

Aperfeiçoamento dos modelos a parâmetros concentrados utilizados para representar linhas de transmissão em análises de transitórios eletromagnéticos

Jaimis Sajid Leon Colqui *jaimis.leon@unesp.br
Tainá Fernanda Garbelim Pascoalato *tfg.pascoalato@unesp.br
Sérgio Kurokawa *sergio.kurokawa@unesp.br
Anderson Ricardo Justo de Araújo **ajusto@dsce.fee.unicamp.br

* *Departamento de Engenharia Elétrica - UNESP, Av. Brasil Sul, n 56
- Centro CEP 15385-000 Ilha Solteira, SP Brasil*

** *Departamento de Sistemas e Energia, Faculdade de Engenharia
Elétrica e de Computação - UNICAMP, Av. Albert Einstein, n 400 -
Cidade Universitária CEP 13083-852 Campinas, SP Brasil*

Abstract: Numerical spurious oscillations are present in transient responses when transmission lines (TL) are represented by the lumped parameter models (LPM), composed of π , T or \mathcal{L} branches in cascade. These oscillations present erroneous peaks which can lead to incorrect interpretations in the protection devices. In the literature, modified π -circuit topologies are proposed with damping resistances inserted to reduce these oscillations. However, the effects of the damping resistances in the T and \mathcal{L} -circuit topologies are unknown. In this article, a transient analysis of each modified topology is carried out for different damping resistances. Simulations obtained with the modified T and \mathcal{L} topologies are compared with those obtained with numerical inverse Laplace transform and with traditional LPM. A significant reduction of spurious oscillations in the transient responses are seen when the modified topologies are used. In this way, the modified topologies are alternative models to represent symmetrical and ideally transposed three-phase TLs and can be applied to study the electromagnetic transients in power systems.

Resumo: As oscilações espúrias estão presentes nas respostas transitórias quando linhas de transmissão (LT) são representadas pelo modelo a parâmetros concentrados (MPC). O MPC é composto por circuitos π , T ou \mathcal{L} conectados em cascata. Essas oscilações são caracterizadas por picos errôneos que podem levar às interpretações incorretas nos sistemas de proteção. Da literatura, são propostas topologias de circuitos π modificadas pela inserção de resistências de amortecimento que reduzem as oscilações espúrias. Entretanto, nas topologias T e \mathcal{L} , esses efeitos são desconhecidos. Neste artigo, uma análise das respostas transitórias de cada topologia é realizada para diferentes valores da resistência de amortecimento. Os resultados obtidos com as topologias T e \mathcal{L} são comparadas com os obtidos pelo método da transformada numérica inversa de Laplace e pelo MPC clássico. Verifica-se uma redução expressiva das oscilações espúrias nas respostas transitórias quando as topologias modificadas são empregadas. Desse modo, essas topologias são modelos alternativos para representação de LT trifásicas simétricas e idealmente transpostas e podem ser aplicadas para estudar os transitórios eletromagnéticos.

Keywords: Electromagnetic transients; lumped parameter models; time domain; modified topologies; damping resistance.

Palavras-chaves: Transitórios eletromagnéticos; modelos a parâmetros concentrados; domínio do tempo; topologias modificadas; resistência de amortecimento.

1. INTRODUÇÃO

Diversos modelos são propostos para representar as linhas de transmissão (LT), nos quais são desenvolvidos no domínio da frequência ou do tempo, apresentando suas vantagens e suas limitações características. Os modelos no domínio da frequência são limitados quando cargas não-lineares são inseridas nas LT ou nos estudos de faltas nos sistemas elétricos. Adicionalmente, as respostas transitórias são calculadas por transformadas inversas de Laplace ou Fourier, nas quais, às vezes, são obtidas por métodos numéricos devido à sua complexidade e requerem um elevado tempo computacional (Jesus et al., 2017). Dessa forma, os modelos desenvolvidos diretamente no domínio do tempo têm preferência nos estudos transitórios eletromagnéticos em sistemas de potência.

Nesse contexto, o modelo a parâmetros concentrados (MPC) em cascata é extensivamente usado na literatura (Mamis e Meral, 2005; Popović, 2018). O MPC considera uma LT genérica representada por ramos longitudinais e transversais de circuitos na forma π , T ou \mathcal{L} conectados em cascata, detalhados nas próximas seções. Nesses modelos, as correntes e as tensões ao longo de uma LT são representadas por sistema de equações de estado cujas soluções são obtidas por métodos de integração numérica (Macías et al., 2005). O MPC permite a inserção de cargas não-lineares, tais como os retificadores e os para-raios, o estudo de faltas em qualquer ponto da LT e a consideração do efeito Corona nas simulações transitórias (Mamiş e Köksal, 1996; Mamis, 2003; Mamis e Meral, 2005). Entretanto, verifica-se a presença de oscilações espúrias decorrentes dos métodos numéricos empregados para se calcular as correntes e tensões ao longo da linha. Essas oscilações estão associadas ao fato dos parâmetros elétricos que são distribuídos por natureza serem representados por parâmetros concentrados. Tais oscilações são caracterizadas por picos errôneos de elevada amplitude que distorcem as respostas transitórias. Essas oscilações não representam adequadamente as respostas transitórias e podem ocasionar análises incorretas no domínio do tempo, afetar as operações dos equipamentos de proteção e sobredimensionar a suportabilidade elétrica na cadeia de isoladores, resistores de pré-inserção e para-raios (Macías et al., 2005). Alguns métodos são propostos na literatura a fim de se atenuar as oscilações, tais como: (i) o uso de filtros digitais e analógicos (Chrysochos et al., 2015; Araújo et al., 2017); (ii) por meio de ajustes nos métodos numéricos de integração (Siqueira et al., 2015) e (iii) pela representação da LT por meio de cascata de circuitos π modificada (Chrysochos et al., 2015; Colqui et al., 2019). Essa alternativa insere uma resistência de amortecimento em paralelo ao ramo longitudinal ou uma resistência de amortecimento em série ao ramo transversal ao circuito π em cascata clássica. Entretanto, outras topologias tais como a T e a \mathcal{L} , não foram estudadas com a inserção da resistência de amortecimento em suas estruturas na literatura.

Neste artigo, essas duas topologias modificadas do MPC na forma de circuitos T e \mathcal{L} em cascata com resistências de amortecimento são apresentadas para atenuar as oscilações espúrias nas respostas transitórias em LT trifásicas. Essas respostas são comparadas com os resultados obtidos com modelo a parâmetros distribuídos calculados pela trans-

formada numérica inversa de Laplace e com o MPC clássico. Verifica-se uma redução significativa das oscilações espúrias nas respostas transitórias quando as topologias modificadas são empregadas. Desse modo, as topologias propostas se mostram como uma modelagem alternativa e eficiente para representação de LT trifásicas simétricas e idealmente transpostas e podem ser aplicadas para estudar os transitórios eletromagnéticos.

2. REPRESENTAÇÃO DA LT PELO MPC

Nesta seção, os MPCs clássicos e os modificados de circuitos π , T , e \mathcal{L} são apresentados. O MPC representa uma LT cujos parâmetros elétricos são distribuídos ao longo de seu comprimento, sendo representados por parâmetros concentrados conectados na forma π , T ou \mathcal{L} em cascata, conforme Figs. 1, 2 e 3, respectivamente.

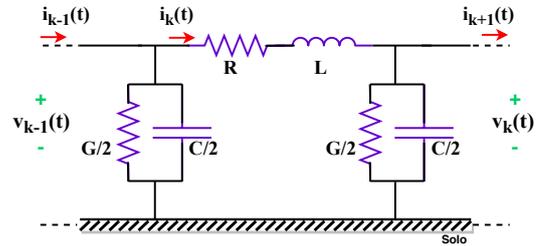


Figura 1. Unidade de circuito π clássico.

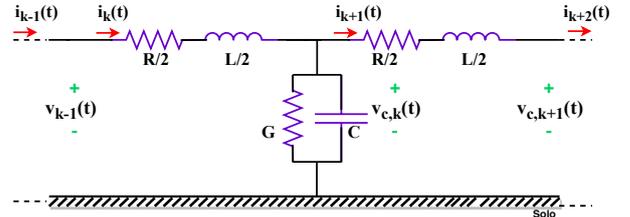


Figura 2. Unidade de circuito T clássico.

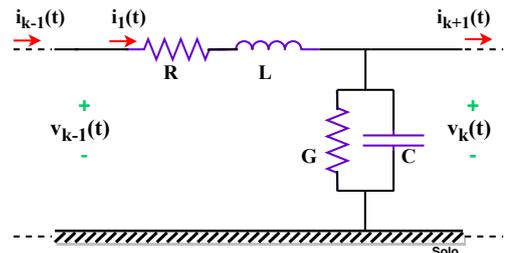


Figura 3. Unidade de circuito \mathcal{L} clássico.

Cada unidade de circuito concentrado é modelada pela resistência R , indutância L , capacitância C e condutância G concentradas. Os parâmetros R , L , C e G concentrados estão relacionados aos seus parâmetros distribuídos, dados por (Nelms et al., 1989)

$$R = R' \frac{d}{n}, \quad L = L' \frac{d}{n}, \quad C = C' \frac{d}{n}, \quad G = G' \frac{d}{n}, \quad (1)$$

onde d é o comprimento da linha e n é o número de circuitos concentrados em cascata. Os termos R' , L' , C' e

G' são a resistência, a indutância, a capacitância e a condutância, por unidade de comprimento, respectivamente. Cada unidade em cascata de circuito possui duas variáveis de estado: tensão transversal e corrente longitudinal. Para avaliar todas as tensões e correntes ao longo do comprimento da linha, é necessário empregar um sistema de equações de estado, representado por (Mamis e Meral, 2005)

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (2a)$$

$$\mathbf{y} = \mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{D}\mathbf{u}. \quad (2b)$$

Em (2), \mathbf{x} é o vetor com variáveis de estado para o sistema de tempo contínuo, \mathbf{u} é o vetor de entrada, \mathbf{y} é o vetor de saída, as matrizes de estado \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} , \mathbf{D} são matrizes cujos coeficientes estão relacionados aos parâmetros concentrados. A solução das equações do espaço de estados é obtida por métodos numéricos de integração tais como método de Heun (Macías et al., 2005).

2.1 MPC clássico de circuitos π

Considerando uma LT representada pela cascata de circuitos π , cada unidade pode ser descrita conforme mostra a Fig. 1, onde são mostradas as correntes e tensões nos terminais. Aplicando as leis de Kirchhoff no circuito π genérico da Fig. 1, obtém-se a corrente longitudinal i_k e a tensão transversal v_k dados por

$$\frac{\partial i_k}{\partial t} = -\frac{R}{L}i_k + \frac{1}{L}v_{k-1} - \frac{1}{L}v_k \quad (3a)$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial t} = \frac{1}{C}i_k - \frac{1}{C}i_{k+1} - \frac{G}{C}v_k. \quad (3b)$$

As matrizes \mathbf{A} e \mathbf{B} e o vetor de estado \mathbf{x} são dados por

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11} & \mathbf{A}_{12} \\ \mathbf{A}_{21} & \mathbf{A}_{22} \end{bmatrix} \quad (4a)$$

$$\mathbf{B} = \left[\frac{1}{L} \ 0 \ \dots \ 0 \right]^T \quad (4b)$$

$$\mathbf{x} = [i_1 \ \dots \ i_n \ v_1 \ \dots \ v_n]^T, \quad (4c)$$

onde as submatrizes \mathbf{A}_{11} , \mathbf{A}_{12} , \mathbf{A}_{21} e \mathbf{A}_{22} são descritas por

$$\mathbf{A}_{11} = \text{diag}\{-R/L\} \quad (5a)$$

$$\mathbf{A}_{12} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (5b)$$

$$\mathbf{A}_{21} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\frac{1}{C} \\ 0 & \dots & 0 & \frac{2}{C} \end{bmatrix} \quad (5c)$$

$$\mathbf{A}_{22} = \text{diag}\{-G/C\}. \quad (5d)$$

2.2 Representação da cascata de circuitos T clássico

Quando uma LT é representada por circuitos T , conforme a Fig. 2, suas correntes e tensões são obtidas aplicando as leis de Kirchhoff, são dadas por

$$\frac{\partial i_k}{\partial t} = -\frac{R}{L}i_k + \frac{1}{L}v_{c,k-1} - \frac{1}{L}v_{c,k} \quad (6a)$$

$$\frac{\partial v_{c,k}}{\partial t} = \frac{1}{C}i_k - \frac{1}{C}i_{k+1} - \frac{G}{C}v_{c,k}. \quad (6b)$$

As matrizes \mathbf{A}_T , \mathbf{B}_T e \mathbf{x}_T escritas sob a forma de variáveis de estado são descritas para essa representação como sendo

$$\mathbf{A}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{T11} & \mathbf{A}_{T12} \\ \mathbf{A}_{T21} & \mathbf{A}_{T22} \end{bmatrix} \quad (7a)$$

$$\mathbf{B}_T = \left[\frac{2}{L} \ 0 \ \dots \ 0 \right]^T \quad (7b)$$

$$\mathbf{x}_T = [i_1 \ \dots \ i_{n+1} \ v_{c,1} \ \dots \ v_{c,n}]^T, \quad (7c)$$

sendo que as submatrizes de \mathbf{A}_{T11} , \mathbf{A}_{T12} , \mathbf{A}_{T21} e \mathbf{A}_{T22} são escritas como

$$\mathbf{A}_{T11} = \text{diag}\{-R/L\} \quad (8a)$$

$$\mathbf{A}_{T12} = \begin{bmatrix} -\frac{2}{L} & 0 & \dots & 0 \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & \ddots & 0 \\ 0 & \frac{1}{L} & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & -\frac{1}{L} \\ 0 & \dots & 0 & \frac{2}{L} \end{bmatrix} \quad (8b)$$

$$\mathbf{A}_{T21} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & 0 & \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \quad (8c)$$

$$\mathbf{A}_{T22} = \text{diag}\{-G/C\}. \quad (8d)$$

2.3 Representação da cascata de circuitos \mathcal{L} clássico

Para a LT representada por uma cascata de circuitos \mathcal{L} da forma da Fig. 3, as equações de correntes e tensões são dadas por

$$\frac{\partial i_k}{\partial t} = -\frac{R}{L}i_k + \frac{1}{L}v_{k-1} - \frac{1}{L}v_k \quad (9a)$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial t} = \frac{1}{C}i_k - \frac{1}{C}i_{k+1} - \frac{G}{C}v_k, \quad (9b)$$

sendo que, as matrizes $\mathbf{A}_{\mathcal{L}}$, $\mathbf{B}_{\mathcal{L}}$ e $\mathbf{x}_{\mathcal{L}}$ são descritas como

$$\mathbf{A}_{\mathcal{L}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_{\mathcal{L}11} & \mathbf{A}_{\mathcal{L}12} \\ \mathbf{A}_{\mathcal{L}21} & \mathbf{A}_{\mathcal{L}22} \end{bmatrix} \quad (10a)$$

$$\mathbf{B}_{\mathcal{L}} = \left[\frac{1}{L} \ 0 \ \dots \ 0 \right]^T \quad (10b)$$

$$\mathbf{x}_{\mathcal{L}} = [i_1 \ \dots \ i_n \ v_1 \ \dots \ v_n]^T, \quad (10c)$$

e suas submatrizes dadas por

$$\mathbf{A}_{\mathcal{L}11} = \text{diag}\{-R/L\} \quad (11a)$$

$$\mathbf{A}_{\mathcal{L}12} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} & 0 & \cdots & 0 \\ \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \frac{1}{L} & -\frac{1}{L} \end{bmatrix} \quad (11b)$$

$$\mathbf{A}_{\mathcal{L}21} = \begin{bmatrix} \frac{1}{C} & -\frac{1}{C} & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1}{C} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1}{C} \end{bmatrix} \quad (11c)$$

$$\mathbf{A}_{\mathcal{L}21} = \text{diag}\{-G/C\}. \quad (11d)$$

2.4 MPC com resistência de amortecimento

Para mitigar as oscilações numéricas, uma unidade de circuito π modificada é proposta na literatura (CIGRE, 1979; Chrysochos et al., 2015). Nesta topologia, uma resistência de amortecimento R_D é conectada paralelamente ao ramo longitudinal RL no MPC clássico. Nesta topologia, a resistência de amortecimento R_D é dada por (Chrysochos et al., 2015)

$$R_D = K_D \frac{2L}{\Delta t}; \quad G_D = \frac{1}{R_D}, \quad (12)$$

onde K_D é um fator ajustável que varia entre 2 e 10 (Chrysochos et al., 2015; Colqui et al., 2019). A variável L é a indutância longitudinal do circuito a parâmetro concentrado e Δt é o passo de cálculo empregado nas simulações. Essa topologia foi usada para mitigar as oscilações numéricas e consiste em um método simples no MPC clássico. Entretanto, essa resistência de amortecimento pode ser inserida nas topologias modificadas T e \mathcal{L} , conforme o desenvolvimento a seguir.

2.5 Representação da cascata de circuitos T modificado

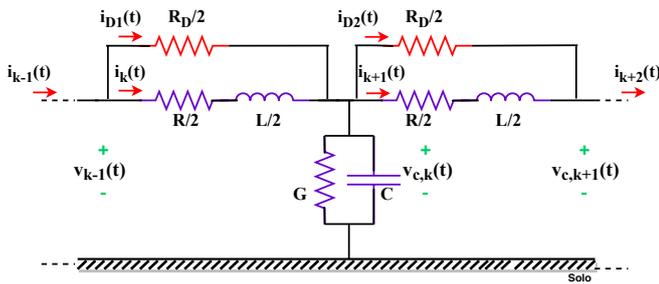


Figura 4. Unidade de circuito T modificado com resistência paralela R_D .

A topologia de circuito T modificado está sendo proposta com o intuito de reduzir as oscilações espúrias que acontecem nesse tipo de topologia, seguindo a mesma ideia da topologia de circuito π modificado. Para isso, uma resistência de amortecimento R_D é adicionada paralela ao ramo longitudinal RL do MPC- T clássico conforme Fig. 4. A partir da análise das leis de Kirchhoff do circuito T modificado, são resultadas equações escritas como

$$\frac{\partial i_k}{\partial t} = \frac{-R}{L} i_k + \frac{1}{L} v_{c,k-1} - \frac{1}{L} v_{c,k} \quad (13a)$$

$$\frac{\partial v_{c,k}}{\partial t} = \frac{1}{C} i_k - \frac{1}{C} i_{k+1} + \beta' v_{c,k-1} - \alpha' v_{c,k} + \beta' v_{c,k+1}. \quad (13b)$$

As componentes α' e β' presentes em (13) são definidas como

$$\alpha' = \frac{(G + 2G_D)}{C}; \quad \beta' = \frac{G_D}{C}. \quad (14)$$

Inserindo (13) na forma de espaço de estados, resulta-se em matrizes, definidas como

$$\mathbf{A}'_T = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{T11} & \mathbf{A}'_{T12} \\ \mathbf{A}'_{T21} & \mathbf{A}'_{T22} \end{bmatrix} \quad (15a)$$

$$\mathbf{B}'_T = [2/L \ 0 \ \cdots \ 2/G_D \ 0 \ \cdots \ 0]^T \quad (15b)$$

$$\mathbf{x}'_T = [i_1 \ \cdots \ i_{n+1} \ v_1 \ \cdots \ v_n]^T, \quad (15c)$$

onde as submatrizes \mathbf{A}'_{T11} , \mathbf{A}'_{T22} , \mathbf{A}'_{T21} e \mathbf{A}'_{T12} são descritas como

$$\mathbf{A}'_{T11} = \mathbf{A}_{T11} \quad (16a)$$

$$\mathbf{A}'_{T12} = \mathbf{A}_{T12} \quad (16b)$$

$$\mathbf{A}'_{T21} = \mathbf{A}_{T21} \quad (16c)$$

$$\mathbf{A}'_{T22} = \begin{bmatrix} -\alpha' & \beta' & \cdots & 0 \\ \beta' & -\alpha' & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \beta' \\ 0 & \cdots & \beta' & -\alpha' \end{bmatrix}. \quad (16d)$$

2.6 Representação da cascata de circuitos \mathcal{L} modificado

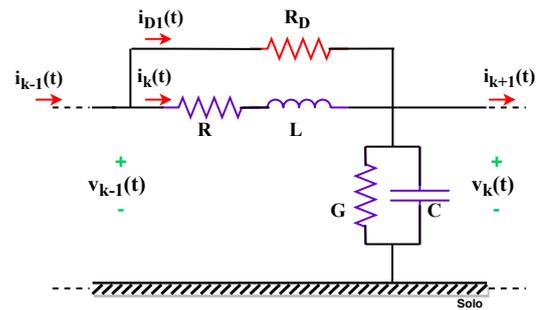


Figura 5. Unidade de circuito \mathcal{L} modificado com resistência paralela R_D .

A segunda topologia proposta para reduzir as oscilações espúrias nas respostas transitórias do MPC topologia em \mathcal{L} , é a circuito \mathcal{L} modificado. Essa topologia é representada por uma resistência de amortecimento R_D adicionada paralela ao ramo longitudinal RL do MPC \mathcal{L} clássico como pode ser visto na Fig. 5. As equações resultantes da análise do circuito \mathcal{L} modificado são escritas como

$$\frac{\partial i_k}{\partial t} = \frac{-R}{L} i_k + \frac{1}{L} v_{k-1} - \frac{1}{L} v_k \quad (17a)$$

$$\frac{\partial v_k}{\partial t} = \frac{1}{C} i_k - \frac{1}{C} i_{k+1} + \beta' v_{k-1} - \alpha' v_k + \beta' v_{k+1}. \quad (17b)$$

As componentes α' e β' foram definidos anteriormente em (14).

As equações modificadas do circuito \mathcal{L} sob a forma de espaço de estado são dadas por

$$\mathbf{A}'_{\mathcal{L}} = \begin{bmatrix} \mathbf{A}'_{\mathcal{L}11} & \mathbf{A}'_{\mathcal{L}12} \\ \mathbf{A}'_{\mathcal{L}21} & \mathbf{A}'_{\mathcal{L}22} \end{bmatrix} \quad (18a)$$

$$\mathbf{B}'_{\mathcal{L}} = \left[\frac{1}{L} \ 0 \ \dots \ 0 \ \beta' \ 0 \ \dots \ 0 \right]^T \quad (18b)$$

$$\mathbf{x}'_{\mathcal{L}} = [i_1 \ \dots \ i_n \ v_1 \ \dots \ v_n]^T. \quad (18c)$$

As submatrizes $\mathbf{A}'_{\mathcal{L}11}$, $\mathbf{A}'_{\mathcal{L}12}$, $\mathbf{A}'_{\mathcal{L}21}$ e $\mathbf{A}'_{\mathcal{L}22}$ são definidas por

$$\mathbf{A}'_{\mathcal{L}11} = \mathbf{A}_{\mathcal{L}11} \quad (19a)$$

$$\mathbf{A}'_{\mathcal{L}12} = \mathbf{A}_{\mathcal{L}12} \quad (19b)$$

$$\mathbf{A}'_{\mathcal{L}21} = \mathbf{A}_{\mathcal{L}21} \quad (19c)$$

$$\mathbf{A}'_{\mathcal{L}22} = \begin{bmatrix} -\alpha' & \beta' & \dots & 0 \\ \beta' & -\alpha' & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \beta' \\ 0 & \dots & \beta' & -\frac{G+G_D}{C} \end{bmatrix}. \quad (19d)$$

3. MPC MODIFICADOS APLICADOS NAS LT TRIFÁSICAS

Para uma LT trifásica com plano de simetria vertical e idealmente transposta, a sua decomposição pode ser feita por meio de uma matriz de transformação modal com seus elementos reais e constantes, denominada como matriz de transformação de Clarke. Nestas condições obtém-se a linha decomposta em seus modos de propagação. A matriz de Clarke é dada por (Tavares et al., 1999)

$$\mathbf{T}_{\text{Clarke}} = \begin{bmatrix} 2/\sqrt{6} & 0 & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \\ -1/\sqrt{6} & -1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{3} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

Como se trata de uma LT trifásica com plano de simetria vertical e idealmente transposta, as matrizes de impedâncias longitudinais são dadas por (Piantini, 2020)

$$\mathbf{Z} = \begin{bmatrix} Z_p & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_p & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_p \end{bmatrix}, \quad (21)$$

onde as componentes da diagonal principal são (Z_p) e fora da diagonal principal são (Z_m). Os elementos das matrizes de admitâncias transversais \mathbf{Y} tem a mesma disposição dos elementos das matrizes de impedâncias longitudinais \mathbf{Z} . Quando a LT é idealmente transposta, a matriz de transformação de Clarke separa a linha em seus modos exatos (Araujo e Kurokawa, 2014). As equações que são utilizadas para decompor a LT trifásica idealmente

transposta em seus modos de propagação são expressas como (Araujo e Kurokawa, 2014)

$$\mathbf{Z}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{\text{Clarke}}^T \mathbf{Z} \mathbf{T}_{\text{Clarke}} \quad (22)$$

$$\mathbf{Y}_{\alpha\beta 0} = \mathbf{T}_{\text{Clarke}}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{T}_{\text{Clarke}}^{-T}. \quad (23)$$

Desenvolvendo as equações (22) e (23) resulta-se (Araujo e Kurokawa, 2014)

$$\mathbf{Z}_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} Z_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Z_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Z_0 \end{bmatrix} \quad (24a)$$

$$\mathbf{Y}_{\alpha\beta 0} = \begin{bmatrix} Y_\alpha & 0 & 0 \\ 0 & Y_\beta & 0 \\ 0 & 0 & Y_0 \end{bmatrix}. \quad (24b)$$

Nessa técnica, as matrizes de transformação modal separam uma LT trifásica idealmente transposta em três linhas monofásicas independentes, ou três modos de propagação denominados de α , β e 0 como apresenta a Fig. 6.

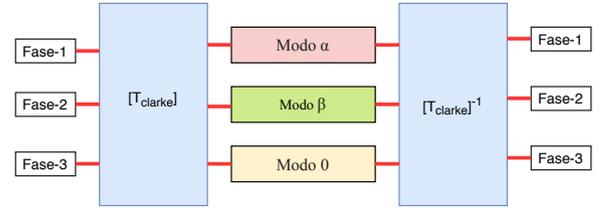


Figura 6. Decomposição modal em três LT monofásicas.

4. VALIDAÇÃO DAS TOPOLOGIAS MODIFICADAS

O desempenho das topologias modificadas para calcular as respostas transitórias em uma LT trifásica idealmente transposta é realizado nesta seção. A LT utilizada possui 100 km de comprimento, cuja configuração geométrica é mostrada na Fig. 7 e os raios internos (r_{int}) e externos (r_{ext}) e a resistência DC (R_{dc}) da LT são mostrados na Tabela 1.

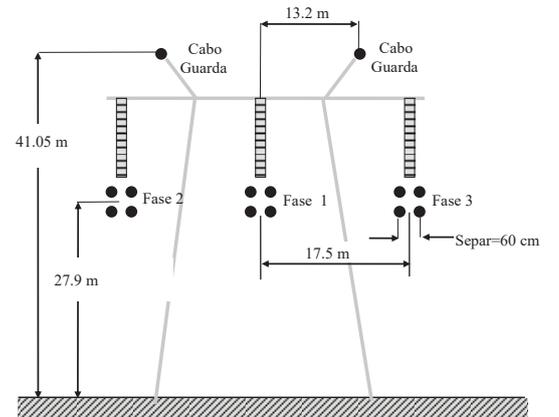


Figura 7. LT trifásica com plano de simetria vertical e idealmente transposta, adaptado de (Prikler e Høidalen, 2009)

A LT trifásica se situa sobre um solo de resistividade de $\rho_e = 1.000 \ \Omega \cdot \text{m}$ e com base nos dados geométricos da LT, as

Tabela 1. Parâmetros dos condutores da LT.

	Condutor de Fase	Cabos-guarda
r_{int} (cm)	0.55	0.30
r_{ext} (cm)	1.55	0.80
R_{dc} (Ω /km)	0.0585	0.304

matrizes de resistência (\mathbf{R}), indutância (\mathbf{L}) e capacitância (\mathbf{C}), a 60 Hz e considerando os efeitos do solo e o pelicular (Marti, 1983; Gatous e Pissolato, 2004) são dadas por

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.0665 & 0.0501 & 0.0501 \\ 0.0501 & 0.0665 & 0.0564 \\ 0.0501 & 0.0501 & 0.0665 \end{bmatrix} (\Omega/km)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} 1.2663 & 0.3780 & 0.3780 \\ 0.3780 & 1.2663 & 0.3780 \\ 0.3780 & 0.3780 & 1.2663 \end{bmatrix} (mH/km)$$

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0.0121 & -0.0012 & -0.0012 \\ -0.0012 & 0.0121 & -0.0012 \\ -0.0012 & -0.0012 & 0.0121 \end{bmatrix} (\mu F/km).$$

A LT trifásica é decomposta usando a matriz de Clarke e as Eqs. (22) e (23). Cada modo de propagação é representado pelo modelo MPC clássico e pelo MPC na forma π , T e \mathcal{L} modificado (com as resistências de amortecimento). Uma vez que as respostas transitórias são obtidas para cada modo independente, elas são convertidas ao domínio das fases. A fim de analisar as respostas transitórias da LT trifásica no terminal receptor $V_m(t)$, considera-se o caso ilustrado na Fig. 8. O número de circuitos T ou \mathcal{L} por km é de 1 circuito/km e o passo de tempo $\Delta t = 0.5 \mu s$ são empregados nas simulações. Nesse caso, a LT tem em seu terminal emissor (k) uma fonte de tensão contínua de $V(t) = 1$ p.u. conectada na fase 1, enquanto que as demais fases são aterradas. No instante $t = 0$, a LT é energizada por essa condição da fonte. No terminal receptor (m), uma carga resistiva trifásica de $2 \text{ k}\Omega$ por fase é considerada e as tensões $V_m(t)$ são obtidas. Nas simulações desse trabalho, os parâmetros elétricos da LT foram considerados constantes, devido ao fenômeno da energização por fonte DC (degrau) conter um baixo espectro de frequência (Diefenthaler et al., 2019). A impedância do solo é calculada pela equação clássica de Carson (Carson, 1926).

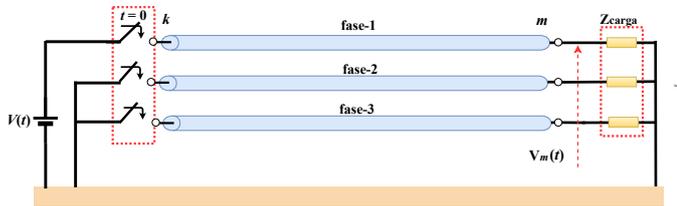


Figura 8. Energização da LT trifásica com carga equilibrada no terminal receptor.

As tensões transitórias $V_m(t)$ são calculadas usando os MPC clássicos e os MPC modificados para as topologias T e \mathcal{L} . Diversos fatores de ajuste K_D são investigados a fim de se obter a redução mais significativa das oscilações espúrias, conforme mostrado na Tabela 2, escolhidos a partir das reduções mais significativas das oscilações espúrias em cada modo α , β e 0. As respostas são comparadas com as obtidas pelo modelo a parâmetros distribuídos que utiliza

a técnica da transformada inversa numérica de Laplace (NLT), considerada a resposta transitória de referência nesse trabalho (Ramirez et al., 2004).

Tabela 2. Valores K_d para os circuitos T e \mathcal{L} .

Modo	Circuito T			Circuito \mathcal{L}		
	α	β	zero	α	β	zero
K_{d1}	10.0	10.0	8.00	10.0	10.0	8.00
K_{d2}	1.01	1.01	0.82	0.95	0.95	0.78
K_{d3}	0.10	0.10	0.08	0.10	0.10	0.08

Nas Figs. 9 e 11 são mostradas as tensões transitórias $V_m(t)$ da fase 1 usando os circuitos T e \mathcal{L} , respectivamente. E nas Figs. 10 e 12 são mostradas as tensões transitórias $V_m(t)$ nas fases 2 e 3, que são idênticas devido à simetria da LT, usando o circuito T e o circuito \mathcal{L} . O tempo de propagação t_v é dado por

$$t_v = d/v, \quad (25)$$

onde d é o comprimento da linha e v é a velocidade de propagação das ondas viajantes. Adotando que $v \approx c$ (velocidade de propagação da luz $c = 3 \times 10^5 \text{ km/s}$) e $d = 100 \text{ km}$, tem-se que $t_v \approx 0,33 \text{ ms}$.

Quando a LT trifásica é energizada no instante $t = 0$, ondas viajantes se propagam ao longo da LT provocando a elevação de tensão em diversos pontos do circuito. No terminal receptor, após um dado tempo de propagação t_v , as tensões resultantes nas três fases são geradas pelas ondas incidentes e refletidas, das quais dependem do valor da carga conectada nesse terminal e dos acoplamentos indutivo e capacitivo entre os condutores aéreos. Dessa forma, as tensões induzidas nas fases 2 e 3 são produzidas durante a energização da LT. Verifica-se que quando há uma variação positiva na tensão da fase 1 (Figs. 9 e 11), tensões negativas são geradas nas fases adjacentes 2 e 3 (Figs. 10 e 12), conforme a lei de indução de Faraday-Lenz. No regime permanente, a tensão na fase 1 atingirá 1 p.u. sendo a mesma tensão aplicada pela fonte, enquanto que as tensões nas fases 2 e 3 serão nulas.

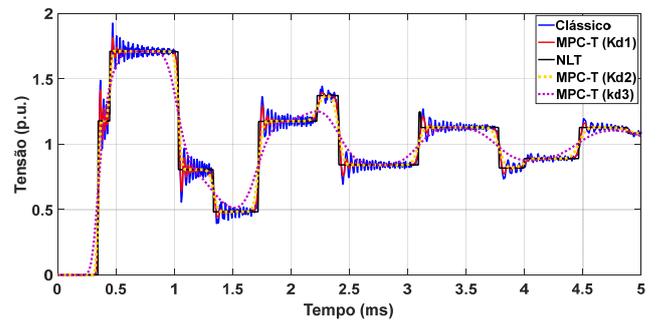


Figura 9. Tensão $V_m(t)$ da fase 1 usando NLT, MPC e circuitos T modificados.

Das Figs. 9 a 12, verifica-se que o modelos clássicos apresentam oscilações espúrias elevadas das quais distorcem significativamente as tensões transitórias em relação às respostas obtidas pelo NLT. As topologias modificadas propostas, denominadas por MPC- T e MPC- \mathcal{L} para as topologias T e \mathcal{L} em cascata respectivamente, mostram uma redução expressiva das oscilações espúrias em todas

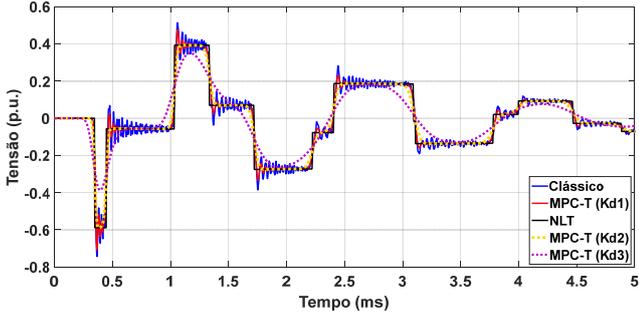


Figura 10. Tensão $V_m(t)$ das fases 2 e 3 usando NLT, MPC e circuitos T modificados.

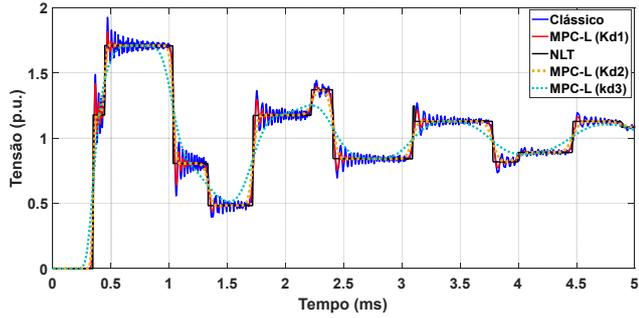


Figura 11. Tensão $V_m(t)$ da fase 1 usando NLT, MPC e circuitos \mathcal{L} modificados.

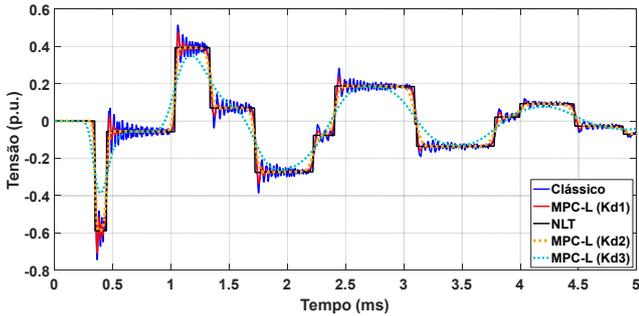


Figura 12. Tensões $V_m(t)$ das fases 2 e 3 usando NLT, MPC e circuitos \mathcal{L} modificados.

as respostas transitórias. Essa redução é mais pronunciada quanto menor for o fator de ajuste K_D . No entanto, observa-se uma distorção elevada quando um dado valor de K_D é empregado nas simulações, como por exemplo, o tempo de subida das tensões transitórias para a topologia MPC- T modificada é inferior ao tempo de propagação $t_v = 0.33$ ms, o que ocorre corretamente no MPC clássico e NLT. Essas distorções no tempo de subida, podem levar à interpretações errôneas nos sistemas de aquisição dos relés para proteção contra faltas nas LT usando o método das ondas viajantes (Silveira et al., 2001). Em relação às oscilações espúrias, caso esses picos errôneos sejam tomados como referência, as isolações elétricas dos equipamentos podem ser sobredimensionadas e afetar na coordenação de isolamento de um sistema elétrico.

A fim de mensurar a magnitude desses picos errôneos, as respostas transitórias obtidas pelos modelos MPC clássico, NLT e MPC- T e \mathcal{L} modificados são mostradas nas Figs. 13 e 14 em detalhes. Nesse caso, mostra-se as tensões obtidas para MPC- T - k_{d2} e MPC- \mathcal{L} - k_{d2} , pois apresentam

Tabela 3. Tensão transitória (p.u.) e erro E(%).

Modo	Fase 1*	E(%)	Fase 2**	E(%)
NLT	1.707	-	-0.59	-
MPC	1.925	12.78	-0.74	20.27
MPC- T	1.709	0.12	-0.59	0.10
MPC- \mathcal{L}	1.710	0.18	-0.59	0.13

* obtidos em: $t = 0.471$ ms; ** obtidos em $t = 0.366$ ms

as reduções mais significativas com a menor distorção nas respostas transitórias. Os valores de pico da tensão transitórias para as fases 1 e 2, assim como os erros (E) em % obtidos em relação às respostas do NLT são mostrados na Tabela 3. Verifica-se que os picos das tensões obtidas pelo MPC clássico apresentam erros elevados, sendo mais significativos nas tensões das fases 2 e 3. Entretanto, as topologias modificadas T e \mathcal{L} apresentam uma excelente precisão em relação às tensões obtidas pelo NLT.

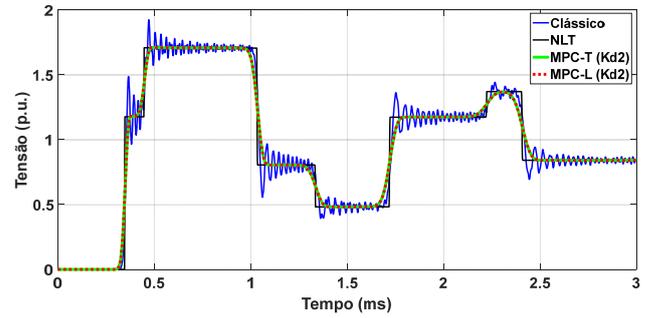


Figura 13. Tensão $V_m(t)$ da fase 1 usando circuitos T e \mathcal{L} com K_{d2} .

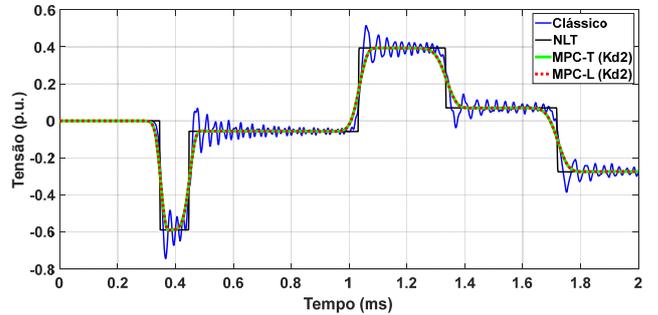


Figura 14. Tensões $V_m(t)$ das fases 2 e 3, circuito T e \mathcal{L} com K_{d2} .

A principal vantagem da representação modificada é sua aplicação direta na representação de LT trifásicas e a atenuação direta das oscilações espúrias sem a necessidade de filtros analógicos ou digitais, ou a modelagem no domínio da frequência que requerem o uso de transformadas inversas de Laplace.

5. CONCLUSÕES

Este artigo apresenta as equações de espaço de estado que modelam os MPC de circuitos π , T e \mathcal{L} clássico, e os MPC de circuitos T e \mathcal{L} modificados para representar LT e calcular as respostas transitórias diretamente no tempo. A cascata dos circuitos modificados com um resistor de amortecimento em paralelo R_D mostra bom desempenho para reduzir as oscilações espúrias nas respostas transitórias. Nas topologias modificadas T e \mathcal{L} do MPC, a variação

do fator de ajuste K_D fornece uma atenuação significativa das oscilações espúrias.

Os resultados mostram uma atenuação significativa entre os MPC clássicos, o NLT (referência) e os MPCs modificados empregando os melhores K_D . Nessas respostas, observa-se uma excelente redução nos picos das tensões transitórias e a menor distorção do tempo de subida das respostas transitórias. Dessa forma, as topologias propostas mostram-se eficientes e podendo ser utilizadas como modelos na representação de uma LT trifásica simétrica e idealmente transposta, sem a necessidade da modelagem no domínio da frequência e transformadas inversas.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES) e à FAPESP (projetos n° 2019/14807-0 e n° 2019/01396-1) pelo fomento recebido no desenvolvimento desta pesquisa.

REFERÊNCIAS

- Araújo, A.R., Kurokawa, S., Shinoda, A.A., e Costa, E.C. (2017). Mitigation of erroneous oscillations in electromagnetic transient simulations using analogue filter theory. *IET Science, Measurement & Technology*, 11(1), 41–48.
- Araújo, A.R.J., S.R.C. e Kurokawa, S. (2014). Using universal line model (ulm) for simulating electromagnetic transients in three-phase transmission lines. *IEEE Latin America Transactions*, 12(2), 190–196.
- Carson, J.R. (1926). Wave propagation in overhead wires with ground return. *The Bell System Technical Journal*, 5(4), 539–554.
- Chrysochos, A.I., Tsolaridis, G.P., Papadopoulos, T.A., e Papagiannis, G.K. (2015). Damping of oscillations related to lumped-parameter transmission line modeling. In *Conf. on Power Systems Transients (IPST 2015)*, volume 7.
- CIGRE, W. (1979). The calculation of switching surges iii. transmission line representation for energisation and re-energisation studies with complex feeding networks. *Electra*, 62, 45–78.
- Colqui, J.S., de Araújo, A.R., e Kurokawa, S. (2019). Improving the performance of a lumped transmission line model used in electromagnetic transient analysis. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 13(21), 4942–4951.
- Diefenthaler, A., Sausen, A., Sausen, P., de Campos, M., e Daniels, A.J. (2019). Mathematical models of transmission lines applied to the medium voltage electrical network. In *2019 IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Conference - Latin America (ISGT Latin America)*, 1–6.
- Gatous, O.M.O. e Pissolato, J. (2004). Frequency-dependent skin-effect formulation for resistance and internal inductance of a solid cylindrical conductor. *IEE Proceedings - Microwaves, Antennas and Propagation*, 151(3), 212–216.
- Jesus, N.F., da Costa, C.P., Fernández, L.D.P., e Castilero, J.B. (2017). Estudo comparativo de três algoritmos de inversão numérica da transformada de laplace. *Revista Brasileira de Computação Aplicada*, 9(1), 63–72.
- Macías, J., Expósito, A., e Soler, A. (2005). A comparison of techniques for state-space transient analysis of transmission lines. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 20(2), 894–903.
- Mamiş, M.S. e Köksal, M. (1996). Some renovations in transient analysis of transmission lines by state-space techniques. *Mathematical and Computational Applications*, 1(1), 181–190.
- Mamiş, M. (2003). Computation of electromagnetic transients on transmission lines with nonlinear components. *IEE Proceedings - Generation, Transmission and Distribution*, 150(2), 200–204.
- Mamiş, M. e Meral, M. (2005). State-space modeling and analysis of fault arcs. *Electric Power Systems Research*, 76, 46–51.
- Marti, L. (1983). Low-order approximation of transmission line parameters for frequency-dependent models. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 3(3), 1099–1110.
- Nelms, R.M., Sheble, G.B., Newton, S.R., e Grigsby, L.L. (1989). Using a personal computer to teach power system transients. *IEEE Transactions on Power Systems*, 4(3), 1293–1294.
- Piantini, A. (2020). *Lightning Interaction with Power Systems, Vol.1-Fundamental and Modelling*, volume 1. IET Institution of Engineering and Technology, first edition.
- Popović, L.M. (2018). Chapter 2 - theoretical foundations. In L.M. Popović (ed.), *Practical Methods for Analysis and Design of HV Installation Grounding Systems*, 23 – 71. Academic Press.
- Prikler, L. e Høidalen, H.K. (2009). Atpdraw version 5.6 for windows 9x/nt/2000/xp/vista-users' manual. *European EMTP ATP Users User Group*.
- Ramirez, A., Gomez, P., Moreno, P., e Gutierrez, A. (2004). Frequency domain analysis of electromagnetic transients through the numerical laplace transforms. In *IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2004.*, 1136–1139 Vol.1.
- Silveira, P., Seara, R., e Zürn, H.H. (2001). Localização de faltas por ondas viajantes—uma nova abordagem baseada em decomposição wavelet. *Proceedings of the Anais do XVI Seminário Nacional de Produção e Transmissão de Energia Elétrica—SNPTEE*, 18.
- Siqueira, J.C.G., Bonatto, B.D., Martí, J.R., Hollman, J.A., e Dommel, H.W. (2015). A discussion about optimum time step size and maximum simulation time in emtp-based programs. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 72, 24–32.
- Tavares, M.C., Pissolato Filho, J., e Portela, C.M. (1999). Quasi-modes multiphase transmission line model. *Electric Power Systems Research*, 49(3), 159–167.