

MODELAGEM CAIXA CINZA POR ANALOGIA A UM CIRCUITO RC

ALAN P. D. PEREIRA, SAUL DA S. MUNARETO

*Coordenadoria de Engenharia de Controle e Automação
Instituto Federal do Espírito Santo, Rodovia ES-010, km 6,5, Mangueiros, 29173-087, Serra-ES
E-mails: alandonati93@gmail.com, saul@ifes.edu.br*

Abstract— This paper explores an analogy of a flow-level plant with an RC circuit. The purpose is to perform a grey-box modeling from the step response test data and the given analogy. The reason is that in control education the analogy between dynamic systems, in general, is not commonly used. The resulting modeling shows the effectiveness of the analogy. The design of a cascade control produces experimental results that validate the modeling.

Keywords— Modeling of physical systems, analogy of dynamic systems, grey box modeling, step response test.

Resumo— O artigo explora uma analogia de uma planta de vazão-nível com um circuito RC. A proposta é realizar uma modelagem caixa cinza a partir dos dados de testes ao degrau e com o auxílio da analogia estabelecida. A razão da proposta é que no cotidiano do ensino de controle a analogia entre sistemas dinâmicos, em geral, não é comumente aproveitada. A modelagem resultante mostra a efetividade da analogia. O projeto de um controle em cascata produz resultados experimentais que validam a modelagem.

Palavras-chave— Modelagem de sistemas físicos, analogia de sistemas dinâmicos, modelagem caixa cinza, teste ao degrau.

1. Introdução.

Os cursos iniciais de controle automático sempre tratam da modelagem caixa-branca, ou seja, a modelagem pelas leis físicas de sistemas dinâmicos dos tipos: massa-mola-amortecedor, circuitos elétricos RLC, sistemas tanque-válvula, sistemas térmicos, etc. E sempre concluem a apresentação do assunto mostrando uma tabela de analogias entre as variáveis desses diferentes sistemas (Ogata, 2003; Dorf 2001; Franklin, 2009). Ainda assim, as analogias de sistemas dinâmicos são pouco exploradas e muitas vezes caem no esquecimento. Aliás, no cotidiano do ensino de controle os experimentos de obtenção de funções de transferências quase sempre usam a modelagem caixa-preta a partir dos dados obtidos do método da resposta ao degrau (Campos, 2006; Smith, 2008), mesmo nas plantas didáticas com dinâmicas simples. Embora muitas vezes seja obtido e validado um bom modelo, o fato de não resgatar a analogia desperdiça a oportunidade de compreender melhor a dinâmica do sistema, e com isso confiar no modelo de maneira mais consistente do que a simples aproximação numérica da resposta do modelo matemático aos dados da resposta do sistema dinâmico modelado (Coelho, 2004). Além disso, o uso da analogia de certa forma contribuiria para uma modelagem caixa cinza, pois usaria informação complementar aos dados dinâmicos utilizados durante a identificação (Aguirre, 2000).

Nesse trabalho, a proposta é apresentar uma modelagem de uma planta com processos de vazão e nível a partir das respostas ao degrau e mostrar a analogia dessas respostas com as respostas de um circuito RC simples.

Para avaliação da modelagem são apresentados os resultados de um controle cascata, cujo projeto dos controladores foi baseado nos modelos obtidos.

Na seção 2 é apresentada a planta e a instrumentação com descrição dos processos. Na seção 3 é explicada a modelagem a partir dos testes e da analogia ao circuito RC. Na seção 4 são apresentados os resultados de um controle em cascata para efetivamente avaliar a modelagem. Na seção 5 é apresentada a conclusão do trabalho.

2. A planta e a instrumentação.

Neste capítulo serão detalhados os elementos que compõem a planta utilizada, bem como suas especificações.

2.1. Descrição da planta e seus processos

A planta é apresentada na Figura 1. Há um tanque superior, e para medir o nível existe um sensor de ultrassom no topo deste tanque. Este tanque é interligado por uma válvula manual com um tanque inferior, que servirá de reservatório de água. Uma bomba transfere a água deste tanque inferior para o tanque superior.

Um sensor mede a vazão de entrada no tanque superior. Existe uma válvula manual logo após a bomba que servirá para provocar um distúrbio na vazão de entrada do tanque superior, e também há uma outra válvula manual que servirá para provocar um distúrbio na vazão de saída. Em ambos os tanques há um indicador local de nível que é uma régua de 0 a 300 mm.

O aumento da velocidade da bomba acarreta o aumento da vazão de entrada no tanque superior e conseqüentemente aumento do nível no tanque. O

fato de aumentar o nível, a pressão provocada pela coluna d'água aumenta a vazão de saída e diminui a vazão de entrada até que as dinâmicas entre as vazões e o nível entre em equilíbrio.

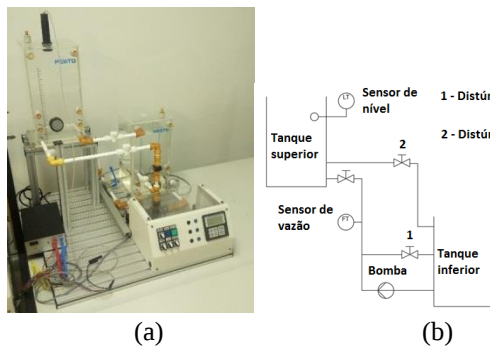


Figura 1 - (a) Planta didática para modelagem e controle de vazão e nível. (b) Diagrama de instrumentação da planta didática.

2.2. A instrumentação

Um sensor de ultrassom para medir o nível está instalado no topo do tanque superior da planta da Figura 1. O sinal de saída de 4 a 20 mA do sensor está inverso ao nível, ou seja, quando o nível aumenta de 0 a 300mm o sinal diminui em direção ao 4 mA. A faixa de medição do sensor de ultrassom é de 150 a 500 mm em relação a face do sensor.

Para medir a vazão, um sensor com um rotor interno de três pás e um sistema de detecção optoeletrônico (diodo e fototransistor) gera um sinal na forma de onda quadrada, com frequência proporcional a vazão. A frequência do sinal de saída é de 13 a 1200 Hz para a faixa de 0,5 a 15 litros por minuto. A amplitude da onda quadrada pode assumir valores de 5 a 12 V, dependendo da fonte de tensão que alimenta o sensor. Da forma como este sensor está instalado na planta, a frequência máxima observada foi de aproximadamente 270 Hz para uma onda quadrada com nível baixo e alto de 0,8 e 8 V, respectivamente.

O elemento final de controle é uma bomba que tem a velocidade regulada por uma tensão de 0 a 24 V. A corrente máxima exigida é de 0,9 A. Trata-se de uma bomba centrífuga com vazão de até 10 litros por minuto. Para fornecer a potência necessária para bomba é utilizado um regulador que amplifica sinais de comando de -10 a 10 V para -24 a 24 V com corrente máxima de saída de 1 A. A faixa de tensão negativa não é usada, pois a bomba opera em apenas um sentido de rotação.

Para implementar os controladores em cascata é usado um controlador lógico programável (CLP). O CLP possui entrada analógica de corrente 4 a 20 mA, e saída analógica de tensão 0 a 10 V. Além disso, possui um contador rápido, associado a uma entrada digital de 24 V, que é usado para a contagem dos pulsos da onda quadrada do sensor de vazão. Há a necessidade de amplificar os 8V da saída do sensor de vazão para 24V.

As variáveis importantes do processo são coletadas do histórico de um ambiente supervisor e exportadas para planilhas.

3. A modelagem do processo.

Neste capítulo serão definidas as nomenclaturas das variáveis do processo e as faixas de operação, também a modelagem com auxílio da analogia a um circuito RC.

3.1. Processos de vazão e nível

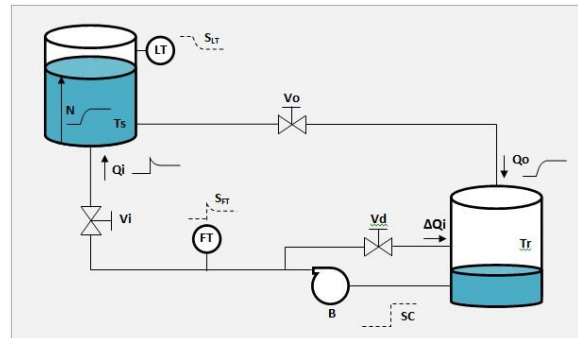


Figura 2 - Diagrama de instrumentação com as variáveis do processo.

As variáveis apresentadas na Figura 2 são:

- V_o - válvula da vazão de saída do tanque superior;
- V_i - válvula da vazão de entrada do tanque superior;
- V_d - válvula do distúrbio da vazão de entrada do tanque superior;
- B - bomba;
- N - nível do tanque superior;
- T_s - tanque superior;
- T_r - tanque reservatório;
- Q_i , ΔQ_i , Q_o - vazão de entrada, distúrbio na vazão de entrada e vazão de saída, respectivamente;
- LT, FT - sensores de vazão e nível, respectivamente;
- S_{FT} , S_{LT} - sinais dos sensores de vazão e nível, respectivamente;
- S_C - sinal do controlador ou de controle.

A partir da Figura 2 é possível explicar a modelagem do processo em função das suas principais variáveis. O tanque superior T_s é o elemento principal do processo de nível. Nele é medido o nível N por um sensor que produz o sinal S_{LT} inversamente relacionado ao nível, quando o nível aumenta o sinal diminui. Também há um sensor de vazão que produz o sinal S_{FT} diretamente relacionado a vazão de entrada Q_i . Uma bomba B, acionada por um sinal de controle S_C , transfere o líquido do tanque reservatório T_r para T_s . A pressão imposta pela B, a diferença entre os níveis dos tanques e a abertura da válvula da vazão de entrada V_i resultam na Q_i em T_s . A variação de N é causada pela diferença entre Q_i e a vazão de saída Q_o . A Q_o é resultante da altura de N e da abertura da válvula da vazão de saída V_o de T_s . Uma fonte de distúrbio é abertura da válvula V_d , pois parte do líquido

bombeado retorna diretamente para T_r causando um distúrbio na vazão de entrada ΔQ_i .

3.2. Faixa de operação dos processos

Para modelar os processos é necessário restringir uma faixa de operação e dentro dessa faixa escolher um ponto de operação. Valores são coletados dos processos e mostrados na Tabela 1. Os valores correspondem às variáveis de entrada S_C , saídas S_{FT} , S_{LT} e nível N , todos obtidos da malha aberta em regime permanente. A sigla u.c. significa unidades do CLP e está relacionada ao número inteiro atribuído na quantização dos sinais analógicos, da seguinte forma: 4 a 20 mA é proporcionalmente um número entre 0 e 6000 u.c., e 0 a 10 V também é proporcionalmente um número entre 0 e 6000 u.c.. Os testes são realizados assumindo a situação inicial de T_r cheio, com nível de 300 mm, T_s vazio, V_i completamente aberta, V_d completamente fechada e V_o 50% aberta. Observe na tabela 1 que a medida que o nível aumenta o S_{LT} diminui.

Tabela 1 - Valores obtidos de uma faixa ampla de operação.

SC (u.c.)	SFT (Hz)	SLT (u.c.)	Nível (mm)
3400	69	2015	102
3600	75	1795	107
3800	83	1507	136
4000	59	1244	154
4200	96	912	173
4500	107	441	210
4700	117	320	233

Tabela 2 - Valores obtidos com distúrbio máximo e S_C máximo.

SC (u.c.)	SFT (Hz)	SLT (u.c.)	Nível (mm)
6000	97	755	185

Porém, há de considerar que o distúrbio poderia impedir que os processos operassem na faixa escolhida. Então, na Tabela 2 é dado o resultado de um teste com a V_d completamente aberta e o sinal do controlador no valor máximo, com o objetivo de mostrar o valor de nível possível para essa situação extrema.

Logo, da Tabela 2, para não ocorrer saturação do controlador ao compensar o distúrbio, reduz-se a faixa de operação de 102 a 173 mm em T_s .

Por fim, também é necessário saber a vazão máxima possível de ser atingida. Pois, ao fechar a malha de vazão de um controle em cascata com a malha de nível, não deve ser requerido um SP de vazão superior à capacidade da bomba na instalação. A condição mais favorável para determinar essa vazão é com S_C máximo de 6000 u.c. e nível mínimo de T_s (vazio), o que resulta em $S_{FT} = 267$ Hz.

3.3. Ponto de operação dos processos

A partir dos testes expostos nas Tabelas 1 e 2 é escolhido um ponto de operação em torno de $S_{LT} = 1100$ u.c., o que corresponde a um valor intermediário na faixa destacada em azul na Tabela 1, e que resulta em $S_{FT} \approx 93$ Hz.

3.4. Analogia a um circuito RC e funções de transferência dos processos

Analisando o circuito da Figura 3, a equação (1) é a função de transferência que relaciona a tensão de entrada E com a de saída V_c . Ela é obtida de um divisor de tensão de R_i com o paralelo da reatância de C com R_o .

$$\frac{V_c(s)}{E(s)} = \frac{R_o}{R_i(R_oCs+1)+R_o} \quad (1)$$

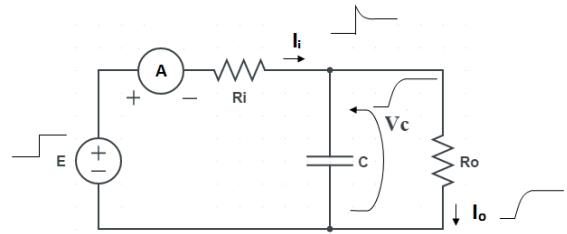


Figura 3 – Um circuito RC com variáveis análogas as variáveis dos processos de vazão e nível.

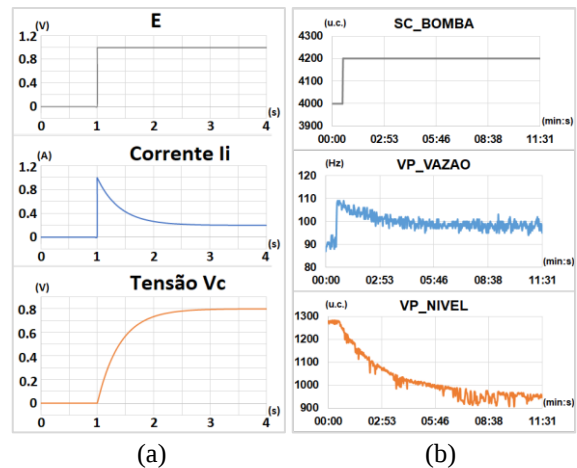


Figura 4 – (a) Simulação de resposta ao degrau do circuito RC análogo. (b) Sinais reais da planta em resposta a um degrau no S_C .

As respostas ao degrau na Figura 4 mostram que os comportamentos das variáveis dos processos da planta da Figura 2 são análogos ao comportamento das variáveis de um circuito RC dado na Figura 3. A fonte E causa uma elevação de tensão análoga a elevação de pressão dada por B ; a restrição causada por V_i na vazão Q_i é análoga a resistência R_i na corrente I_i ; o tanque T_s é análogo ao capacitor C e V_o a resistência R_o . Ainda, o sinal do nível de T_s e tensão em C são respostas do tipo "C" (Campos, 2006), típicas de funções de transferência de primeira ordem sem atraso, e a vazão e a corrente são respostas típicas de funções de transferência zero-polo (Smith, 2008). Aliás, a resposta de vazão foi que instigou o uso da analogia, pois sem essa analogia não teríamos a clareza quanto a obtenção do zero e do polo da função de transferência. Dessas comparações é possível concluir que a analogia está adequada. Portanto, a partir do circuito RC são obtidas as funções de transferência que compõem a

modelagem da planta. Ao ver o diagrama de blocos de RC, Figura 5(a), e pela analogia estabelecida, obtemos o diagrama de blocos da planta, Figura 5(b).

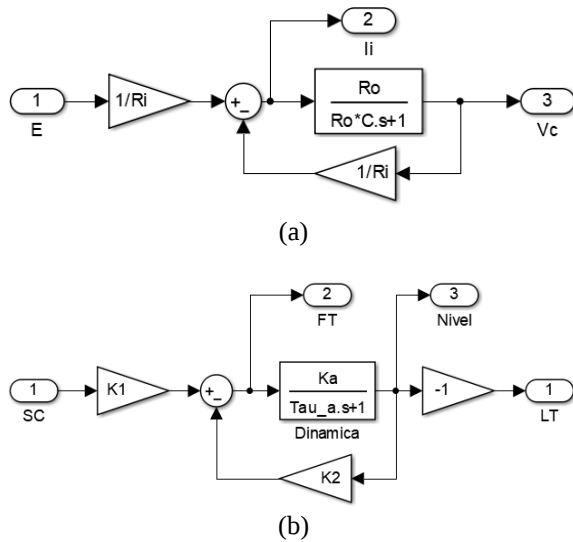


Figura 5 - (a) Diagrama de blocos das equações do circuito RC análogo aos processos de vazão e nível. (b) Diagrama de blocos da planta a partir da analogia com o circuito RC.

A Figura 5(a) mostra o diagrama de blocos relacionando a tensão de entrada E com a tensão de saída Vc, enquanto que a Figura 5(b) analogamente mostra o diagrama de blocos relacionando a entrada SC com a saída S_{LT}. Diferente de seus análogos 1/Ri, os ganhos K1 e K2 foram assumidos como distintos, pois representam relações entre grandezas distintas. O K1 está relacionada a pressão imposta pela bomba para gerar a vazão de entrada enquanto que K2 está relacionada a pressão da coluna de líquido (nível) que se opõe à pressão da bomba, causando redução da vazão de entrada. O ganho Ka relaciona a vazão de entrada e o nível do tanque superior e a constante τ_A é análoga à constante de tempo do circuito RC. Note que a dinâmica da bomba é somente representada por K1, pois a constante de tempo da bomba não aparece nos dados por ser muito menor que a apresentada pela dinâmica do nível. Note também que K2 representa a dinâmica da influencia do nível sobre a vazão e por isso aparece como uma realimentação.

Da Figura 5(b) é possível utilizar a matemática de blocos (Smith, 2008) para rearranjar na forma da Figura 6.

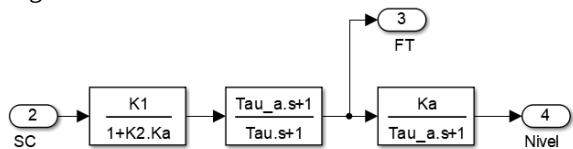


Figura 6 – Rearranjo do diagrama de blocos da planta

Da Figura 6 são obtidas as equações (2)-(6).

$$\tau = \frac{\tau_A}{1 + K2 * Ka} \quad (2)$$

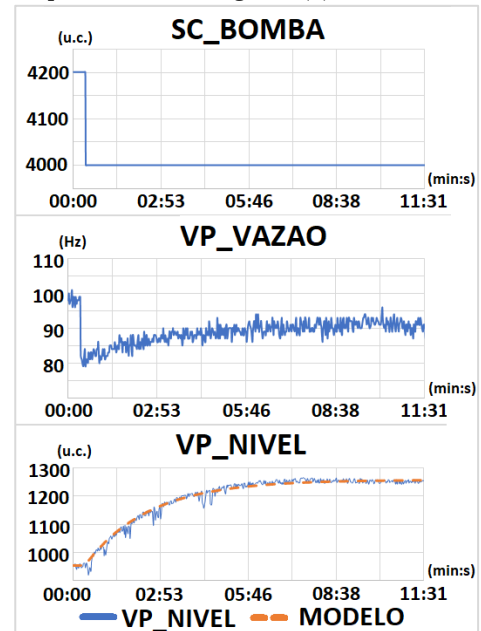
$$K = \frac{K1 * Ka}{1 + K2 * Ka} \quad (3)$$

$$\frac{S_{FT}(s)}{S_C(s)} = \frac{K1}{1 + K2 * Ka} * \frac{\tau_A s + 1}{\tau s + 1} \quad (4)$$

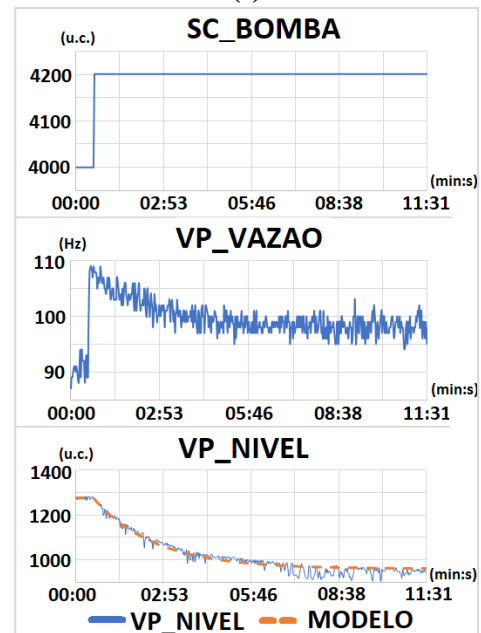
$$\frac{S_{LT}(s)}{S_{FT}(s)} = \frac{Ka}{\tau_A s + 1} \quad (5)$$

$$\frac{S_{LT}(s)}{S_C(s)} = \frac{K}{\tau s + 1} \quad (6)$$

As equações (2)-(6) estão de acordo com as curvas apresentadas na Figura 4(b).



(a)



(b)

Figura 7 - Resposta experimental ao degrau em malha aberta (a)descendente e (b) ascendente.

3.5. Obtenção dos parâmetros das funções de transferência dos processos

Para obter os parâmetros de ganhos e constantes de tempos das funções de transferência (4)-(6), foram realizados cinco testes em malha aberta ao degrau ascendente e cinco descendente. A Figura 7 ilustra dois desses testes. Os degraus correspondem a uma variação em S_C de 4000 u.c. para 4200 u.c., ou seja, $\Delta S_C = 200$ u.c.

No instante em que foi dado o degrau surge um pico na vazão igual a amplitude desse degrau multiplicado pelo ganho K_1 sem qualquer contribuição da realimentação dada por K_2 , pois nesse instante o nível não variou. Assim, de $\Delta S_C = 200$ u.c. e dos valores de pico de vazão, o parâmetro K_1 é facilmente calculado da equação apresentada na Figura 8.

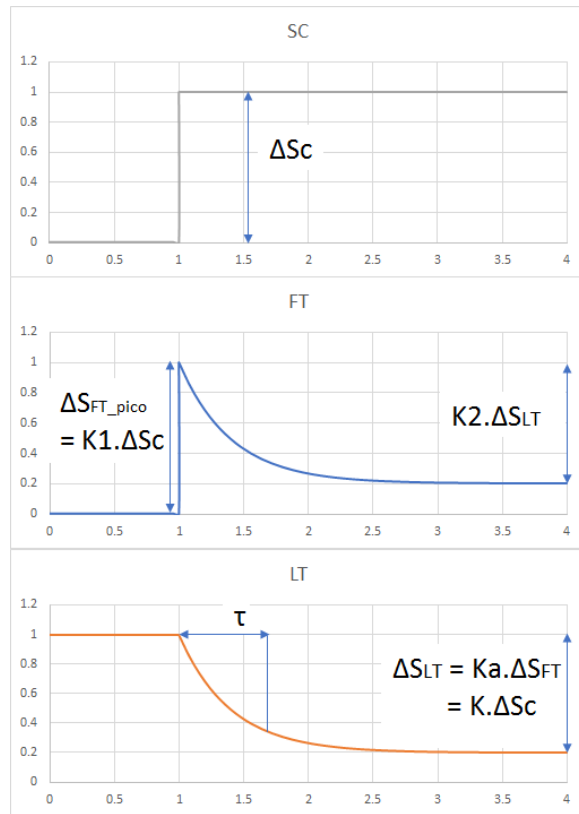


Figura 8 – Relação dos sinais com os parâmetros.

Tabela 3 – Parâmetros obtidos dos testes ao degrau.

Teste	K	K1	K2	Ka	τ	τ_A
1	-1.520	0.081	-0.030	-40.481	125	276.7
2	-1.615	0.088	-0.035	-51.149	103	288.4
3	-1.650	0.075	-0.032	-75.540	115	391.4
4	-1.650	0.092	-0.030	-42.432	106	241.1
5	-1.515	0.092	-0.039	-46.589	119	333.4
6	-1.580	0.049	-0.030	-43.658	120	279.3
7	-1.535	0.045	-0.027	-50.365	119	282.5
8	-1.470	0.043	-0.027	-47.726	124	283.3
9	-1.635	0.043	-0.025	-49.501	120	268.6
10	-1.620	0.046	-0.028	-47.020	120	280.3
Média	-1.579	0.065	-0.030	-49.446	117	292.5

Da Figura 8 também é possível calcular K_2 a partir do valor de nível em regime, pois este está relacionado com a redução de vazão de entrada causado pela variação do nível. Por fim, K_a é a razão entre o valor de regime do nível pela vazão. O ganho e constante de tempo geral da planta (a dinâmica da vazão associada a do nível) são obtidos diretamente do último gráfico da Figura 8. Assim, usando essas relações existentes nos testes ao degrau, os parâmetros são apresentados na Tabela 3.

Na tabela 3 a constante τ_A foi calculada de acordo com a equação (2), pois essa dinâmica não aparece nos testes mas foi descoberta pela analogia estabelecida. Os dez testes da Tabela 3 correspondem aos cinco degraus descendentes (testes 1 a 5) e os cinco ascendentes (testes 6 a 10). Para modelar a planta são considerados os valores médios. As funções de transferência parametrizadas são as apresentadas nas equações (7)-(9).

$$\frac{S_{FT}(s)}{S_C(s)} = 0,0262 * \frac{292,5s + 1}{117,1s + 1} \quad (7)$$

$$\frac{S_{LT}(s)}{S_{FT}(s)} = \frac{-49,446}{292,5s + 1} \quad (8)$$

$$\frac{S_{LT}(s)}{S_C(s)} = \frac{-1,579}{117,1s + 1} \quad (9)$$

4. Avaliação da modelagem da planta

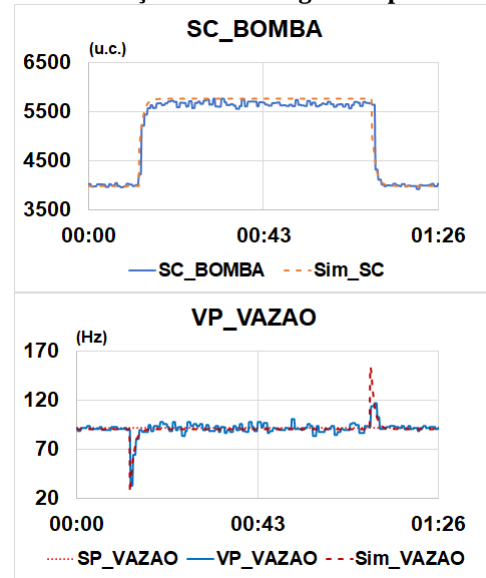


Figura 9 - Resposta experimental e de simulação da malha fechada de vazão sob distúrbio de vazão dado pela abertura da Vd.

Para validar as funções de transferência obtidas da analogia e dos testes ao degrau, equações (7)-(9), são apresentados alguns resultados de um controle em cascata vazão-nível projetado com base na modelagem (Pereira, 2017). A sintonia utilizada na

malha de vazão foi sugerida pelo fabricante e avaliada pelo método de lugar das raízes.

Foi realizado um experimento com a malha de vazão fechada, a malha de nível aberta e com um distúrbio gerado abrindo a válvula V_d completamente para em seguida tornar a fecha-la completamente. Pela Figura 9 observa-se que a malha de vazão rejeitou rapidamente o distúrbio.

Tabela 4 - Tabela de sintonias do controlador PI primário.

Sintonia Suave	Sintonia Agressiva
$\tau_{C1} = 78,06 \text{ s}$	$\tau_{C2} = 23,42 \text{ s}$
$K_{P1} = 0,075$	$K_{P2} = 0,075$
$T_{i1} = 305 \text{ s}$	$T_{i2} = 305 \text{ s}$
Parâmetros convertidos para usar no CLP:	
$BP_1 = 9999$	$BP_2 = 3944$
$T_{IK1} = 3050 \text{ s}$	$T_{IK2} = 3050 \text{ s}$

A partir das sintonias IMC (Campos, 2006) apresentadas na Tabela 4 foram feitos alguns testes com a malha de nível fechada.

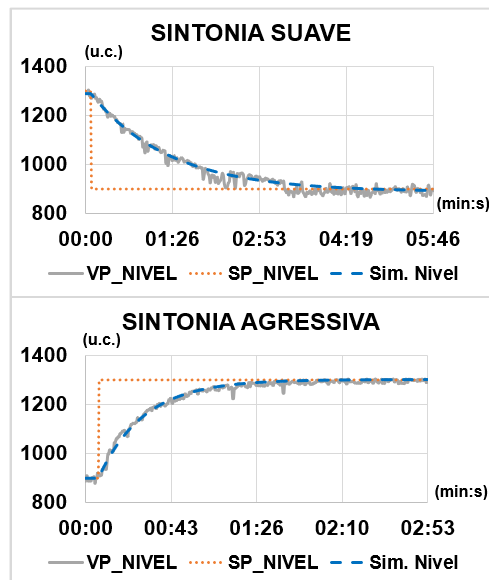


Figura 10 - Respostas experimentais e de simulação do controle em cascata a uma mudança de *setpoint* de nível para sintonia suave e sintonia agressiva.

As respostas apresentadas nas Figuras 9 e 10 validam as sintonias do controle em cascata. Também foram realizados testes ao distúrbio com a abertura completa da válvula V_d . Os resultados desses testes são apresentados nas Figuras 11 e 12.

Nota-se pelas Figuras 11 e 12 de forma clara que a malha de vazão compensou rapidamente o distúrbio, basta ver SC_BOMBA. Além disso, a malha de nível não foi significativamente afetada pelo distúrbio, mantendo-se no seu *setpoint* e praticamente não alterando o *setpoint* de vazão.

Para validar a modelagem de uma forma mais efetiva, em todas as figuras dos resultados experimentais, as respostas da planta (linhas contínuas) são confrontadas com as das simulações (linhas tracejadas). Os resultados mostram que os controladores proporcionais-integrais sintonizados com base nos parâmetros dos modelos, impõem na

planta exatamente as mesmas dinâmicas de malha fechada observadas nas simulações.

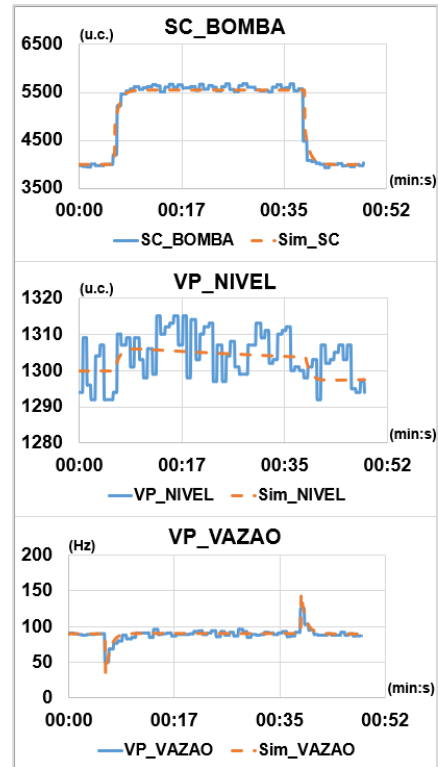


Figura 11 - Resposta experimental e de simulação ao distúrbio de vazão no controle cascata para a sintonia suave do PI primário.

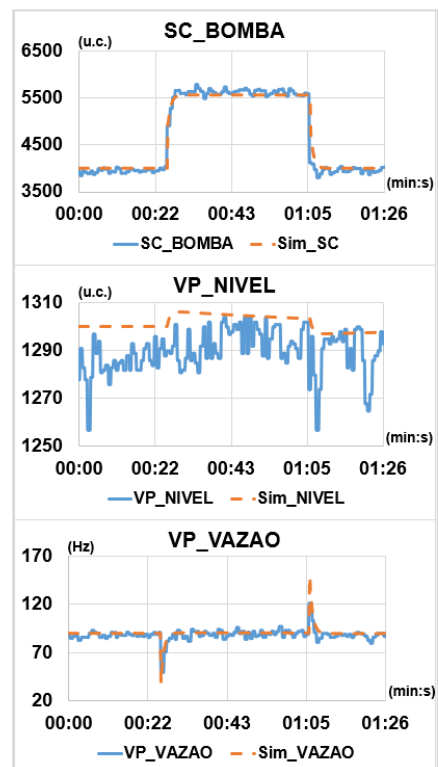


Figura 12 - Resposta experimental e de simulação ao distúrbio de vazão no controle cascata para a sintonia agressiva do PI primário.

5. Conclusão.

O confronto dos resultados experimentais com os resultados de simulação mostra efetivamente a validade dos modelos obtidos a partir dos dados e da analogia.

Dessa forma acreditamos que sempre que possível é razoável usar a analogia como uma ferramenta para auxiliar na modelagem e controle. Por isso no ensino de controle a analogia deve ser devidamente exercitada.

Agradecimentos

A Instituição IFES pela disponibilidade da planta de vazão- nível do Laboratório de Controle.

Referências Bibliográficas

- Aguirre, L. A. (2000). Introdução a identificação de sistemas: técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas reais. Editor UFMG, Belo Horizonte-MG.
- Campos, M. C. M. M. and Teixeira, H. C. G. (2006). Controles típicos de equipamentos e processos industriais. Edgard Blucher, São Paulo-SP.
- Coelho, A. A. R. and Coelho, L. S. (2004). Identificação de sistemas dinâmicos lineares. Editora da UFSC, Florianópolis-SC.
- Dorf, R. C. and Bishop, R. H. (2001). Sistemas de controle modernos. LTC, Rio de Janeiro-RJ.
- Franklin, G. F., Powell, J. D. and Emami-Naeini, A. (2009). Feedback control of dynamic systems. Pearson, Upper Saddle River-NJ.
- Ogata, K. (2003). Engenharia de controle moderno. Pearson, São Paulo-SP.
- Pereira, A. P. D. (2017). Ambientes didáticos para o ensino de controle de processos. Trabalho de conclusão de curso de Engenharia de Controle e Automação do IFES. Serra-ES.
- Smith, C. A. and Corripio, A. (2008). Princípios e prática do controle automático de processo. LTC, Rio de Janeiro-RJ.