

Análise de estabilidade de tensão considerando distorções harmônicas: uma abordagem baseada em otimização *

Mariana O. N. Teixeira * Igor D. Melo * Rai N. Medina *

* Faculdade de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Juiz de Fora, MG, (e-mail: mariana.novais@engenharia.ufjf.br, igor.delgado2008@engenharia.ufjf.br, rai.medina@engenharia.ufjf.br).

Abstract: This paper presents a power system voltage stability analysis considering harmonic distortions based on an optimization model whose objective is to determine the maximum loadability of the system, considering constraints related to voltage magnitudes, total and individual harmonic distortions limits. The proposed formulation is solved by interior-point method and it is able to provide Lagrange multipliers associated to active constraints of the optimization problem. Based on these values, novel indices are proposed in this work in order to verify the voltage stability and the impact of harmonic distortions on power systems operation, being possible to detect critical areas subject to these problems. Tests are carried out using IEEE 14 bus in order to validate the proposed methodology.

Resumo: Este trabalho apresenta uma análise sobre estabilidade de tensão em sistemas elétricos de potência, considerando distorções harmônicas através da modelagem de um problema de otimização. Seu objetivo é determinar o máximo carregamento do sistema, levando em consideração restrições relativas a limites de magnitude de tensão, distorções harmônicas individuais e totais. O problema formulado é resolvido via método de pontos interiores e é capaz de fornecer os multiplicadores de Lagrange associados às restrições ativas do mesmo. A partir do conhecimento desses valores, novos índices são propostos neste trabalho para se averiguar a estabilidade de tensão e o impacto das distorções harmônicas de tensão na operação dos sistemas elétricos, sendo possível determinar barras críticas relativas a esses problemas. Testes são conduzidos usando o sistema IEEE 14 barras, a fim de validar a metodologia proposta.

Keywords: Power Quality; Harmonic Distortion; Voltage Stability; Power Systems; Optimization.

Palavras-chaves: Qualidade de Energia; Distorções Harmônicas; Estabilidade de tensão; Sistemas de Potência; Otimização

1. INTRODUÇÃO

Devido ao constante crescimento de carga, os sistemas operam próximos a seus limites físicos e operacionais. Além disso, devido à inserção de cargas não lineares na rede, advento da eletrônica de potência, fontes alternativas de energia e mudanças sofridas na automação e controle de redes elétricas, é comum o aparecimento de problemas relacionados à estabilidade de tensão, ao fornecimento e à qualidade de energia como descrito por (Soares et al., 2018) e (de Melo et al., 2019).

Para se averiguar o fenômeno da estabilidade de tensão em sistemas elétricos de potência (SEP), a adoção de métodos estáticos são frequentemente utilizados (Kundur et al., 1994). (Ajjarapu, 1992) propôs o método do fluxo contínuo para se analisar o problema em questão, em que o carregamento do sistema é progressivamente aumentado com a consequente redução do valor da magnitude de tensão até que atinja o ponto crítico (ponto de máximo carregamento

supondo as cargas modeladas como potências constantes). A partir do mesmo, traça-se a curva da magnitude da tensão em função da potência demandada pelo sistema, conhecida como curva PV, a qual fornece a margem de carregamento (distância de um ponto de operação até o ponto crítico). Uma alternativa a este método é a análise da curva QV, proposta em (Overbye et al., 1994), em que se analisa o suporte de reativo em relação à tensão. Além disso, o método da análise modal apresentado por (Gao et al., 1992) é usado para determinar barras ou áreas críticas do sistema que se baseiam no forte acoplamento entre potência reativa e a magnitude de tensão em um SEP.

Atualmente, a adoção de índices para averiguação da estabilidade de tensão é bastante difundida na literatura. Seu principal objetivo é determinar as áreas mais suscetíveis à ocorrência de eventos relacionados à estabilidade de tensão e entender os mecanismos que contribuem para uma barra ou área do sistema estar sujeita a este problema. A referência (Rodríguez-García et al., 2019) propõe uma metodologia baseada em fluxo de potência ótimo capaz de

* Os autores agradecem o apoio financeiro fornecido pela CAPES, CNPq, FAPEMIG, INERGE.

fornezer o máximo carregamento do sistema considerando restrições não lineares impostas à operação do sistema. A partir dos resultados, um índice novo é proposto para verificar a proximidade da operação do sistema do ponto crítico. (Song et al., 2019) apresenta um novo índice se baseando em uma modificação do método tradicional da análise modal, em que fatores de participação são utilizados para se determinar barras críticas do sistema. Medições fasoriais sincronizadas (PMUs, do inglês *Phasor Measurement Unit*) também são utilizadas como apresentado em (Sahu, 2020) e (Ancheng et al., 2016) para se determinar índices de estabilidade de tensão (IET) em um sistema monitorado por esses medidores.

Apesar da grande aplicabilidade das metodologias citadas, geralmente problemas relacionados à qualidade de energia não são considerados pelos mesmos para se estabelecer margem e máximo carregamento de um SEP. O trabalho (Soares et al., 2018) apresenta, através de simulações em tempo real, o impacto de fenômenos de qualidade de energia como desvios de frequência e distorções harmônicas na determinação do ponto de máximo carregamento, por meio do levantamento da curva PV+THD. Através do aumento progressivo de carga demandada pelo sistema, analisa-se o decaimento dos valores de magnitude de tensão e o comportamento do THD (do inglês, *Total Harmonic Distortion*) do sistema.

Neste trabalho, um problema de otimização é formulado, a fim de se maximizar o carregamento de um SEP impondo restrições relativas ao equacionamento do fluxo de potência, magnitudes de tensão, distorções harmônicas total e individual. A solução é obtida pelo método de pontos interiores, em que os maiores multiplicadores de Lagrange são calculados para as restrições ativas do problema. Baseando-se nesses valores, um novo índice é proposto para se averiguar a estabilidade de tensão, distorções harmônicas e falta de suporte de reativo em barras críticas do sistema. Simulações computacionais são usadas para validar o método utilizando o sistema teste IEEE 14 barras, modificado pela inclusão de fontes harmônicas.

Este artigo é dividido em quatro seções, além desta de caráter introdutório. A segunda seção é destinada a apresentar a metodologia incluindo a formulação do problema de otimização proposto, sua resolução e estabelecimento dos índices. Na terceira seção, resultados são apresentados e, na quarta, as considerações finais são realizadas.

2. METODOLOGIA PROPOSTA

2.1 Formulação do problema

O método proposto se fundamenta na modelagem de um problema de otimização, através do qual almeja maximizar o carregamento do sistema assim como mostrado pela equação (1), sujeito às restrições (2) - (15).

As restrições (2) e (3) representam as equações do fluxo de potência para a frequência fundamental e a equação (4) as relações entre tensões e correntes para cálculo do fluxo harmônico para cada ordem harmônica h . As desigualdades (5) e (6) atuam como restrições operativas dos geradores e as (7) - (15) representam as restrições operativas da rede e limites de índices de qualidade de energia,

estabelecidos pelo submódulo 2.8 dos Procedimentos de Redes adotados pelo ONS.

$$\max \sum_{k=1}^{N_l} \lambda P_{l,k}^1 \quad (1)$$

sujeito a:

$$P_k^{calc} - (P_{g,k}^1 - \lambda P_{l,k}^1) = 0 \quad (2)$$

$$Q_k^{calc} - (Q_{g,k}^1 - \lambda Q_{l,k}^1) = 0 \quad (3)$$

$$\dot{\mathbf{V}}^h = [\mathbf{Y}_{bus}^h]^{-1} \dot{\mathbf{I}}^h \quad (4)$$

$$0 \leq P_{g,i}^1 \leq P_{g,i}^{1,max} \quad (5)$$

$$Q_{g,i}^{1,min} \leq Q_{g,i}^1 \leq Q_{g,i}^{1,max} \quad (6)$$

$$V_k^{1,min} \leq V_k^1 \leq V_k^{1,max} \quad (7)$$

$$0 \leq THD_k^v \leq THD_k^{v,max} \quad (8)$$

$$0 \leq THD_k^I \leq THD_k^{I,max} \quad (9)$$

$$0 \leq IHD_k^v \leq IHD_k^{v,max} \quad (10)$$

$$0 \leq IHD_k^I \leq IHD_k^{I,max} \quad (11)$$

$$THD_k^v = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{H_{max}} (V_k^h)^2}}{V_k^1} \quad (12)$$

$$THD_k^I = \frac{\sqrt{\sum_{h \neq 1}^{H_{max}} (I_k^h)^2}}{I_k^1} \quad (13)$$

$$IHD_k^v = \frac{V_k^h}{V_k^1} \quad (14)$$

$$IHD_k^I = \frac{I_k^h}{I_k^1} \quad (15)$$

em que:

λ representa o fator de carregamento do sistema;
 k denota as barras do sistema;
 N_l é número total de barras de carga;
 $P_{l,k}^1$ e $P_{g,k}^1$ representam as potências ativa demandada e gerada especificadas da barra k , respectivamente;
 P_k^{calc} e Q_k^{calc} representam as potências ativas e reativas calculadas em função das variáveis de estado da rede;
 $Q_{l,k}^1$ e $Q_{g,k}^1$ representam as potências reativa demandada e gerada especificada da barra k , respectivamente;
 \mathbf{Y}_{bus}^h representa a matriz de admitâncias nodais do sistema para a ordem harmônica h ;

$\dot{\mathbf{V}}^h$ representa as tensões fasoriais nas barras dos sistema para a ordem harmônica h ;

$\dot{\mathbf{I}}^h$ representa as correntes fasoriais nas barras dos sistema para a ordem harmônica h ;

V_k^1 representa a magnitude da tensão na barra k para a frequência fundamental ($h = 1$);

$V_k^{1,min}$ e $V_k^{1,max}$ representam os limites mínimo e máximo da magnitude da tensão barra k para frequência fundamental;

i denota as barras de geração do sistema;

$P_{g,i}^1$ representa a potência ativa gerada na barra i para frequência fundamental, com limites máximos $P_{g,i}^{1,max}$ e mínimos determinados;

$Q_{g,i}^1$ representa a potência reativa gerada na barra i para frequência fundamental, com valores mínimos $Q_{g,i}^{1,min}$ e máximos $Q_{g,i}^{1,max}$;

H_{max} é máxima ordem harmônica considerada sob análise;

THD_k^v representa a distorção harmônica total de tensão na barra k , com seu respectivo valor máximo $THD_k^{v,max}$;

THD_k^I representa a distorção harmônica total de corrente na barra k , com seu valor máximo correspondente $THD_k^{I,max}$;

IHD_k^v representa a distorção harmônica individual de tensão na barra k com seu respectivo limitante máximo $IHD_k^{v,max}$;

IHD_k^I representa a distorção harmônica individual de corrente na barra k , sendo $IHD_k^{I,max}$ seu valor máximo admitido.

Os valores de potência calculados são quantificados pelas equações de fluxo de potência para a frequência fundamental, como apresentado por (16) e (17) para as potências ativa e reativa respectivamente.

$$P_k^{calc} = V_k^1 \sum_{m \in \Omega_k} V_m^1 (G_{km}^1 \cos(\theta_{km}^1) + B_{km}^1 \sin(\theta_{km}^1)) \quad (16)$$

$$Q_k^{calc} = V_k^1 \sum_{m \in \Omega_k} V_m^1 (G_{km}^1 \sin(\theta_{km}^1) - B_{km}^1 \cos(\theta_{km}^1)) \quad (17)$$

em que Ω_k representa o conjunto de barras diretamente conectadas à barra k . B_{km}^1 e G_{km}^1 são a susceptância e condutância de uma determinada linha km e θ_{km}^1 é a diferença angular existente entre a barra k e m .

2.2 Resolução por método de pontos interiores

A formulação proposta é resolvida pelo método de pontos interiores, brevemente descrito nesta subseção. Usualmente, um problema de otimização pode ser formulado como descrito em (18):

$$\begin{aligned} & \max \mathbf{f}(\mathbf{x}) \\ \text{s. a.} & \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}) \leq 0 \end{aligned} \quad (18)$$

em que \mathbf{x} representa o vetor de variáveis, $\mathbf{f}(\mathbf{x})$ a função objetivo, $\mathbf{g}(\mathbf{x})$ representa as restrições de igualdade e $\mathbf{h}(\mathbf{x})$

as restrições de desigualdade. As restrições de desigualdade são transformadas em restrições de igualdade através da adição de variáveis de folga \mathbf{s} como em (19). Neste caso, o parâmetro da função barreira logarítmica μ é adicionada à função objetivo para ser maximizada.

$$\begin{aligned} & \max \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mu \sum_{j=1}^{n_{ineq}} s_j \\ \text{sujeito a:} & \quad \mathbf{g}(\mathbf{x}) = 0 \\ & \quad \mathbf{h}(\mathbf{x}) + \mathbf{s} = 0 \\ & \quad \mathbf{s} \geq 0 \end{aligned} \quad (19)$$

no qual n_{ineq} representa o número de restrições de desigualdade do problema.

A função Lagrangeana a ser maximizada é determinada pela equação (20), na qual n_{eq} representa o número de restrições de igualdade.

$$\begin{aligned} L_{(\mathbf{x}, \lambda, \mu)} = & \mathbf{f}(\mathbf{x}) - \mu \sum_{j=1}^{n_{ineq}} s_j - \sum_{j=1}^{n_{eq}} \gamma_j g_j(\mathbf{x}) \\ & - \sum_{j=1}^{n_{ineq}} \pi_j (h_j(\mathbf{x}) - s_j) \end{aligned} \quad (20)$$

Baseando na aplicação de condições de otimização de primeira ordem de Karush-Kuhn-Tucker, é possível calcular as derivadas de $L_{(\mathbf{x}, \gamma, \pi, s)}$ em relação as variáveis de estado \mathbf{x} e os multiplicadores de Lagrange associado às restrições de igualdade γ_j e desigualdade π_j , como apresentado em (21):

$$\frac{\partial L_{(x, \gamma, \pi, s)}}{\partial x} = \frac{\partial L_{(x, \gamma, \pi, s)}}{\partial \gamma} = \frac{\partial L_{(x, \gamma, \pi, s)}}{\partial \pi} = 0 \quad (21)$$

Uma vez que as equações são não lineares, a solução é calculada iterativamente por Newton-Raphson, como em (Capitanescu et al., 2007).

É válido ressaltar que, no máximo local (\mathbf{x}^*), as restrições ativas $h(\mathbf{x}^*) = 0$ estão associadas ao maior multiplicador de Lagrange, os quais podem ser usados para identificar quais desigualdades atingiram os seus correspondentes limites. Essas desigualdades têm um grande impacto no valor da função objetivo e podem indicar áreas críticas de um sistema de potência quando as restrições do problema de otimização são formuladas para analisar a sua operação.

2.3 Os índices propostos

Ao fim do processo de otimização, o qual determina o fator de carregamento do sistema que atende a todas as restrições impostas pela formulação proposta, têm-se os valores dos multiplicadores de Lagrange relacionados à cada restrição. Esse valor será máximo para as restrições ativas do problema de otimização formulado.

Conhecendo-se o fator de carregamento máximo determinado pela resolução do problema de otimização e os multiplicadores de Lagrange associados às restrições ativas de V_k^1 , THD_k^v e Q_k^{calc} , propõe-se os índices mostrados nesta subseção para avaliação da estabilidade de tensão, distorção harmônica e a barra com falta de suporte de reativos.

Note que durante o processo de solução, a barra cuja magnitude de tensão atinge um valor mínimo especificado pela restrição de desigualdade (5) será uma restrição ativa com seu multiplicador de Lagrange correspondente máximo, denominado π_k^v . Sabendo-se que o carregamento que leva à esta condição operativa λ , o qual é determinado pela resolução do problema de otimização, tem-se o valor de d_k^v calculado pela equação (22).

$$d_k^v = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi_k^v}{\lambda}\right)} \quad (22)$$

De maneira similar, o índice $d_k^{THD^v}$ pode ser calculado através da equação (23). Neste caso, uma determinada barra k irá atingir o valor máximo de THD_k^v determinado pela restrição de desigualdade (8), tornando-se ativa durante o processo de solução. Esta será associada ao maior multiplicador de Lagrange $\pi_k^{THD^v}$.

$$d_k^{THD^v} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\pi_k^{THD^v}}{\lambda}\right)} \quad (23)$$

O índice d_k^Q está relacionado à restrição de igualdade (3) do problema de otimização. Note que, para uma determinada barra k , haverá uma restrição cujo maior multiplicador de Lagrange γ_k^Q será associado à barra com menor suporte de reativo. Esta barra é considerada como sendo a crítica no contexto de estabilidade de tensão (Rodríguez-Garcia et al., 2019).

$$d_k^Q = \frac{1}{1 + \left(\frac{\gamma_k^Q}{\lambda}\right)} \quad (24)$$

Para um ponto estável, as restrições ativas são relacionadas aos maiores multiplicadores de Lagrange. Entretanto, a medida em que o sistema se aproxima do ponto de máximo carregamento, os multiplicadores de Lagrange tendem todos ao valor nulo mesmo para as restrições ativas como discutido em (Rodríguez-Garcia et al., 2019). Desta forma, de acordo com as equações (22), (23) e (24), os índices propostos são próximos a zero quando o sistema é considerado estável e a medida em que o sistema se aproxima do colapso, como os multiplicadores de Lagrange são próximos ao valor nulo, os índices tendem ao valor unitário. Assim, quanto mais estável o ponto operativo mais próximo a 0 é o índice correspondente e quanto mais próximo ao ponto crítico, mais o índice se aproxima de 1.

Tal fato permite que o índice proposto seja aplicável para verificar a estabilidade de tensão e distorções harmônicas em um SEP, uma vez que os índices propostos irão excursionar entre valores de 0 a 1, indicando o quão próximos se encontram do ponto crítico.

3. RESULTADOS

O sistema de 14 barras é mostrado na Figura 1 de acordo com a referência (Abu-Hashim et al., 1999). Os dados deste sistema encontram-se no Apêndice A.

Duas fontes harmônicas (FH) foram consideradas nas barras 6 e 11, sendo seus espectros definidos nas Tabelas 1 e 2. Note que a carga não linear é modelada por injeção

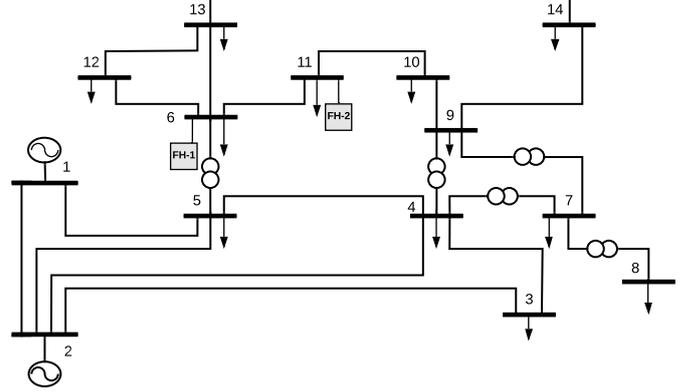


Figura 1. Sistema IEEE 14 Barras

de correntes sendo os valores de terceira, quinta e sétima ordens definidos a partir de valores percentuais em relação à corrente demandada na frequência fundamental na barra de conexão correspondente.

Tabela 1. Fonte Harmônica na Barra 6

h	I_k^h [%]	θ_k^h [°]
1	100,00	-45,87
3	1,47	107,35
5	2,21	103,29
7	0,20	110,78

Tabela 2. Fonte Harmônica na Barra 11

h	I_k^h [%]	θ_k^h [°]
1	100,00	148,19
3	24,19	88,51
5	8,06	84,45
7	1,61	86,33

3.1 Resultados do fluxo de potência para o caso base

Para se determinar os resultados para o caso base, executa-se o fluxo de potência harmônico apresentado na referência (Variz et al., 2008). Note que, os valores de V_k e THD_k^v são apresentados nas Figuras 2 e 3, respectivamente. Os valores estão dentro dos limites impostos pelo ONS, determinados pelo submódulo 2.8 dos Procedimentos de Redes, estando tensões acima de 0,95 pu; e THDs abaixo de 3%.

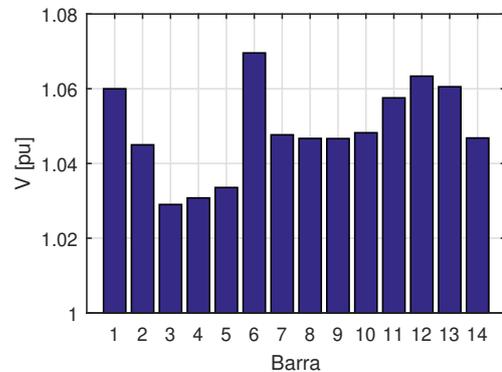


Figura 2. Tensões nas barras resultantes do fluxo de potência para o caso base

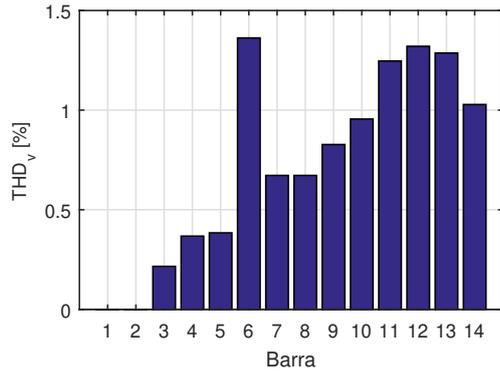


Figura 3. Distorções harmônicas de tensão resultantes do fluxo de potência para o caso base

3.2 Fluxo continuado para o sistema de 14 barras

Para a execução do fluxo continuado, considerou-se um aumento progressivo dos valores de potência demandada por todas as barras de carga do sistema até que o fluxo de potência convergisse em número máximo de 8 iterações. Utilizou-se o método da referência Variz et al. (2008), neste caso. Os resultados de tensões são mostrados na Figura 4 e os de THD de tensão na Figura 5.

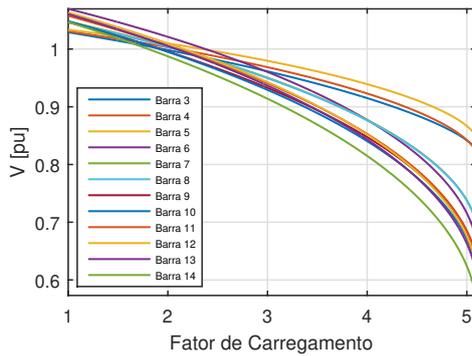


Figura 4. Variação da tensão em função do fator de carregamento para as barras de carga do sistema

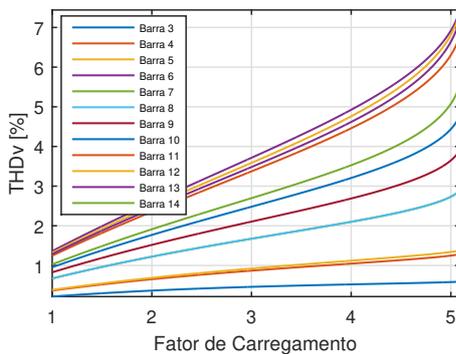


Figura 5. Variação de THD em função do fator de carregamento para as barras de carga do sistema

Note que é possível verificar o ponto de máximo carregamento (PMC) para o fator de carregamento $\lambda = 5,09$. A barra 14, no PMC possui o menor valor de tensão igual a 0,57 pu e a barra 6 possui o maior de THD do sistema igual a 7,5%.

3.3 Resultados do problema de otimização com $V_k^{1,min} = 0,95 pu$ e $THD_k^{v,max} = 3\%$

Para se determinar os resultados deste caso, utiliza-se o fluxo de potência ótimo (FPO), considerando $V_k^{1,min} = 0,95 pu$ e $THD_k^{v,max} = 3\%$. Além disso, $V_k^{1,max} = 1,07 pu$, $THD_k^{i,max} = 40\%$, $IHD_k^{i,max} = 40\%$ e $IHD_k^{v,max} = 1\%$.

Note que, os valores de tensão e THD de tensão são apresentados nas Figuras 6 e 7, respectivamente. Os valores de tensão são superiores ao limite de tensão mínima imposto pelo ONS, sendo as tensões V_k acima de 0,95 pu, e os THD_k^v estão todos abaixo ou igual a 3%, no qual a barra 6 encontrou o limite máximo. Neste caso, o fator de carregamento determinado pela formulação proposta é $\lambda = 2,3645$ e a restrição ativa do problema é a barra 6 por ter atingido seu valor limitante inferior na restrição (8).

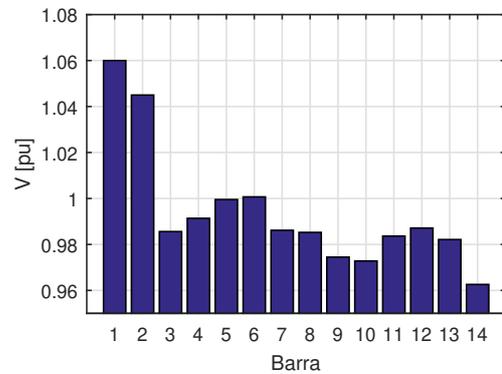


Figura 6. Resultados do problema de otimização considerando $V_k^{1,min} = 0,95pu$ e $THD_k^{v,max} = 3\%$

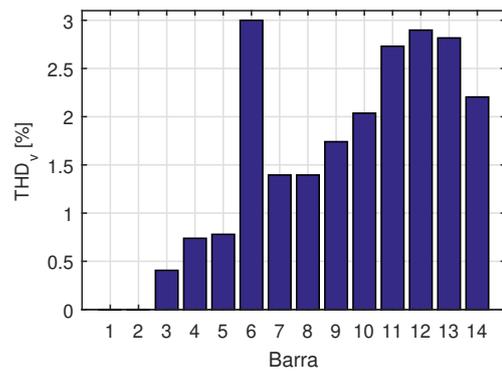


Figura 7. Resultados do problema de otimização considerando $V_k^{1,min} = 0,95pu$ e $THD_k^{v,max} = 3\%$

3.4 Resultados do problema de otimização com $V_k^{1,min} = 0,95 pu$ e $THD_k^{v,max} = 5\%$

Para se determinar os resultados deste caso, repetiu-se o procedimento da subseção 3.2, considerando $THD_k^{v,max} = 5\%$ (padrão da norma IEEE 519). Note que, os valores de tensão e THD de tensão são apresentados nas Figuras 8 e 9, respectivamente. Os valores de tensão são superiores ou igual a 0,95 pu, no qual a barra 14 encontrou o limite

mínimo de tensão e os THDs de tensão estão todos abaixo de 5%. O fator de máximo carregamento foi determinado em $\lambda = 4,0548$.

Em comparação com o caso anterior (subseção 3.3), nota-se que pela simples troca do valor máximo aceitável de THD de tensão, um novo fator de carregamento é encontrado, sendo que, nesta situação, o valor da magnitude de tensão na barra 14 é a restrição ativa.

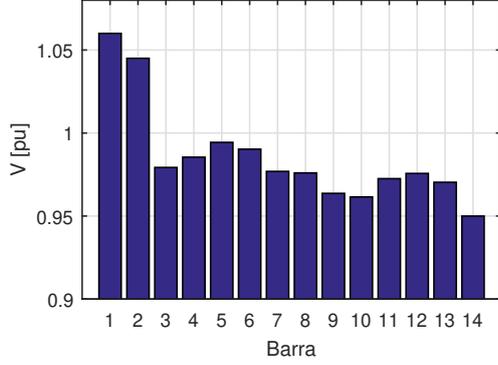


Figura 8. Resultados do problema de otimização considerando $V_k^{1,min} = 0,95pu$ e $THD_k^{v,max} = 5\%$

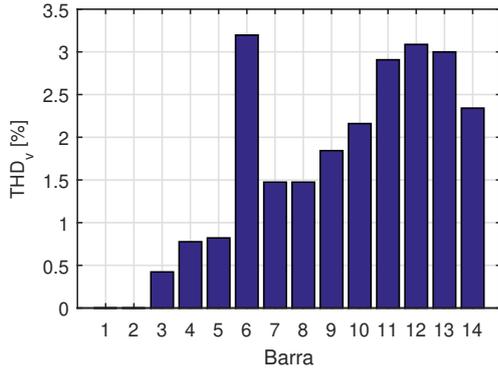


Figura 9. Resultados do problema de otimização considerando $V_k^{1,min} = 0,95pu$ e $THD_k^{v,max} = 5\%$

3.5 Determinação dos índices propostos

Para se determinar os índices propostos pela metodologia, os seguintes critérios foram adotados:

- (1) Para se analisar o comportamento de d_k^v para diferentes condições de carga, o valor de $THD_k^{v,max}$ é ajustado no valor de 8% sendo superior ao maior valor de THD^v encontrado pelo método continuado, como mostrado na Figura 5. Tal consideração permite que os valores de tensão possam excursionar com liberdade suficiente para se determinar o índice d_k^v . Os valores de tensão mínimos $V_k^{1,min}$ são excursionados de 0,95 pu até 0,55pu, valor inferior ao mínimo encontrado pelo fluxo continuado no PMC;
- (2) Para analisar $d_k^{THD^v}$, o valor de $V_k^{1,min}$ é ajustado no valor de 0,55 pu, sendo inferior ao menor valor de tensão encontrado pelo método continuado assim como mostrado na Figura 4. Isso permite que os

valores de THD_k^v possam excursionar com liberdade suficiente para se determinar o índice correspondente. Os valores de distorção total máximos $THD_k^{v,max}$ serão excursionados de 3% até o valor máximo de 10%;

- (3) Para analisar d_k^Q , adota-se o mesmo procedimento usado no item 1. Calcula-se os valores de d_k^Q para todas as barras k de carga dos sistema, verificando seus valores em um ponto anterior ao PMC. O objetivo é verificar qual barra possui o menor suporte de reativo do sistema, sendo caracterizada como a barra crítica do sistema. Para validar o método proposto, as barras críticas encontradas pelo índice d_k^Q são comparadas pelos fatores de participação determinados pela análise modal efetuada segundo a referência base (Gao et al., 1992).

Segundo os critérios adotados, plota-se os valores de d_k^v , apresentados pela Figura 10. Salienta-se que, como as restrições ativas são referentes à barra com menor tensão (barra 14), os índices são calculados com os valores dos multiplicadores de Lagrange associados às suas restrições de desigualdade de tensão. Nota-se que, como esperado, o índice parte de um valor próximo a zero (soluções estáveis do fluxo de potência) para o valor unitário (próximo do PMC) quando $\lambda = 5,09$.

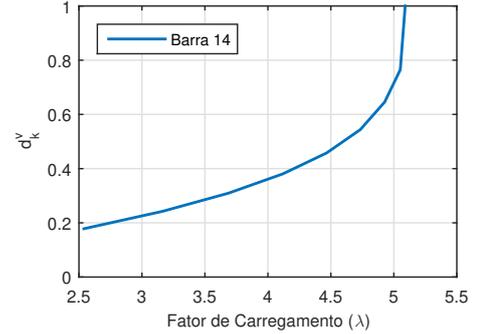


Figura 10. Trajetória do índice proposto para a restrição operativa associada à $V_k^{1,min}$

O índice $d_k^{THD^v}$ é apresentado pela Figura 11.

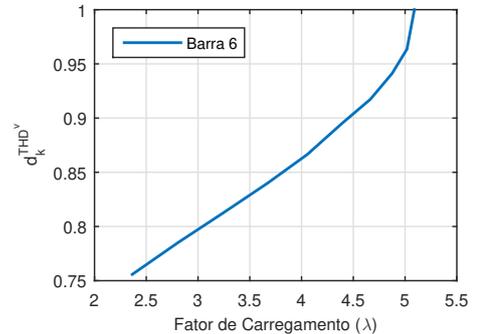


Figura 11. Trajetória do índice proposto para a restrição operativa associada à $THD_k^{v,max}$

Nota-se que o índice apresenta um comportamento ascendente semelhante à d_k^v , tendendo ao valor unitário com o aumento do carregamento do sistema. De maneira geral, o índice $d_k^{THD^v}$ é maior que o d_k^v para esse sistema, indicando

que o maior problema de qualidade de energia seria a distorção harmônica.

Na Tabela 3, mostra-se os valores de d_k^Q para as barras críticas encontradas pelo problema em ordem decrescente de criticidade. Os resultados são comparados aos fatores de participação (f_k) da análise modal para $\lambda = 5,05$ (ponto simulado anterior ao PMC).

Tabela 3. Índice proposto para a restrição operativa associada à d_k^Q para $\lambda = 5,05$

Índice proposto		Análise Modal	
k	d_k^Q	k	f_k
14	0,3497	14	0,1454
13	0,4359	13	0,1274
10	0,5651	12	0,1255
12	0,6679	11	0,1130
11	0,7881	10	0,1130
9	0,8010	9	0,0994

Nota-se que o mesmo conjunto de barras foram definidas como críticas pelos dois métodos. Além disso, as duas principais barras críticas encontradas pelo método proposto e pela análise modal são as barras 14 e 13, validando a metodologia proposta neste artigo no contexto das pesquisas relacionadas à estabilidade de tensão.

4. CONCLUSÕES

A metodologia proposta é assertiva para estudo do comportamento de um sistema elétrico até o seu máximo carregamento, através da análise de estabilidade de tensão considerando distorções harmônicas dentro do espectro harmônico sob estudo. Os multiplicadores de Lagrange e carregamento do sistema determinados através do fluxo de potência ótimo implementado permitem o cálculo dos índices propostos.

A principal contribuição deste trabalho é propor uma metodologia capaz de analisar a estabilidade de tensão de um sistema elétrico conjuntamente as distorções harmônicas. Além do efeito da crescente inserção de cargas não-lineares na rede, tornando os efeitos das distorções harmônicas não mais desprezíveis, o método proposto também é válido para análise de tensão e suporte de reativos. Os novos índices propostos permitem analisar as barras mais susceptíveis ao problema da subtensão e à distorção harmônica.

O índice proposto para determinação da barra crítica em relação à falta de suporte de reativos na rede é validada através da comparação com os fatores de participação obtidos pela análise modal, os quais indicam o mesmo conjunto de barras críticas.

Todo o desenvolvimento da metodologia foi concebido utilizando um computador *IntelCore i7 8GB RAM, Windows 10* e implementado no *MATLAB* através da ferramenta *fmincon*. Neste sentido, destaca-se como trabalhos futuros, a implementação em outras linguagens de programação, testes considerando diferentes tipos de cargas lineares e sistemas de maior porte.

REFERÊNCIAS

- Abu-Hashim, R., Burch, R., Chang, G., Grady, M., Gunther, E., Halpin, M., Harziadonin, C., Liu, Y., Marz, M., Ortmeier, T., et al. (1999). Test systems for harmonics modeling and simulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 14(2), 579–587.
- Ajjarapu, V. (1992). The continuation power flow: a tool for steady state voltage stability analysis. 7(1), 416–423.
- Ancheng, X., Ruihuang, L., Mingkai, L., Chow, J.H., Tianshu, B., Ting, Y., and Tianjiao, P. (2016). On-line voltage stability index based on the voltage equation of transmission lines. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 10(14), 3441–3448.
- Capitanescu, F., Glavic, M., Ernst, D., and Wehenkel, L. (2007). Interior-point based algorithms for the solution of optimal power flow problems. *Electric Power systems research*, 77(5-6), 508–517.
- de Melo, I.D., Pereira, J.L.R., Duque, C.A., Antunes, M.P., Silva, L.R.M., and de Souza, M.A. (2019). Power quality monitoring using synchronized phasor measurements: An approach based on hardware-in-the-loop simulations. In *2019 IEEE Milan PowerTech*, 1–6. IEEE.
- Gao, B., Morison, G., and Kundur, P. (1992). Voltage stability evaluation using modal analysis. *IEEE transactions on power systems*, 7(4), 1529–1542.
- Kundur, P., Balu, N.J., and Lauby, M.G. (1994). *Power system stability and control*, volume 7. McGraw-hill New York.
- Overbye, T.J., Dobson, I., and DeMarco, C.L. (1994). Qv curve interpretations of energy measures for voltage security. *IEEE Transactions on Power Systems*, 9(1), 331–340.
- Rodriguez-Garcia, L., Perez-Londono, S., and Mora-Florez, J. (2019). An optimization-based approach for load modelling dependent voltage stability analysis. *Electric Power Systems Research*, 177, 105960.
- Sahu, P. (2020). Online monitoring of voltage stability margin using pmu measurements. *International Journal of Electrical & Computer Engineering (2088-8708)*, 10.
- Soares, A.C., Melo, I.D., and Pereira, J.L.R. (2018). Impact of power quality on voltage stability assessment in power systems using rtds. In *2018 Simposio Brasileiro de Sistemas Eletricos (SBSE)*, 1–6. IEEE.
- Song, Y., Hill, D.J., and Liu, T. (2019). State-in-mode analysis of the power flow jacobian for static voltage stability. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 105, 671–678.
- Variz, A.M., Carneiro Jr, S., Pereira, J.L.R., and Barbosa, P.G. (2008). Cálculo do fluxo de harmônicos em sistemas de potência trifásicos utilizando o método de injeção de correntes com solução iterativa. *Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica*, 19(2), 178–198.

5. APÊNDICE A: DADOS DO SISTEMA

Os dados do sistema de 14 barras são mostrados nas Tabelas 4 e 5. As cargas lineares são representadas por potências ativas e reativas. Nas demais frequências são derivadas em elementos passivos R-L em paralelo como em (Abu-Hashim et al., 1999).

Tabela 4. Dados de Barra do IEEE 14 Barras

k	tipo	V_k [pu]	θ_k [rad]	$P_{g,k}$ [MW]	$Q_{g,k}$ [Mvar]	$P_{l,k}$ [MW]	$Q_{l,k}$ [Mvar]
1	$V\theta$	1,060	0,0	-	-	-	-
2	PV	1,045	-4,98	40	0,0	7,23	4,23
3	PQ	1,010	-12,72	-	-	31,40	6,33
4	PQ	1,019	-10,33	-	-	15,93	1,30
5	PQ	1,020	-8,78	-	-	2,53	0,53
6	PQ	1,070	-14,22	-	-	3,73	2,50
7	PQ	1,062	-13,37	-	-	-	-
8	PQ	1,090	-13,36	-	-	-	-
9	PQ	1,056	-14,94	-	-	9,83	5,53
10	PQ	1,051	-15,10	-	-	3,00	1,93
11	PQ	1,057	-14,79	-	-	1,17	0,60
12	PQ	1,055	-15,07	-	-	2,03	0,53
13	PQ	1,050	-15,16	-	-	4,50	1,93
14	PQ	1,036	-16,04	-	-	4,97	1,67

Tabela 5. Dados de Linha do IEEE 14 Barras

de	para	r [Ω]	x [Ω]	y [Ω^{-1}]	tap
1	2	0,01938	0,00016	0,000140	-
1	5	0,05403	0,00059	0,000131	-
2	3	0,04699	0,00052	0,000116	-
2	4	0,05811	0,00047	0,000090	-
2	5	0,05695	0,00046	0,000092	-
3	4	0,06701	0,00045	0,000339	-
4	5	0,01335	0,00011	-	-
4	9	-	0,55618	-	0,969
4	7	-	0,20912	-	0,978
5	6	-	0,25201	-	0,932
6	11	0,09498	0,00053	-	-
6	12	0,12291	0,00068	-	-
6	13	0,06615	0,00035	-	-
7	8	-	0,55618	-	1,00
7	9	-	0,11001	-	1,00
9	10	0,03181	0,00022	-	-
9	14	0,12711	0,00072	-	-
10	11	0,08205	0,00051	-	-
12	13	0,22092	0,00053	-	-
13	14	0,17093	0,00092	-	-