

Critério de estabilidade simplificado para sistemas lineares em cascata com atraso variável: uma abordagem via preditor de Smith Filtrado

Taniel S. Franklin ^{*,**} Tito L. M. Santos ^{**}
José Mário Araújo ^{***}

** Departamento de Automação, Centro Universitário SENAI
CIMATEC*

*Av. Orlando Gomes, 1845- Piatã, 41650-010, Brazil
(e-mail: taniel.franklin@fieb.org.br)*

*** Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da
Bahia*

*Escola Politécnica, Rua Aristides Novis, 02, Federação, 40210-630
Brazil*

(e-mail: tlsantos@ufba.br)

**** Grupo de Pesquisa em Sinais e Sistemas, Instituto Federal da Bahia
Rua Emídio dos Santos, S/N, Barbalho, 40301-015, Brazil
(e-mail: araujo@ieee.org)*

Abstract: This paper deals with the cascade control of linear systems in the presence of time varying dead-time. This approach is based on dead-time compensation using the filtered Smith predictor (FSP) to mitigate a constant portion of this dead-time. The time-varying delay effect is treated by the simplified stability criterion based on the small-gain theorem. The FSP robustness filter is used to recover the stability affected by the presence of model uncertainties and by the time varying dead-time. It is assumed that the inner loop is regulated by a local Proportional Integral Derivative (PID) controller, while the external loop is implemented remotely in a communication network configuration. A case study is used to illustrate the benefits of the proposed strategy.

Resumo: Este artigo trata do controle em cascata de sistemas lineares com atraso variável. Esta abordagem é baseada na compensação de atraso por meio do preditor de Smith filtrado (PSF) para mitigar uma parcela constante deste atraso e a parcela variável é tratada pelo critério de estabilidade simplificado baseado no teorema do ganho pequeno. O filtro de robustez presente no PSF é usado para recuperar a estabilidade afetada pela presença de incertezas de modelo e pelo atraso variável. Assume-se que a malha interna é regulada por um controlador Proporcional Integral Derivativo (PID) local, ao passo que o controle da malha externa é realizado via rede de comunicação. Um estudo de caso é utilizado para ilustrar os benefícios da estratégia proposta.

Keywords: Dead-time compensation; time-varying delay; cascade control; networked control systems

Palavras-chaves: Compensação de tempo morto; atraso variável; controle em cascata; sistemas de controle via redes

1. INTRODUÇÃO

As estratégias de controle por realimentação são largamente utilizadas para compensar o efeito de perturbações. Porém, o desempenho regulatório pode ser melhorado caso os efeitos indesejados da perturbação sejam mitigados através da regulação de uma variável intermediária entre a variável manipulada e a variável do processo controlada (Corripio and Smith, 1997; Bequette, 2002). Neste sentido, a estratégia de controle em cascata cumpre o papel de um regulador intermediário, que permite melhorar o desempenho regulatório às custas da implementação de

uma nova malha de controle (Corripio and Smith, 1997). Na estratégia em cascata, a ação de controle da malha externa define a referência da malha interna e esta, por sua vez, deve ser mais rápida do que a malha externa com o intuito de melhorar o desempenho regulatório (Corripio and Smith, 1997).

O problema do controle em cascata de sistemas com atraso é um tema relevante uma vez que este tipo de estratégia é usualmente empregada em processos industriais e na área de robótica móvel (Garcia et al., 2010; Santos et al., 2018a). A título de exemplo, robôs móveis costumam apresentar um controlador local para regular a velocidade

das rodas e um controlador externo para controlar uma trajetória. No campo da indústria de processo, costumam-se utilizar controladores locais para agir sobre a dinâmica de atuadores e os controladores mestres são empregados para regular a variável de processo de interesse. Com o avanço das redes de comunicação no contexto do chão de fábrica e da robótica móvel, novos desafios têm surgido.

A industrialização moderna, aliada às tendências 4.0 e a Internet das coisas (IoT), tem requerido sistemas cada vez mais complexos e conectados. Estes sistemas, muitas vezes utilizam redes de comunicação entre sensor-controlador ou/e entre controlador-atuador. Nesse contexto desponta a categoria de sistemas controlados via rede (NCS - Networked Control Systems) (Qiu et al., 2016).

Diferentemente das redes de comunicação convencionais, nos NCSs há uma ligação em rede a um processo físico que precisa ser controlado em tempo real, exigindo assim, um alto grau de determinismo, consistência temporal e transferência de dados em tempo real. Além disso, nos sistemas tradicionais cada sensor/atuador possui um cabo dedicado, nos NCSs as informações entre os elementos são trocadas através de uma rede de comunicação que está sujeita a uma série de problemas. A seguir alguns dos problemas envolvidos em NCSs (Galloway and Hancke, 2013; Fridman, 2014):

- intervalos de amostragem variáveis;
- atrasos de comunicação fixos ou variáveis;
- perdas de pacote;
- erros de quantização nos sinais transmitidos;
- restrições impostas pela rede em função do compartilhamento de recursos com diversos outros elementos da rede;
- perda de sincronismo.

O atraso ponta-a-ponta na malha de controle é um problema real em NCSs. Os encaminhamentos dos pacotes que compartilham o meio de comunicação necessitam de um alto grau de consistência temporal mantendo-se próximo do tempo real. Em alguns casos, qualquer atraso na medição ou na atuação pode levar o processo a desviar do ponto de operação ou instabilizar.

As principais vantagens de um NCS é o cabeamento reduzido, facilidade na manutenção, diagnóstico e uma capacidade de ampliação mais rápida. Estas vantagens fazem os NCSs se destacarem em aplicações nas plantas de manufatura, veículos, aviões e espaçonaves (Zhang et al., 2001; Walsh et al., 2002). O problema de controle via redes tem motivado o desenvolvimento de diversos trabalhos voltados para o controle de sistemas com atraso variável e tem recebido muita atenção nos últimos anos (Zhang et al., 2001).

Os efeitos indesejados do atraso estão presentes em diversos problemas de controle reais levando ao desdobramento de diversas técnicas de compensação de atraso desde o trabalho de Smith (1957) (Normey-Rico and Camacho, 2007).

Na ausência hipotética de perturbações e erros de modelagem, este tipo de abordagem permite obter uma antecipação das variáveis do processo, o que possibilita eliminar o atraso da malha de controle. Além do exposto, diversos

estudos têm sido conduzidos com o intuito de lidar com o fenômeno do atraso variável, motivados especialmente pelos avanços dos sistemas de controle via redes (Yang, 2006).

Sabe-se que o preditor de Smith - em sua formulação original - não pode ser utilizado para controlar sistemas instáveis em malha aberta motivando diversas modificações com o intuito de aplicar o conceito de compensação de atraso a processos instáveis em malha aberta (Normey-Rico and Camacho, 2007, 2008).

A estabilidade robusta é outro tema recorrente e múltiplos critérios têm sido propostos com o objetivo de verificar a estabilidade de sistemas lineares com atraso variável (Kao and Lincoln, 2004; Kao and Rantzer, 2007; Sun et al., 2010; Kim, 2011; Zhou and Egorov, 2016). Tipicamente, estas técnicas fazem uso de funções de Lyapunov-Razumikhin ou Lyapunov-Krasovskii em decorrência da natureza variante no tempo do problema de controle. Alternativamente, o teorema do ganho pequeno oferece um caminho simples de se verificar a estabilidade neste tipo de problema (Kao and Lincoln, 2004). A grande diferença da abordagem apresentada por Kao and Lincoln (2004) decorre da simplicidade do método, uma vez que a análise frequencial dispensa a formulação de um problema de otimização convexo com desigualdades matriciais lineares. Este critério simplificado, proposto originalmente para sistemas lineares com uma entrada e uma saída, foi generalizado para sistemas lineares de segunda ordem com múltiplas entradas em Santos et al. (2018b).

Neste trabalho, propõe-se a utilização do preditor de Smith filtrado (Normey-Rico and Camacho, 2008) para controle de sistemas em cascata sujeitos ao atraso variável. A estabilidade robusta é baseada no critério simplificado proposto em Kao and Lincoln (2004) e particularizado para PSF em Franklin and Santos (2020). Diferentemente de outros trabalhos voltados para o controle em cascata sujeitos a atraso, considera-se a possibilidade do atraso variável na malha externa. Assim, generaliza-se os resultados de Garcia et al. (2010) para o caso com atraso variável cuja malha interna é regulada por um PID. Além do exposto, propõe-se um critério simples de sintonia de um filtro passa-baixas para assegurar estabilidade robusta para qualquer sistema estável com um determinado atraso variável máximo. Desta forma, apresenta-se uma técnica de síntese para o problema no contexto de sistemas em cascata partindo do critério de análise concebido em Franklin and Santos (2020), o qual foi proposto para o problema de malha simples de controle. Neste sentido, são consideradas as especificidades de um controlador cascata com atraso variável na malha externa. Motivado pelo apelo prático, avalia-se o caso robusto que decorre da utilização de um controlador local do tipo Proporcional Integral Derivativo. Um estudo de caso será apresentado para ilustrar os benefícios da abordagem proposta.

A organização do trabalho se divide da seguinte forma. Na Seção 2 apresenta-se o problema do controle na presença de atraso variável, na Seção 3 propõe-se o novo critério de estabilidade simplificado baseado no teorema do ganho pequeno, na Seção 4 avalia-se um estudo de caso e as conclusões são apresentadas na Seção 5.

2. APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Considerando o sistema de controle em cascata apresentado na Fig. 1. Assume-se que o controlador local está posicionado de tal forma que a comunicação da malha interna ocorre por meio da informação cabeada. Esta hipótese é tipicamente imposta por razões de segurança tanto em malhas industriais, quanto em robótica móvel. Supõe-se que a malha de controle externa está sujeita a atraso variável representado por Δ . Este atraso variável é composto por duas parcelas: (i) atraso de comunicação entre o sensor e o controlador mestre e (ii) tempo transcorrido entre o instante de envio da informação do controlador mestre e o momento da chegada da referência do controlador da malha interna.

2.1 Projeto de PID baseado em IMC

A malha (rápida) interna, constituída por C_2 e P_2 , é sintonizada usando a estrutura IMC para obter um PID equivalente utilizando um modelo G_{n2} de P_2 conforme Fig. 2. As perturbações estão representadas por q .

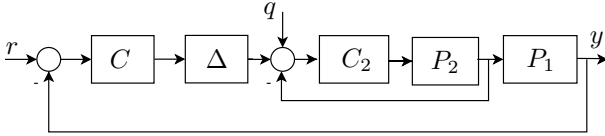


Figura 1. Sistema de controle em cascata

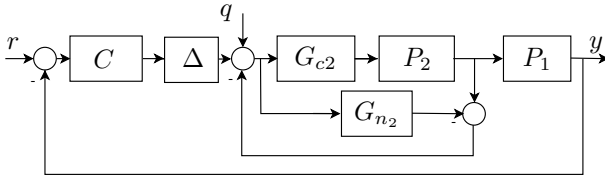


Figura 2. Sistema de controle em cascata IMC

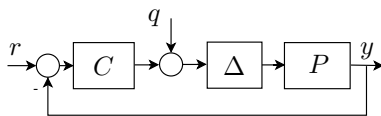


Figura 3. Sistema de controle em cascata IMC controlador equivalente

Considerando que a malha interna pode ser representada por uma planta de primeira ordem com atraso tem-se que

$$P_{n2}(s) = \frac{K_m}{\tau_m s + 1} e^{-L_{n2}} \quad (1)$$

e utilizando a aproximação de Padé de primeira ordem para aproximar o termo correspondente ao atraso de transporte, obtém-se o modelo aproximado de $P_{n2}(s)$ como

$$P_{n2} = \frac{K_{m2}}{\tau_m s + 1} \frac{(1 - s \frac{L_{n2}}{2})}{(1 + s \frac{L_{n2}}{2})}. \quad (2)$$

Semelhante ao desenvolvimento apresentado em Bequette (2002) considere a função G_{c2} como:

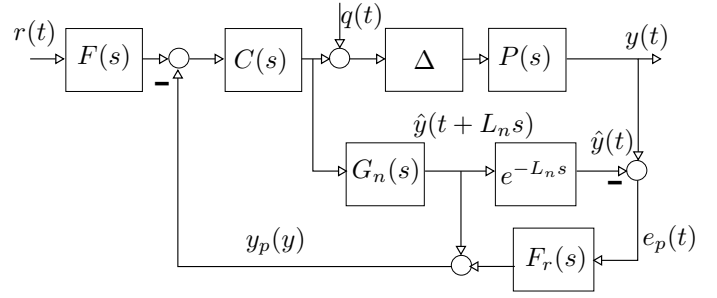


Figura 4. Preditor de Smith Filtrado com atraso variável

$$G_{c2} = \frac{(\tau_m s + 1)(1 + s \frac{L_{n2}}{2})}{K_{m2}(\tau_0 s + 1)}. \quad (3)$$

O controlador de malha fechada $C_2(s)$ para a malha interna pode ser obtido como segue:

$$C_2(s) = \frac{G_{c2}}{1 - G_{c2}P_{n2}} \quad (4a)$$

$$= \frac{\frac{(\tau_m s + 1)(1 + s \frac{L_{n2}}{2})}{K_{m2}(\tau_0 s + 1)}}{1 - \frac{(\tau_m s + 1)(1 + s \frac{L_{n2}}{2})}{K_{m2}(\tau_0 s + 1)} \frac{K_{m2}}{\tau_m s + 1} \frac{1 - s L_{n2}/2}{1 + s L_{n2}/2}} \quad (4b)$$

$$= \frac{1}{K_{m2}} \left(\frac{(\tau_m s + 1)(1 + s \frac{L_{n2}}{2})}{(\tau_0 s + 1) - (1 - s L_{n2}/2)} \right) \quad (4c)$$

$$= \frac{1}{K_{m2}} \left(\frac{(\tau_m s + 1)(1 + s \frac{L_{n2}}{2})}{(\tau_0 - \frac{L_{n2}}{2})s} \right) \quad (4d)$$

$$= \frac{1}{K_{m2}} \left(\frac{(0,5\tau_m L_{n2} s^2 + (\tau_m + 0,5L_{n2})s + 1)}{(\tau_0 - \frac{L_{n2}}{2})s} \right). \quad (4e)$$

Resta então, multiplicar o último termo da Eq. 4 por $\frac{\tau_m + 0,5L_{n2}}{\tau_m + 0,5L_{n2}}$ para obter os parâmetros do controlador PID $C_2(s)$

$$K_c = \frac{(\tau_m + 0,5L_{n2})}{K_m(\tau_0 + 0,5L_{n2})}, \quad (5a)$$

$$Ti = (\tau_m + 0,5L_{n2}), \quad (5b)$$

$$Td = \frac{\tau_m L_{n2}}{2\tau_m + L_{n2}}. \quad (5c)$$

Vale lembrar que a aproximação de Padé vem acompanhada de um erro que deve ser levado em conta. Uma sugestão que pode ser considerada para fins de aproximação é respeitar a regra $\tau_0 > 0,8L_{n2}$ conforme apontado em Bequette (2002). No entanto, cabe ressaltar que o erro de aproximação será levado em consideração no critério de estabilidade robusta com atraso variável.

2.2 Sintonia da malha externa

Neste caso, há dois controladores a sintonizar fazendo com que esta configuração seja um pouco mais trabalhosa do que uma malha de controle simples, pois a sintonia de $C(s)$ depende de $P(s)$ que pode ser representado por:

$$P(s) = \frac{C_2(s)P_2(s)}{1 + C_2(s)P_2(s)}P_1(s). \quad (6)$$

A abordagem padrão é sintonizar a malha interna mantendo a malha externa em modo manual. Em seguida, com a malha interna em operação, se faz a sintonia da malha externa. A literatura dispõe de diversas técnicas de sintonia automática (*autotuning*) baseada no método do relé para obter oscilação sustentada das plantas $P_2(s)$ e $P(s)$ de maneira sequencial. E ainda tem aquelas que buscam essa sintonia de maneira simultânea (Jeng and Lee, 2012; Veronesi and Visioli, 2011).

Este trabalho não pretende se aprofundar nas formas de sintonia dos controladores, portanto, será considerado que o modelo $P_n(s)$ está disponível e terá a seguinte forma:

$$P_n(s) = G_n(s)e^{-L_ns}.$$

O PSF não apenas será utilizado para compensar uma parcela constante do atraso variável, $L(t)$, mas também para garantir o desempenho robusto decorrente do efeito variável do atraso e de incertezas de modelo. Dessa forma o problema passa a ser descrito com na Fig. 4.

O objetivo é controlar o sistema representado na Fig. 3 de tal maneira que o preditor de Smith Filtrado representado pela Fig. 4 possa ser utilizado.

Neste trabalho, o preditor de Smith Filtrado será utilizado para compensar o efeito de L_n , ao passo que o teorema do ganho pequeno será aplicado para definir a faixa admissível de $\delta(t)$ tal que se assegura estabilidade dado que a malha (lenta) externa possui atraso variável dado por $L(t) = L_n + \delta(t)$ associado a $P(s)$ que, por sua vez, foi obtido a partir da Fig. 2 resultando no sistema da Fig. 3. Considera-se que o atraso fixo associado a $P(s)$ e o atraso variável de comunicação entre o controlador e atuador estão representados por $L(t)$.

3. CRITÉRIO DE ESTABILIDADE SIMPLIFICADO

Um critério de estabilidade robusta simplificado apresentado inicialmente em Kao and Lincoln (2004) foi desenvolvido para o sistema descrito na Fig. 4 em Franklin and Santos (2020) e será brevemente apresentado aqui.

É importante notar que $P(s)$ representa a malha interna da configuração em cascata resultante da Fig. 3.

O sistema apresentado na Fig. 4 contém uma parte invariante no tempo e uma parte variante (componente Δ dependente do atraso) de maneira que a abordagem clássica de garantia de estabilidade por meio da análise de pólos e zeros não pode ser aplicada. Assim, como em Kao and Lincoln (2004) e Franklin and Santos (2020), se faz necessário desacoplar as componentes variantes e invariantes através de um re-arranjo de malha indicado na Fig. 5 que possibilite a utilização do teorema do ganho pequeno para obter o critério de estabilidade.

Deve-se observar que $H_{vw}(s)$ representa o sistema nominal em malha fechada enquanto $H_{ww}(s)$ descreve o efeito do atraso. A interconexão do sistema nominal com o efeito das incertezas se manifesta nos sinais $w(t)$ e $v(t)$.

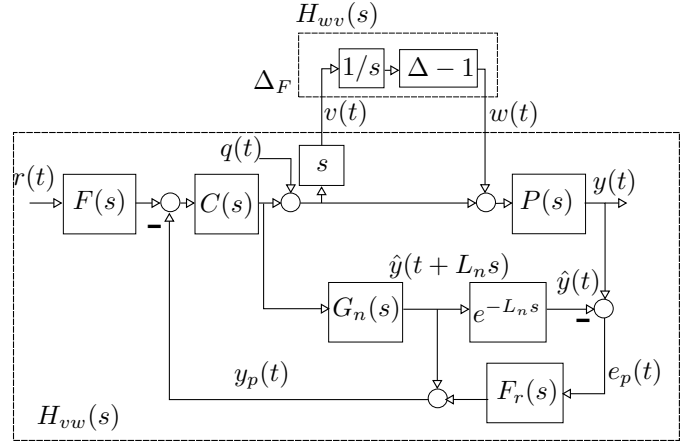


Figura 5. PSF com atraso variável (Configuração para análise do ganho pequeno)

Teorema 1. Considerando que $C = C(s)$ and $P = P(s)$, o sistema mostrado na Fig. 4 é estável para qualquer atraso variável definido por $\Delta(v) = v(t - \delta(t))$ com $0 \leq \delta(t) \leq \delta_{max}$ se

$$\left\| \frac{j\omega F_r(j\omega)P(j\omega)C(j\omega)}{1 + G_n(j\omega)C(j\omega) + F_r(j\omega)(P(j\omega) - P_n(j\omega))C(j\omega)} \right\|_{\infty} \leq \frac{1}{\delta_{max}} \quad (7)$$

A prova do Teorema 2 e suas implicações podem ser encontrada em Franklin and Santos (2020).

O fato de não haver nenhuma suposição a respeito da natureza da taxa de variação do atraso traz algum nível de conservadorismo, mas permite definir um critério mais amplo. Como indicado em Kao and Lincoln (2004), o nível de conservadorismo não é tão grande se comparado ao atraso fixo. Essa característica desejável foi verificada em alguns casos recentemente avaliados em Santos et al. (2018b); Santos and Franklin (2018).

Observação 1. O método proposto requer apenas o cálculo da norma de $H_{vw}(j\omega)$ que pode ser obtida diretamente de programas de matemática computacional convencionais que disponham de funções para o cálculo do valor singular máximo de funções de transferência como Matlab®, Scilab e Octave.

3.1 Critério robusto com incertezas de modelo

Para estender a aplicação a problemas com incerteza de modelo, considere a seguinte descrição para incerteza multiplicativa:

$$P(s) = P_n(s)[1 + \Delta_P(s)] \quad (8)$$

cujo limitante superior é definido como:

$$\overline{\Delta}_P(\omega) \geq |\Delta_P(j\omega)|, \quad \forall \omega \in [0, \infty). \quad (9)$$

Assim, a Eq. (7) $\forall \omega \in [0, \infty)$ pode ser escrita de forma alternativa como:

$$\left| \frac{1 + G_n(j\omega)C(j\omega) + F_r(j\omega)(P(j\omega) - P_n(j\omega))C(j\omega)}{\omega F_r(j\omega)P_n(j\omega)C(j\omega)[P(j\omega)/P_n(j\omega)]} \right| > \delta_{max}, \quad (10)$$

ou

$$\left| \frac{1 + G_n(j\omega)C(j\omega)}{F_r(j\omega)P_n(j\omega)C(j\omega)} + \overline{\Delta}_P(\omega) \right| > \omega \left| \frac{P(j\omega)}{P_n(j\omega)} \right| \delta_{max}. \quad (11)$$

Logo, a condição completa, $\forall \omega \in [0, \infty)$, para o pior caso é descrita a seguir:

$$\left| \frac{1 + G_n(j\omega)C(j\omega)}{F_r(j\omega)P_n(j\omega)C(j\omega)} \right| - \overline{\Delta}_P(\omega) > \omega \left| \frac{P(j\omega)}{P_n(j\omega)} \right| \delta_{max}. \quad (12)$$

Observação 2. O termo $|P(j\omega)/P_n(j\omega)|$ possui um limitante superior que pode ser obtido de modo semelhante ao que foi feito para obter $\overline{\Delta}_P(\omega)$. Apesar disso, para apresentar a condição de estabilidade utilizando termos conhecidos ou limitados em norma recorre-se a:

$$\overline{\Delta}_P(\omega) \geq |[P(j\omega) - P_n(j\omega)]/P_n(j\omega)|$$

tal que $|P(j\omega)/P_n(j\omega)| \leq 1 + \overline{\Delta}_P(\omega)$ para apresentar o teorema considerando incertezas.

Teorema 2. O sistema de malha fechada apresentada na Fig. 4 e assumindo que $\overline{\Delta}_P(\omega) \geq |[P(j\omega) - P_n(j\omega)]/P_n(j\omega)|$, $\forall \omega \in [0, \infty)$, é estável para qualquer atraso variante no tempo definido da seguinte forma $\Delta(v) = v(t - \delta(t))$, $0 \leq \delta(t) \leq \delta_{max}$ se o sistema de malha fechada for estável com $\delta(t) = 0, \forall t$ e também

$$\left| \frac{1 + G_n(j\omega)C(j\omega)}{F_r(j\omega)P_n(j\omega)C(j\omega)} \right| > \overline{\Delta}_P(\omega) + (1 + \overline{\Delta}_P(\omega))\omega\delta_{max} \quad (13)$$

para $\forall \omega \in [0, \infty)$.

Perceba que do lado direito da condição (13), $\omega\delta_{max}$, descreve a incerteza com origem no atraso, $\overline{\Delta}_P(\omega)$ representa a incerteza de modelo, e $\omega\delta_{max}\overline{\Delta}_P(\omega)$ é fruto da relação entre atraso variável e incerteza.

Observação 3. A condição descrita por (13) pode ser considerada uma extensão da condição de estabilidade robusta para o PSF apresentada em Normey-Rico and Camacho (2009) para $\delta_{max} \neq 0$.

Observação 4. O filtro de robustez pode ser usado diretamente para atenuar simultaneamente a incerteza de modelo e o atraso variável. Reescrevendo a condição (11) $\forall \omega \in [0, \infty)$ tem-se que:

$$|C^{-1}(j\omega)| > |F_r(j\omega)|[\overline{\Delta}_P(\omega) + \omega\delta_{max}(1 + \overline{\Delta}_P(\omega))], \quad (14)$$

sendo $\mathcal{C}(j\omega) = \frac{G_n(j\omega)C(j\omega)}{1 + G_n(j\omega)C(j\omega)}$ a função complementar de sensibilidade nominal. Analisando especificamente o termo $|F_r(j\omega)|\overline{\Delta}_P(\omega)$ da condição (14) percebe-se que $F_r(s)$ pode ser usado para atenuar a incerteza de modelo enquanto que a atenuação do efeito do atraso variável é alcançado através do termo $|F_r(j\omega)j\omega|\delta_{max}$.

Observação 5. Se o filtro de robustez é definido como $F_r(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$ com $\tau > 0$, então $|F_r(j\omega)j\omega|\delta_{max} \leq \delta_{max}/\tau$ uma vez que $\|F_r(j\omega)j\omega\|_\infty = 1/\tau$.

A Observação 5 indica que um filtro estritamente próprio é útil para atenuar o efeito do atraso variável em altas frequências.

Corolário 3. Assumindo que $P(s)$ é uma função de transferência estável e $P_n(s)$ é definida de modo que $\sup_{\omega \in [0, \infty)} \overline{\Delta}_P(\omega) < \infty$. Vale lembrar que isto é garantido para qualquer modelo ou planta se a parte real dos zeros não forem nulas. Considere um dado controlador $C(s)$

estabilizante e um filtro de robustez $F_r(s)$ de modo que a condição padrão a seguir se mantenha:

$$\left| \frac{1 + G_n(j\omega)C(j\omega)}{F_r(j\omega)P_n(j\omega)C(j\omega)} \right| > |\overline{\Delta}_P(\omega)|. \quad (15)$$

Assim, um filtro $F_r(s) = \frac{1}{\tau s + 1}$, com $\tau > 0$ sempre poderá ser definido mantendo o seguinte critério

$$\left| \frac{1 + G_n(j\omega)C(j\omega)}{F_r(j\omega)P_n(j\omega)C(j\omega)} \right| - \overline{\Delta}_P(\omega) > \delta_{max}\omega(1 + \overline{\Delta}_P(\omega)). \quad (16)$$

As provas são apresentadas em Franklin and Santos (2020).

Observação 6. Uma das novidades desse trabalho decorre do fato de que $\overline{\Delta}_P(\omega)$ pode ser utilizado tanto para representar o erro de modelagem, quanto para incorporar o efeito da aproximação de Padé para fins de implementação da malha interna. Assim, o critério robusto incorpora os efeitos do erro de modelagem, do atraso variável e da aproximação da malha interna.

4. PROJETO DO FILTRO DE ROBUSTEZ

Em Franklin and Santos (2020), demonstrou-se que um filtro passa-baixas poderia assegurar estabilidade robusta para qualquer atraso máximo desde que o sistema seja estável em malha aberta. A despeito da degradação do desempenho da resposta de rejeição de perturbação, este resultado indica que o filtro de robustez pode ser adaptado durante a operação da malha com vistas a recuperar a estabilidade robusta caso o atraso máximo seja subestimado. Isto faz com que, na prática, não seja necessário conhecer o valor exato de δ_{max} , uma vez que a redução *online* da largura de banda do filtro de robustez permite recuperar a estabilidade robusta,

Neste seção, será proposta uma técnica de sintonia exata para o um filtro passa baixas como segue:

$$F_r(s) = \frac{1}{(\tau s + 1)^m} \quad (17)$$

sendo $\tau > 0$ e m parâmetros livres de ajuste. Então, a condição 16 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$|F_r(j\omega)|\mu(\omega) < 1. \quad (18)$$

sendo

$$\mu(\omega) = |\mathcal{C}(j\omega)|(\overline{\Delta}_P(\omega) + \delta_{max}\omega(1 + \overline{\Delta}_P(\omega))),$$

com $\mathcal{C}(j\omega) = \frac{G_n(j\omega)C(j\omega)}{1 + G_n(j\omega)C(j\omega)}$. Aqui cabe ressaltar que $|P_n(j\omega)| = |G_n(j\omega)|$.

Neste problema de projeto, considere a necessidade de se estabelecer a menor constante de tempo crítica τ_c para que o filtro possa garantir a estabilidade robusta. Reescrevendo a condição (18) demonstra-se que:

$$\tau \geq \tau_c = \frac{\sqrt{\mu(\omega)^{2/m} - 1}}{\omega}. \quad (19)$$

É necessário levar em consideração a relação de compromisso entre a rejeição de perturbação e a robustez na definição da largura de banda do filtro. Desta forma, é possível encontrar o τ_c de forma exata com vistas a assegurar a estabilidade robusta com atraso variável e erro de modelagem numa estratégia em cascata, sendo um PID local o regulador da malha interna.

Em algumas aplicações, pode ser necessário utilizar um filtro de robustez que elimine o polo de malha aberta da função de transferência da perturbação para a saída. Neste tipo de problema, o procedimento de síntese do filtro pode ser realizada por meio do método de bissecção, conforme discutido em de Lima and Santos (2015).

5. RESULTADOS

Para ilustrar os benefícios do critério apresentado recorre-se a um exemplo de simulação de um sistema típico.

5.1 Estudo de caso

Considera-se um processo cuja dinâmica sofre com termos de ordem superior e de fase não-mínima. Este processo foi discutido em Jeng and Lee (2012) e as funções de transferência são descritas em seguida:

$$P_1(s) = \frac{10(1 - 5s)}{(30s + 1)^3(10s + 1)^2} e^{-5s}, \quad (20)$$

$$P_2(s) = \frac{3}{(13,3s + 1)} e^{-3s}. \quad (21)$$

O modelo da planta interna adotado é definido como:

$$P_{n2}(s) = \frac{2,972}{(12,970s + 1)} e^{-3,053s}. \quad (22)$$

Para a definição da malha interna de controle, utilizou-se o método do IMC descrito na Seção 2.1 para obter o controlador equivalente da malha interna. O conjunto de equações (5) foi utilizado para obter G_{c2} com os seguintes parâmetros: $K_{c2} = 0,822$, $\tau_{I2} = 14,8$, $\tau_{D2} = 1,348$.

O modelo da planta vista pelo controlador primário, considerando o fechamento da malha interna, é, através de identificação como sendo

$$P_n(s) = \frac{9,979}{(1922,3s^2 + 81,11s + 1)} e^{-43,77s}. \quad (23)$$

O controlador primário do PSF é sintonizado considerando o modelo rápido de $P_n(s)$, ou seja, $G_n(s)$, e o atraso de 43,77 será compensado. Adotando o seguinte controlador primário

$$C(s) = 25 \frac{(s + 0,117)(s + 0,005)}{s(s + 1,636)}. \quad (24)$$

Assume-se que:

- i) a planta está submetida a um atraso variável $L(t) = 27 + \delta(t)$ com $\delta \in [-5, 5]$ sendo $\delta(t) = 5\sin(t)$;

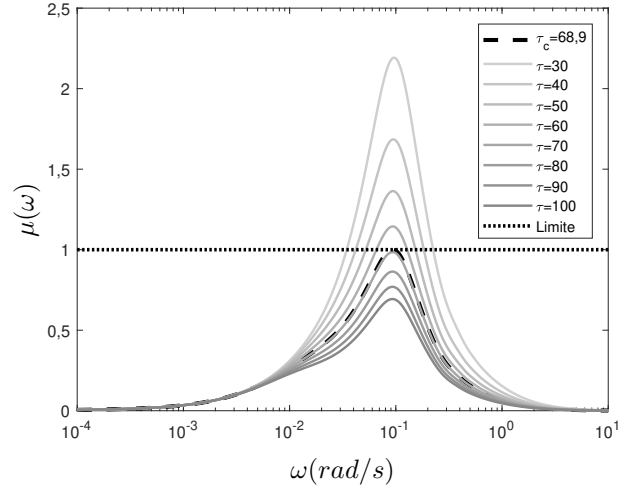


Figura 6. $\mu(\omega)$ para diferentes valores de τ

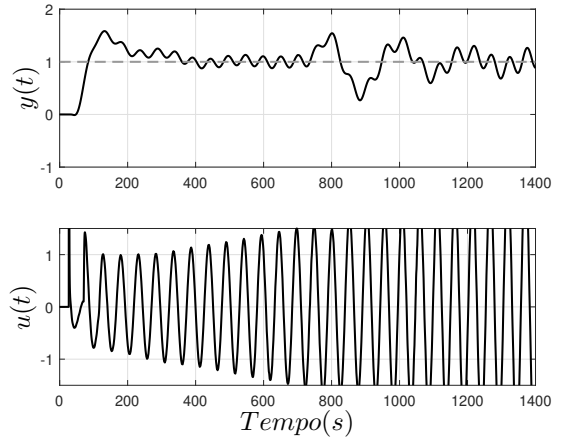


Figura 7. Resposta instável ($F_r(s) = 1$)

- ii) há uma mudança de referência em degrau unitário em $t = 0$;
- iii) Ocorre uma perturbação dada por $q(t) = 0,5u(t - 700)$.

A título ilustrativo, apenas o erro causado pela aproximação da malha interna e o efeito do atraso variável foram considerados e mais nenhum erro de modelagem adicional. O principal objetivo é ilustrar a importância da análise de estabilidade robusta mesmo em situações com erros de modelagem teoricamente desprezíveis.

Para o exemplo em análise, a condição de estabilidade robusta para diferentes valores de τ pode ser verificada observando as curvas de $\mu(\omega)$ da Fig. 6 para diferentes filtros de robustez onde se permite demonstrar a possibilidade de se obter um filtro que garanta a estabilidade robusta para um dado valor de atraso variável. O valor limite imposto pela condição dada pela Eq. (19) é $\tau \geq 68,9$ e é exibido na Fig. 6 como a curva tracejada.

O resultado da simulação com ausência do filtro de robustez é mostrado na Fig. 7 de modo que o efeito da incerteza de modelo e do atraso é evidenciado no comportamento instável exibido.

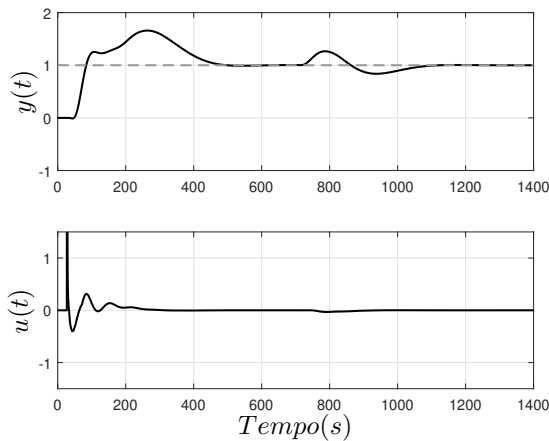


Figura 8. Resposta Estável ($\tau = 69$)

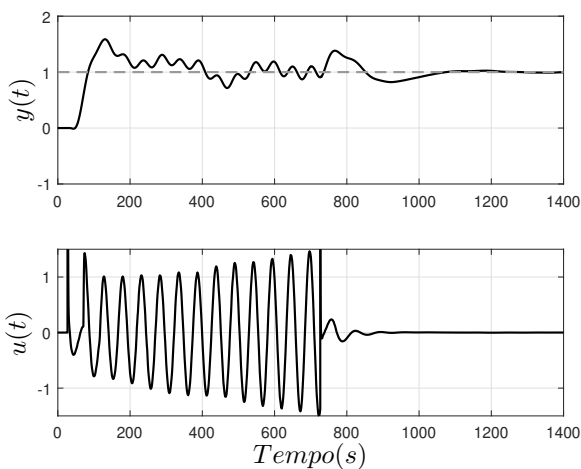


Figura 9. Recuperação da estabilidade chaveando a constante de tempo do filtro de $\tau = 0$ para $\tau = 69$ em $t=700$ s

Aplicando o filtro que respeite a condição de estabilidade, chega-se à resposta apresentada na Fig. 8.

Na Fig. 9 é feita a troca do parâmetro do filtro durante a simulação e este resultado demonstra a utilidade do filtro de robustez na recuperação da estabilidade comprometida pelo atraso sem necessidade de interromper o processo.

6. CONCLUSÃO

Neste artigo, foi apresentado um critério de estabilidade simplificado baseado no teorema do ganho pequeno para utilização em sistemas de controle em cascata com atraso variável na malha externa.

Foi utilizado o PSF para compensar uma parcela constante desse atraso. Verificou-se que sempre é possível sintonizar um filtro de primeira ordem capaz de garantir a estabilidade para um dado valor de atraso variável. A vantagem reside na simplicidade para verificação do critério e a possibilidade de recuperação da estabilidade robusta mediante ajuste na largura de banda do filtro de robustez, mitigando o efeito de incertezas e os efeitos da variação do atraso. Os benefícios foram ilustrados por meio de um exemplo

simulado. Uma das contribuições deste trabalho é lidar com o atraso variável no contexto do controle em cascata com PID local na medida em que esta é uma configuração usualmente encontrada em diversos sistemas de controle. Desta forma, técnicas baseadas em comunicação cabeada podem ser substituídas por estratégias de controle via redes de maneira segura a despeito da inserção do atraso variável.

Como perspectiva de trabalhos futuros, pretende-se desenvolver uma técnica conjunta de síntese para filtro e o controlador com vistas a otimizar o desempenho e garantir estabilidade robusta.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao SENAI CIMATEC e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica (PPGEE) da UFBA pelo apoio à participação no evento e também aos revisores anônimos e ao editor.

REFERÊNCIAS

- Bequette, B. (2002). *Process control: modeling, design, and simulation*. Prentice Hall Press, Upper Saddle River, NJ, USA, first edition.
- Corripio, A.B. and Smith, C.A. (1997). *Principles and practice of automatic process control*. Wiley, New York.
- de Lima, R.G. and Santos, T.L.M. (2015). Sintonia automatizada do filtro de robustez para o controle de sistemas com atraso. *Anais do XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente (SBAI)*, 498–503.
- Franklin, T.S. and Santos, T.L. (2020). Robust filtered smith predictor for processes with time-varying delay: A simplified stability approach. *European Journal of Control*.
- Fridman, E. (2014). *Introduction to time-delay systems: Analysis and control*. Springer, New York.
- Galloway, B. and Hancke, G.P. (2013). Introduction to industrial control networks. *IEEE Communications Surveys Tutorials*, 15(2), 860–880. doi:10.1109/SURV.2012.071812.00124.
- Garcia, P., Santos, T., Normey-Rico, J.E., and Albertos, P. (2010). Smith predictor-based control schemes for dead-time unstable cascade processes. *Industrial & engineering chemistry research*, 49(22), 11471–11481.
- Jeng, J.C. and Lee, M.W. (2012). Simultaneous automatic tuning of cascade control systems from closed-loop step response data. *Journal of Process Control*, 22(6), 1020 – 1033.
- Kao, C.Y. and Lincoln, B. (2004). Simple stability criteria for systems with time-varying delays. *Automatica*, 40(8), 1429–1434.
- Kao, C.Y. and Rantzer, A. (2007). Stability analysis of systems with uncertain time-varying delays. *Automatica*, 43(6), 959 – 970.
- Kim, J.H. (2011). Note on stability of linear systems with time-varying delay. *Automatica*, 47(9), 2118–2121.
- Normey-Rico, J. and Camacho, E. (2007). *Control of dead-time processes*. Springer, London.
- Normey-Rico, J. and Camacho, E. (2009). Unified approach for robust dead-time compensator design. *Journal of Process Control*, 19(1), 38–47.

- Normey-Rico, J.E. and Camacho, E.F. (2008). Dead-time compensators: A survey. *Control Engineering Practice*, 16(4), 407 – 428.
- Qiu, L., Yao, F., Xu, G., Li, S., and Xu, B. (2016). Output feedback guaranteed cost control for networked control systems with random packet dropouts and time delays in forward and feedback communication links. *IEEE Transactions on Automation Science and Engineering*, 13(1), 284–295.
- Santos, J., Conceição, A., Santos, T., and Araújo, H. (2018a). Remote control of an omnidirectional mobile robot with time-varying delay and noise attenuation. *Mechatronics*, 52, 7–21.
- Santos, T.L. and Franklin, T.S. (2018). Enhanced finite spectrum assignment with disturbance compensation for lti systems with input delay. *Journal of The Franklin Institute*.
- Santos, T.L.M., Araújo, J.M., and Franklin, T.S. (2018b). Receptance-based stability criterion for second-order linear systems with time-varying delay. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 110, 428–441.
- Smith, O. (1957). Closer control of loops with dead time. *Chemical Engineering Progress*, 53(5), 217–219.
- Sun, J., Liu, G., Chen, J., and Rees, D. (2010). Improved delay-range-dependent stability criteria for linear systems with time-varying delays. *Automatica*, 46(2), 466–470.
- Veronesi, M. and Visioli, A. (2011). Simultaneous closed-loop automatic tuning method for cascade controllers. *IET Control Theory Applications*, 5(2), 263–270.
- Walsh, G.C., Ye, H., and Bushnell, L.G. (2002). Stability analysis of networked control systems. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 10(2), 438–446.
- Yang, T.C. (2006). Networked control system: a brief survey. *IEE Proceedings-Control Theory and Applications*, 153(4), 403–412.
- Zhang, W., Branicky, M., and Phillips, S. (2001). Stability of networked control systems. *IEEE Control Systems Magazine*, 21(1), 84 – 99.
- Zhou, B. and Egorov, A.V. (2016). Razumikhin and krasovskii stability theorems for time-varying time-delay systems. *Automatica*, 71, 281–291.