

# Uma Proposta de Parametrização com Mudança de Plano Geométrico para Obtenção da Margem de Carregamento de Sistemas Elétricos de Potência

C. C. de Oliveira\*, A. Bonini Neto\*\*, D. A. Alves\*\*\*

\* DEE, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia,  
Ilha Solteira (e-mail: cout\_cris@yahoo.com.br)

\*\* Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Ciências e Engenharia,  
Tupã (e-mail: alfredo.bonni@unesp.br).

\*\*\* DEE, Universidade Estadual Paulista (UNESP), Faculdade de Engenharia,  
Ilha Solteira (e-mail: dilson.alves@unesp.br)

---

**Abstract:** Nowadays, the quality and continuity of the electricity supply are essential to our way of life. Thus, in order to keep the system operating safely and avoid voltage collapse, static voltage stability has become monitored during the real-time operation of an electrical power system. In this context, the objective of this work was to create a technique for obtaining the loading margin, without problems related to the singularity of the Jacobian matrix and with a low number of iterations. The simple technique consists in change the plane in which the parameter is presented, resulting in a smaller number of singularity points in the new solutions trajectory. In the results, the proposed technique proved to be efficient, with a reduction in number of iterations when compared to other methodologies.

**Resumo:** Hoje em dia, a qualidade e a continuidade do fornecimento de energia elétrica são essenciais para nosso modo de vida. Assim, para se manter o sistema operando de forma segura e evitar-se o colapso de tensão, passou-se a monitorar a estabilidade estática de tensão durante a operação em tempo-real do sistema elétrico de potência. Neste contexto, o objetivo deste trabalho é o de apresentar uma técnica para obtenção da margem de carregamento, sem problemas relacionados à singularidade da matriz Jacobiana e que proporcione um baixo número de iterações. A técnica consiste no uso de uma equação de reta localizada num outro plano que o comumente empregado para o traçado da curva P-V, a qual proporciona um menor número de pontos de singularidade da matriz na nova trajetória de soluções. Dos resultados constatou-se que a técnica proposta é mais eficiente, proporcionando uma redução no número de iterações quando comparada com outras metodologias.

**Keywords:** Maximum loading point; continuation power flow; P-V curve; geometric technique; singularity.

**Palavras-chaves:** Ponto de máximo carregamento; fluxo de carga continuado; curva P-V; técnica geométrica; singularidade.

---

## 1. INTRODUÇÃO

Ao longo dos anos, o mercado de eletricidade, em geral, passou por uma série de reformas e reestruturações entre as quais se destaca a privatização das indústrias estatais de eletricidade, o que levou a um aumento da concorrência entre as empresas do setor (Abbott, 2007) Esse processo de transformação motivou o setor elétrico na busca por melhorias nos sistemas de geração, transmissão e distribuição de energia elétrica. Como consequência direta, as ferramentas de análise estática de estabilidade de tensão apresentam grandes contribuições (Xiaoming et al. 2018) e algumas vantagens em relação a análise dinâmica (Dobson, 1994), especialmente os métodos de fluxo de carga continuado (FCC) (Ajjarapu e Christy, 1992), (Bonini et al. 2018) e (Bonini, Magalhães e Alves, 2018). Em (Bonini, Magalhães e Alves, 2018) foi apresentado uma nova técnica de

parametrização geométrica para o FCC que consiste na adição de uma parábola que passa por três pontos no plano formado pelas variáveis de perda total de potência ativa e fator de carregamento. Essa técnica elimina a singularidade da matriz jacobiana ( $\mathbf{J}$ ) no ponto de máximo carregamento (PMC), o que permite obter a trajetória da solução (curva P-V) sem a necessidade de mudança de parâmetro. É uma técnica bastante interessante, mas ao testar para sistemas de grande porte, apresentou a necessidade de um bom controle de passo, limitando assim a sua utilização para tais sistemas.

Já em Bonini et al. 2018, foi proposto um método de preditor não linear de Vandermonde com o objetivo de obter o PMC dos sistemas elétricos de potência com um número reduzido de iterações e tempo de CPU e sem problemas relacionados a singularidade da matriz  $\mathbf{J}$ . Os resultados foram comparados

com os demais preditores lineares (tangente e secante) apresentados na literatura.

O FCC é um dos métodos mais comuns utilizados para comparar as estratégias de planejamento e analisar várias condições operacionais dos sistemas de energia elétrica, pois permitem obter o PMC e o traçado completo das curvas P-V dos sistemas de transmissão e de distribuição (Abdel-Akher, 2013), (Sheng e Chiang, 2014).

Neste contexto, este trabalho apresenta uma técnica que permite ampliar a trajetória de soluções para obtenção da margem de carregamento (MC) e consequentemente a remoção da singularidade da matriz  $\mathbf{J}$  do Fluxo de Carga (FC). Isto é possível devido ao traçado da trajetória num outro plano que o comumente empregado para o traçado da curva P-V. Esse novo plano é formado pelas variáveis magnitude da tensão de uma barra  $k$  versus as perdas totais de potência ativa do sistema.

## 2. FLUXO DE CARGA CONTINUADO E METODOLOGIA PROPOSTA

O princípio básico do método é encontrar as soluções do conjunto de equações algébricas não lineares que representam o sistema de energia elétrica no problema de fluxo de carga (FC). Um procedimento padrão para obter curvas P-V é modificar o conjunto de equações do FC convencional adicionando um parâmetro usado para alterar a carga e a geração, em uma direção pré-especificada (Ajjarapu e Christy, 1992), (Chiang et al. 1995). Observa-se nesses casos o cálculo de muitos pontos de operação de forma a permitir a determinação do PMC com maior precisão, no entanto, a um alto custo computacional. O conjunto de equações do FCC, em sua forma mais geral, é apresentado da seguinte forma:

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (1)$$

e que pode ser reescrita como:

$$\Delta \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \lambda) = \mathbf{P}^{\text{sp}}(\lambda) - \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = \lambda(\mathbf{P}_{\mathbf{g}}^{\text{sp}} - \mathbf{P}_{\mathbf{c}}^{\text{sp}}) - \mathbf{P}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = \mathbf{0} \quad (2)$$

$$\Delta \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \lambda) = \mathbf{Q}^{\text{sp}}(\lambda) - \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = \mathbf{Q}_{\mathbf{g}} - \lambda(\mathbf{Q}_{\mathbf{c}}^{\text{sp}}) - \mathbf{Q}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = \mathbf{0}$$

onde  $\lambda$  é o fator de carregamento;  $\mathbf{V}$  e  $\boldsymbol{\theta}$  são os respectivos vetores de magnitude e ângulo de fase da tensão nodal, respectivamente;  $\mathbf{P}^{\text{sp}}(\lambda)$  é o vetor da diferença entre os vetores de potências ativa gerada ( $\mathbf{P}_{\mathbf{g}}^{\text{sp}}$ ) e consumida ( $\mathbf{P}_{\mathbf{c}}^{\text{sp}}$ ) especificadas para as barras de carga (PQ) e geração (PV); e  $\mathbf{Q}_{\mathbf{c}}^{\text{sp}}(\lambda)$  é o vetor de potência reativa consumida especificada para as barras PQ.

A equação (1) assume que o carregamento da rede é proporcional ao do caso base e considera o fator de potência constante.  $\mathbf{P}^{\text{sp}}(\lambda)$  e  $\mathbf{Q}^{\text{sp}}(\lambda)$  também podem ser definidos como sendo igual a  $\lambda(\mathbf{k}_{\mathbf{Pg}}\mathbf{P}_{\mathbf{g}}^{\text{sp}} + \mathbf{k}_{\mathbf{Pc}}\mathbf{P}_{\mathbf{c}}^{\text{sp}})$  e  $\lambda\mathbf{k}_{\mathbf{Qc}}\mathbf{Q}_{\mathbf{c}}^{\text{sp}}$ , respectivamente. Os vetores  $\mathbf{k}_{\mathbf{Pg}}$ ,  $\mathbf{k}_{\mathbf{Pc}}$  e  $\mathbf{k}_{\mathbf{Qc}}$  são parâmetros fixos usado para caracterizar um específico cenário de carga.

O método do FCC apresentado em (Ajjarapu e Christy, 1992) utiliza a técnica de parametrização local para remover a

singularidade de  $\mathbf{J}$  no PMC e consiste em trocar de parâmetro, do fator de carregamento para uma nova variável escolhida. A variável que apresenta a maior taxa de variação próxima ao PMC é a escolhida como o novo parâmetro da continuação e  $\lambda$  passa a ser considerado como variável dependente.

Na etapa do passo corretor, a equação ( $p - p^{\text{esp}} = 0$ ), onde  $p$  e  $p^{\text{esp}}$  são respectivamente a variável selecionada como parâmetro de continuação e seu valor previsto, é adicionada à (2). Observe que essa equação corresponde à equação de uma reta, que é perpendicular ao eixo da variável usada como parâmetro. Quando  $\lambda$  é usado como parâmetro, a equação adicionada corresponde a uma equação da reta perpendicular ao eixo  $\lambda$  (eixo das abscissas). Em geral, próximo ao PMC, a magnitude da tensão de uma barra  $k$  ( $V_k$ ) é usada como parâmetro, o que corresponde a uma equação da reta perpendicular ao eixo  $V_k$  (eixo das ordenadas). Portanto, a troca de variáveis corresponde a uma rotação de  $90^\circ$  no diagrama  $V_k$  versus  $\lambda$ . Em geral, a equação a ser adicionada pode ser escrita como:

$$R(p, \lambda, a, \beta) = \alpha(\lambda - \lambda^0) - \beta(p - p^0) = 0 \quad (3)$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são coeficientes angulares que definem a reta a ser utilizada e  $\lambda^0$  e  $p^0$ , as coordenadas do centro do feixe de retas. A abordagem do FC convencional corresponde a um método da continuação com preditor de ordem zero modificado ou preditor trivial (Chiang et al. 1995). Esse preditor utiliza a solução atual e um incremento fixo no parâmetro ( $\lambda$ ,  $V_k$  ou  $\theta_k$ ) como uma estimativa para a próxima solução. Quando a solução está próxima de um provável PMC, o processo diverge ou leva mais tempo para encontrar a solução e nesse caso, o tamanho do passo é reduzido. Na técnica de parametrização local proposta em (Ajjarapu e Christy, 1992), o processo inicia utilizando  $\lambda$  como parâmetro ( $\alpha = 1$  e  $\beta = 0$ ), sendo o seu valor gradualmente aumentado a partir do caso base ( $\lambda^0 = 1$ ) até um valor para o qual não há solução. Em outras palavras, o processo iterativo do FCC não converge ou diverge. Perto do PMC, o parâmetro é trocado, sendo a variável com a maior variação a escolhida como o novo parâmetro, ou seja,  $V_k$  ou  $\theta_k$  ( $\beta = 1$  e  $\alpha = 0$ ), enquanto  $\lambda$  passa a ser considerado como variável dependente. Depois de alguns pontos da curva, o parâmetro volta a ser  $\lambda$ . No entanto, como a trajetória de soluções não é conhecida inicialmente, é necessário uma abordagem para definir as alterações dos parâmetros durante o processo iterativo. Na técnica apresentada em (Ajjarapu e Christy, 1992) é necessário identificar qual magnitude de tensão é mais apropriada para ser usada como parâmetro para obter o PMC. No FCC apresentado em (Bonini e Alves, 2010), a singularidade da matriz  $\mathbf{J}$  é removida pela adição de uma reta que passa através de um ponto escolhido ( $\lambda^0$ ,  $V_k^0$ ) no plano determinado pelas variáveis magnitude da tensão do barramento ( $V_k$ ) e o fator de carregamento ( $\lambda$ ).

$$R(V_k, \lambda, a) = \alpha(\lambda - \lambda^0) - (V_k - V_k^0) = 0 \quad (4)$$

onde  $\alpha$  é o coeficiente angular da reta. Com a adição dessa nova equação, em que  $\alpha$  é considerado como o parâmetro da continuação,  $\lambda$  pode ser tratado como uma variável dependente. Um preditor trivial com um incremento fixo no parâmetro  $\alpha$  pode ser adotado. As técnicas propostas em (Garbelini et al. 2007), (Alves et al. 2003a) e (Alves et al. 2003b) utilizam o plano determinado pelas variáveis fator de carregamento ( $\lambda$ ) e a perda total de potência ativa ( $Pa$ ) para obtenção da curva P-V. Essas técnicas são consideradas como uma técnica de parametrização global. A Fig. 1 apresenta as curvas ( $\lambda$ ,  $Pa$ ) para cada sistema estudado. Embora as técnicas tenham proporcionados bons resultados, para sistemas de grande porte, há necessidade de reformulação do método para obtenção do PMC (Bonini e Alves, 2010), como consequência das trajetórias das curvas ( $\lambda$ ,  $Pa$ ) apresentarem uma característica aguda (parte estável e instável da curva apresentam a mesma inclinação), conforme se pode observar da curva ( $\lambda$ ,  $Pa$ ) do sistema IEEE-300 apresentado na Fig. 1. Neste caso, a singularidade das matrizes  $\mathbf{J}$  utilizando tanto  $\lambda$  como  $Pa$  como parâmetro são praticamente coincidentes no ponto PMC.

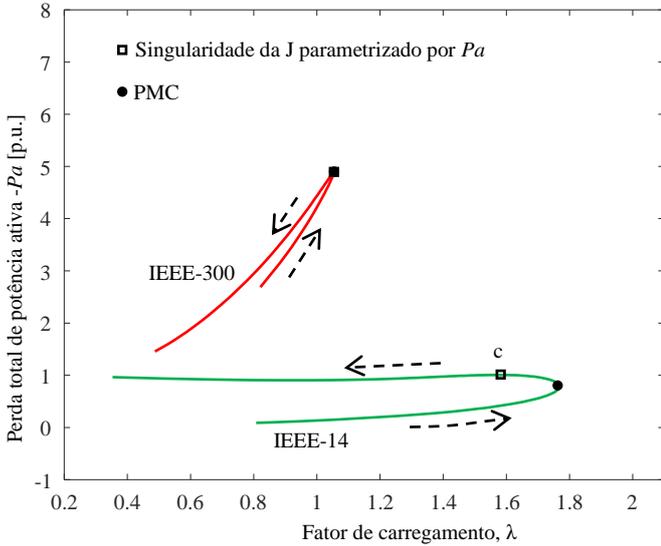


Fig. 1: Curvas ( $\lambda$ ,  $Pa$ ) para os dois sistemas estudados.

Para evitar tais problemas, neste trabalho é acrescentada ao sistema de equações básicas do FC, a equação de uma reta no plano ( $V_k$ ,  $Pa$ ), tornando-se:

$$\mathbf{G}(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \lambda) = \mathbf{0} \quad (5)$$

$$\Delta R(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}, \alpha, \beta) = \alpha(V_k - V_k^0) - \beta[Pa(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) - Pa^0] = 0$$

onde  $\alpha$  e  $\beta$  são coeficientes angulares que definem a reta a ser utilizada. Neste caso  $\alpha = 1$  e  $\beta$  variando ( $\beta$  corresponde ao parâmetro no novo plano ( $V_k$ ,  $Pa$ )). Em que  $Pa(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V})$  corresponde a perda total de potência ativa do sistema dada pela equação:

$$Pa(\boldsymbol{\theta}, \mathbf{V}) = \sum_{i \in j \in \Omega} g_{ij}[V_i^2 + V_j^2 - 2V_i V_j \cos(\theta_i - \theta_j)] \quad (6)$$

Esta nova técnica permite se obter toda a curva P-V sem problemas relacionados a singularidade da matriz  $\mathbf{J}$  nos pontos de singularidade de  $\lambda$  (no PMC) e o da parametrização por  $Pa$ . A técnica apresentada em (Alves et al. 2003a) e (Alves et al. 2003b) corresponde a solução do sistema (5) para a condição  $\alpha = 0$  e  $\beta = 1$  e a variação do valor de  $Pa^0$  no plano ( $\lambda$ ,  $Pa$ ).

A Fig. 2 a seguir apresenta a curva da trajetória de soluções utilizando a nova técnica. Pode-se observar que não há singularidade da matriz  $\mathbf{J}$  no PMC utilizando  $\beta$  como parâmetro no plano ( $V_k$ ,  $Pa$ ).

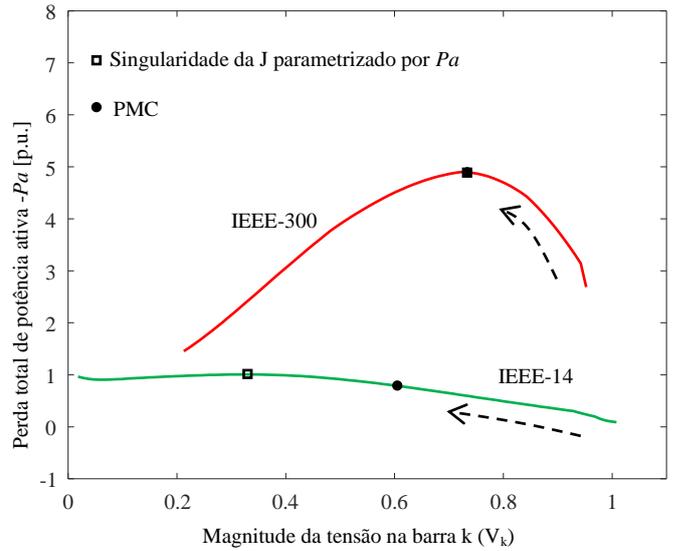


Fig. 2: Curvas ( $V_k$ ,  $Pa$ ) para os dois sistemas estudados.

Linearizando (5) pelos dois primeiros termos da série de Taylor tem-se:

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{P} + \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \Delta \boldsymbol{\theta} + \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} \Delta \mathbf{V} + \frac{\partial \Delta \mathbf{P}}{\partial \lambda} \Delta \lambda &= 0 \\ \Delta \mathbf{Q} + \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}} \Delta \boldsymbol{\theta} + \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} \Delta \mathbf{V} + \frac{\partial \Delta \mathbf{Q}}{\partial \lambda} \Delta \lambda &= 0 \\ \Delta R + \frac{\partial R}{\partial \boldsymbol{\theta}} \Delta \boldsymbol{\theta} + \frac{\partial R}{\partial \mathbf{V}} \Delta \mathbf{V} + \frac{\partial R}{\partial \lambda} \Delta \lambda &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

e que na forma matricial torna-se:

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \\ \Delta R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & -\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{V}} & -\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial V_k} \\ -\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \boldsymbol{\theta}} & -\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \mathbf{V}} & -\frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial V_k} \\ -\beta \frac{\partial Pa}{\partial \boldsymbol{\theta}} & -\beta \frac{\partial Pa}{\partial \mathbf{V}} & \alpha - \beta \frac{\partial Pa}{\partial V_k} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \\ \Delta V_k \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \mathbf{0} \quad (8)$$

$$\begin{bmatrix} \Delta \mathbf{P} \\ \Delta \mathbf{Q} \\ \Delta R \end{bmatrix} + \mathbf{J}_m \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\theta} \\ \Delta \mathbf{V} \\ \Delta V_k \\ \Delta \lambda \end{bmatrix} = \mathbf{0}$$

## 2.1 Algoritmo da técnica proposta

i) Escolha uma barra  $i$  qualquer do sistema e inicia o método no plano  $(\lambda, V_i)$ , ver Fig 3. A partir do caso base  $(\lambda = 1)$ , quatro pontos são calculados (parametrizado por  $\lambda$ ) usando o preditor trivial, i.e., aumentando gradualmente o valor de  $\lambda$  ( $\lambda + \Delta\lambda$ , com  $\Delta\lambda = 0.05$ ) ou até o processo iterativo do fluxo de carga não converja (considerando um máximo de 10 iterações), ou diverja. Durante esse processo, todas as barras do sistema são monitoradas para descobrir qual barra  $k$  apresenta a menor magnitude de tensão no último ponto encontrado no plano  $(\lambda, V_i)$ .

ii) A barra  $k$  que apresentar o menor valor em sua magnitude de tensão, será o plano  $(V_k, Pa)$  no qual a aplicação do método proposto possibilitará a obtenção dos pontos que posteriormente serão usados para o traçado da curva P-V. Esta técnica de mudança de plano possibilita a remoção da singularidade da matriz  $\mathbf{J}$  durante o traçado de toda curva P-V (Fig. 3(a)), diferente dos métodos utilizados na literatura, que utilizam a própria curva P-V ou plano  $(\lambda, Pa)$  (Garbelini et al. 2007), (Alves et al. 2003a) e (Alves et al. 2003b) para obtenção das curvas P-V.

iii) Em seguida obtém-se para a barra  $k$  o ponto  $b$  no plano  $(V_k, Pa)$  (Fig. 3(b)), o qual correspondente ao ponto  $a$  no plano  $(\lambda, V_i)$ , escolhe-se um ponto  $(V_k^0, Pa^0)$  correspondente ao centro do feixe de retas e com um passo de 0.05 no parâmetro  $\beta$  em (8), ou seja,  $\beta + \Delta\beta$ , calcula-se os demais pontos da curva P-V no plano  $(V_k, Pa)$ . Os valores das coordenadas do ponto escolhido para o centro do feixe de retas foram  $(V_k^0, Pa^0) = (0.5, 0.0)$ , pois para todos os sistemas analisados, esse ponto localiza-se praticamente no meio da curva da trajetória de soluções. A Fig. 3 apresenta o fluxograma da metodologia proposta.

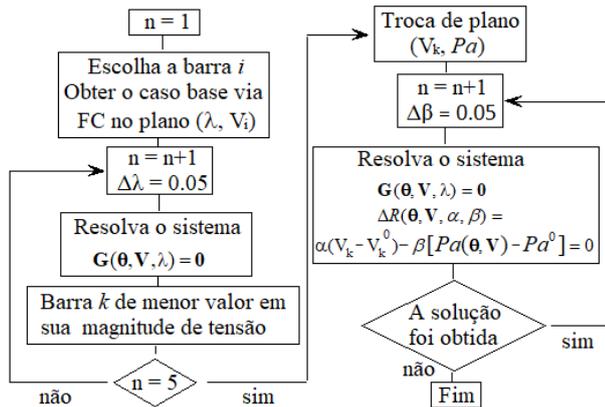


Fig. 3: Fluxograma do método utilizando o plano  $(V_k, Pa)$ .

## 3. RESULTADOS

Para todos os testes, a tolerância adotada para os *mismatches* foi de  $10^{-5}$  p.u. Os limites de potência reativa (Q) em barras PV são os mesmos que os utilizados no FC convencional. Em cada iteração, as gerações reativas em todas as barras PV são comparadas com seus respectivos limites. Em caso de violação, a barra PV é mudada para PQ. Esta barra pode

retornar a ser PV em iterações futuras. Os sistemas estudados foram os sistemas do IEEE 14 e 300 barras.

A Fig. 4 apresenta o desempenho do método proposto aplicado ao sistema IEEE 14 barras. A barra  $i$  escolhida aleatoriamente para iniciar o traçado da curva P-V foi a barra 2 ( $V_2$ ) conforme a Fig. 4(a). Foi calculado o caso base  $(\lambda=1)$  e depois com passo de 0.05 utilizando  $\lambda$  como parâmetro, foram calculados mais quatro pontos conforme algoritmo e fluxograma apresentado no item 2.1.

Na Fig. 4(b), a barra  $k$  que apresentou o menor valor em sua magnitude de tensão foi a barra crítica 14 ( $V_{14}$ ), neste caso, mudou-se de plano  $(\lambda, V_2)$  para o plano  $(V_{14}, Pa)$ , ou seja, do último ponto obtido no plano  $(\lambda, V_2)$  (ponto  $a$ ) para o ponto correspondente a ele no plano  $(V_{14}, Pa)$  ponto  $b$  e com o mesmo passo inicialmente adotado 0.05, mas agora para o parâmetro  $\beta$  ( $\Delta\beta = 0.05$ ), obtém-se o restante da curva P-V conforme os pontos azuis na curva P-V da Fig. 4(a). Foi possível obter toda a curva P-V sem problemas relacionados à singularidade da matriz  $\mathbf{J}$ .

A Fig. 5 apresenta resultados para outra barra aleatoriamente escolhida do sistema IEEE 14 barras, neste caso a barra 8 ( $V_8$ ), Fig. 5(b). Resultados similares aos vistos na Fig. 4 foram apresentados, novamente, não houve problemas relacionados à singularidade da matriz  $\mathbf{J}$  no PMC, Fig. 5(a).

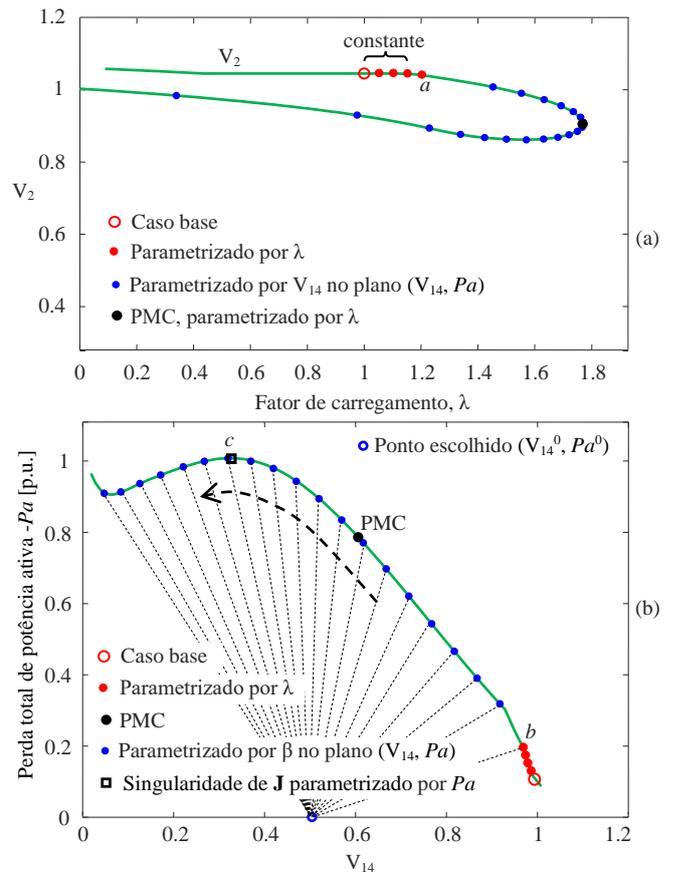


Fig. 4: Desempenho da metodologia proposta para o sistema IEEE 14 barras. (a) Curva P-V da barra de geração 2  $(\lambda, V_2)$ , (b) Curva  $(V_{14}, Pa)$ .

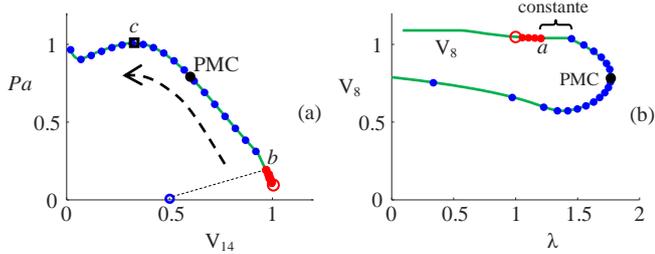


Fig. 5: Desempenho da metodologia proposta para o sistema IEEE 14 barras. (a) Curva P-V da barra de geração 8 ( $\lambda$ ,  $V_8$ ), (b) Curva ( $V_{14}$ ,  $Pa$ ).

A Fig. 6 e Fig. 7 apresentam uma comparação em relação à obtenção das curvas P-V e número de iterações utilizadas para o traçado das mesmas via metodologia proposta e outras técnicas apresentadas na literatura, no caso as técnicas de parametrização por  $Pa$ ,  $\lambda$  e  $V_k$ , com  $k = 2, 14$  e  $8$  ( $V_2$ ,  $V_{14}$  e  $V_8$ ). Nota-se nas Fig. 6(a) e Fig. 6(e) que apenas a técnica proposta e a parametrizada por  $V_{14}$  conseguiram obter completamente a curva P-V do sistema. A Fig. 6(b) apresenta as curvas P-V obtida pela técnica a qual utiliza a perda total de potência ativa ( $Pa$ ) como parâmetro. Nota-se que houve singularidade no ponto  $c$  logo após o PMC, conforme Fig. 1. Nas Fig. 6(c) e (f) são apresentados os resultados utilizando  $V_2$  e  $V_8$  como parâmetros. Pode-se observar na Fig. 6(c) que houve a singularidade da matriz  $\mathbf{J}$  no caso base (det. ( $\mathbf{J}$ ) = 0) parametrizado por  $V_2$ , isso ocorreu devido a uma reta constante (Fig. 4(a)) que a curva P-V apresenta em torno do ponto caso base. A barra 2 é uma barra PV e assim, como se pode observar na Fig. 4(a), no entorno do caso base ela apresenta um trecho de curva em que a magnitude de tensão permanece constante. A técnica de parametrização por  $V_2$  utiliza retas perpendiculares ao eixo das ordenadas, assim, quando do uso da parametrização por  $V_2$ , a matriz  $\mathbf{J}$  apresentará determinante nulo em consequência da introdução em (5) de uma equação linearmente dependente e consequentemente o método não encontra solução, como se pode ver na Fig. 6(c). A Fig. 6(g) apresenta os valores do determinante para cada parâmetro utilizado, nota-se a singularidade (det. ( $\mathbf{J}_m$ ) = 0) para o parâmetro  $\lambda$  no PMC e para o parâmetro  $Pa$  no ponto  $c$ . No caso dos parâmetro  $V_2$  e  $V_8$ , ambas apresentaram singularidade no início do traçado.

A Tabela 1 apresenta os valores do determinante da matriz Jacobiana parametrizado por  $V_2$  correspondente ao trecho de curva em que a magnitude de tensão permanece constante, os valores do fator de carregamento  $\lambda$  e da magnitude da tensão  $V_2$  também são apresentados na tabela correspondente ao valor do determinante. Nota-se que o valor do determinante da matriz  $\mathbf{J}$  parametrizado por  $V_2$  é nulo em todos os pontos entorno do ponto caso base  $\lambda = 1$ , e os valores da magnitude da tensão da barra  $V_2$  são os mesmos, ou seja, uma constante correspondente ao valor 1.0450. O mesmo ocorre ao se utilizar  $V_8$  como parâmetro (Fig. 6(f)), apenas quatro pontos foram obtidos até o ponto  $a$ , onde também devido ao trecho da curva P-V em que a magnitude de tensão permanece constante (Fig. 5(b)). Já a Fig 6(d) mostra as curvas P-V obtidas utilizando  $\lambda$  como parâmetro. Como era de se esperar, existe uma singularidade da matriz  $\mathbf{J}$  no PMC, o que restringe

o uso da parametrização por  $\lambda$  apenas para o traçado da parte superior das curvas P-V, até as proximidades do PMC.

Tabela 1. Determinante da matriz Jacobiana parametrizado por  $V_2$

Fator de carregamento $\lambda$	Determinante de $\mathbf{J}$ parametrizado por $V_2$	$V_2$
0.9716	0.000	1.0450
0.9780	0.000	1.0450
0.9926	* 0.000	1.0450
1.0123	* 0.000	1.0450
1.0319	0.000	1.0450
1.0513	0.000	1.0450

\* singular em torno e no caso base

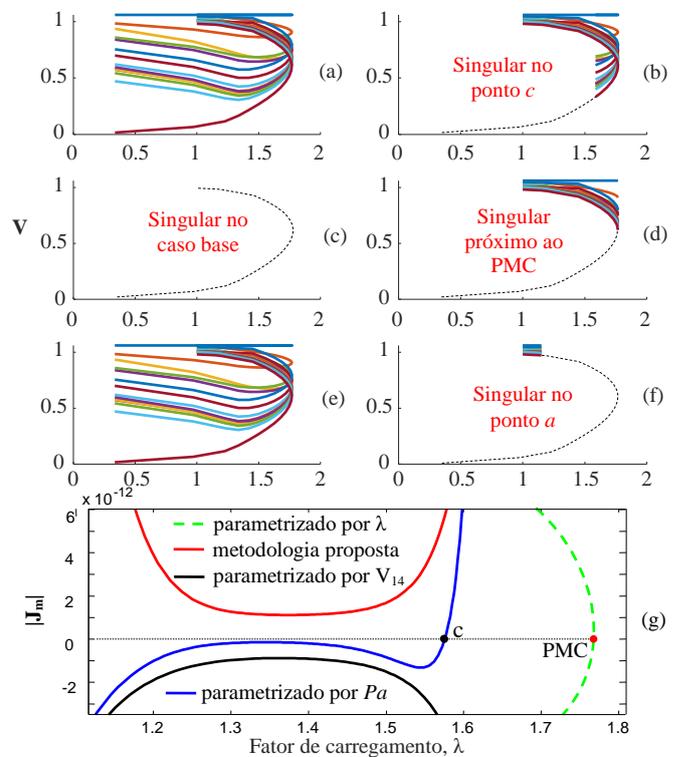


Fig. 6: Curvas P-V do sistema IEEE 14 barras obtidas por: (a) metodologia proposta, (b) parametrizado por  $Pa$ , (c) parametrizado por  $V_2$ , (d) parametrizado por  $\lambda$ , (e) parametrizado por  $V_{14}$  (crítica), (f) parametrizado por  $V_8$ , (g) determinante da matriz  $\mathbf{J}_m$  das técnicas apresentadas.

A Fig. 7 a seguir apresenta os números de iterações referentes aos resultados apresentados na Fig. 6 utilizando a técnica proposta e outras metodologias (parametrizado por  $Pa$ ,  $V_2$ ,  $\lambda$ ,  $V_{14}$  e  $V_8$ ). O critério utilizado para troca de parâmetro e a mudança de plano ( $V_k$ ,  $Pa$ ) é baseado na barra que apresentar menor valor em sua magnitude de tensão. O objetivo deste teste é comparar o desempenho (número de iterações) dos métodos. Para isso, calculam-se os mesmos pontos da curva P-V utilizando cada um dos métodos, de forma a garantir que os mesmos possam ser corretamente comparados. Observa-se

que cada ponto da curva P-V corresponde a uma solução do problema de fluxo de carga para um valor especificado de  $\lambda$ ,  $V_k$ ,  $Pa$  entre outros. Assim, obtiveram-se primeiramente os pontos através da metodologia proposta.

Uma vez obtidos todos os estados, os respectivos valores  $\lambda$ ,  $V_k$  e  $Pa$  de cada ponto foram computados. A seguir estes valores foram usados para obter suas respectivas curvas de forma a garantir-se que o sistema caminhe de um mesmo estado inicial para o mesmo estado final. A Tabela 2 apresenta o número global de iterações para obtenção da margem de carregamento do sistema IEEE 14 barras para cada método apresentado. Utilizando um passo de 0.05 estabelecido, e garantindo que o sistema caminhe de um mesmo estado inicial para o mesmo estado final, o método que apresentou o menor número de iterações foi o parametrizado por  $Pa$  com 26 iterações, seguido pela metodologia proposta e pela técnica que apresenta a tensão da barra crítica  $V_{14}$  como parâmetro, com 31 e 35 iterações respectivamente. Embora a técnica que utiliza  $Pa$  como parâmetro tenha proporcionado melhores resultados, para sistemas de grande porte, há necessidades de reformulação do método para obtenção do PMC, isto é necessário devido as curvas  $(\lambda, Pa)$  apresentarem uma trajetória com característica aguda no entorno do PMC.

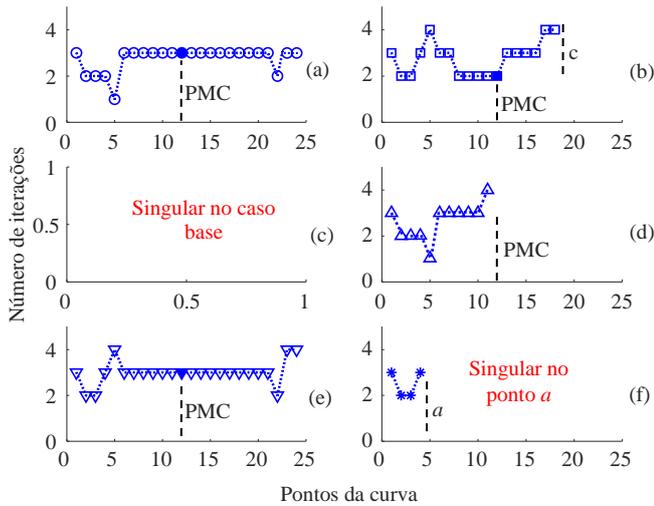


Fig. 7: Número de iterações necessárias para obtenção das curvas P-V do sistema IEEE 14 barras: (a) metodologia proposta, (b) parametrizado por  $Pa$ , (c) parametrizado por  $V_2$ , (d) parametrizado por  $\lambda$ , (e) parametrizado por  $V_{14}$  (crítica), (f) parametrizado por  $V_8$ .

**Tabela 2. Número global de iterações (IEEE 14 barras)**

Método	Iterações
Método proposto	31
Parametrizado por $Pa$	26
Parametrizado por $V_2$	falhou no caso base
Parametrizado por $\lambda$	falhou próximo ao PMC
Parametrizado por $V_{14}$	35
Parametrizado por $V_8$	falhou no ponto $a$

A Fig. 8 apresenta resultados para o sistema IEEE 300 barras. A barra escolhida aleatoriamente para o traçado das curvas P-V foi a barra 51 e depois a 7062, Fig. 8(a). Em ambos os casos, após o caso base mais quatro pontos encontrados utilizando  $\lambda$  como parâmetro, identificou-se a barra crítica 526 como a que apresentou o menor valor em sua magnitude de tensão. Neste caso, houve a mudança do ponto  $a$  no plano  $(\lambda, V_{51})$  para o ponto  $b$  no plano  $(V_{526}, Pa)$ . A Fig. 8(b) apresenta a curva com todos os pontos calculados, sem os problemas numéricos relacionados à singularidade da matriz  $J$ .

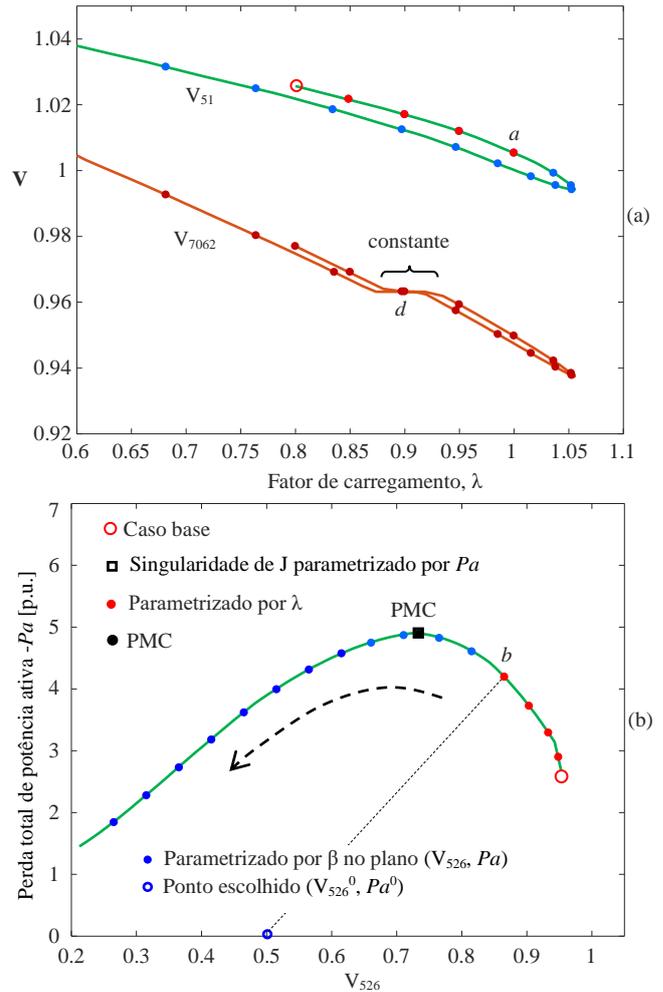


Fig. 8: Desempenho da metodologia proposta para o sistema IEEE 300 barras. (a) Curvas P-V das barras 51 e 7062, (b) Curva  $(V_{526}, Pa)$ .

As Fig. 9 e Fig. 10 apresentam resultados similares aos apresentados para o sistema IEEE 14 barras. Apenas a técnica proposta e a parametrizada pela tensão da barra crítica conseguiram obter as curvas P-V completas do sistema IEEE 300 barras e consequentemente, a determinação da margem de carregamento. As demais técnicas ficaram restritas à parte superior das curvas P-V, inclusive a técnica parametrizada por  $Pa$ , que apresentou um menor número de iterações para cada ponto obtido na curva P-V, Fig. 10(b). Essas técnicas

apresentaram problemas numéricos próximo ao PMC consequentes da singularidade da matriz  $\mathbf{J}$ , com exceção a técnica parametrizada por  $V_{7062}$  que apresentou problemas numéricos logo no início, no ponto  $d$  devido ao trecho constante na sua curva P-V, Fig. 8(a). A Tabela 3 apresenta o número global de iterações para obtenção da margem de carregamento do sistema IEEE 300 barras para cada método apresentado. A Tabela 4 apresenta, para a metodologia proposta parametrizada por  $\beta$  e a técnica parametrizada pela magnitude da tensão da barra crítica, o número global de iterações necessário para obtenção da curva P-V completa do sistema IEEE 14 e 300 barras.

**Tabela 3. Número global de iterações (IEEE 300 barras)**

Método	Iterações
Método proposto	24
Parametrizado por $Pa$	falhou próximo ao PMC
Parametrizado por $V_{51}$	falhou próximo ao PMC
Parametrizado por $\lambda$	falhou próximo ao PMC
Parametrizado por $V_{526}$	28
Parametrizado por $V_{7062}$	falhou no ponto $d$

**Tabela 4. Número global de iterações para traçado da curva P-V completa**

Sistemas	Parametrizado por $\beta$ (metodologia proposta)	Parametrizado por $V$ da barra crítica
IEEE 14	*66	72
IEEE 300	*48	58

\* incluindo o caso base e os quatro pontos parametrizado por  $\lambda$

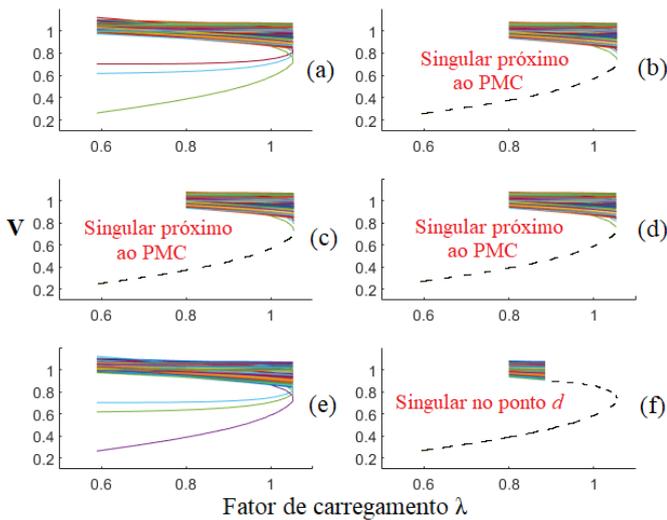


Fig. 9: Curvas P-V do sistema IEEE 300 barras obtidas por: (a) metodologia proposta, (b) parametrizado por  $Pa$ , (c) parametrizado por  $V_{51}$ , (d) parametrizado por  $\lambda$ , (e) parametrizado por  $V_{526}$  (crítica), (f) parametrizado por  $V_{7062}$ .

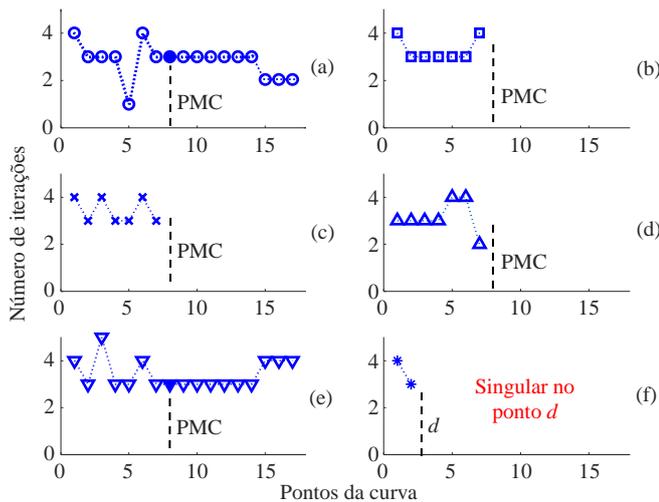


Fig. 10: Número de iterações necessárias para obtenção das curvas P-V do sistema IEEE 300 barras: (a) metodologia proposta, (b) parametrizado por  $Pa$ , (c) parametrizado por  $V_{51}$ , (d) parametrizado por  $\lambda$ , (e) parametrizado por  $V_{526}$  (crítica), (f) parametrizado por  $V_{7062}$ .

Ao utilizar o método proposto, o PMC e todas as curvas P-V podem ser facilmente calculadas devido a singularidade da matriz  $\mathbf{J}$  ser removida quando  $\beta$  é utilizado como parâmetro da continuação. A Fig. 11 apresenta para o sistema IEEE 14 barras, o comportamento da variável  $\lambda$ ,  $Pa$  e  $V_{14}$  em função do novo parâmetro  $\beta$ . Pode-se notar que não há nenhum ponto de singularidade para  $\beta$ .

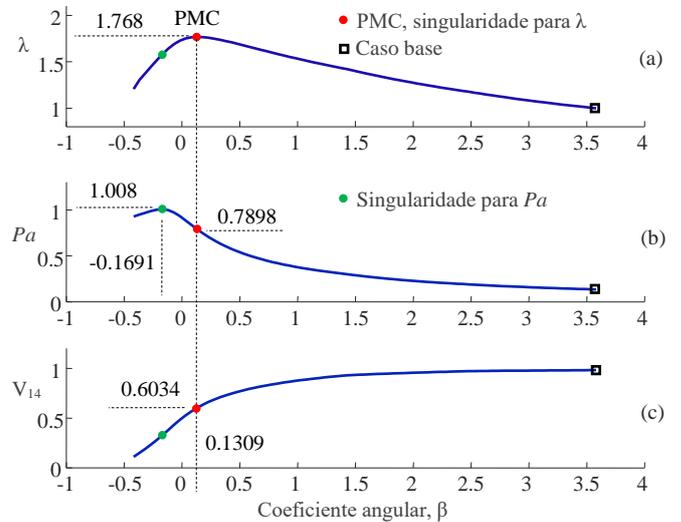


Fig. 11: Comportamento do novo parâmetro  $\beta$  aplicado ao sistema IEEE 14 barras, (a)  $\lambda$  em função de  $\beta$ , (b)  $Pa$  em função de  $\beta$ , (c)  $V_{14}$  em função de  $\beta$ .

O mesmo resultado é apresentado na Fig. 12 para o sistema IEEE 300 barras, nota-se que ao utilizar o coeficiente angular da reta ( $\beta$ ) como parâmetro da continuação, não há problemas relacionados a singularidade da matriz  $\mathbf{J}$  no PMC. Já utilizando as variáveis  $\lambda$  ou  $Pa$  como parâmetro, nota-se que ocorre a singularidade da matriz, e para sistemas maiores, essa singularidade ocorre no mesmo ponto, ver Fig. 12(a) e (b).

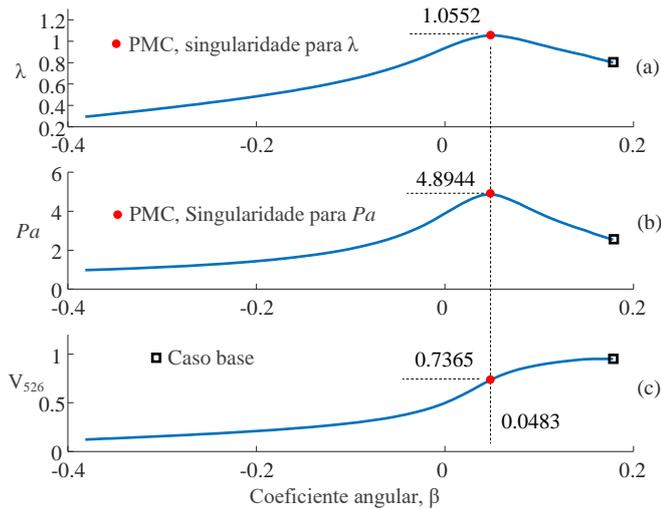


Fig. 12: Comportamento do novo parâmetro  $\beta$  aplicado ao sistema IEEE 300 barras, (a)  $\lambda$  em função de  $\beta$ , (b)  $Pa$  em função de  $\beta$ , (c)  $V_{526}$  (crítica) em função de  $\beta$ .

## 6. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou uma nova técnica de parametrização para obtenção da margem de carregamento e o traçado completo das curvas P-V de sistemas elétricos de potência sem problemas relacionados a singularidade da matriz Jacobiana do fluxo de carga continuado. A técnica consistiu em uma mudança de plano e consequentemente acarretou em uma trajetória de soluções mais atrativa para obtenção das curvas P-V. Em relação aos resultados, a técnica utilizando as perdas totais de potência ativa apresentou bons resultados em termos de iterações se comparando a metodologia proposta, mas falhou para sistemas maiores. Já a técnica que possui a tensão da barra crítica como parâmetro foi a única juntamente com a técnica proposta que conseguiu obter as curvas P-V completas dos dois sistemas apresentados, mas com um número global maior de iterações em relação a técnica proposta.

## AGRADECIMENTOS

Agradecemos a FAPESP – processo 2018/12353-9 e ao CNPq – processo 408630/2018-3 pelo apoio financeiro e da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001.

## REFERÊNCIAS

- Abbott, M. (2007). Electricity reform and gains from the reallocation of resources. *The Electricity Journal*, Atlanta, volume (20), pp: 72-78.
- Abdel-Akher, M. (2013). Voltage stability analysis of unbalanced distribution systems using backward/forward sweep load-flow analysis method with secant predictor. *IET Gener. Transmiss. Distrib.* vol. 7, no. 3, pp. 309–317.
- Ajjarapu, V., Christy, C. (1992). The continuation power flow: A tool for steady state voltage stability analysis,”

*IEEE Trans. Power Systems*, volume 7, nº. 1, pp. 416–423.

- Alves, D. A., Da Silva, L. C. P., Castro, C. A., Da Costa, V. F. (2003a). Study of alternative schemes for the parameterization step of the continuation power flow method based on physical parameters, Part I: Mathematical modelling. *Electr. Power Compon. Syst.* vol. 31, pp. 1151–1166.
- Alves, D. A., Da Silva, L. C. P., Castro, C. A., Da Costa, V. F. (2003b). Study of alternative schemes for the parameterization step of the continuation power flow method based on physical parameters, Part II: Performance evaluation. *Electr. Power Compon. Syst.*, vol. 31, no. 12, pp. 1167–1177.

Bonini Neto, A., Alves, D. A. (2010). An improved parameterization technique for the continuation power flow. In Proc. *IEEE PES Transm. Distrib. Conf. Expo.*, New Orleans, LA, USA, pp. 1–6.

Bonini Neto, A., Magalhães, E. M., Alves, D. A. (2018). Geometric Parameterization Technique for Continuation Power Flow Based on Quadratic Curve. *Electric Power Components and Systems*, v. 45, p. 1-13.

Bonini Neto, A., Piazentin, J. C., Alves, D. A. (2018). Vandermonde Interpolating as Nonlinear Predictor Applied to Continuation Method. *IEEE Latin America Transactions*, v. 16, p. 2954-2962.

Chiang, H. D., Flueck, A. J., Shah, K. S., Balu, N. (1995). CPFLOW: A practical tool for tracing power system steady-state stationary behavior due to load and generation variations. *IEEE Trans. Power Syst.* vol. 10, no. 2, pp. 623–634.

Dobson, I. (1994). The irrelevance of load dynamics for the loading margin to voltage collapse and its sensitivities. In: *Bulk power system voltage phenomena III, voltage stability, security & control*, Proceedings of the ECC/NSF workshop, Davos, Switzerland.

Garbelini, E., Alves, D. A., Bonini Neto, A., Righeto, E., Silva, L. C. P., Castro, C. A. (2007). An efficient geometric parameterization technique for the continuation power flow. *Electr. Power Syst. Res.*, vol. 77, pp. 71–82.

Sheng, H., Chiang, H. D. (2014). CDFLOW: Practical tool for tracing stationary behaviors of general distribution networks. *IEEE Trans. Power Syst.*, vol. 29, no. 3, pp. 1365–1371.

Xiaoming, D., Chengfu, W., Zhihao, Y., Xueshan, H., Jun, L., Yiming, W., Penghui, Z. (2018). Calculation of optimal load margin based on improved continuation power flow model. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, volume 94, pp. 225-233.