

# Projeto de Controlador PI Baseado em Dados Aplicado a um Módulo Didático com Interface Web<sup>\*</sup>

Victor Marinho Espínola Freire<sup>\*</sup>  
 Anna Paula V. de A. Aguiar<sup>\*</sup> George Acioli Júnior<sup>\*</sup>  
 Vinícius B. de Sá Formiga<sup>\*</sup> Péricles Rezende Barros<sup>\*</sup>

<sup>\*</sup> Departamento de Engenharia Elétrica - DEE  
 Universidade Federal de Campina Grande - UFCG  
 58429-900, Campina Grande - PB - Brasil  
 (email: [victor.freire,anna.aguiar,vinicius.formiga]@ee.ufcg.edu.br, e  
 [georgeacioli,prbarros]@dee.ufcg.edu.br)

**Abstract:** In this work, two classical data-driven PI control techniques are addressed. The aim is to review and compare the *Iterative Feedback Tuning* (IFT) and *Correlation-based Tuning* (CbT) techniques in a context of laboratory practice. The reference model is chosen using an IMC approach (*Internal Modal Control*). These techniques are applied to a didactic temperature module. In addition, a web interface developed for conducting remote experiments is presented.

**Resumo:** Neste trabalho, abordam-se duas técnicas clássicas de controle PI baseadas em dados. O objetivo é revisar e comparar as técnicas *Iterative Feedback Tuning* (IFT) e *Correlation-based Tuning* (CbT) em um contexto de prática laboratorial. A escolha do modelo de referência é realizada utilizando uma abordagem IMC (*Internal Modal Control*). Essas técnicas são aplicadas a um módulo didático de temperatura. Além disso, é apresentada uma interface web desenvolvida para realização de experimentos à distância.

**Keywords:** Controle baseado em dados, Resintonia, IFT, CbT, controle PI, Interface WEB

**Palavras-chaves:** Data-Driven Control, Retuning, IFT, CbT, PI control, WEB Interface

## 1. INTRODUÇÃO

A indústria de processos utiliza predominantemente controladores do tipo Proporcional-Integral-Derivativo (PID) para manter variáveis importantes do processo em valores desejados. O controle PID foi introduzido na indústria nas décadas de 1930 a 1950 (Bennett, 1996), primeiro em algumas malhas pneumáticas e hoje em larga escala com malhas de controle PID implementadas digitalmente.

Muitas pesquisas desenvolveram técnicas de ajuste dos parâmetros do controlador PID visando obter o melhor desempenho em malha. As técnicas de ajuste dos parâmetros do controlador PID podem ser classificadas como: baseada em modelo e orientada a dados. No primeiro grupo, os ganhos são calculados utilizando informações de um modelo paramétrico ou não paramétrico do processo (Skogestad, 2004).

No entanto, com a evolução da tecnologia e com processos cada vez mais complexos, se fez necessário um estudo complementar para suprir as limitações das técnicas baseadas em modelos. Inevitáveis erros de modelagem, principalmente devido à redução da ordem do modelo identificado, tem resultado em controladores com desempenho limitado. Assim, a partir da década de 1990, cresceu o interesse por

técnicas baseadas em dados para projeto do controlador (*Data-Driven Control* - DDC).

Por definição, DDC inclui todas as técnicas de ajuste do controlador PID que utilizam diretamente dados de entrada e saída, sejam esses adquiridos de modo *on-line* ou *off-line*, sem contudo utilizar de forma explícita representações matemáticas do processo. Sua estabilidade, convergência e robustez podem ser garantidas por meio de uma rigorosa análise matemática sob certas suposições razoáveis (Hou and Wang, 2013).

Dessa forma, este artigo contempla o estudo de duas dessas técnicas clássicas de DDC, são elas: *Iterative Feedback Tuning* - IFT (Hjalmarsson et al., 1994) e *Correlation-based Tuning* - CbT (Karimi et al., 2002), aplicadas a um módulo didático de temperatura em malha fechada com um controlador do tipo Proporcional-Integral (PI). Ambas são abordagens iterativas com características próprias, as quais foram analisadas e comparadas, ressaltando suas vantagens e desvantagens.

Além disso, como bem abordado em Rivera and Petrie (2016), laboratórios remotos vêm sendo desenvolvidos há mais de 15 anos. Desde então, laboratórios de pesquisa e empresas melhoraram suas experiências e produtividades com o uso dos laboratórios remotos, aumentando a infraestrutura disponível para construir experimentos remotos. Desta forma, neste artigo, também é apresentado uma

<sup>\*</sup> Esse trabalho foi realizado com o apoio do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq).

interface web desenvolvida para que a coleta de dados dos experimentos, realizados no módulo didático, pudesse ser feita a distância.

O artigo está organizado como segue: A situação-problema é definida na Seção 2. O módulo didático sob estudo, além da interface web, são apresentados na Seção 3. A teoria do IFT é revisada na Seção 4. A teoria do CbT é apresentada na Seção 5. A escolha do modelo de referência para a malha fechada é apresentado na Seção 6. Os resultados experimentais da aplicação das técnicas IFT e CbT no módulo didático são apresentados na Seção 7. Na seção 8, as conclusões.

## 2. DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Considere a malha fechada mostrada na Figura 1, onde  $G(q^{-1})$  é um processo monovariável (SISO) e linear invariante no tempo (LTI) não conhecido:

$$G(q^{-1}) = \frac{B(q^{-1})}{A(q^{-1})}, \quad (1)$$

com os polinômios  $B(q^{-1})$  e  $A(q^{-1})$  em função do operador de atraso  $q^{-1}$ . E o controlador  $C(\theta, q^{-1})$  do tipo PI dado por:

$$C(\theta, q^{-1}) = K_p + K_i \frac{h q^{-1}}{1 - q^{-1}}, \quad (2)$$

onde,  $\theta = [K_p, K_i]$  é o vetor de parâmetros do controlador, sendo  $K_p$  o ganho proporcional e  $K_i$  o integral, e  $h$  é o período de amostragem. O sinal de referência, de entrada e de saída do processo e o ruído são dados por:  $r(t)$ ,  $u(\theta, t)$ ,  $y(\theta, t)$  e  $v(t)$ , respectivamente.

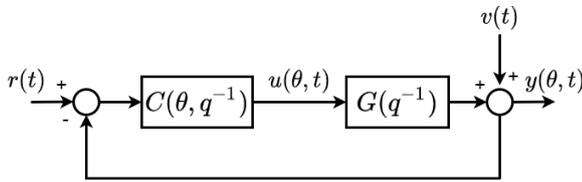


Figura 1. Diagrama de blocos do processo em malha fechada

Ponderando que o controlador  $C(\theta, q^{-1})$  esteja descalibrado, é definido um modelo de referência  $M(q^{-1})$  que representa a malha fechada desejada. O problema é ajustar o controlador para gerar uma malha fechada correspondente a  $M(q^{-1})$ , sem o conhecimento do modelo de processo.

## 3. MÓDULO DIDÁTICO

O módulo didático de temperatura originalmente apresentado em Lima et al. (2018) têm sido utilizado para ensino da teoria de controle. Este módulo possui dois transistores acionados por um sinal PWM - *Pulse Width Modulation* e dois sensores LM35, ver Figura 4. Assim, é possível estudar estruturas de controle para sistemas SISO ou com duas entradas e duas saídas (TITO).

Como discutido em Loro et al. (2016), a experiência adquirida por meio de laboratórios fornecem complementos de aprendizagem ativa para a educação tradicional, baseada em palestras além de uma modelagem ideal. Laboratórios presenciais, virtuais e remotos, além de simuladores, são as

opções para ensino, a fim de complementar os materiais de aprendizagem, e são necessários para a estrutura do curso, em que a experimentação desempenha uma função essencial. Laboratórios virtuais e simuladores são as abordagens iniciais e mais econômicas, sendo utilizados com o intuito de aproximar os estudantes ao mundo industrial, contudo, ainda estão longe de fornecer os recursos que se destinam às práticas laboratoriais.

Em Chevalier et al. (2016) são mostrados os efeitos positivos no aprendizado com uso de laboratórios remotos, nos quais os alunos acessam, via internet, equipamentos para realização de experimentos. Neste sentido, foi desenvolvida uma interface web, utilizando a arquitetura de desenvolvimento ASP.NET Core e o *framework Blazor*. Este permite o desenvolvimento e a execução da interface nos diferentes sistemas operacionais (Windows, Linux e MacOS), facilitando o acesso dos estudantes.

### 3.1 Descrição da Interface Web - Laboratório remoto

Inicialmente, é necessário que o aluno seja cadastrado no site pelo professor responsável, este que detém poder administrativo sobre esse. Na página inicial, quando o aluno está logado, é possível ser direcionado a duas opções de estudo, como mostra a Figura 2. Acessando o *card* “Experimento”, o estudante poderá escolher em qual processo será executado o experimento (Figura 3).

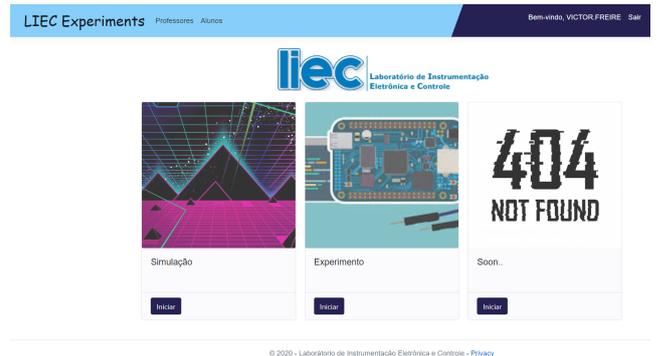


Figura 2. Laboratório remoto: Página inicial.

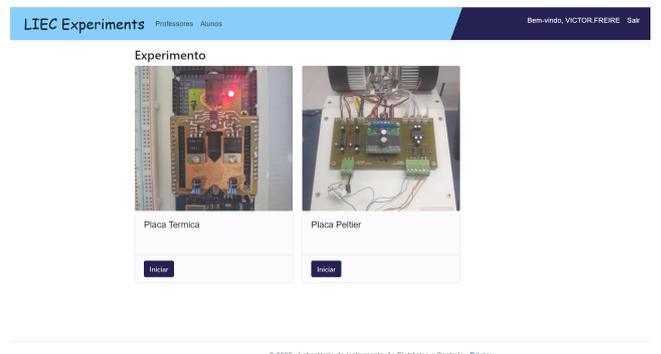


Figura 3. Laboratório remoto: Placas experimentais.

Seguindo para “Placa Térmica”, Figura 4, ele terá que informar a estrutura de controle escolhida: SISO ou TITO. Ao clicar em “Continuar”, um modal será aberto para que sejam inseridos os dados do experimento, Figura 5.

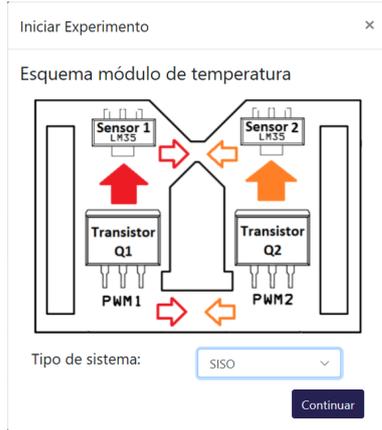


Figura 4. Laboratório remoto: Esquema módulo de temperatura (Lima et al., 2018).

Figura 5. Laboratório remoto: Entrada de dados.

Após inserir os dados, para que o experimento seja executado, o usuário deve clicar em “Confirmar”. No final, os dados coletados do experimento realizado no processo escolhido são disponibilizados em um arquivo .txt para download.

#### 4. ITERATIVE FEEDBACK TUNING - IFT

Proposto originalmente em Hjalmarsson et al. (1994), o IFT é uma técnica iterativa de controle baseado em dados que projeta controladores de estrutura fixa, como o caso do controlador PI. Essa técnica utiliza dados de dois experimentos por iteração para o cálculo dos novos parâmetros do controlador. No primeiro experimento, ou **experimento normal**, os dados de saída  $y(t)$  são adquiridos em malha fechada, como mostrado no diagrama de blocos da Figura 1. No segundo experimento, ou **experimento do gradiente**, a saída da planta  $y(t)$  é realimentada na entrada, junto à referência do primeiro experimento:  $r_2(\theta, t) = r(t) - y(\theta, t)$ . O diagrama de blocos do experimento do gradiente pode ser visto na Figura 6.

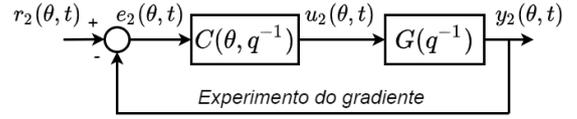


Figura 6. Diagrama de blocos do experimento do gradiente.

O desempenho de controle é dado pela função de custo (3), ou seja, utiliza-se o método dos mínimos quadrados entre a saída real e a saída desejada.

$$J(\theta) = \frac{1}{2N} \sum_{t=1}^N (y(\theta, t) - y_d(t))^2, \quad (3)$$

sendo  $N$  o número de amostras por iteração e  $y_d(t)$  a saída desejada em malha fechada:

$$y_d(t) = M(q^{-1})r(t), \quad (4)$$

onde,  $M(q^{-1})$  é o modelo de referência da malha fechada desejada.

#### 4.1 Problema de otimização

O objetivo do controle é minimizar (3), uma vez que quanto mais próxima a zero, mais similar será a saída da planta controlada  $y(\theta, t)$  em relação à saída desejada  $y_d(t)$ . Assim, a finalidade deste método é encontrar o  $\theta^*$  que satisfaça o critério (Hou and Wang, 2013):

$$\theta^* = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} (J(\theta)). \quad (5)$$

Caso seja possível calcular diretamente o gradiente de  $J(\theta)$ , ou seja, quando o modelo do processo  $G(q^{-1})$  é conhecido,  $\theta^*$  pode ser obtido pelo algoritmo de *Robbins Monro* (Robbins and Monro (1951)). Esse é utilizado como uma aproximação estocástica para resolver problemas de otimização, típicos em problemas iterativos que envolvem funções lineares, como no caso do IFT. A solução do problema de otimização é dado por:

$$\theta_{i+1} = \theta_i - \gamma_i \mathbf{R}_i^{-1} \frac{\partial J(\theta_i)}{\partial \theta_i}, \quad (6)$$

onde,  $\gamma_i$  é um escalar positivo conhecido como taxa de aprendizagem e  $\mathbf{R}_i$  é a matriz de direção. Uma de suas variações mais simples é o método *steepest descent*, onde é assumido o Lema 1.

Lema 1. A equação (3) irá convergir quase certamente para  $\theta^*$  quando:

$$\sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i = \infty \text{ e } \sum_{i=1}^{\infty} \gamma_i^2 < \infty, \quad (7)$$

$$\frac{\partial J(\theta)}{\partial \theta} > 0. \quad (8)$$

**Prova.** Mais detalhes em Robbins and Monro (1951).

Quando não é possível calcular diretamente o gradiente  $J(\theta)$ , torna-se necessário realizar uma estimativa deste.

#### 4.2 Estimativa do gradiente

O gradiente de  $J(\theta)$  é definido como a derivada de (3):

$$\frac{\partial J(\theta_i)}{\partial \theta_i} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N (y(\theta_i, t) - y_d(t)) \frac{\partial y(\theta_i, t)}{\partial \theta_i}. \quad (9)$$

A única variável que não pode ser computada de (9) é  $\partial y(\boldsymbol{\theta}_i, t)/\partial \boldsymbol{\theta}_i$  pois o modelo da planta  $G(q^{-1})$  não é conhecido. Porém, idealmente, tem-se que:

$$y(\boldsymbol{\theta}_i, t) = \frac{C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1})G(q^{-1})}{1 + C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1})G(q^{-1})}r(t), \quad (10)$$

assim,

$$\begin{aligned} \frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} &= \frac{1}{C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1})} \frac{\partial C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1})}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} \\ &\times \frac{C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1})G(q^{-1})}{1 + C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1})G(q^{-1})}r_2(\boldsymbol{\theta}_i, t). \end{aligned} \quad (11)$$

Desta forma,  $\partial y(\boldsymbol{\theta}_i, t)/\partial \boldsymbol{\theta}_i$  pode ser estimado por meio do experimento do gradiente. A partir de (2), para o controlador linearmente parametrizado, ou seja:

$$C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1}) = \boldsymbol{\theta} C(q^{-1})^T = [K_p \ K_i] \left[ 1 + \frac{h q^{-1}}{1 - q^{-1}} \right]^T. \quad (12)$$

Tem-se que,

$$\frac{\partial C(\boldsymbol{\theta}_i, q^{-1})}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} = C(q^{-1})^T = \left[ 1 + \frac{h q^{-1}}{1 - q^{-1}} \right]^T. \quad (13)$$

Portanto, com dois experimentos a cada iteração, é possível estimar os novos valores dos parâmetros do controlador.

O método *steepest descent* se mostra pouco eficiente, pois o número de iterações é alto. Uma solução proposta por Bazanella et al. (2011) é utilizar o método *Newton Raphson*. Nesse, o tamanho de passo é fixo ( $\gamma_i = 1$ ) (na prática  $\gamma_i$  pode ser multiplicado por um escalar  $\lambda \in [0, 1]$  para que a convergência seja mais suave). Já  $\mathbf{R}_i$  é dada em função dos parâmetros do controlador:

$$\mathbf{R}_i = \nabla^2 J(\boldsymbol{\theta}_i), \quad (14)$$

ou seja,  $\mathbf{R}_i$  será igual a Hessiana de  $J(\boldsymbol{\theta}_i)$ . Assim:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 J(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i^2} &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left( \frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i, t)^T}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} \frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} \right. \\ &\left. + (y(\boldsymbol{\theta}_i, t) - y_d(t)) \frac{\partial^2 y(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i^2} \right). \end{aligned} \quad (15)$$

Para obter o resultado de (15), seriam necessários mais dois experimentos por iteração devido à derivada de segunda ordem de  $y(\boldsymbol{\theta}, t)$  em relação a  $\boldsymbol{\theta}$ , o que tornaria o processo custoso. Porém, considerando que a cada iteração a saída do processo ficará mais próxima à desejada, o segundo termo de (15) pode ser negligenciado (Bazanella et al., 2011):

$$\frac{\partial^2 J(\boldsymbol{\theta}_i)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i^2} = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i, t)^T}{\partial \boldsymbol{\theta}_i} \frac{\partial y(\boldsymbol{\theta}_i, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}_i}. \quad (16)$$

Esta adaptação é conhecida como *Newton-Raphson* aproximado.

## 5. CORRELATION-BASED TUNING - CBT

O CbT foi proposto originalmente em Karimi et al. (2002), e tem como principal ideia descorrelacionar o erro de saída de malha fechada  $\varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t)$  com a referência  $r(t)$ . Na Figura 7, é apresentado o diagrama de blocos da malha fechada do CbT.

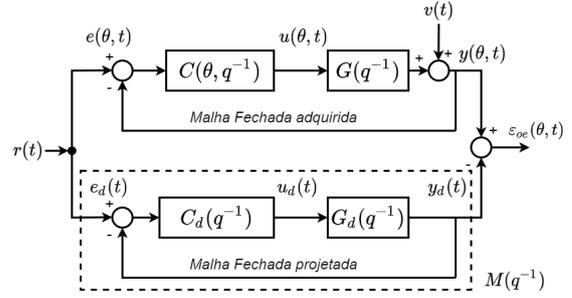


Figura 7. Diagrama de blocos do CbT

A saída real da malha fechada é dada por:

$$\begin{aligned} y(\boldsymbol{\theta}, t) &= \frac{C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})G(q^{-1})}{1 + C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})G(q^{-1})}r(t) \\ &+ \frac{1}{1 + C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})G(q^{-1})}v(t), \end{aligned} \quad (17)$$

onde,  $r(t)$  (sinal de referência) é um sinal estocástico estacionário ou um sinal determinístico periódico e persistentemente excitante de ordem igual ou superior a ordem do controlador  $C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})$ . E  $v(t)$  (ruído) é um sinal aleatório fracamente estacionário, com média zero. O controlador  $C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})$  é dado por:

$$C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1}) = \frac{S(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})}{R(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})} = \frac{s_0 + s_1 q^{-1} + \dots + s_{n_s} q^{-n_s}}{1 + r_1 q^{-1} + \dots + r_{n_r} q^{-n_r}}, \quad (18)$$

A lei de controle é:

$$u(\boldsymbol{\theta}, t) = C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})e(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{S(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})}{R(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})}e(\boldsymbol{\theta}, t). \quad (19)$$

Substituindo (18) em (19), tem-se:

$$\begin{aligned} u(\boldsymbol{\theta}, t) &= \sum_{i=1}^{n_r} -r_i q^{-i} u(\boldsymbol{\theta}, t) + \sum_{j=0}^{n_s} s_j q^{-j} e(\boldsymbol{\theta}, t) \\ &= \boldsymbol{\phi}^T(\boldsymbol{\theta}, t)\boldsymbol{\theta}, \end{aligned} \quad (20)$$

onde,  $\boldsymbol{\theta}$  é o vetor de ordem  $n_{\boldsymbol{\theta}} = n_r + n_s + 1$ :

$$\boldsymbol{\theta} = [r_1 \cdots r_{n_r}, s_0 \cdots s_{n_s}], \quad (22)$$

e o vetor de regressão é definido por:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi}^T(\boldsymbol{\theta}, t) &= [-u(\boldsymbol{\theta}, t-1), \dots, -u(\boldsymbol{\theta}, t-n_r), \\ &e(\boldsymbol{\theta}, t), \dots, e(\boldsymbol{\theta}, t-n_s)]. \end{aligned} \quad (23)$$

Como mostrado na Figura 7, o modelo de referência  $M(q^{-1})$  é dividido em dois blocos,

$$G_d(q^{-1}) = \frac{B_d(q^{-1})}{A_d(q^{-1})}. \quad (24)$$

$G_d(q^{-1})$  é o modelo identificado de ordem reduzida de  $G(q^{-1})$  e  $C_d(q^{-1})$  é o controlador projetado a partir desse modelo.

Fazendo  $C(\boldsymbol{\theta}) = C_d$ , o erro de saída em malha fechada contém contribuições da diferença entre  $G$  e  $G_d$  (erro de modelagem) e a contribuição do ruído:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t) &= y(\boldsymbol{\theta}, t) - y_d(t) \\ &= \left[ \frac{C_d(q^{-1})G(q^{-1})}{1 + C_d(q^{-1})G(q^{-1})} - \frac{C_d(q^{-1})G_d(q^{-1})}{1 + C_d(q^{-1})G_d(q^{-1})} \right] r(t) \\ &+ \frac{1}{1 + C_d(q^{-1})G(q^{-1})}v(t). \end{aligned} \quad (25)$$

Percebe-se que o erro de modelagem é correlacionado com a referência, diferentemente da perturbação. Assim,

como mostrado em Karimi et al. (2002), descorrelacionar o erro de saída em malha fechada  $\varepsilon_{oe}$  com o sinal de referência significa sintonizar o controlador, compensando somente o efeito do erro de modelagem. Os parâmetros do controlador são solução do seguinte critério:

$$f(\boldsymbol{\theta}) = E[\bar{f}(\boldsymbol{\theta})] = 0, \quad (26)$$

$E[\cdot]$  denota o valor esperado da função  $\bar{f}(\boldsymbol{\theta})$  definida por:

$$\bar{f}(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta(t) \varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t), \quad (27)$$

onde,  $\zeta(t)$  é um vetor com  $n_\zeta$  colunas de variáveis instrumentais correlacionadas com a referência e descorrelacionadas com o ruído. As variáveis instrumentais também podem ser em função do vetor  $\boldsymbol{\theta}$ , nesse caso serão denotadas por  $\zeta(\boldsymbol{\theta}, t)$ .

De acordo com Karimi et al. (2004), o controlador que descorrelaciona totalmente  $\varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t)$  de  $r(t)$  pode ou não existir. Caso exista,  $\boldsymbol{\theta}^*$  será solução de (26), e o procedimento para se achar este vetor ideal  $\boldsymbol{\theta}^*$  é conhecido como **procedimento de descorrelação**. Caso não exista, um novo critério é adotado com o objetivo de minimizá-lo (**redução de correlação**). Neste artigo é contemplado o estudo do procedimento de descorrelação. Mais informações sobre o procedimento de redução podem ser encontradas em Karimi et al. (2004).

### 5.1 Procedimento de descorrelação

Como mostrado em Robbins and Monro (1951), a solução de (26) pode ser obtida utilizando (6). Assim, de acordo com o Lema 1, para que  $Q(\boldsymbol{\theta}) = \partial f(\boldsymbol{\theta}) / \partial \boldsymbol{\theta}$  seja positivo, é necessário que haja uma escolha razoável de variáveis instrumentais.

Considerando que o vetor de variáveis instrumentais é uma função de  $\boldsymbol{\theta}$ , tem-se:

$$\begin{aligned} Q(\boldsymbol{\theta}) &= \frac{\partial f(\boldsymbol{\theta})}{\partial \boldsymbol{\theta}} = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left[ \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta(\boldsymbol{\theta}, t) \varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t) \right] \\ &= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \left[ \frac{\partial \zeta(\boldsymbol{\theta}, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}} \cdot \varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t) + \zeta(\boldsymbol{\theta}, t) \cdot \frac{\partial \varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}} \right]^T. \end{aligned} \quad (28)$$

Próximo a solução, a derivada do vetor de variáveis instrumentais é descorrelacionada com o erro de saída em malha fechada, assim (28) pode ser simplificada:

$$Q(\boldsymbol{\theta}) \approx \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta(\boldsymbol{\theta}, t) \cdot \frac{\partial \varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t)}{\partial \boldsymbol{\theta}}^T = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta(\boldsymbol{\theta}, t) \cdot \Psi^T. \quad (29)$$

O gradiente do erro de saída de malha fechada em relação a  $\boldsymbol{\theta}$  será denotado por  $\Psi^T(\boldsymbol{\theta}, t)$ . Assim, percebe-se que a escolha ideal do vetor de variáveis instrumentais, para que se tenha uma matriz  $Q(\boldsymbol{\theta})$  mais próxima possível de uma matriz positiva, será uma estimativa de  $\Psi(\boldsymbol{\theta}, t)$  filtrada do ruído.

O vetor gradiente pode ser expresso em termos do vetor de regressão:

$$\Psi^T(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} [y(\boldsymbol{\theta}, t) - y_d(t)] \quad (30)$$

$$= \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{\theta}} \left[ \frac{SB}{P} r(t) + \frac{RA}{P} v(t) \right], \quad (31)$$

onde,  $P = AR + BS$  é conhecido como polinômio característico de malha fechada. Derivando em relação a  $r_i$ :

$$\Psi_{r_i}^T(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{\partial \varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t)}{\partial r_i} = -\frac{q^{-i}B}{P} \left[ \frac{SA}{P} (r(t) - v(t)) \right] \quad (32)$$

$$= -\frac{q^{-i}B}{P} u(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{B}{P} (-u(\boldsymbol{\theta}, t - i)). \quad (33)$$

Já derivando em relação a  $s_j$ , tem-se:

$$\Psi_{s_j}^T(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{\partial \varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}, t)}{\partial s_j} = \frac{q^{-j}B}{P} \left[ \frac{RA}{P} (r(t) - v(t)) \right] \quad (34)$$

$$= \frac{q^{-j}B}{P} e(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{B}{P} (e(t - j)). \quad (35)$$

Logo,

$$\Psi^T(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{B(q^{-1})}{P(\boldsymbol{\theta}, G)} \phi^T(\boldsymbol{\theta}, t). \quad (36)$$

Assim, há duas escolhas principais de como se obter as variáveis instrumentais.

### 5.2 Escolha de variáveis instrumentais

A primeira escolha é baseada na malha fechada projetada:

$$\zeta(t) = \Psi_d(t) = \frac{B_d(q^{-1})}{P_d(q^{-1})} \phi_d(t), \quad (37)$$

onde,

$$\begin{aligned} \phi_d(t) &= [-u_d(t-1), \dots, -u_d(t-n_r), \\ &e_d(t), \dots, e_d(t-n_s)]^T, \end{aligned} \quad (38)$$

e  $P_d(q^{-1})$  é o polinômio característico da malha fechada projetada. Esta escolha não precisa de computação extra a cada iteração. Porém, um grande erro de modelagem de  $G - G_d$  fará com que o erro estimado seja grande e  $Q(\boldsymbol{\theta})$  pode não ser positiva.

A segunda escolha é baseada nos parâmetros do controlador:

$$\zeta(\boldsymbol{\theta}, t) = \tilde{\Psi}(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{B_d(q^{-1})}{P(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})} \tilde{\phi}(\boldsymbol{\theta}, t), \quad (39)$$

onde,

$$\begin{aligned} \tilde{\phi}(\boldsymbol{\theta}, t) &= [-\tilde{u}(\boldsymbol{\theta}, t-1), \dots, -\tilde{u}(\boldsymbol{\theta}, t-n_r), \\ &\tilde{e}(\boldsymbol{\theta}, t), \dots, \tilde{e}(\boldsymbol{\theta}, t-n_s)]^T. \end{aligned} \quad (40)$$

Os sinais  $\tilde{u}(\boldsymbol{\theta}, t)$  e  $\tilde{e}(\boldsymbol{\theta}, t)$  são valores computados utilizando a planta  $G_d$ :

$$\tilde{u}(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})}{1 + C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})G_d(q^{-1})} r(t) = \mathcal{U}(\boldsymbol{\theta}, G_d) r(t), \quad (41)$$

$$\tilde{e}(\boldsymbol{\theta}, t) = \frac{1}{1 + C(\boldsymbol{\theta}, q^{-1})G_d(q^{-1})} r(t) = \mathcal{K}(\boldsymbol{\theta}, G_d) r(t). \quad (42)$$

Também é possível utilizar um modelo identificado em malha fechada  $\hat{G}(q^{-1})$  para computar tais variáveis. Embora o algoritmo proposto convirja utilizando certas suposições, esta convergência é muito lenta. Quando o número de dados for grande o suficiente, é possível utilizar o algoritmo de Newton-Raphson. Ainda, utilizar o método *Newton-Raphson* promove uma redução de iterações. Nesse caso:

$$\boldsymbol{\theta}_{i+1} = \boldsymbol{\theta}_i - \hat{Q}^{-1}(\boldsymbol{\theta}_i) \bar{f}(\boldsymbol{\theta}_i), \quad (43)$$

onde

$$\hat{Q}(\boldsymbol{\theta}_i) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \tilde{\Psi}(\boldsymbol{\theta}_i, t) \hat{\Psi}^T(\boldsymbol{\theta}_i, t), \quad (44)$$

$$\hat{\Psi}^T(\boldsymbol{\theta}_i, t) = \frac{B_d(q^{-1})}{P(\boldsymbol{\theta}_i, G_d)} \phi^T(\boldsymbol{\theta}_i, t). \quad (45)$$

### 5.3 Condição de parada

Quando cada elemento do vetor da função de correlação estiver em um intervalo de confiança de seu respectivo elemento da diagonal principal da matriz de covariância de  $f(\boldsymbol{\theta}^*)$ , não é necessário realizar mais iterações.

$$f(\boldsymbol{\theta}^*) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta(\boldsymbol{\theta}^*, t) \varepsilon_{oe}(\boldsymbol{\theta}^*, t) \quad (46)$$

$$= \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \zeta(\boldsymbol{\theta}^*, t) \mathcal{K}(\boldsymbol{\theta}, G) v(t). \quad (47)$$

E o ruído pode ser representado por:

$$v(t) = W(q^{-1})n(t), \quad (48)$$

onde,  $W(q^{-1})$  é um modelo linear do ruído e  $n(t)$  é um ruído gaussiano branco com média 0 e variância  $\sigma^2$ . Pela definição do Teorema Central do Limite, quando  $N \rightarrow \infty$ ,  $\sqrt{N}f(\boldsymbol{\theta}^*) \rightarrow \mathcal{N}(0, P_f)$ . A covariância será dada por:

$$P_f = \lim_{N \rightarrow \infty} E[\bar{f}(\boldsymbol{\theta}^*) \bar{f}^T(\boldsymbol{\theta}^*)] = \sigma^2 E[\zeta_f(\boldsymbol{\theta}^*, t) \zeta_f(\boldsymbol{\theta}^*, t)^T], \quad (49)$$

onde,

$$\zeta_f(\boldsymbol{\theta}^*, t) = W(q^{-1})\mathcal{K}(\boldsymbol{\theta}^*, G)\zeta(\boldsymbol{\theta}^*, t) = W(q^{-1})\mathcal{K}_d\zeta(\boldsymbol{\theta}^*, t). \quad (50)$$

Assim, quando o número de dados for grande, uma boa estimativa de  $P_f$  poderá ser obtida com os valores atuais do controlador:

$$\hat{P}_f = \frac{\sigma^2}{N} \sum_{t=1}^N \zeta_f(\boldsymbol{\theta}_i, t) \zeta_f^T(\boldsymbol{\theta}_i, t). \quad (51)$$

Logo, para cada iteração é verificado se de fato  $G - G_d \rightarrow 0$ :

$$|\bar{f}_k(\boldsymbol{\theta}_i)| \leq \sqrt{\frac{\hat{P}_f(k, k)}{N}} \mathcal{N}_\alpha \quad \forall k = 1, \dots, n_\boldsymbol{\theta}, \quad (52)$$

onde,  $\mathcal{N}_\alpha$  é o nível  $\alpha$  de  $\mathcal{N}(0, 1)$ , que representa a probabilidade de que o intervalo de confiança contenha os parâmetros desejados para o  $k$ -ésimo elemento da função de correlação.

## 6. ESCOLHA DO MODELO DE REFERÊNCIA

Neste artigo, o modelo de referência  $M(q^{-1})$  é projetado a partir da abordagem IMC (*Internal Modal Control*), conforme apresentado em da Silva Moreira et al. (2018). Assim, o equivalente contínuo de  $M(q^{-1})$  é dado por:

$$M(s) = \frac{1}{\tau_c s + 1} e^{-\tau_d s}, \quad (53)$$

onde,  $\tau_c = \beta \tau_d$  é a constante de tempo desejada de malha fechada e  $\tau_d$  o atraso do processo. O valor de  $\beta$  é definido de acordo com a margem de ganho  $A_m$  desejada:

$$\beta = \frac{2A_m}{\pi} - 1, \quad (54)$$

e a margem de fase  $\phi_m$ :

$$\phi_m = \frac{\pi}{2} \left( 1 - \frac{1}{A_m} \right). \quad (55)$$

### 6.1 Margem de Fase e Margem de Ganho Estimados

Da teoria clássica de controle, margem de ganho  $A_m$  e a margem de fase  $\phi_m$  são definidas como segue:

$$A_m = \frac{1}{|G(j\omega_c)C(j\omega_c)|}, \quad (56)$$

$$\phi_m = \pi + \angle G(j\omega_g)C(j\omega_g), \quad (57)$$

onde,  $\omega_c$  é a frequência crítica, obtida por meio de  $\angle G(j\omega_c)C(j\omega_c) = -\pi$ , e  $\omega_g$  é a frequência de corte, obtida em  $|G(j\omega_g)C(j\omega_g)| = 1$ .

Para o controlador PI, é recomendado escolher a margem de ganho em um intervalo de 2 – 5, e para a margem de fase em um intervalo de 30° – 60° (Åström and Hägglund, 1995).

### 6.2 Atraso estimado

O atraso do modelo de referência é estimado a partir dos dados de entrada e saída em malha fechada. De acordo com Jelali (2006), uma boa estimativa do atraso de um processo é obtida a partir da sequência de correlação cruzada entre os sinais de saída  $y(\boldsymbol{\theta}, t)$  e a referência  $r(t)$  em um intervalo de tempo de 0 até que pela primeira vez a resposta ao degrau atinja 63% de sua referência:

$$\hat{\tau}_d = \max_{\tau_d} \sum_t y(\boldsymbol{\theta}, t) r(t - \tau_d), \quad (58)$$

## 7. RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Nesta seção, são apresentados os resultados experimentais da aplicação das técnicas IFT e CbT no módulo didático. A ideia é projetar um controlador PI para uma malha de temperatura do módulo (ver seção 3). Os experimentos foram realizados utilizando a interface web.

Os dados necessários para realização do primeiro experimento (ver Figura 5) foram: número de amostras igual 1400, período de amostragem igual a 1 segundo, controlador inicial com  $K_p = 0,1$  e  $K_i = 0,001$ , sinal de referência como onda quadrada, com amplitude 2,5, *offset* de 2,5 e período igual a 1400s.

O atraso estimado do processo foi  $\hat{\tau}_d = 19$  segundos e a margem de ganho desejada  $A_m = 4$ . Com isso, o modelo de referência é dado por:

$$M(q^{-1}) = \frac{0,03346q^{-1}}{1 - 0,9665q^{-1}} q^{-19}. \quad (59)$$

Cada experimento foi realizado com um ruído diferente  $v(t)$ , que pode ser representado como um ruído branco gaussiano, estacionário, de média zero e variância igual a 0,021.

Utilizando o algoritmo do IFT, com  $\boldsymbol{\theta}_{initial} = [K_p \ K_i] = [0,1 \ 0,001]$ , e o método iterativo do *Newton Raphson* aproximado, além de  $\lambda = 0,3$ , o controlador é resintonizado com 6 iterações. A evolução dos parâmetros do controlador pode ser vista na Tabela 1.

Tabela 1. Evolução dos parâmetros do controlador.

Iteração	1	2	3	4	5	6
$K_p$	0,1	0,0726	0,0577	0,0502	0,0466	0,0416
$K_i$	0,0010	0,0007	0,0004	0,0003	0,0003	0,0003

Para o CbT, é utilizada a variável instrumental baseada nos parâmetros do controlador. Assim, é estimado o modelo ARX de segunda ordem com atraso:

$$\hat{G}(q^{-1}) = \frac{0,5611q^{-1}}{1 - 0,5234q^{-1} - 0,4696q^{-2}}q^{-18}. \quad (60)$$

O controlador é expresso na forma:

$$C(\theta, q^{-1}) = \frac{K_p + (K_i h - K_p)q^{-1}}{1 - q^{-1}} = \frac{s_0 + s_1q^{-1}}{R_{fix}}. \quad (61)$$

Para o modelo de referência, tomando como base  $M(q^{-1})$ , primeiro identifica-se  $G_d$  de primeira ordem com atraso:

$$G_d(q^{-1}) = \frac{0,4038q^{-1}}{1 - 0,9943q^{-1}}q^{-18}. \quad (62)$$

E, utilizando as regras de sintonia do método IMC, projeta-se  $C_d$ :

$$C_d(q^{-1}) = \frac{0,05212 - 0,05183q^{-1}}{1 - q^{-1}}. \quad (63)$$

Assim, o vetor de parâmetros a ser atualizado é  $\theta = [s_0 \ s_1]$ . Para fins de comparação, o valor inicial é igual ao do IFT. O método iterativo escolhido é o *Newton Raphson*, também com  $\lambda = 0,3$  e  $\mathcal{N}_\alpha = 0,95$ . Ao final, o controlador é resintonizado com 7 iterações, tal que  $[K_p \ K_i]_{final} = [0,04173 \ 0,00028]$ . Na sétima iteração, tomando a função de custo do método IFT,  $J(\theta_7) = 0,0124$ . A evolução da função de custo comparativa entre os dois métodos pode ser vista na Figura 8.

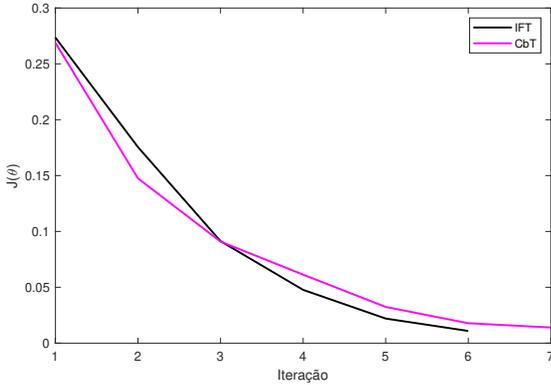


Figura 8. Evolução da função de custo dos métodos IFT e CbT

As respostas ao degrau, antes e depois da resintonia, podem ser vistas na Figura 9.

### 7.1 Análise comparativa dos métodos

Observa-se que o controlador é resintonizado utilizando as duas técnicas iterativas apresentadas. Aquele em malha fechada com o processo atinge uma dinâmica muito próxima da desejada. O IFT tem como principais vantagens a não necessidade de qualquer modelo aproximado da planta, para resintonização dos parâmetros do controlador, bem

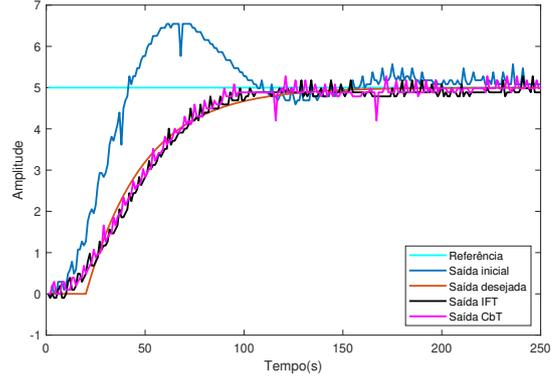


Figura 9. Resposta ao degrau antes e após a sintonia

como um custo computacional muito baixo. Por outro lado, esse método necessita de dois experimentos por iteração, tornando-o uma técnica de custo experimental alto, especialmente se o processo apresentar uma constante de tempo alta.

Por outro lado, o CbT possui como principal vantagem a necessidade de apenas um experimento por iteração, logo, o controlador é resintonizado de forma bem mais rápida que utilizando o IFT, ou seja, apresenta um custo experimental nitidamente menor. Como desvantagens, para que o vetor de variáveis instrumentais seja construído, é fundamental uma identificação indireta do processo e, para que o CbT convirja mais rapidamente, é necessário que esta identificação seja relativamente precisa. No mais, esta não possui alto custo, visto que pode ser feita em malha fechada.

### 7.2 Análise da interface web

A interface mostra ser uma ferramenta útil por permitir que um estudante possa realizar os experimentos de forma remota, concedendo àquele uma representação gráfica em tempo real da relação entre a temperatura medida dos MOSFETs e a variação dos valores de referência. Como trabalho futuro considera-se a inclusão de novos módulos didáticos, novos experimentos e a efetiva implantação da interface nas atividades do laboratório de controle digital.

Ainda, essa interface pode ser aperfeiçoada para se tornar mais amigável e intuitiva, garantido que esta ferramenta possa ser utilizada pelo mais diversos usuários. Sendo assim, há espaços para melhorias.

## 8. CONCLUSÕES

Neste artigo, as técnicas iterativas IFT e CbT, de projeto de controle baseado em dados, foram revisadas. Em seguida, as duas técnicas foram aplicadas a um módulo didático de temperatura. Com os resultados obtidos, foi observado que, nas duas técnicas, as funções de custo convergiram para o mesmo valor, bem como os parâmetros do controlador, e a saída desejada foi alcançada. Além disso, mesmo sendo necessário a identificação indireta do modelo ( $G(q^{-1})$ ) no CbT, pode-se concluir que o CbT se mostrou mais eficiente, visto que precisou de menos experimentos: 7 iterações, ou seja, 7 experimentos e o IFT precisou de 6 iterações, ou seja, 12 experimentos.

Por fim, destaca-se a importância do laboratório remoto nesse trabalho e na execução de atividades práticas do laboratório de controle, podendo ser utilizado para diferentes estudos, sobre diferentes equipamentos, oferecendo aos estudantes e professores flexibilidades nas disciplinas experimentais. Assim, por meio da interface web, é possível o acesso de estudantes ao módulo de temperatura de forma remota, facilitando a coleta de dados reais. Com esses, o projeto do controlador é realizado, podendo ser testado e analisado em malha fechada com o processo estudado.

## REFERÊNCIAS

- Åström, K.J. and Hägglund, T. (1995). *PID controllers: theory, design, and tuning*, volume 2. Instrument society of America Research Triangle Park, NC.
- Bazanella, A.S., Campestrini, L., and Eckhard, D. (2011). *Data-driven controller design: the H2 approach*. Springer Science & Business Media.
- Bennett, S. (1996). A brief history of automatic control. In *IEEE Control Systems Magazine*, volume 16, 17–25. IEEE.
- Chevalier, A., Copot, C., Ionescu, C., and De Keyser, R. (2016). A three-year feedback study of a remote laboratory used in control engineering studies. In *IEEE Transactions on Education*, volume 60, 127–133. IEEE.
- da Silva Moreira, L.J., Júnior, G.A., and Barros, P.R. (2018). Closed-loop frequency data-driven pid retuning. In *2018 IEEE Conference on Control Technology and Applications (CCTA)*, 1352–1357. IEEE.
- Hjalmarsson, H., Gunnarsson, S., and Gevers, M. (1994). A convergent iterative restricted complexity control design scheme. In *Proceedings of 1994 33rd IEEE Conference on Decision and Control*, volume 2, 1735–1740. IEEE.
- Hou, Z.S. and Wang, Z. (2013). From model-based control to data-driven control: Survey, classification and perspective. In *Information Sciences*, volume 235, 3–35. Elsevier.
- Jelali, M. (2006). An overview of control performance assessment technology and industrial applications. In *Control engineering practice*, volume 14, 441–466. Elsevier.
- Karimi, A., Mišković, L., and Bonvin, D. (2004). Iterative correlation-based controller tuning. In *International journal of adaptive control and signal processing*, volume 18, 645–664. Wiley Online Library.
- Karimi, A., Mišković, L., and Bonvin, D. (2002). Convergence analysis of an iterative correlation-based controller tuning method. In *IFAC Proceedings Volumes*, volume 35, 413–418. Elsevier.
- Lima, A.B.D., Barros, P.R., and Acioli Júnior, G. (2018). Módulo didático para ensino de teoria de controle. In *Congresso Brasileiro de Automática (CBA)*.
- Loro, F.G., Macho, A., Sancristobal, E., Artacho, M.R., Díaz, G., and Castro, M. (2016). Remote laboratories for electronics and new steps in learning process integration. In *2016 13th International Conference on Remote Engineering and Virtual Instrumentation (REV)*, 112–117. IEEE.
- Rivera, L.F.Z. and Petrie, M.M.L. (2016). Models of collaborative remote laboratories and integration with learning environments. *International Journal of Online and Biomedical Engineering (iJOE)*, 12(09), 14–21.
- Robbins, H. and Monro, S. (1951). A stochastic approximation method. In *The annals of mathematical statistics*, 400–407. JSTOR.
- Skogestad, S. (2004). Simple analytic rules for model reduction and pid controller tuning. *Journal of Process Control*, 13, 291–309. doi:10.1016/S0959-1524(02)00062-8.