6. IEEE.
- Wen, P. and Lu, T.W. (2008). Decoupling control of a twin rotor mimo system using robust deadbeat control technique. *IET Control Theory e Applications*, 2(11), 999–1007.
- Yang, J.H. and Hsu, W.C. (2009). Adaptive backstepping control for electrically driven unmanned helicopter. *Control Engineering Practice*, 17(8), 903–913.