

ESTIMAÇÃO DE ÍNDICE DE CLARIDADE UTILIZANDO MÉTODO DE AOKI E OBSERVADOR ÓTIMO DE ESTADO COM INICIALIZAÇÃO EXATA

GUILHERME SANTOS MARTINS*, MATEUS GIESBRECHT*

*Avenida Albert Einstein Nº 400
Universidade Estadual de Campinas
Campinas, São Paulo, Brasil

Emails: gmartins@dsif.fee.unicamp.br, mateus@fee.unicamp.br

Abstract— With the increase in solar energy penetration in electric power systems, it is necessary to predict future solar radiation so that, with this, the power generation capacity from this source in the near future can be estimated. This allows to program the generation by other sources such as thermal or hydraulic. This paper presents the solution of a stochastic realization problem, which represents the time series of clearness index in the city of Natal-RN by Aoki method. Then the estimation of the numerical values of the series using two states observers is presented. The first performs the one-step ahead prediction and the second one the state refinement algorithm. A comparative analysis between the methods is performed. Furthermore, the prediction of future states is presented through free simulation in the short and medium term horizons. The implementation results are validated by simulations using MatLab ©.

Keywords— Solar radiation, Clearness Index, The One-Step Ahead Prediction, Short Term Prediction, Medium Term Prediction.

Resumo— Com o aumento da penetração da geração solar nos sistemas de energia elétrica, torna-se necessário prever as radiações solares futuras para que, com isso, a capacidade de geração de potência por essa fonte em um horizonte futuro próximo seja estimada, permitindo a programação da geração por outras fontes, como a térmica ou a hidráulica. Neste artigo são apresentados os resultados da solução do problema de realização de um processo estocástico, o qual representa a série temporal de índice de claridade na cidade de Natal-RN, pelo método de Aoki. Posteriormente é apresentada a estimação dos valores numéricos da série utilizando duas metodologias de observação de estados. A primeira metodologia utilizada é a predição de estados um passo a frente e a segunda é o algoritmo de refinamento de estados. Uma análise comparativa entre os dois métodos estudados é realizada. Além disso, é apresentada uma predição de estados futuros aos utilizados para a determinação do modelo por meio de simulação livre nos horizontes de curto e médio prazo. Os resultados da implementação são validados por simulações usando o MatLab©.

Palavras-chave— Radiação Solar, Índice de Claridade, Predição de Estados um Passo a Frente, Predição de Curto Prazo, Predição de Médio Prazo.

1 Introdução

As fontes renováveis de energia, principalmente, a solar e a eólica, vêm cada vez mais sendo estudadas. A produção de eletricidade por intermédio destas fontes é uma atividade promissora, devido a suas vantagens e também ao progresso tecnológico alcançado desde a década de 70 (Pinto, 2013) (Tolmasquim, 2016).

A geração de energia elétrica a partir da energia solar está em constante crescimento no Brasil, conforme apontam os dados mensais da Associação Brasileira de Energia Solar fotovoltaica (ABSOLAR, 2020). Ao se analisar a capacidade instalada de geração de energia solar no Brasil, no mês de março de 2019, a participação desta fonte era de 1,2% com uma capacidade de geração de energia solar centralizada (grandes plantas geradoras) instalada de 2056 MW. Já em maio de 2020, a participação da fonte na matriz energética era de 1,6%, com uma capacidade de geração de energia solar centralizada instalada de 2878,3 MW (ABSOLAR, 2020).

A predição de radiação solar no cenário atual está sendo estudada e é muito importante. Neste contexto, os métodos de estimação podem ser usa-

dos para planejar o agendamento e o despacho da unidade pelos operadores do sistema e maximizar o lucro dos comerciantes de eletricidade (Pinto, 2017). Além disso, a melhoria no desempenho da ferramenta de predição de energia solar apresenta impactos econômicos e técnicos significativos, aumentando a confiabilidade da geração de energia elétrica a partir da energia solar.

Entretanto, apesar das grandes vantagens apresentadas em se utilizar a energia solar, prever a capacidade desta fonte renovável para produção de energia elétrica é uma tarefa desafiadora. Isto ocorre pois os fenômenos atmosféricos envolvidos fornecem uma natureza probabilística a esse recurso energético.

Para prever a potência em uma usina solar, o primeiro passo deve ser a modelagem do comportamento da claridade disponível ao longo dos dias. Isso pode ser realizado por meio da solução do problema de realização de um processo estocástico, ou seja, a determinação de um modelo matemático que, quando excitado por um ruído branco, seja capaz de ter como saídas sinais com características estatísticas o mais próximas o possível do processo estocástico que se quer modelar. Utilizando o modelo então é possível fazer a predi-

ção de curto prazo, que nesse contexto se entende como a predição de 6 horas a frente, e de médio prazo, que é a predição 48 horas a frente.

1.1 Objetivos do trabalho

Neste artigo, os objetivos são obter o índice de claridade a partir da radiação solar, aplicar o algoritmo desenvolvido em (Aoki, 2013) para determinar as matrizes de um modelo em espaço de estados para o processo estocástico de índice de claridade e aplicar os algoritmos de predição um passo a frente, refinamento e predição futura para determinação de estimativas dessa variável (Durbin and Koopman, 2012).

Este artigo está organizado da seguinte maneira: na Seção 2 é apresentada a base de dados utilizada, na Seção 3 apresentam-se os fundamentos teóricos, na Seção 4 a metodologia, na Seção 5 os resultados e na Seção 6 é apresentada a conclusão.

2 Base de Dados

A base de dados utilizada no desenvolvimento deste artigo foi obtida em (Inmet, 2019), em que são disponibilizados os relatórios de coleta das informações meteorológicas representativas da área escolhida, que é a cidade de Natal - RN. A escolha da cidade se deve ao grande potencial de energia solar do estado em que ela está, pelo sol intenso o ano todo, irradiância solar forte e poucas nuvens. Além disso, segundo dados da Aneel, a geração de energia solar fotovoltaica cresceu 175% no estado de Rio Grande do Norte.

Os dados são medidos de minuto em minuto e a cada hora os dados são integralizados. A medição dos dados de irradiação, que são o foco do estudo apresentado neste trabalho, é feita com piranômetros. Mais detalhes podem ser encontrados em (Inmet, 2019).

Para a aplicação do problema proposto, foi escolhido um modelo de uma saída, no qual a variável de interesse escolhida, isto é, a variável observada, foi a radiação solar, a qual foi transformada em índice de claridade. Como o método de modelagem adotado é do tipo caixa preta, os estados do modelo não representam nenhuma variável física de interesse, entretanto são fundamentais para a determinação e a predição da saída.

O conjunto de dados é composto por um total de 8759 registros de radiação solar, medidos ao longo do período de um ano, entre 00h00 do dia 01/01/2018 e 23h00 do dia 31/12/2018, em que cada amostra equivale a radiação solar durante o intervalo de 1 hora. Porém neste artigo, são utilizados apenas os dados dos horários em que há radiação solar, no período de 7h às 17h, contabilizando 4015 registros.

3 Fundamentos Teóricos

Nesta seção são apresentados os fundamentos teóricos do cálculo de índice de claridade e do método de Aoki (Aoki, 2013) e (Katayama, 2006). Também são apresentados os algoritmos dos observadores de estados utilizados para fazer a estimação dos dados dentro do horizonte conhecido e a predição futura.

3.1 Cálculo do Índice de Claridade

O índice de claridade é uma variável que indica as condições atmosféricas, mostrando as variações da radiação global em função de inúmeros fatores (Tomaszewski et al., 2018). Neste contexto, tomando como referência os procedimentos realizados por (Lai et al., 2017), desenvolve-se a seguir o cálculo do índice de claridade.

O índice de claridade, denotado por CI , é definido como sendo a razão entre a irradiação solar medida (I_{medido}) e a irradiação do céu limpo (I_{modelo}), conforme expresso na equação (1) (Lai et al., 2017) (Rigollier et al., 2000) (Scharmer et al., 2000). Neste artigo, o CI é a saída do modelo, também denotada por y_k em que $k = 1, \dots, N_s$, em que N_s é o número de amostras coletadas

$$CI = \frac{I_{\text{medido}}(t)}{I_{\text{modelo}}(t)}. \quad (1)$$

O termo I_{modelo} , expresso na equação (1), pode ser calculado a partir da equação (2) (Lai et al., 2017) (Rigollier et al., 2000) (Scharmer et al., 2000):

$$I_{\text{modelo}} = I_o \varepsilon \exp(-0.8662 T_{\text{LK}} m \delta_r(m)) \sin \gamma_s. \quad (2)$$

O termo ε , apresentado na equação anterior, é expresso como:

$$\varepsilon = 1 + 0.0334 \cos(j' - 2, 80^\circ), \quad (3)$$

e por sua vez, o termo j' é definido como:

$$j' = \frac{J \times 360}{365, 25}, \quad (4)$$

em que I_o é a constante solar que possui o valor de 1367 W/m^2 , ε é o fator de correção para a distância média solar, T_{LK} é o fator de turbidez de Linke, o qual é definido sendo igual a 1 para remover o efeito devido à absorção e dispersão atmosférica da irradiância solar do céu limpo, γ_s é o ângulo da altitude solar medido em graus e δ_r é a profundidade óptica de Rayleigh. Além disso, J é o dia Juliano e j' é o ângulo do dia Juliano. A massa de ar óptica relativa, m , é expressa na

equação (5) (Young, 1994):

$$m = \frac{1,002432 \cos^2 \theta_z + 0,148386 \cos \theta_z + 0,0096467}{\cos^3 \theta_z + 0,149864 \cos^2 \theta_z + 0,0102963 \cos \theta_z + 0,000303978}, \quad (5)$$

em que, o ângulo de zênite, θ_z , é calculado conforme expresso nas equações (6) e (7) (Loschi, 2017):

$$\cos \theta_z = \sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega = \sin \gamma_s. \quad (6)$$

Deste modo,

$$\theta_z = \cos^{-1}(\sin \delta \sin \phi + \cos \delta \cos \phi \cos \omega), \quad (7)$$

em que ϕ , δ e ω são a latitude do local, ângulo de declinação solar e ângulo horário solar respectivamente, todos são calculados em graus. Os termos δ e ω são calculados como sendo:

$$\delta = 23,45 \times \sin \left[360 \times \frac{284 + J}{365} \right], \quad (8)$$

$$\omega = 15(t - 12), \quad (9)$$

em que t é o tempo instantâneo do dia em horas com valores entre 0 a 23h.

A profundidade óptica de Rayleigh, δ_r é calculada conforme as equações (10) e (11) (Kasten and Young, 1989) (Lai et al., 2017) (Rigollier et al., 2000) (Scharmer et al., 2000).

No caso em que $m < 20$:

$$\frac{(1)}{\delta_r(m)} = 6,6296 + 1,7513m - 0,1202m^2 + 0,0065m^3. \quad (10)$$

No caso em que $m \geq 20$:

$$\frac{(1)}{\delta_r} = 10,4 + 0,718m. \quad (11)$$

O ângulo da altitude solar é calculado como uma função do tempo do dia conforme expresso na equação (12) (Iqbal, 2012) (Loschi, 2017) (Rigollier et al., 2000) (Scharmer et al., 2000):

$$\gamma_s = \sin^{-1}(\sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \omega). \quad (12)$$

Deste modo, a partir das equações (3) a (12) é possível calcular a irradiação do modelo de céu limpo dada na equação (2). Além disso, sabendo que I_{medido} representa os dados medidos a partir da estação meteorológica automática, é possível calcular o índice de claridade (CI) dado pela equação (1).

3.2 Método Aoki

O modelo em espaço de estados é definido como:

$$\begin{cases} x_{k+1} = Tx_k + Re_k \\ y_k = Zx_k + e_k \end{cases}, \quad (13)$$

em que $y_k \in \mathbb{R}^p$ é o vetor de saída ou a saída observada, $x_k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estado ou o estado estimado, $T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a matriz de transição de estado do modelo espaço de estado, enquanto as variáveis $Z \in \mathbb{R}^{p \times n}$ e $R \in \mathbb{R}^{n \times r}$ são as matrizes do modelo e a variável e_k é definida como sendo um ruído branco gaussiano de média nula. (Durbin and Koopman, 2012).

Para a determinação do modelo em espaço de estados que realiza a série temporal de índice de claridade, foi utilizado o método de Aoki (Aoki, 2013) e (Katayama, 2006). Esse método de realização é baseado no cálculo das covariâncias amostrais da série temporal medida.

Para o desenvolvimento das matrizes de covariâncias amostrais, primeiramente parte-se do princípio que k é o tempo presente, deste modo define-se f_{k+1} como um vetor coluna, no qual são empilhadas as saídas futuras do instante $k+1$ em diante e p_{k+1} sendo um vetor coluna de saídas passadas, desde o instante inicial até o instante k . Deste modo, uma matriz de blocos de Hankel proporcionais às covariâncias amostrais pode ser construída com as duas matrizes definidas, conforme é expresso nas equações (14) e (15):

$$H_{k_{bl}, k_{bl}} = E(f_{k+1} p_{k+1}^T) = E \left(\begin{bmatrix} y_{k+1} \\ y_{k+2} \\ y_{k+3} \\ \vdots \end{bmatrix} [y_k \quad y_{k-1} \quad y_{k-2} \quad \dots] \right), \quad (14)$$

$$H_{k_{bl}, k_{bl}} = \begin{bmatrix} \Lambda_{(1)} & \Lambda_{(2)} & \dots & \Lambda_{(k_{bl})} \\ \Lambda_{(2)} & \Lambda_{(3)} & \dots & \Lambda_{(k_{bl}+1)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \Lambda_{(k_{bl})} & \Lambda_{(k_{bl}+1)} & \dots & \Lambda_{(2k_{bl}-1)} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

em que $E(\cdot)$ é definido sendo o operador esperança, k_{bl} é o número de blocos linha da matriz $H_{k_{bl}, k_{bl}} \in \mathbb{R}^{k_{bl}p \times k_{bl}p}$, $2k_{bl} - 1 \leq N_s$ e $k_{bl} > n$, sendo n a ordem do modelo a ser estimado. As matrizes $\Lambda_{(i)} \in \mathbb{R}^{p \times p}$, em que $i = 1, \dots, 2k_{bl} - 1$, são proporcionais às matrizes de covariância amostral das saídas. A partir da construção da matriz $H_{k_{bl}, k_{bl}}$, os passos no método Aoki são os seguintes:

1^o) Calcula-se a decomposição em valores singulares (do inglês Singular Value Decomposition ou SVD) de $H_{k_{bl}, k_{bl}}$ como:

$$H_{k_{bl}, k_{bl}} = [U_s \quad U_n] \begin{bmatrix} \Sigma_s & 0 \\ 0 & \Sigma_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_s^T \\ V_n^T \end{bmatrix} \simeq U_s \Sigma_s V_s^T, \quad (16)$$

em que $U_s \in \mathbb{R}^{k_{bl}p \times n}$, $V_s \in \mathbb{R}^{k_{bl}p \times n}$, $\Sigma_s \in \mathbb{R}^{n \times n}$ contém os n valores singulares mais significativos de $H_{k_{bl}, k_{bl}}$ e os outros valores singulares são relativamente pequenos.

- 2º) Baseando-se na SVD da equação (16), as matrizes de observabilidade $\mathcal{O}_{k_{bl}} \in \mathbb{R}^{k_{bl}p \times n}$ e atingibilidade $\mathcal{C}_{k_{bl}} \in \mathbb{R}^{n \times k_{bl}p}$ são definidas como na equação (17):

$$\mathcal{O}_{k_{bl}} = U_s \Sigma_s^{1/2} \quad \mathcal{C}_{k_{bl}} = \Sigma_s^{1/2} V_s^T, \quad (17)$$

- 3º) Calcula-se as matrizes estimadas T, Z, M_1 conforme expresso nas equações (18) e (19):

$$T = \mathcal{O}_{k_{bl}-1}^\dagger \mathcal{O}_{k_{bl}}(p+1 : k_{bl}p, 1 : n), \quad (18)$$

$$Z = \mathcal{O}_{k_{bl}}(1 : p, 1 : n) \quad M_1 = \mathcal{C}_{k_{bl}}(1 : n, 1 : p), \quad (19)$$

em que $A(a : b, c : d)$ indica a submatriz formada pelos elementos entre as linhas a e b e as colunas c e d de uma matriz A qualquer, $M_1 = E(x_{k+1} y_k^T) \in \mathbb{R}^{n \times p}$ e $\mathcal{O}_{k_{bl}}(p+1 : k_{bl}p, 1 : n)$ é a matriz de observabilidade deslocada de um bloco linha para cima.

- 4º) Deve-se encontrar o valor de $\Lambda_{(0)} \in \mathbb{R}^{k_{bl} \times k_{bl}}$, por meio da matriz de Toeplitz de autocovariância do futuro, T_f , definida como:

$$T_f = E(f_{k+1} f_{k+1}^T) = \begin{bmatrix} \Lambda_{(0)} & \Lambda_{(1)}^T & \Lambda_{(2)}^T & \cdots \\ \Lambda_{(1)} & \Lambda_{(0)} & \Lambda_{(1)}^T & \cdots \\ \Lambda_{(2)} & \Lambda_{(1)} & \Lambda_{(0)} & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}. \quad (20)$$

- 5º) Utilizando as matrizes T, Z, M_1 e $\Lambda_{(0)}$ obtidas nos passos anteriores, calcula-se a matriz de covariância no regime Σ_k com a solução da equação de Ricatti a seguir:

$$\Sigma_k = T \Sigma_k T^T + (M_1 - T \Sigma_k Z^T), \quad (21)$$

$$(\Lambda_{(0)} - Z \Sigma_k Z^T)^{-1} (M_1 - Z \Sigma_k T^T).$$

- 6º) Deste modo, calcula-se o ganho de Kalman no regime, denotado por R , como:

$$R = (M_1 - T \Sigma_k Z^T) (\Lambda_{(0)} - Z \Sigma_k Z^T)^{-1}. \quad (22)$$

Assim, obtém-se o modelo inovativo expresso na equação (13).

A partir do modelo inovativo expresso na equação (13), tem-se que $E(e_k e_k^T) = \Delta = \Lambda_{(0)} - Z \Sigma_k Z^T \in \mathbb{R}^{p \times p}$ e e_k é a inovação, ou seja, a saída observada menos a saída predita (Katayama, 2006). A inovação é um ruído branco de média nula que obedece a equação de covariância descrita como:

$$E(e_k e_{k+i}^T) = \begin{cases} \Delta & \text{se } i = 0 \\ 0_{p \times p} & \text{se } i \neq 0 \end{cases}, \quad (23)$$

em que $0_{p \times p}$ é a matriz nula do espaço $\mathbb{R}^{p \times p}$.

3.3 Predição de estados um passo a frente

A partir do modelo determinado na equação (13), é possível estimar os estados fazendo sua predição um passo a frente.

Da recursão do algoritmo de predição um passo a frente, dada na referência (Durbin and Koopman, 2012), se tem:

$$v_k = y_k - Z \hat{x}_k, \quad (24)$$

$$K_k = T \hat{\Sigma}_k Z^T F_k^{-1}, \quad (25)$$

$$\hat{x}_{k+1} = T \hat{x}_k + K_k v_k, \quad (26)$$

$$F_k = Z \hat{\Sigma}_k Z^T + \Delta, \quad (27)$$

$$L_k = T - K_k Z, \quad (28)$$

$$\hat{\Sigma}_{k+1} = T \hat{\Sigma}_k L_k^T + R \Delta R^T, \quad (29)$$

em que $F_k \in \mathbb{R}^{p \times p}$ é a covariância de inovação, $\hat{x}_k \in \mathbb{R}^n$ é o estado estimado, $\hat{\Sigma}_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é a covariância estimada, $K_k \in \mathbb{R}^{n \times p}$ é denotado sendo como o ganho de Kalman instantâneo, $L_k \in \mathbb{R}^{n \times n}$ é denotado sendo como uma matriz auto-regressiva e $k = 1, \dots, N_s$.

3.4 Algoritmo de Predição Um Passo à Frente por Inicialização Exata

Tomando como referência o procedimento realizado por (Durbin and Koopman, 2012), o algoritmo de inicialização exata do observador de estado é expresso na equação (30). A equação de predição é a mesma do caso apresentada na equação (26):

$$x_{k+1}^{(0)} = T x_k^{(0)} + K_k^{(0)} e_k^{(0)}, \quad k = 1, \dots, N_s, \quad (30)$$

em que $x_k^{(0)}$ é o estado estimado, $K_k^{(0)}$ é denotado sendo como o ganho de Kalman instantâneo e $e_k^{(0)}$ é a inovação.

A equação recursiva da variância de estado Σ_k , equação (29), da predição um passo a frente precisa ser inicializada no início da execução do algoritmo. Uma das maneiras de se fazer isso é realizar a inicialização exata, apresentada nesta seção.

Para todo instante de tempo k , a matriz de covariância de estados Σ_k pode ser dividida em dois termos não nulos e outro que tende a zero, conforme a equação a seguir:

$$\Sigma_k = \kappa \Sigma_{\infty, k} + \Sigma_{*, k} + \mathcal{O}(\kappa^{-1}), \quad (31)$$

em que $\mathcal{O}(\cdot)$ representa uma função dependente de κ^{-1} que tende a zero quando $\kappa \rightarrow \infty$. Deste modo, observa-se que o algoritmo de predição um passo a frente com inicialização exata divide a matriz Σ_k em sua parte finita $\Sigma_{*, k} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ e infinita $\Sigma_{\infty, k} \in \mathbb{R}^{n \times n}$.

A partir da decomposição de Σ_k , os próximos termos a se encontrar são a covariância entre estados e inovação $M_{0k} \in \mathbb{R}^{n \times p}$ e a covariância de inovação F_k . Substituindo Σ_k nos termos de (27) e (32) obtêm-se as equações (33) a (36):

$$M_{0k} = \Sigma_k Z^T, \quad (32)$$

$$M_{0k} = \kappa M_{\infty, k} + M_{*, k} + \mathcal{O}(\kappa^{-1}), \quad (33)$$

$$M_{\infty, k} = \Sigma_{\infty, k} Z^T \quad M_{*, k} = \Sigma_{*, k} Z^T, \quad (34)$$

$$F_k = \kappa F_{\infty, k} + F_{*, k} + \mathcal{O}(\kappa^{-1}), \quad (35)$$

$$F_{\infty, k} = Z \Sigma_{\infty, k} Z^T \quad F_{*, k} = Z \Sigma_{*, k} Z^T + \Delta. \quad (36)$$

As próximas equações da inicialização exata são divididas em dois casos, quando $F_{\infty, k}$ é não singular (possui inversa) ou quando $F_{\infty, k}$ é zero.

Caso 1

Quando $F_{\infty, k}$ possui inversa, tem-se que a covariância da predição de um passo a frente é dada por:

$$\Sigma_{k+1} = \kappa \Sigma_{\infty, k+1} + \Sigma_{*, k+1}, \quad (37)$$

$$\Sigma_{\infty, k+1} = T \Sigma_{\infty, k} L_k^{(0)},$$

$$\Sigma_{*, k+1} = T \Sigma_{\infty, k} L_k^{(1)T} + T \Sigma_{*, k} L_k^{(0)T} + R \Delta R^T,$$

em que $k = 1, \dots, N_s$, $L_k^{(0)}$ e $L_k^{(1)}$ são calculados conforme expressos nas equações (38) e (39), respectivamente:

$$L_k^{(0)} = T - K_k^{(0)} Z, \quad (38)$$

$$L_k^{(1)} = -Z K_k^{(1)}. \quad (39)$$

Os termos $K_k^{(0)}$ e $K_k^{(1)}$ são calculados sendo:

$$K_k^{(0)} = T M_{\infty, k} F_{\infty, k}, \quad (40)$$

$$K_k^{(1)} = T M_{*, k} F_{\infty, k} + T M_{\infty, k} (-F_{\infty, k}^{-1} F_{*, k} F_{\infty, k}^{-1}). \quad (41)$$

Caso 2

O caso 2 ocorre quando Quando $F_{\infty, k} = 0$. Neste caso, as equações ficam mais simplificadas e a equação de evolução da covariância de predição a frente reduz-se a:

$$\Sigma_{k+1} = \kappa \Sigma_{\infty, k+1} + \Sigma_{*, k+1}, \quad (42)$$

$$\Sigma_{\infty, k+1} = T \Sigma_{\infty, k} T^T,$$

$$\Sigma_{*, k+1} = T \Sigma_{*, k} L_k^{(0)} + K_k \Delta K_k^T.$$

De forma simples, o algoritmo de inicialização exata possui a matriz Σ_{∞} diferente de zero até um instante de tempo d . Após o instante de tempo d , usam-se as equações do algoritmo de um passo a frente normal, apresentadas na equações de (24) a (29), utilizando como condições iniciais $(x_d, \Sigma_{*, d})$. Mais detalhes do desenvolvimento do algoritmo podem ser vistos em (Durbin and Koopman, 2012).

3.5 Algoritmo de refinamento de estados por inicialização exata

Nessa seção se desenvolve o algoritmo de refinamento de estados. Nesse algoritmo, todos os dados trazidos pelas amostras são utilizados para melhorar os valores estimados para estados e saídas do sistema.

Tomando como referência (Durbin and Koopman, 2012), podem ser escritas as seguintes equações de refinamento de estados por inicialização exata:

$$r_{k-1}^{(0)} = L_k^{(0)T} r_k^{(0)}, \quad (43)$$

$$r_{k-1}^{(1)} = Z^T F_k^{-1} e_k^{(0)} + L_k^{(0)T} r_k^{(1)} + L_k^{(1)T} r_k^{(0)}, \quad (44)$$

$$\hat{\alpha}_k = x_k^{(0)} + \Sigma_{*, k} r_{k-1}^{(0)} + \Sigma_{\infty, k} r_{k-1}^{(1)}, \quad (45)$$

em que r_{k-1} é uma soma ponderada de inovações, $\hat{\alpha}_k$ é o estado refinado e parte-se do princípio que os parâmetros iniciais sejam $r_k^{(0)} = 0$ e $r_k^{(1)} = 0$. Mais detalhes podem ser vistos em (Durbin and Koopman, 2012).

3.6 Predição Futura

Para o estudo de séries temporais, a predição de futuras observações do vetor de estado e das saídas são de grande relevância. Nessa seção, é desenvolvido um algoritmo de predição futura, a qual pode ser obtida tratando os valores futuros da saída, nesse caso o índice de claridade, como observações ausentes, isto é, em um horizonte não conhecido.

Sejam o vetor de observações de saída $\{y_1, \dots, y_{N_s}\}$ e o modelo de espaço de estados seja conforme expresso na equação (13). Deseja-se prever a saída futura, denotada por \bar{y}_{N_s+j} , em que $j = 1, \dots, J_f$, sendo J_f o horizonte de predição.

O modelo de predição futura pode ser expresso conforme as equações de (46) a (48):

$$\bar{x}_{N_s+j+1} = T_{N_s+j} \bar{x}_{N_s+j}, \quad (46)$$

$$\bar{y}_{N_s+j} = Z_{N_s+j} \bar{x}_{N_s+j}, \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Sigma}_{N_s+j+1} = \\ T_{N_s+j} \bar{\Sigma}_{N_s+j} T_{N_s+j}^T + R_{N_s+j} \Delta_{N_s+j} R_{N_s+j}^T, \end{aligned} \quad (48)$$

o algoritmo pode ser visto com mais detalhes na referência (Durbin and Koopman, 2012).

4 Metodologia

Nesta seção é apresentada a metodologia das simulações propostas neste trabalho, a partir da implementação dos algoritmos apresentados na Seção 3. O software MatLab[®] foi utilizado para a obtenção dos resultados.

O procedimento para a obtenção do resultado da predição futura em simulação livre nos horizontes de curto e médio prazo para o índice de claridade é realizado passo a passo a seguir.

1^o) Primeiramente deve-se calcular o índice de claridade, apresentado na seção 3.1, a partir da irradiação solar medida e a irradiação de céu limpo. O cálculo do índice de claridade é dado nas equações de (1) a (12).

2^o) Com os dados de índice de claridade, utiliza-se a metodologia de Aoki apresentada nas equações (13) a (23), para a identificação das matrizes do modelo em espaço de estados. Considera-se como saída, o índice de claridade calculado no passo anterior.

Foram testados diferentes números k_{bl} de blocos linha para a matriz de Hankel $H_{k_{bl}, k_{bl}}$ apresentada na equação (15) levando a diferentes modelos em espaço de estados apresentado na equação (13).

Para cada um dos modelos foram feitos: a predição um passo a frente, apresentada nas

equações (30) a (42), o refinamento de estados, apresentado nas equações (43) a (45), e o erro quadrático médio entre saída real e saída estimada e refinada foi calculado.

Os resultados obtidos e o erro quadrático médio são mostrados na Seção 5.1.

3^o) Por fim, utilizam-se as matrizes identificadas e a estimação de estados em que se obteve o menor erro quadrático médio, para obter o resultado da predição futura por simulação livre nos horizontes de curto e médio prazo utilizando as equações de (46) a (48). O resultado é apresentado na Seção 5.2.

Um fluxograma contendo o passo a passo da metodologia é ilustrado na Figura 1.

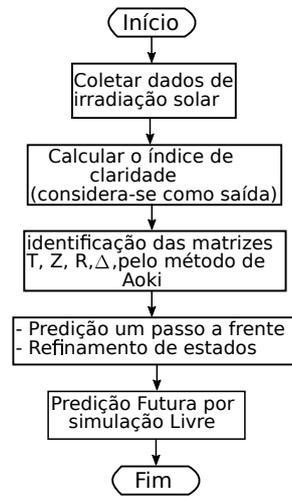


Figura 1: Fluxograma da metodologia utilizada.

5 Resultados

Os resultados das simulações para escolha do número de blocos da matriz de Hankel $H_{k_{bl}, k_{bl}}$ são apresentados nas Figuras 2 e 3. A partir deles concluí-se que os melhores modelos são obtidos para um número de colunas igual $k_{bl} = 3$, o qual obteve o menor erro quadrático médio.

A ordem do sistema, denotada pela variável n , está relacionada com os valores singulares mais significativos, que no modelo obtido com $k_{bl} = 3$ foi $n = 1$. As matrizes do modelo em espaço de estados para $k_{bl} = 3$ e $n = 1$, são mostradas nas equações (49) e (50):

$$T = [0.9809] \quad Z = [-0.6245], \quad (49)$$

$$R = [-0.9528] \quad \Delta = [0.0399]. \quad (50)$$

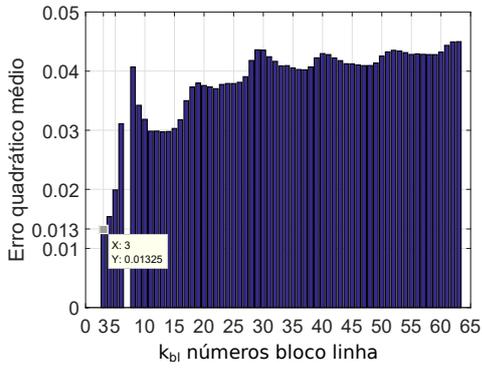


Figura 2: Relação número blocos linha e erro quadrático médio pra estimação um passo a frente.

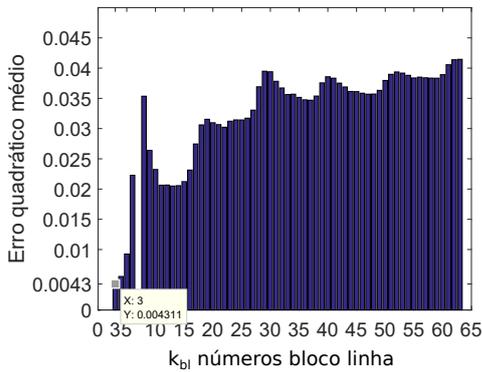


Figura 3: Relação número blocos linha e erro quadrático médio para estimação por refinamento de estados.

5.1 Resultados da estimação do índice de claridade

O comportamento do sinal da saída real do índice de claridade, denotado por y_k , em que $k = 1, \dots, N_s$ ou $\{y_1, \dots, y_{N_s}\}$, utilizado nesse artigo, é representado na duração de um ano, equivalente a 365 dias, a qual cada dia são computados 11 amostras equivalente aos horários de 7h as 17h.

Na Figura 4 é ilustrado o comportamento do sinal da saída real, estimada e refinada a partir dos algoritmos desenvolvidos nas Seções 3.4 e 3.5. Para facilitar a visualização, é apresentado um zoom entre os instantes de tempo $k = 3900$ e $k = 3967$.

A partir do código implementado, é possível calcular o erro quadrático médio, conforme é ilustrado na Tabela 1:

Tabela 1: Erro Quadrático Médio.	
Estimação um passo	
à frente	Estimação refinada
0.013	0.0043

Ao se analisar os resultados da Figura 4 e da Tabela 1, verifica-se que o algoritmo de refina-

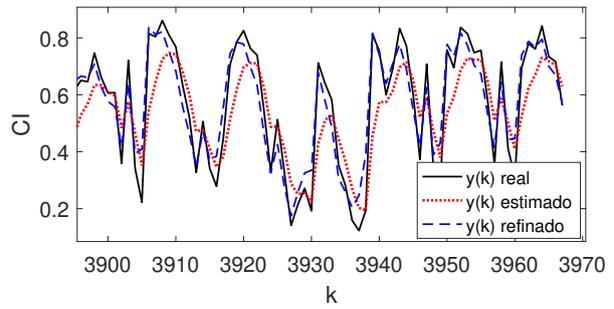


Figura 4: Comportamento do sinal de saída real, estimada e refinada.

mento de estados por inicialização exata, obteve um desempenho melhor comparado com a do algoritmo de predição um passo a frente. Por esse fato, o algoritmo por refinamento de estados está mais próximo da saída real. Isto é esperado uma vez que no refinamento, todos os dados trazidos pelas amostras são utilizados para melhorar os valores estimados para estados e saídas do sistema.

5.2 Resultados da Predição Futura do índice de claridade

Posteriormente, aplicou-se o algoritmo de predição futura para estimar o índice de claridade ao longo de quatro dias. Para isso foi utilizado um horizonte de $J_f = 48$ amostras. Os resultados obtidos são ilustrados na Figura 5, em que são apresentados os comportamentos dos sinais de predição futura em simulação livre com dois desvios padrão, com intervalo de confiança de 68%, (a), quatro desvios padrão, com intervalo de confiança de 95%, (b) e seis desvios padrão, com intervalo de confiança de 99%, (c), juntamente com os dados medidos.

Observa-se na Figura 5 que os dados de índice de claridade para a predição futura ocuparam o intervalo de confiança, ou seja, o algoritmo obteve uma boa predição futura em simulação livre em um horizonte de curto a médio prazo, tendo como base os intervalos de confiança testados.

Entretanto algumas oscilações dos dados reais não foram reproduzidas exatamente pelos dados estimados, indicando que o modelo de ordem 1 tem algumas dificuldades em acompanhar os dados em simulação livre.

6 Conclusões

Neste artigo foi apresentada uma metodologia para identificação das matrizes de modelos em espaço de estados e para estimação do índice de claridade, utilizando o algoritmo de predição um passo a frente e de refinamento de estados com inicialização exata. Posteriormente, foram apresentados os resultados do algoritmo de predição

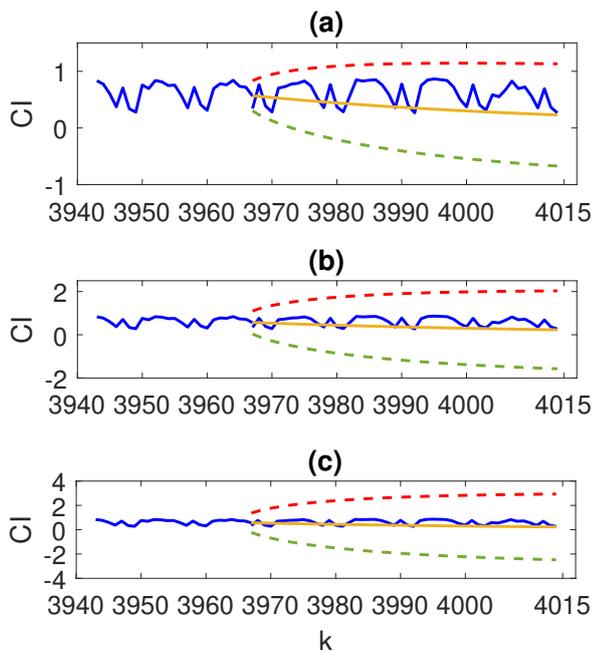


Figura 5: Comportamento dos sinais de predição futura do índice de claridade com intervalo de confiança de 68%, (a), com intervalo de confiança de 95%, (b), e com intervalo de confiança de 99%, (c). Saída real (linha azul), saída predita (linha amarela), intervalo de confiança superior (linha tracejada vermelha) e intervalo de confiança inferior (linha tracejada verde).

futura em simulação livre no horizonte de quatro dias para o índice de claridade.

Observou-se por meio dos resultados obtidos que o método por inicialização exata obteve erro quadrático médio baixo. Além disso, o método refinamento de estados por inicialização exata se destacou ao ser comparado com o método de estimação um passo à frente por inicialização exata, pois o erro quadrático médio foi menor, o que permitiu estimar melhor os estados reais do sistema.

A comparação dos resultados das predições por simulação livre com os valores medidos ficou dentro do intervalo de confiança nos horizontes de predição. Entretanto nota-se que ainda é necessário considerar outros fatores, para se obter resultados mais exatos. Isto será objeto de trabalhos futuros.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

Referências

ABSOLAR (2020). Energia solar fotovoltaica no Brasil, infográfico absolar,

<http://www.absolar.org.br>. Acesso em: 5 Jun. 2020.

- Aoki, M. (2013). *State space modeling of time series*, Springer Science & Business Media.
- Durbin, J. and Koopman, S. J. (2012). *Time series analysis by state space methods*, Vol. 38, OUP Oxford.
- Inmet (2019). Base de dados, estações automáticas, <http://www.inmet.gov.br/portal>. Acesso em: 25 Fev. 2019.
- Iqbal, M. (2012). *An introduction to solar radiation*, Academic Press, Canadá.
- Kasten, F. and Young, A. T. (1989). Revised optical air mass tables and approximation formula, *Applied optics* **28**(22): 4735–4738.
- Katayama, T. (2006). *Subspace methods for system identification*, Springer Science & Business Media.
- Lai, C. S., Jia, Y., McCulloch, M. D. and Xu, Z. (2017). Daily clearness index profiles cluster analysis for photovoltaic system, *IEEE Transactions on Industrial Informatics* **13**(5): 2322–2332.
- Loschi, H. J. (2017). *Proposta de um método complementar de predição da irradiância solar global para curtos intervalos de tempo, baseado em processos de Markov*, Dissertação de Mestrado, UNICAMP.
- Pinto, L. I. C. (2017). *Avaliação do modelo WRF para aplicação em previsão de recursos eólicos no nordeste brasileiro*, Tese de Doutorado, INPE.
- Pinto, M. d. O. (2013). *Fundamentos de energia eólica*, Grupo Gen - LTC, Brasil.
- Rigollier, C., Bauer, O. and Wald, L. (2000). On the clear sky model of the esra european solar radiation atlas with respect to the heliosat method, *Solar energy* **68**: 33–48.
- Scharmer, K., Greif, J. and Dogniaux, R. (2000). *The European solar radiation atlas*, Vol. 2, Les Presses de l'école des mines.
- Tolmasquim, M. T. (2016). *Energia renovável: hidráulica, biomassa, eólica, solar, oceânica*, Empresa de Pesquisa Energética: Rio de Janeiro, Brasil.
- Tomaszewski, G. A., Soares, R. S. and Haag, R. (2018). Obtenção do índice de claridade atmosférica para diferentes localidades do estado do Rio Grande do Sul, *VII Congresso Brasileiro de Energia Solar, Gramado*.
- Young, A. T. (1994). Air mass and refraction, *Applied optics* **33**(6): 1108–1110.