DOI: 10.48011/asba.v2i1.1308

Metodologia de projeto e análise de observadores de FCEM para máquinas BLDC aplicadas na tração de veículos elétricos

Lucas Rossato Rocha * **Rodrigo Padilha Vieira** *

* *Grupo de Eletrônica de Potência e Controle - GEPOC, Universidade Federal de Santa Maria - UFSM, RS (e-mails: lucas_rrocha@hotmail.com, rodrigovie@gmail.com)*

Abstract:
This work presents a gain design methodology for a back-EMF observer of Brushless DC machine (BLDC). Due to the non-sinusoidal characteristic of the BLDC machine, the conventional Park transform will lead to torque oscillations when using classic vector control. Thus, FCEM information is essential for implementing extended vector control techniques and additionally implementing algorithms for speed and rotor position estimation. The observer gains are designed using pole placement and a discrete-time analysis is presented. The proposed observer is compared with a *Luenberger* observer. Simulation and experimental results corroborate the proposed methodology and demonstrate the observer robustness.

Resumo: Esse trabalho apresenta uma metodologia de projeto para os ganhos de um observador de força contra-eletromotriz (FCEM) para a máquina BLDC. Devido a característica não-senoidal da máquina BLDC, a transformação de Park convencional pode gerar oscilações de torque quando se utiliza controle vetorial clássico. Assim, a informação da FCEM é essencial para implementação de técnicas de controle vetorial estendido e adicionalmente implementação de algoritmos de estimação da velocidade e posição rotórica. Os ganhos do observador são projetados utilizando a técnica de alocação de pólos e as limitações do observador em tempo discreto são avaliadas. Uma comparação com um observador de *Luenberger* é apresentada. Resultados de simulação e experimentais corroboram a metodologia proposta, demonstrando a robustez do observador.

Keywords: BLDC; back-EMF observer; discrete-time analysis; *Luenberger* observer

Palavras-chaves: BLDC, observador; força contra-eletromotriz; análise em tempo discreto; observador de *Luenberger*

1. INTRODUÇÃO

Nos últimos anos as máquinas BLDC (*brushless DC*) têm sido amplamente utilizadas em aplicações industriais e domésticas. Este tipo de máquina tem como característica a presença de uma força contra-eletromotriz (FCEM) não senoidal, em geral trapezoidal. Dentre suas características, destacam-se alta densidade de potência, estrutura simples, facilidade de controle, alta resposta dinâmica, alta densidade de torque e torque elevado em baixas velocidades (Yao et al., 2020). Essas características fazem com que a máquina seja uma excelente candidata para tração de veículos elétricos e/ou híbridos (Nikam et al., 2012). Dessa maneira, muitos estudos são encontrados na literatura visando a aplicação da BLDC em veículos elétricos (Zhang et al., 2016; Dadashnialehi et al., 2017; Nian et al., 2014; Dadashnialehi et al., 2015).

Tipicamente, a BLDC pode ser acionada de duas formas: utilizando a abordagem de 6 pulsos e controle vetorial. No primeiro caso, utiliza-se sensores de efeito Hall para informar a posição do eixo da máquina e assim comutar as chaves do inversor de potência em uma ordem específica, rotacionando-a. Essa técnica é relativamente simples, pois apenas a informação do setor em que se encontra o eixo da máquina é necessária para o acionamento. Como desvantagem, a técnica apresenta possui baixa resolução e *ripple* de torque proveniente da comutação que ocorre quando há troca entre os setores. No segundo caso, a técnica de controle vetorial permite que o torque e o fluxo da máquina sejam controlados de forma independente, utilizando a transformação de Park, separando o modelo matemático da máquina em dois eixos independentes. Essa técnica foi proposta para máquinas com FCEM senoidal e quando aplicada a BLDC, também resulta em *ripple* de torque. Essas ondulações de torque são indesejadas, pois aumentam as perdas elétricas, diminuindo o rendimento.

⋆ O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES/PROEX) - Código de Financiamento 001. Os autores também gostariam de agradecer ao INCT-GD e as agências de fomento (CNPq Projeto 422026/2016-6, CNPq 465640/2014-1, CAPES 23038.000776/2017-54 e FAPERGS 17/2551-0000517-1)

Além disso, em veículos elétricos, deseja-se que a máquina tracione o veículo com torque constante. Assim, muitos trabalhos são desenvolvidos visando reduzir as ondulações de torque quando utilizando controle vetorial para acionar a máquina. Grenier e Louis (1993) propõem uma transformada de Park extendida, modelada para uma força contra-eletromotriz não senoidal, permitindo reduzir o *ripple* de torque. Em Buja et al. (2015) é realizada uma análise geométrica dos vetores de corrente e FCEM no plano estacionário. Os autores verificaram que, ao alinhar o vetor de corrente com o vetor de força contra-eletromotriz, pode-se maximizar a produção de torque da máquina e minimizar sua ondulação. Assim, é proposta uma modificação nas correntes de referência da malha de controle vetorial para diminuir o *ripple* de torque. É possível verificar que as correntes no referencial estacionário descrevem uma trajetória de pétalas no plano geométrico. Destaca-se que essa metodologia requer o conhecimento da FCEM da máquina, sendo necessário o uso de um observador para a estimação. Uma abordagem diferente é verificada em Baratieri e Pinheiro (2014). Os autores propõem a obtenção de um novo modelo matemático da máquina através de uma matriz de transformação de coordenadas utilizando as forças contra-eletromotrizes normalizadas da BLDC, permitindo redução de *ripple* de torque. Para que a matriz possa ser calculada, é necessário o uso de um observador.

Como pôde ser verificado, muitas técnicas presentes na literatura visando a redução de *ripple* de torque na BLDC dependem da obtenção de grandezas (forças contra-eletromotrizes) que não podem ser medidas diretamente. Com isso, faz-se necessário o uso de observadores de FCEM. De forma análoga, informações da FCEM são utilizadas em diversos algoritmos *sensorless* onde se estima velocidade e/ou posição e essas informações são utilizadas nas malhas de controle.

Diversas técnicas *sensorless* para a BLDC podem ser encontradas na literatura, como injeção de harmônicas para estimação da força contra-eletromotriz (Song et al., 2019, 2018; Tian et al., 2019), observador de *Luenberger* (Nicola et al., 2019; Awchar et al., 2018; Baratieri e Pinheiro, 2014; Xia et al., 2014) e observador por modos deslizantes (SMO) (Markadeh et al., 2008; Deenadayalan e Ilango, 2011).

Em Nicola et al. (2019), os autores utilizam um observador de *Luenberger* para estimar a força contra-eletromotriz de linha da máquina BLDC. Embora os autores apresentem o valor do ganho utilizado, não é explicado como realizar seu projeto. A mesma metodologia é utilizada em Awchar et al. (2018). A diferença se encontra no projeto do ganhos, onde Awchar et al. (2018) o faz utilizando alocação de polos e zeros.

Baratieri e Pinheiro (2014) e Xia et al. (2014) utilizam uma abordagem baseada na dinâmica do erro do observador. Conforme Baratieri e Pinheiro (2014) explicam, o ganho do observador é projetado para garantir que o observador seja muito mais rápido que a máxima harmônica de força contra-eletromotriz que deseja-se observar. Já no trabalho de Xia et al. (2014), o erro é projetado para respeitar um critério de estabilidade e garantir a dinâmica do erro do observador.

Assim como os observadores de *Luenberger*, os observadores por modos deslizantes possuem a necessidade do projeto de um ganho, como pode ser visto nos trabalhos de Markadeh et al. (2008) e Deenadayalan e Ilango (2011). O problema se encontra no projeto desse ganho, que em muitos trabalhos não é feita de maneira direta, necessitando uma experiência prévia do projetista. Ainda, em muitos trabalhos o observador é estudado apenas no tempo contínuo, não levando em conta suas limitações no tempo discreto.

Tendo em vista as dificuldades supracitadas, esse trabalho visa propor uma metodologia de projeto para os ganhos de um observador de força contra-eletromotriz para a máquina BLDC baseada em alocação de polos e zeros. Também será feito um estudo das limitações do observador em tempo discreto, permitindo uma compreensão mais completa do sistema. O observador proposto também será comparado com um observador de *Luenberger*, afim de elencar as principais diferenças entre projeto e desempenho de ambos observadores. Ainda, nesse trabalho será utilizada a estratégia de controle desenvolvida em Buja et al. (2015).

2. MODELO MATEMÁTICO DA MÁQUINA BLDC

O modelo matemático da BLDC em coordenadas *abc* é escrito em (1)

$$\begin{bmatrix} v_a \\ v_b \\ v_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_a & 0 & 0 \\ 0 & R_b & 0 \\ 0 & 0 & R_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_a & M & M \\ M & L_b & M \\ M & M & L_c \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_a(\theta_e) \\ e_b(\theta_e) \\ e_c(\theta_e) \end{bmatrix} \tag{1}$$

Onde v_a, v_b e v_c são as tensões aplicadas nos terminais da máquina, R_a, R_b e R_c as resistências estatóricas, i_a, i_b e i_c as correntes estatóricas, L_a, L_b e L_c as indutâncias próprias dos enrolamentos, M a indutância mútua dos enrolamentos, $e_a(\theta_e)$, $e_b(\theta_e)$ e $e_c(\theta_e)$ as forças contra-eletromotrizes. Devido à simetria dos enrolamentos, define-se $R_a = R_b = R_c = R_s$ e $L_a = L_b = L_c = L_s$. Assim, (1) pode ser simplificado como

$$\mathbf{v}_{abc} = R_s \mathbf{i}_{abc} + (L_s - M)\frac{d}{dt}\mathbf{i}_{abc} + \mathbf{e}_{abc}(\theta_e) \tag{2}$$

onde $\mathbf{v}_{abc} = [v_a \ v_b \ v_c]^T$, $\mathbf{i}_{abc} = [i_a \ i_b \ i_c]^T$ e $\mathbf{e}_{abc}(\theta_e) = [e_a(\theta_e) \ e_b(\theta_e) \ e_c(\theta_e)]^T$.

As forças contra-eletromotrizes são diretamente proporcionais ao fluxo magnético dos ímãs (Krause et al., 2002) e à velocidade elétrica ω_e.

A velocidade elétrica se relaciona com a posição elétrica por

$$\frac{d}{dt}\theta_e = \omega_e \tag{3}$$

A velocidade rotórica ω_r se relaciona com a velocidade elétrica por

$$\omega_r = \frac{2}{P}\omega_e \tag{4}$$

onde P é o número total de polos da máquina.

O comportamento mecânico dinâmico da máquina é dado por

$$\frac{d}{dt}\omega_r = -\frac{B}{J}\omega_r + \frac{1}{J}\left(T_e - T_L\right) \tag{5}$$

Onde J é o momento de inércia, B o coeficiente de atrito, T_e o torque eletromagnético e T_L o torque de carga. O torque eletromagnético é calculado da seguinte forma

$$T_e = \frac{1}{\omega_r}(\mathbf{e}_{abc}^T \mathbf{i}_{abc}) \tag{6}$$

O modelo em coordenadas abc obtido não é adequado para estudo, uma vez que possui acoplamento entre as fases da máquina. Assim, a Transformada de Clarke pode ser aplicada, permitindo simplificar o modelo (Barbi, 1985). Aplicando-se a matriz de Transformada de Clarke em (2), obtém-se o modelo em coordenadas $\alpha\beta$

$$\mathbf{v}_{\alpha\beta} = R_s \mathbf{i}_{\alpha\beta} + L_s \frac{d}{dt}\mathbf{i}_{\alpha\beta} + \mathbf{e}_{\alpha\beta}(\theta_e) \tag{7}$$

onde $\mathbf{v}_{\alpha\beta} = [v_\alpha \ v_\beta]^T$, $\mathbf{i}_{\alpha\beta} = [i_\alpha \ i_\beta]^T$ e $\mathbf{e}_{\alpha\beta}(\theta_e) = [e_\alpha(\theta_e) \ e_\beta(\theta_e)]^T$.

O torque eletromagnético é calculado como

$$T_e = \frac{1}{\omega_r}(\mathbf{e}_{\alpha\beta}^T \mathbf{i}_{\alpha\beta}) \tag{8}$$

Reescrevendo (7), obtém-se a equação que descreve o comportamento dinâmico das correntes estatóricas

$$\frac{d}{dt}\mathbf{i}_{\alpha\beta} = \frac{1}{L_s}\mathbf{v}_{\alpha\beta} - \frac{R_s}{L_s}\mathbf{i}_{\alpha\beta} - \frac{1}{L_s}\mathbf{e}_{\alpha\beta} \tag{9}$$

3. ESTRATÉGIA DE CONTROLE *PETAL-WAVE*

No presente trabalho, será utilizado controle vetorial orientado ao campo para acionar a máquina. Entretanto, sendo essa técnica proposta para máquinas com FCEM senoidal, existe a presença de *ripple* de torque na BLDC. Assim, será utilizada uma técnica da literatura que altera as correntes de referência das malhas de controle, reduzindo a ondulação no conjugado eletromagnético da máquina. Conforme explicado por Buja et al. (2015), ao alinhar-se o vetor de correntes com o vetor de forças contra-eletromotrizes, é possível obter o máximo conjugado minimizando a ondulação. Partindo da equação (8) do conjugado em coordenadas estacionárias, é possível reescrevê-la como produto vetorial entre FCEM e correntes estatóricas

$$T_e = \frac{|\mathbf{e}_{\alpha\beta}||\mathbf{i}_{\alpha\beta}|}{\omega_r}(\theta_{\mathbf{e}_{\alpha\beta}} - \theta_{\mathbf{i}_{\alpha\beta}}) \tag{10}$$

onde $\theta_{\mathbf{e}_{\alpha\beta}}$ é o ângulo da forças contra-eletromotrizes e $\theta_{\mathbf{i}_{\alpha\beta}}$ é o ângulo das correntes estatóricas. Para o conjugado ser máximo, o vetor corrente deve estar totalmente projetado no vetor força contra-eletromotriz ($\theta_{\mathbf{e}_{\alpha\beta}} = \theta_{\mathbf{i}_{\alpha\beta}}$). Conforme os autores, para isso ser satisfeito

$$i_\alpha = i_\beta \frac{\frac{e_\alpha}{\omega_r}}{\frac{e_\beta}{\omega_r}}; \quad i_\beta = i_\alpha \frac{\frac{e_\beta}{\omega_r}}{\frac{e_\alpha}{\omega_r}} \tag{11}$$

$$i_\alpha^2 + i_\beta^2 = \frac{T_e}{(\frac{e_\alpha}{\omega_r})^2 + (\frac{e_\beta}{\omega_r})^2} \tag{12}$$

Reorganizando, obtém-se as correntes de referência no referencial estacionário

$$\begin{aligned} i_\alpha^* &= T_e \frac{\frac{e_\alpha}{\omega_r}}{(\frac{e_\alpha}{\omega_r})^2 + (\frac{e_\beta}{\omega_r})^2} \\ i_\beta^* &= T_e \frac{\frac{e_\beta}{\omega_r}}{(\frac{e_\alpha}{\omega_r})^2 + (\frac{e_\beta}{\omega_r})^2} \end{aligned} \tag{13}$$

Nota-se que a informação da força contra-eletromotriz é necessária para o cálculo das correntes de referência. Logo, o uso de um observador é fundamental para a implementação desta estratégia de controle. No presente trabalho, a estratégia de controle desenvolvida por Buja et al. (2015) será chamada de estretágia de controle *Petal-Wave*. O controle da máquina é realizado através da estratégia de controle orientado ao campo convencional, onde há uma malha de velocidade e duas de corrente.

4. OBSERVADOR DE FORÇA CONTRA-ELETROMOTRIZ

A presente seção apresentará um observador para estimar a força contra-eletromotriz da máquina BLDC. Será desenvolvida uma metodologia para o projetos dos ganhos e suas limitações em tempo discreto serão estudadas.

4.1 Modelo matemático do observador no tempo contínuo

Seja o observador de corrente proposto a partir do modelo em eixos estacionários da BLDC:

$$L_s \frac{d}{dt}\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = \mathbf{v}_{\alpha\beta} - R_s \mathbf{i}_{\alpha\beta} - \hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta} \tag{14}$$

Onde $\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = \left[\hat{i}_\alpha \ \hat{i}_\beta\right]^T$ são as correntes observadas e $\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta} = [\hat{e}_\alpha \ \hat{e}_\beta]^T$ são as forças contra-eletromotrizes observadas. Um sistema proporcional-integral (PI) é selecionado como mecanismo de observação para a força contra-eletromotriz. Assim

$$\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta} = k_p \tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} + k_i \int \tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} \tag{15}$$

O erro de corrente é definido como

$$\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = \hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} - \mathbf{i}_{\alpha\beta} \tag{16}$$

Substituindo (16) e (15) em (14), aplicando a transformada de Laplace e reorganizando,

$$sL_s \hat{\mathbf{I}}_{\alpha\beta} = \mathbf{V}_{\alpha\beta} + (-R_s + k_p + \frac{k_i}{s})\mathbf{I}_{\alpha\beta} + (-k_i - \frac{k_i}{s})\hat{\mathbf{I}}_{\alpha\beta} \tag{17}$$

Considerando-se a tensão de terminal $\mathbf{V}_{\alpha\beta}$ como um distúrbio, é possível obter uma função de transferência que relaciona a corrente observada com a corrente real da máquina

$$\hat{\mathbf{I}}_{\alpha\beta}(sL_s + k_p + \frac{k_i}{s}) = \mathbf{I}_{\alpha\beta}(-R_s + k_p + \frac{k_i}{s}) \tag{18}$$

$$\frac{\hat{\mathbf{I}}_{\alpha\beta}(s)}{\mathbf{I}_{\alpha\beta}(s)} = \frac{s(-R_s + k_p) + k_i}{s^2 L_s + s k_p + k_i} \tag{19}$$

Através da análise de (19), verifica-se a presença de um zero em $\frac{-k_i}{-R_s + k_p}$. Assim, para evitar um zero de fase não-mínima no observador, restrições são impostas aos ganhos: $k_p > R_s, k_i > 0$

Através do conhecimento da função de transferência do observador de corrente, é possível alocar os polos do observador através do projeto adequado dos ganhos k_p e k_i. Sabe-se que um sistema de segunda ordem possui a seguinte equação característica (Ogata, 2010)

$$s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2 \tag{20}$$

Onde ξ é o coeficiente de amortecimento e ω_n é a frequência natural do sistema. Para o projeto dos ganhos, comparando-se (19) e (20), têm-se

$$\begin{aligned} k_p &= 2\xi\omega_n L_s \\ k_i &= \omega_n^2 L_s \end{aligned} \tag{21}$$

Dessa maneira, conhecendo-se a indutância L_s da máquina, pode-se selecionar o amortecimento ξ desejado, bem como a frequência ω_n dos polos do observador.

4.2 Modelo matemático do observador no tempo discreto

Agora que a função de transferência do observador no tempo contínuo é conhecida, pode-se escrever a mesma no tempo discreto afim de verificar seu comportamento quando implementada em um processador de sinais digitais (DSP). Define-se então a derivada da corrente no tempo discreto como

$$\dot{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = \frac{\mathbf{i}_{\alpha\beta(k+1)} - \mathbf{i}_{\alpha\beta(k)}}{T_s} \tag{22}$$

Definindo-se também uma variável auxiliar $\mathbf{x}_{\alpha\beta(k)}$ para o cálculo da integral do erro de corrente em tempo discreto

$$\mathbf{x}_{\alpha\beta(k+1)} = \mathbf{x}_{\alpha\beta(k)} + T_s\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} \tag{23}$$

Onde T_s é o período de amonstragem e o subscrito k representa o instante de amostragem. As forças contra-eletromotrizes observadas são definidas como

$$\hat{\mathbf{e}}_{\alpha\beta(k)} = k_p\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} + k_i\mathbf{x}_{\alpha\beta(k)} \tag{24}$$

Agora, discretizando (14), têm-se

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k+1)} &= -\frac{R_sT_s}{L_s}\mathbf{i}_{\alpha\beta(k)} + \frac{T_s}{L_s}\mathbf{v}_{\alpha\beta(k)} - k_p\frac{T_s}{L_s}\tilde{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} \\ &- k_i\frac{T_s}{L_s}\mathbf{x}_{\alpha\beta(k)} + \hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta(k)} \end{aligned} \tag{25}$$

A função de transferência no domínio discreto pode ser obtida aplicando-se a transformada Z em (19) e desenvolvendo. Assim,

$$\frac{\hat{I}_{\alpha\beta}(z)}{I_{\alpha\beta}(z)} = \frac{((k_p - R_s)T_s + k_iT_s^2)z^2 - (k_p + R_s)T_s z}{(k_pT_s + k_iT_s^2 + L_s)z^2 + (-2L_s + k_pT_s)z + L_s} \tag{26}$$

4.3 Limitação de implementação em tempo discreto

A metodologia utilizada para discretizar o observador garante que se o mesmo for estável em tempo contínuo, ele também será estável em tempo discreto. Entretanto, de acordo com o Teorema de Nyquist, para reconstruir um sinal digitalmente, é necessário que a frequência de amostragem seja no mínimo duas vezes maior que a frequência do sinal, não sendo possível posicionar os polos em tempo discreto em qualquer frequência. Ao projetar-se os polos do observador, deve-se limitar a frequência de corte f_c do mesmo para uma década abaixo da metade da frequência de amostragem f_s, garantindo que o sistema discreto conseguirá sintetizar as frequências projetadas. Portanto, as três limitações de projeto agora são:

$$k_p > R_s,\ k_i > 0 \text{ e } f_c < \frac{f_s}{20}.$$

Para demonstrar essa limitação, considere a máquina acionada através do controle de campo orientado indiretamente ao fluxo, cujos parâmetros estão presentes no Apêndice A. As malhas de controle de corrente possuem o polo mais rápido em 3141,5926 rad/s e frequência de corte 500 Hz. Considerando um período de amostragem $T_s = \frac{1}{20000}$ s, seleciona-se uma frequência ω_n 10 vezes mais rápida que a malha de controle de corrente e amortecimento $\xi = 0,8$. Conforme (21), os ganhos k_p e k_i do observador são 4,4543 e 87460,0915, respectivamente. A Figura 1 apresenta a localização de polos e zeros do observador e do controlador de corrente em malha fechada no domínio contínuo e discreto. É interessante notar por ambas as figuras que o sistema é estável, mas isso garante o seu funcionamento adequado, como será demonstrado na sequência.

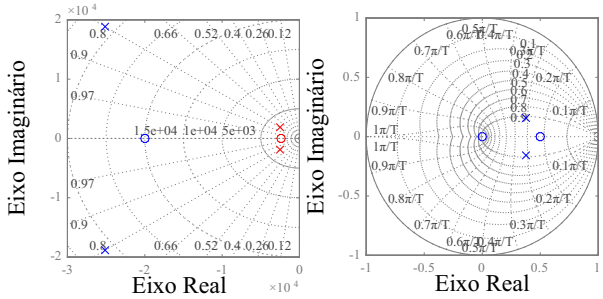

Figura 1. Localização de polos e zeros do sistema: Polos e zeros do observador (azul) e do controlador de corrente em malha fechada (vermelho) no domínio contínuo e polos do observador no domínio discreto.

Analisando o diagrama de bode do observador na Figura 2, nota-se que a frequência de corte do observador é menor que a frequência de Nyquist, mas o comportamento do observador no domínio discreto apresenta diferença nesta frequência e arredores em relação ao domínio contínuo.

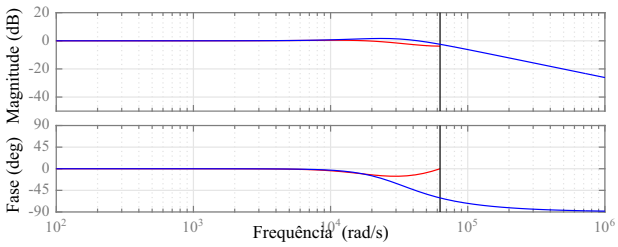

Figura 2. Diagrama de bode do observador no domínio contínuo (azul) e discreto (vermelho).

Foi realizada uma simulação para demonstrar a limitação do observador em tempo discreto. A máquina é acionada utilizando controle orientado indiretamente ao campo considerando os parâmetros do Apêndice A. Nesse caso, embora observador em tempo contínuo tenha bom desempenho, não foi possível implementar o mesmo em tempo

discreto através de (25), havendo divergência conforme visto na Figura 3.

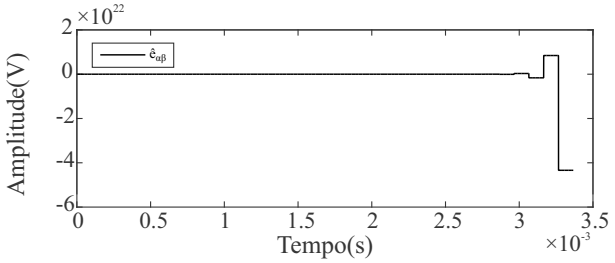

Figura 3. Observador em tempo discreto divergindo.

4.4 Observador de Luenberger para a BLDC

A seguir, será realizada uma comparação com um observador de *Luenberger*. Seja o observador

$$L_s \frac{d}{dt}\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} = \mathbf{v}_{\alpha\beta} - R_s \mathbf{i}_{\alpha\beta} - k_L(\hat{\mathbf{i}}_{\alpha\beta} - \mathbf{i}_{\alpha\beta}) \tag{27}$$

Aplicando a transformada de Laplace e considerando a tensão $\mathbf{V}_{\alpha\beta}$ como um distúrbio, têm-se a função de transferência

$$\frac{\hat{\mathbf{I}}_{\alpha\beta}(s)}{\mathbf{I}_{\alpha\beta}(s)} = \frac{\frac{-R_s+k_L}{L_s}}{s+\frac{k_L}{L_s}} \tag{28}$$

Assim, quando utilizando um observador de *Luenberger*, a corrente observada irá convergir para a corrente real com a dinâmica muito próxima de um filtro de primeira ordem com frequência de corte $\frac{k_L}{L_s}$. Então, o ganho k_L é projetado de acordo com a frequência de corte desejada

$$k_L = \omega_n L_s \tag{29}$$

A função de transferência no domínio discreto é dada por

$$\frac{\hat{\mathbf{I}}_{\alpha\beta}(z)}{\mathbf{I}_{\alpha\beta}(z)} = \frac{(-R_s+k_L)T_s z}{(L_s+k_L T_s)z - L_s} \tag{30}$$

5. RESULTADOS

Para validação do observador proposto, realizou-se simulações e obtenção de resultados experimentais. Os parâmetros da máquina foram obtidos através de ensaios. A forma de onda da força contra-eletromotriz foi obtida acionando a máquina como gerador à vazio e seus terminais medidos por osciloscópio. Essas informações foram utilizadas para construir o modelo da máquina em um simulador de circuitos elétricos.

5.1 Resultados de simulação

Nessa seção, os resultados de simulação serão apresentados. Realizou-se o projeto do observador considerando as limitações em tempo discreto. A frequência ω_n foi projetada em $2\pi 1000$ rad/s afim de manter a frequência de corte próxima a 1000 Hz, o amortecimento ξ escolhido foi de 0,8. O período de amostragem T_s é de $\frac{1}{20000}$ s. Através de (21), os valores dos ganhos k_p e k_i calculados são 0,8908 e 3498,4036, respectivamente. A Figura 4 apresenta o diagrama de bode do observador em tempo contínuo e discreto. Verifica-se que o sistema respeita o Teorema de Nyquist, apresentando comportamento equivalente entre contínuo e discreto para frequências próximas da frequência de corte.

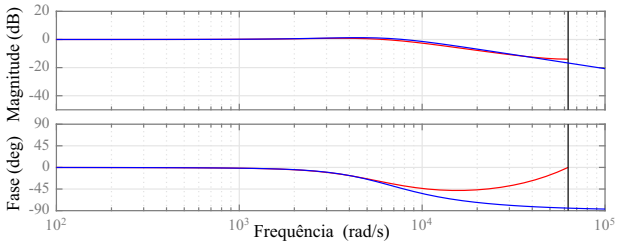

Figura 4. Diagrama de bode do observador no domínio contínuo (azul) e discreto (vermelho).

Pode-se verificar pela Figura 5 a localização de polos e zeros do observador e malha de controle de corrente no domínio contínuo e discreto, respectivamente.

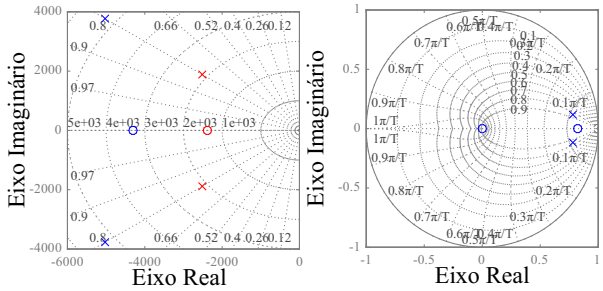

Figura 5. Localização de polos e zeros do sistema: Polos e zeros do observador (azul) e do controlador de corrente em malha fechada (vermelho) no domínio contínuo e polos do observador no domínio discreto.

O observador de *Luenberger* é projetado de acordo com (29) nas mesmas condições. A frequência ω_n projetada é $2\pi 1000$ rad/s e o ganho k_L é igual a 0,5567. Na Figura 6 é apresentado o diagrama de bode do observador de *Luenberger*, onde nota-se que o sistema apresenta comportamento muito semelhante à um filtro de primeira ordem. Pode-se verificar pela Figura 7 a localização de polos e zeros no domínio contínuo e discreto.

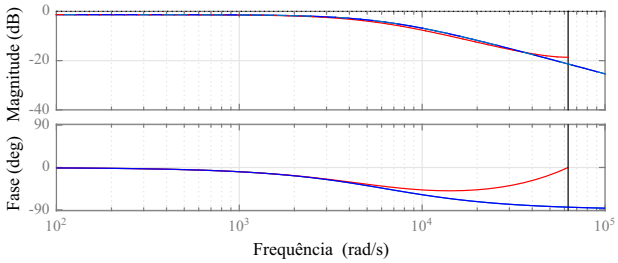

Figura 6. Diagrama de bode do observador de *Luenberger* no domínio contínuo (azul) e discreto (vermelho).

Para a simulação do sistema proposto, a velocidade de referência foi configurada em 40 rad/s. No tempo 300 ms uma carga de 20 Nm é conectada ao eixo da máquina. No instante 500 ms a estratégia de controle *Petal-Wave* é acionada. A realimentação das malhas de controle é feita através de um sensor de velocidade. A Figura 8 apresenta a forma de onda da velocidade rotórica e correntes *dq*. A Figura 9 apresenta as forças contra-eletromotrizes,

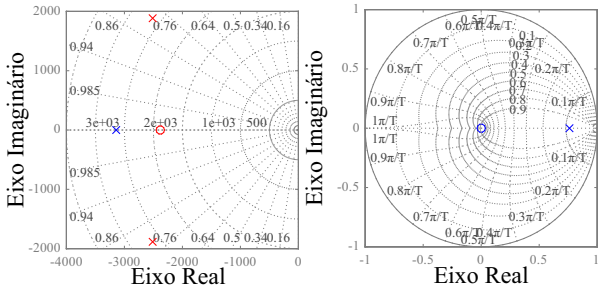

Figura 7. Localização de polos e zeros do observador de *Luenberger*: Polos e zeros do observador (azul) e do controlador de corrente em malha fechada (vermelho) no domínio contínuo e polos do observador no domínio discreto.

correntes e posição observadas. A Figura 10 apresenta o erro de estimação da força contra-eletromotriz. Ainda, para comparação, o observador de *Luenberger* também foi simulado e os resultados são exibidos nas Figuras 11 - 13.

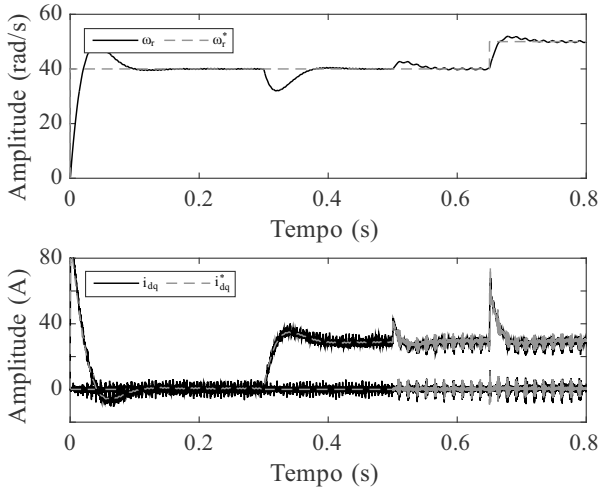

Figura 8. Resultados de simulação: velocidade rotórica ω_r e correntes em eixo direto e em quadratura.

Através das Figuras 8 e 9 , verifica-se que o observador proposto converge para o valor real e possui boa robustez à variação de velocidade. É interessante destacar que quando a estratégia de controle *Petal-Wave* é acionada imediatamente as correntes *dq* de referência são alteradas. Também, a alteração da velocidade rotórica e o acionamento do controle por *Petal-Wave* não afeta o funcionamento do observador, demonstrando a robustez do sistema.

Analisando os resultados de simulação do observador de *Luenberger* nas Figuras 11 - 13, é interessante notar que há um erro de amplitude na corrente observada e erro de fase na força contra-eletromotriz observada. Isso ocorre porque a limitação existente em tempo discreto não permite que o ganho do observador de *Luenberger* seja grande o suficiente, acarretando em erro de estimação como pode ser visto ao comparar as Figuras 10 e 13.

O observador proposto no presente trabalho adiciona um ganho elevado em baixas frequências devido à parcela integral, reduzindo o impacto da limitação de banda e melhorando o desempenho em regime permanente.

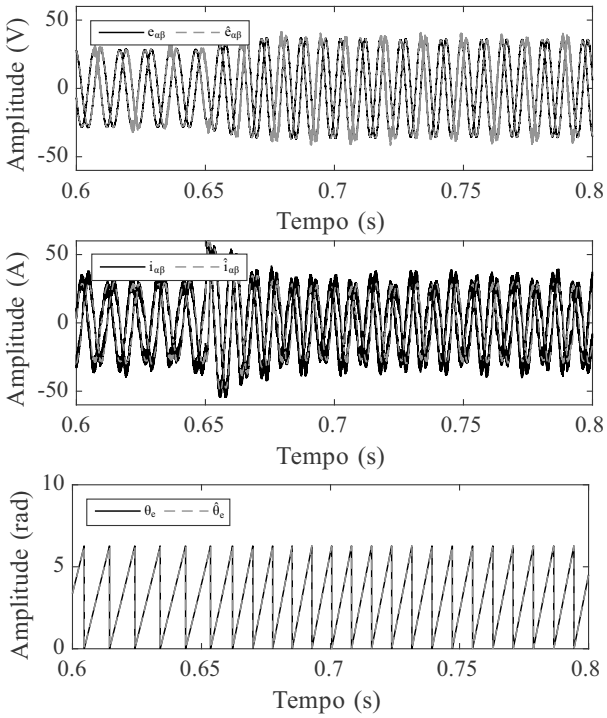

Figura 9. Resultados de simulação: forças contra-eletromotriz alfa e beta observadas, correntes alfa e beta observadas e posição elétrica medida e estimada.

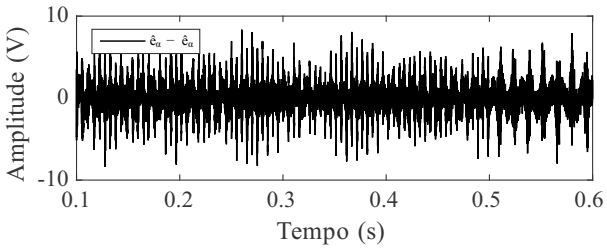

Figura 10. Erro de estimação da força contra-eletromotriz.

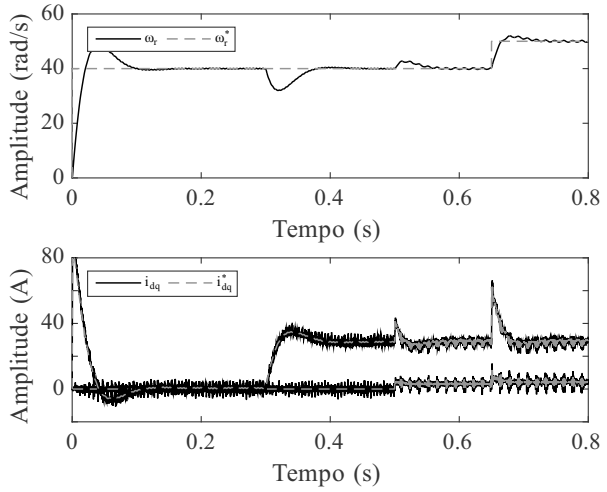

Figura 11. Resultado de simulação do observador de *Luenberger*: velocidade rotórica ω_r e correntes em eixo direto e em quadratura.

5.2 Resultados experimentais

A obtenção de resultados experimentais foi realizada em uma bancada experimental de acordo com os parâmetros

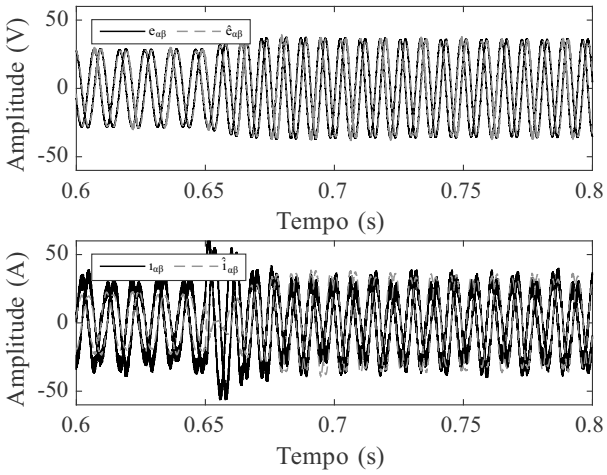

Figura 12. Resultado de simulação do observador de *Luenberger*: forças contra-eletromotriz alfa e beta observada e correntes alfa e beta observadas.

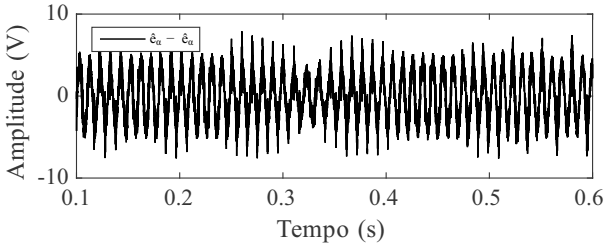

Figura 13. Erro de estimação da força contra-eletromotriz do observador de *Luenberger*.

apresentados no Apêndice A. O sistema é programado em um DSP TMS320F28379D da Texas Instruments cuja frequência de chaveamento é 10 kHz e frequência de amostragem 20 kHz. A bancada pode ser vista na Figura 14. Existe a presença de duas máquinas BLDC na configuração *in-wheel* e dois inversores de frequência. Os resultados são associados a apenas uma das máquinas.

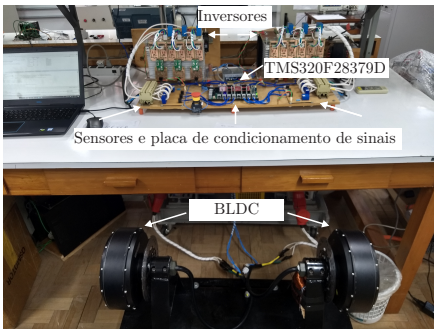

Figura 14. Bancada utilizada para a obtenção de resultados experimentais.

Para verificar o funcionamento do observador, o mesmo foi acionado em regime permanente com velocidade rotórica de 20 rad/s. O observador de FCEM é implementado em tempo discreto através de (24) e o observador de corrente através de (25). A Figura 15 apresenta a força contra-eletromotriz estimada e a posição elétrica real e estimada. O erro de estimação da posição pode ser visto na Figura 16.

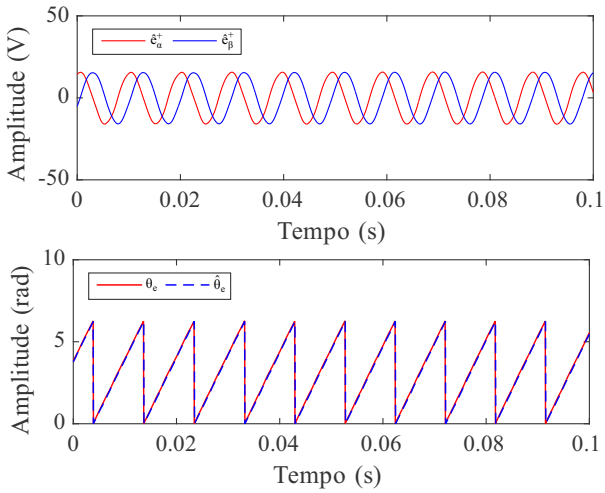

Figura 15. Observador de força contra-eletromotriz e posição elétrica real e estimada obtidos experimentalmente.

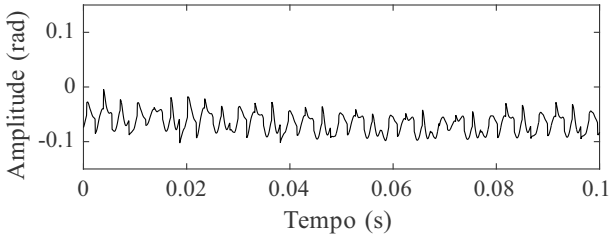

Figura 16. Erro de estimação da posição elétrica.

6. CONCLUSÃO

O presente trabalho apresentou uma metodologia de projeto para um observador de força contra-eletromotriz para a máquina BLDC, o qual permitiu a implementação da técnica de controle *Petal-Wave*. No observador foi utilizado um ganho proporcional e um ganho integral. Foi possível obter uma função de transferência permitindo alocar os polos do observador em frequências desejadas. Foi verificado que existe limitação em tempo discreto devido ao Teorema de Nyquist que impede a alocação dos polos em frequências muito elevadas. Também foi realizada uma comparação com um observador de *Luenberger*, onde foi mostrado que a limitação em tempo discreto resulta na não eliminação do erro em regime permanente. Resultados de simulação e experimentais demonstraram que o observador proposto consegue minimizar o erro em regime permanente mesmo havendo limitação em tempo discreto.

Apêndice A. PARÂMETROS DA MÁQUINA E MALHAS DE CONTROLE

Os parâmetros da máquina e dos controladores utilizados são os seguintes:

REFERÊNCIAS

Awchar, S.M., Diwan, S.P., e Arlikar, P. (2018). Advanced technique for speed control of sensor-less bldc motor. In *2018 Fourth International Conference on Computing Communication Control and Automation (ICCUBEA)*, 1–5.

Tabela A.1. Parâmetros da máquina

Parâmetro	Símbolo	Valor
Potência nominal	P_n	5 kW
Tensão nominal	V	72 V
Corrente nominal	I_n	70 A
Número de polos	P	32
Resistência do estator	R_s	78,1712 $m\Omega$
Indutância do estator	L_s	88,6156 μH
Constante de fluxo dos ímãs	k_v	0,5366 $\frac{V.s}{rad}$
Velocidade nomimal	ω_n	500 rpm
Momento de inércia	J	0,0226 $kg.m^2$
Coeficiente de atrito	B	0,0097 Nms

Tabela A.2. Controlador de velocidade

Parâmetro	Símbolo	Valor
Frequência de corte	$f_{c\omega}$	10 Hz
Ganho proporcional	$k_{p\omega}$	2,2659
Ganho integral	$k_{i\omega}$	89,3633

Tabela A.3. Controlador de corrente

Parâmetro	Símbolo	Valor
Frequência de corte	f_{ci}	500 Hz
Ganho proporcional	k_{pi}	0,3672
Ganho integral	k_{ii}	874,6

Baratieri, C.L. e Pinheiro, H. (2014). Sensorless vector control for pm brushless motors with nonsinusoidal back-emf. In *2014 International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, 915–921.

Barbi, I. (1985). *Teoria Fundamental do Motor de Indução.*

Buja, G., Bertoluzzo, M., e Keshri, R.K. (2015). Torque ripple-free operation of pm bldc drives with petal-wave current supply. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(7), 4034–4043.

Dadashnialehi, A., Bab-Hadiashar, A., Cao, Z., e Hoseinnezhad, R. (2017). Reliable emf-sensor-fusion-based antilock braking system for bldc motor in-wheel electric vehicles. *IEEE Sensors Letters*, 1(3), 1–4.

Dadashnialehi, A., Bab-Hadiashar, A., Cao, Z., e Kapoor, A. (2015). Intelligent sensorless antilock braking system for brushless in-wheel electric vehicles. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 62(3), 1629–1638.

Deenadayalan, A. e Ilango, G.S. (2011). Modified sliding mode observer for position and speed estimations in brushless dc motor. In *2011 Annual IEEE India Conference*, 1–4.

Grenier, D. e Louis, J.. (1993). Use of an extension of the park's transformation to determine control laws applied to a non-sinusoidal permanent magnet synchronous motor. In *1993 Fifth European Conference on Power Electronics and Applications*, 32–37 vol.6.

Krause, P.C., Wasynczuk, O., e Sudhoff, S.D. (2002). *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems.* 2 edition.

Markadeh, G.R.A., Mousavi, S.I., Abazari, S., e Kargar, A. (2008). Position sensorless direct torque control of bldc motor. In *2008 IEEE International Conference on Industrial Technology*, 1–6.

Nian, X., Peng, F., e Zhang, H. (2014). Regenerative braking system of electric vehicle driven by brushless dc motor. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(10), 5798–5808.

Nicola, M., Nicola, C., e Sacerdotianu, D. (2019). Sensorless control of multi-motors bldc using back-emf observer. In *2019 8th International Conference on Modern Power Systems (MPS)*, 1–6.

Nikam, S.P., Rallabei, V., e Fernees, B.G. (2012). A high-torque-density permanent-magnet free motor for in-wheel electric vehicle application. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 48(6), 2287–2295.

Ogata, K. (2010). *Modern Control Engineering.* Prentice Hal, 5 edition.

Song, X., Han, B., e Wang, K. (2019). Sensorless drive of high-speed bldc motors based on virtual third-harmonic back emf and high-precision compensation. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 34(9), 8787–8796.

Song, X., Han, B., Zheng, S., e Fang, J. (2018). High-precision sensorless drive for high-speed bldc motors based on the virtual third harmonic back-emf. *IEEE Transactions on Power Electronics*, 33(2), 1528–1540.

Tian, B., An, Q., e Molinas, M. (2019). High-frequency injection-based sensorless control for a general five-phase bldc motor incorporating system delay and phase resistance. *IEEE Access*, 7, 162862–162873.

Xia, C., Xiao, Y., Chen, W., e Shi, T. (2014). Torque ripple reduction in brushless dc drives based on reference current optimization using integral variable structure control. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 61(2), 738–752.

Yao, X., Ma, C., Zhao, J., e De Belie, F. (2020). Rapid estimation and compensation method of commutation error caused by hall sensor installation error for bldc motors. *IET Electric Power Applications*, 14(3), 337–347.

Zhang, X., Wang, Y., Liu, G., e Yuan, X. (2016). Robust regenerative charging control based on t–s fuzzy sliding-mode approach for advanced electric vehicle. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2(1), 52–65.