

Modelagem e Identificação Caixa Cinza Aplicadas a uma Válvula para Controle de Vazão

Anderson Tiago de Moraes e Karl Heinz Kienitz

*Instituto Tecnológico de Aeronáutica,
Departamento de Sistemas e Controle, São José dos Campos - SP,
(e-mails: andtiago@ita.br; kienitz@ita.br).*

Abstract: In this article, we present a mathematical model obtained by white-box modeling and gray-box identification for a flow control valve, an actuator type used repeatedly in the process industry. Both physical laws and the Prediction-Error Method (PEM) are used for this purpose. In order to validate the model, the estimated response is compared with experimental data. As result of this comparison, the expected adjustment is equal to or greater than 90%. In addition, the performance of two numerical minimization methods is compared; these methods are used to estimate the model parameters.

Resumo: Neste artigo, apresenta-se um modelo matemático obtido por modelagem caixa branca e identificação caixa cinza para uma válvula de controle de vazão, um tipo de atuador usado recorrentemente na indústria de processo. Leis da física bem como o método de predição de erro são empregados para obtenção desse modelo. Para fins de validação do modelo, compara-se a resposta estimada com os dados experimentais. Espera-se conseguir um ajuste igual ou maior a 90% como resultado dessa comparação. Adicionalmente, compara-se o desempenho de dois métodos de minimização numérica que são utilizados para estimar os parâmetros do modelo.

Keywords: Control Valve; White-Box Modeling; Gray-Box Identification; Prediction-Error Method (PEM); Numerical Minimization Methods.

Palavras-chaves: Válvula de Controle; Modelagem Caixa Branca; Identificação Caixa Cinza; Método de Predição de Erro; Métodos de Minimização Numérica.

1. INTRODUÇÃO

O uso extensivo de modelos matemáticos é recorrente em todos os campos da engenharia e da física. Em engenharia, mais especificamente na área de controle de sistemas dinâmicos, boa parte dos projetos são baseados em modelos matemáticos. Além de serem utilizados em projetos, utilizam-nos também com os propósitos de simulação e predição, tanto nas áreas técnicas citadas quanto nas áreas econômica e epidemiológica. Dessa forma, devido à importância de seu papel nos diversos domínios, há sobre o assunto modelagem e identificação de sistemas vasta literatura disponível.

As formas de obtenção de modelos matemáticos podem ser classificadas em dois grupos, a saber: modelagem caixa branca, baseada no equacionamento usando leis da física, e identificação de sistemas (Aguirre, 2015). Este último grupo pode ainda ser dividido em identificação caixa cinza e identificação caixa preta.

Por ser baseada unicamente em equações fenomenológicas, a modelagem caixa branca tem como característica a preservação do significado físico dos parâmetros. Entretanto, nem todos os fenômenos envolvidos no sistema podem ser considerados ou são fáceis de serem modelados. Assim, o procedimento para realizar-se uma modelagem caixa branca muitas das vezes se torna inviável, problema

relatado em Shi et al. (2019) e em Esmaeilani et al. (2015) e contornado com auxílio de software por Zhang et al. (2012). Em identificação caixa preta, por sua vez, não é necessária informação *a priori* das relações físicas presentes no sistema (Aguirre, 2015). Em contrapartida, os parâmetros do modelo obtido com este procedimento não têm claro significado físico. Assim, na ausência de informação sobre as equações fenomenológicas do sistema, é necessário estabelecer de forma iterativa e aleatória uma estrutura de modelo, sendo que essa estrutura aleatória muitas das vezes não permite que a causalidade existente entre os dados de entrada e saída seja identificada, caracterizando assim outra desvantagem no uso da técnica de identificação caixa preta.

As vantagens intrínsecas à modelagem caixa branca e à identificação caixa preta foram combinadas para comporem o procedimento de identificação caixa cinza — nome sugestivo dado ao resultado dessa mescla. Quanto mais informações *a priori* do sistema são utilizadas, mais próximo à modelagem caixa branca torna-se o procedimento de identificação (Aguirre, 2015). Atualmente, embora o poder computacional seja elevado, permitindo que uma grande quantidade de dados sejam processados através de algoritmos caixa preta, conforme em Ayala et al. (2019), técnicas de identificação caixa cinza ainda são alternativas

eficazes e eficientes para obtenção de modelos matemáticos acurados, como em Gonçalves et al. (2018).

Dada a possibilidade de se obter as equações fenomenológicas (porém não todos os valores dos parâmetros) e de se usar algoritmos computacionais para processamento de dados de entrada e de saída adquiridos no subsistema de controle de vazão da planta-piloto Yokogawa — uma planta didática —, aplicam-se modelagem e identificação caixa cinza a uma válvula do tipo globo com haste e obturador de deslocamento linear. A válvula com atuador D33/D35, fabricada pela empresa Foxwall, encontra-se instalada na planta-piloto mencionada e, para um posicionamento exato de sua haste e obturador, possui instalado um posicionador eletropneumático que converte adequadamente sinal elétrico em pressão de ar. Para obter o modelo desse subsistema LIT, cuja representação será dada em espaço de estados, faz-se necessário realizar um experimento adequado para que dados de entrada e saída sejam devidamente adquiridos e processados nas etapas estimação e validação do modelo. O algoritmo de otimização numérica iterativa Gauss-Newton foi utilizado como solução do problema posto pelo método de predição de erro, ou *prediction-error method* (PEM). Tanto o algoritmo Gauss-Newton quanto o PEM estão expostos em Ljung (1999). Para fins de comparação computacional, os resultados obtidos via algoritmo Gauss-Newton foram confrontados com os resultados obtidos via método do gradiente, sendo que ambos os algoritmos foram processados de maneira *off-line* — pós-aquisição da sequência de dados de entrada e saída — e sob mesmas condições de processamento.

Na seção 2 deste artigo são dadas as devidas explicações sobre as etapas que compõem o procedimento de identificação de sistemas, dando-se ênfase à etapa estimação de parâmetros do modelo. A modelagem da válvula é detalhada na seção 3, os resultados da identificação são apresentados na seção 4, e as conclusões estão registradas na seção 5.

2. PROCEDIMENTO DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

Basicamente, o procedimento de identificação de sistemas consiste em coletar dados de entrada e saída de um experimento específico para então submetê-los a uma análise *a posteriori*. Por meio de alguma métrica, sujeita-se o modelo resultante à validação. Assim, o procedimento de identificação de sistemas é composto pelas quatro etapas na subseqüência (Ljung, 2015) (Aguirre, 2015).

2.1 Experimento para Aquisição de Dados

Para que os dados de entrada e saída sejam ricamente contidos de informação, faz-se necessário projetar um experimento em que se dê ênfase às principais características dinâmicas e estáticas do sistema. A habilidade do projetista bem como sua experiência com o sistema a ser identificado são de grande valia nessa etapa. O primeiro passo consiste em projetar um sinal de excitação que contenha características compatíveis com os modos do sistema, sendo a constante de tempo a característica mais importante delas. PRBS (*Pseudorandom Binary Sequence*) é um tipo de sinal de excitação bastante utilizado

em identificação de sistemas, sendo necessário ajustá-lo caso a caso. Neste trabalho, com o objetivo de ratificar a hipótese de linearidade no range de vazão desejado, fez-se o uso de um sinal de excitação pouco convencional. Outra razão para o uso deste sinal é a impossibilidade de acesso direto à entrada do sistema em questão. Neste sinal, entretanto, os intervalos entre as mudanças de nível foram considerados (ainda que de forma indireta) com base na(s) constante(s) de tempo percebida(s) no sistema.

2.2 Representação e Estrutura do Modelo

Para sistemas dinâmicos, a representação em espaço de estados a tempo contínuo apresenta duas utilidades importantes. Além de diversas técnicas de controle utilizá-la, as equações fenomenológicas da física, as quais foram concebidas em tempo contínuo, podem ser facilmente amoldadas nessa representação. A estrutura do modelo, que em identificação de sistema é o quesito mais importante e difícil de ser escolhido (Ljung, 1999), também deve ser definida. Aqui, por se tratar de identificação caixa cinza, a estrutura do sistema será favoravelmente delimitada pelo resultado da modelagem caixa branca, evitando assim realizar múltiplas iterações até se chegar a uma estrutura aceitável.

2.3 Estimação de Parâmetros do Modelo

Dentre as várias abordagens disponíveis na literatura de métodos de identificação de sistemas, uma família de abordagens é denominada de métodos de predição de erro, PEM. Uma das importantes vantagens no uso de tais métodos é: ótima acurácia assintótica quando o sistema físico é representado por uma estrutura de modelo realista (Ljung, 1999). Em termos de rapidez computacional, algoritmos utilizados no PEM podem ser desvantajosos quando comparados a outros disponíveis na literatura. Porém, haja vista a aplicação, a rapidez computacional é preterida aqui.

Um método PEM consiste na minimização de uma função de custo $V_N : \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}$, elegida como critério para avaliar o desempenho do preditor $\hat{y}(t|\theta)$ por meio de comparação.

Os valores contidos em $Z^N = \{u(1), y(1), \dots, u(N), y(N)\}$ são as amostras adquiridas no sistema real representado por

$$y(t) = G(q, \theta)u(t) + H(q, \theta)e(t), \quad (1)$$

sendo que G é a função de transferência da entrada u para saída y , H é a função de transferência do ruído e para saída y , θ é o vetor de parâmetros e q denota o operador de deslocamento. Os valores de $y(t)$ são comparados com os valores preditos $\hat{y}(t|\theta)$, tendo como resultado dessa comparação o erro de predição $\varepsilon \in \mathbf{R}^N$, conforme em (2).

$$\varepsilon(t, \theta) = y(t) - \hat{y}(t|\theta), \quad (2)$$

onde $\hat{y}(t|\theta)$ pode ser um preditor linear do tipo

$$\hat{y}(t|\theta) = G(q, \theta)u(t) + [1 - H^{-1}(q, \theta)][y(t) - G(q, \theta)u(t)]. \quad (3)$$

Substituindo (3) em (2), tem-se:

$$\varepsilon(t, \theta) = H^{-1}(q, \theta)[y(t) - G(q, \theta)u(t)]. \quad (4)$$

O “tamanho” do erro de predição é computado por meio de alguma norma $\ell(\cdot) : \mathbf{R}^N \rightarrow \mathbf{R}$, podendo-se escolher por conveniência de cômputo e análise a norma quadrática padrão em (5).

$$\ell(\varepsilon(t, \theta)) = \frac{1}{2}\varepsilon^2(t, \theta) \quad (5)$$

Portanto, nesse caso, deseja-se minimizar a função de custo quadrática

$$V_N(\theta) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \ell(\varepsilon(t, \theta)) = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \frac{1}{2}\varepsilon^2(t, \theta), \quad (6)$$

tendo a estimativa $\hat{\theta}_N \in \mathbf{R}^d$ como resultado da minimização de (6).

$$\hat{\theta}_N = \arg \min_{\theta} V_N(\theta) \quad (7)$$

Em (7), “arg min” deve ser lido como o argumento que minimiza a função de custo.

Algoritmos utilizados no PEM

Uma vez sintetizado o PEM através de (6) — expressão do problema de mínimos quadrados não linear — e (7), o problema agora é como resolver (7) iterativamente por meio de algum método de otimização numérica, haja vista que, em geral, $\hat{\theta}_N$ não pode ser obtido por meio de métodos analíticos. Há uma extensa literatura de como resolver este tipo de problema, porém, dado que não se tem por objetivo comparar diferentes métodos de otimização para (7), utiliza-se aqui o método de Gauss-Newton. Em tal método são usados o gradiente e a Hessiana da função V_N em relação ao seu argumento θ , sendo o gradiente dado por

$$V'_N(\theta) = -\frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \Psi(t, \theta)\varepsilon(t, \theta) \quad (8)$$

e a Hessiana dada por

$$V''_N(\theta) \approx \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \Psi(t, \theta)\Psi^T(t, \theta) \triangleq H_N(\theta); \quad (9)$$

$\Psi(t, \theta)$ é o gradiente $d \times 1$ de $\varepsilon(t, \theta)$.

A equação de busca padrão, cuja solução é dada a cada iteração i , é:

$$\hat{\theta}_N^{(i+1)} = \hat{\theta}_N^{(i)} + \mu_N^{(i)} [R_N^{(i)}]^{-1} V'_N(\hat{\theta}_N^{(i)}), \quad (10)$$

onde $R_N^{(i)}$ é uma matriz $d \times d$ que modifica a direção de busca e $\mu_N^{(i)}$ é o tamanho do passo escolhido (tipicamente $\mu_N^{(i)} = 1$) tal que

$$V_N(\hat{\theta}_N^{(i+1)}) < V_N(\hat{\theta}_N^{(i)}). \quad (11)$$

A escolha de $R_N^{(i)}$ em (10) é que define o tipo de algoritmo de busca a ser utilizado. Ao escolher

$$R_N^{(i)} = H_N(\hat{\theta}_N^{(i)}) \quad (12)$$

tem-se o algoritmo conhecido como método de Gauss-Newton. Já com uma simples escolha de

$$R_N^{(i)} = I, \quad (13)$$

onde I é uma matriz identidade de dimensão adequada, tem-se o método do gradiente. Conforme relatado em Ljung (1999), o método do gradiente mostra-se ineficiente quando seu resultado se aproxima do valor de mínimo da função de custo $V_N(\theta)$, diferentemente do método de Gauss-Newton. Ambos os métodos têm os seus resultados comparados na Tabela 1.

Convergência no PEM

(Detalhes sobre o teorema podem ser vistos no capítulo 8 de Ljung (1999).) O valor de $\hat{\theta}_N$ sempre se aproximará do valor de θ que estará contido na estrutura do modelo do sistema real (Ljung, 1999).

Lema 1. Considere uma estrutura de modelo linear e estável \mathcal{M} . Assuma que o conjunto de dados Z^∞ foi obtido sob certas condições. Então, com $V_N(\theta)$ definido por (6),

$$\sup |V_N(\theta, Z^N) - \bar{V}(\theta)| \rightarrow 0 \quad (14)$$

com probabilidade 1 quando $N \rightarrow \infty$, sendo

$$\bar{V}(\theta) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N E \left(\frac{1}{2}\varepsilon^2(t, \theta) \right). \quad (15)$$

Assim a função $V_N(\theta)$ converge para a função limite $\bar{V}(\theta)$, implicando portanto na convergência do argumento $\hat{\theta}_N$ de V_N para o argumento mínimo (global ou local) θ^* de \bar{V} quando $N \rightarrow \infty$ (Ljung, 1999); E denota valor esperado.

2.4 Validação do Modelo

Geralmente duas formas são utilizadas para avaliar a qualidade do modelo estimado, sendo uma quantitativa e outra qualitativa. A avaliação quantitativa é feita com base no valor do erro de predição ε , e a avaliação qualitativa é feita por meio de um gráfico que contém dados estimados e medidos sobrepostos. Ambas permitem saber qual o nível de ajuste conseguido quando esses dados são confrontados entre si. O termo ajuste (ou *fit*) deve ser entendido como uma métrica que fornece a qualidade do modelo estimado.

A métrica de ajuste utilizada neste artigo é baseada no conhecido *Normalized Root Mean Square Error* (NRMSE) e é dada em porcentagem. Tal métrica, denominada aqui por r , está definida em (16).

$$r = 100 (1 - NRMSE) = 100 \left(1 - \frac{\|y - \hat{y}\|}{\|y - \bar{y}\|} \right), \quad (16)$$



Figura 1. Válvula de controle de vazão instalada.

onde \bar{y} é a média de y , e $r = 100\%$ indica um perfeito ajuste conseguido entre y e \hat{y} .

3. MODELAGEM DA VÁLVULA

O estudo de caso é realizado em uma planta-piloto industrial que se encontra instalada no laboratório de controle do ITA, a qual está parcialmente mostrada na Figura 1. Essa planta-piloto foi fornecida pela empresa Yokogawa, e os sensores e atuadores que a compõem permitem que as variáveis de processo sejam medidas e alteradas em seus subsistemas. Mais informação em de Moraes and Kienitz (2017). Aqui, a proposta de modelagem e identificação caixa cinza é aplicada a uma válvula da marca Foxwall responsável por modular a vazão d'água em um segmento da planta-piloto. Nessa válvula, cujo acionamento é pneumático, a pressão d'água a montante é mantida constante por uma bomba hidráulica que está instalada para este fim. Ressalta-se que, além de não haver estudos precedentes com a válvula em questão, os procedimentos aqui demonstrados podem ser aplicados a válvulas que sejam similares à ela, uma vez que esse tipo de atuador é recorrentemente encontrado nas indústrias de processo de óleo e gás, de metais e mineração e de papel e celulose, e em plantas para fins didáticos como mencionado por Verly et al. (2018).

A válvula, devido à sua construção interna, apresenta dinâmicas diferentes no movimento de abertura e fechamento da haste acoplada ao obturador — partes móveis da válvula responsáveis por modular a vazão. Em geral, o movimento que retorna a haste à sua posição de repouso é realizado por meio de uma mola. Conforme pode ser inferido da ilustração na Figura 2, a mola mantém a haste em sua posição totalmente aberta (posição de repouso). O objetivo neste trabalho é obter um modelo matemático parametrizado que relacione a força f com a vazão d'água v quando f é aplicada no sentido contrário à força f_k exercida pela mola, ou seja, importa-se que seja obtida a dinâmica do movimento de fechamento da haste da válvula; esse é o movimento que faz a vazão diminuir, e as forças citadas anteriormente estão representadas no diagrama de corpo livre da Figura 2. As variáveis que devem ser medidas nesse subsistema são, portanto, a força f (medida indiretamente por meio da relação *força = pressão × área*), variável de entrada, e a vazão v , variável

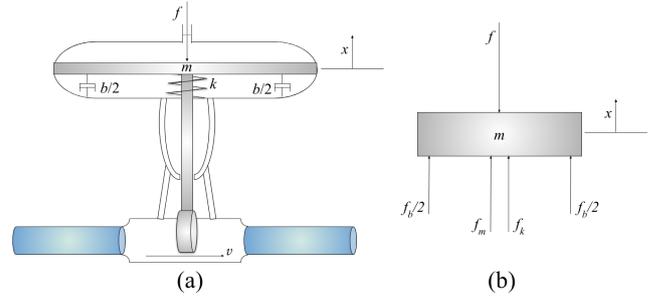


Figura 2. (a) Modelo gráfico; (b) diagrama de corpo livre da válvula.

de saída; após algumas adaptações técnicas, ambas as grandezas foram devidamente medidas por instrumentos e transmissores já instalados na planta-piloto. Por estar em uma malha de controle fechada, onde um controlador que contém ação integral é responsável por comandá-la às referências demandadas, a válvula em questão está operando como uma servoválvula na planta-piloto. Sendo assim, a força f não pode ser diretamente manipulada através da entrada de pressão da válvula, porém é possível manipulá-la indiretamente ao comandar o sinal de referência da malha de controle em que a servoválvula está inserida. Portanto, variações no sinal de referência implicam em variações no sinal de saída do controlador, que por sua vez é a pressão relacionada à força f .

Um dos problemas em identificação de sistemas é o de saber previamente qual é a estrutura e a ordem do sistema a ser identificado (Ljung, 1999). Neste trabalho, visando contornar tal problema, essas informações são obtidas *a priori* por meio das equações fenomenológicas que descrevem a dinâmica em questão. Partindo-se do diagrama de corpo livre mostrado na Figura 2, e com base nas leis de Newton e nos componentes elementares da válvula, tem-se *força = $m\ddot{x}$* , onde *força = $f - f_b - f_k$* ; em (17) é mostrada a expressão final.

$$\text{força} = m\ddot{x} \rightarrow f = m\ddot{x} + f_b + f_k \rightarrow f = m\ddot{x} + b\dot{x} + kx, \quad (17)$$

onde m é a massa das partes móveis, b é o coeficiente de atrito viscoso e k é a constante da mola; vide Figura 2.

(Representação literal do sistema na forma de espaço de estados.) Ao definirem-se $x = x_1$, $\dot{x} = x_2$ e $f = -u$ em (17), pode-se escrever a equação de estados (a variável tempo t continuará sendo omitida por simplicidade nas notações)

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k/m & -b/m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1/m \end{bmatrix} u, \quad (18)$$

onde, portanto, u é o sinal de entrada e x_1 e x_2 são os estados que representam, respectivamente, o deslocamento e a velocidade da haste da válvula. Definindo-se $v = y$, a equação candidata de saída pode ser escrita como

$$y = [c \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}, \quad (19)$$

sendo c o parâmetro que relaciona o deslocamento com a vazão.

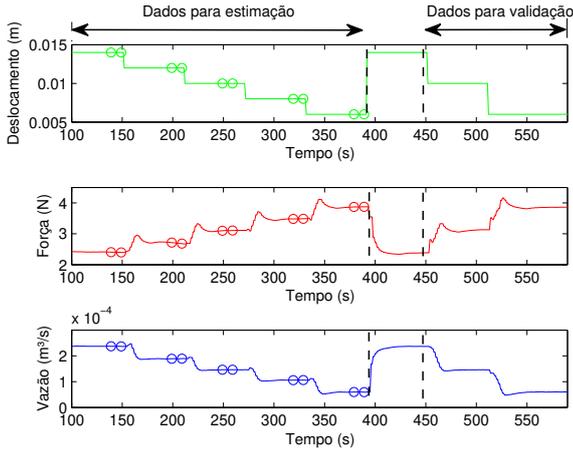


Figura 3. Dados do experimento na seguinte sequência: deslocamentos demandado (—) e alcançado (\circ), força aplicada e vazão d'água.

Com base em amostras experimentais específicas, algumas das relações implícitas em (18) e em (19), bem como a hipótese de linearidade considerada na modelagem, podem ou não ser validadas.

4. IDENTIFICAÇÃO E RESULTADOS

A saber, são dois os motivos que justificam o uso do PEM neste trabalho: (i) a impossibilidade de se obter o valor do parâmetro b com base em medidas adquiridas em regime permanente, e (ii) a pretensão em, partindo-se de um modelo inicial estimado, conseguir um modelo que melhor se ajuste aos dados experimentais adquiridos.

4.1 Metodologia Experimental

Parte do experimento consistiu em fechar a válvula gradativamente (de 10% em 10%), iniciando-se em 70% (equivalente ao par $(x, v) = (0,014 \text{ m}, 2,373 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3/\text{s})$) e indo até 30% (equivalente ao par $(x, v) = (0,006 \text{ m}, 5,93 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s})$) de abertura, conseguindo assim os dados a serem utilizados na etapa estimação. A outra parte do experimento consistiu em obter dados a serem utilizados na etapa validação do modelo estimado, dando preferência para valores não presentes na etapa estimação. Os dados foram devidamente adquiridos através das redes de comunicação que interligam a planta ao computador, e a taxa de amostragem utilizada foi de 1 amostra por segundo — taxa máxima permitida pelo hardware (de Moraes and Kienitz, 2017). Os dados de ambas as partes do experimento são mostrados na Figura 3; para fins de processamento, os valores de *offset* foram subtraídos desses dados.

Algumas amostras adquiridas em regime permanente (onde $\dot{\mathbf{x}} = [0 \ 0]^T$), as quais estão destacadas por círculos na Figura 3, dão indícios de que os parâmetros k e c podem ser inicialmente estimados via Regressão Linear (RL) com o critério de Mínimos Quadrados (MQ), uma vez que o teorema da superposição (propriedade inerente a sistemas lineares que foi adotada aqui como uma hipótese *a priori*) parece aplicável ao sistema em estudo. Assim, não apenas os parâmetros k e c mas também a representação em espaço de estados, mostrada em (18) e em (19), deve ser

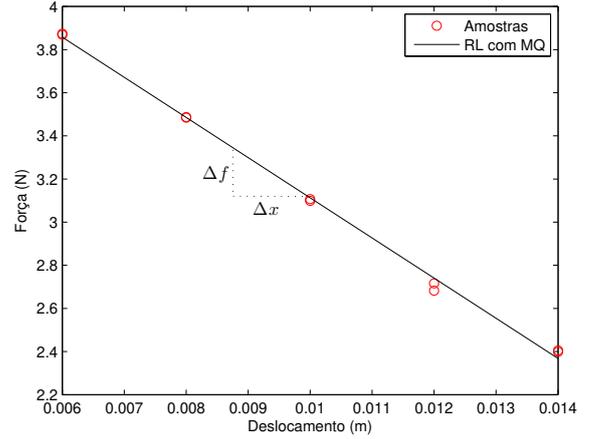


Figura 4. Retra obtida via RL com MQ: parâmetro $-k$.

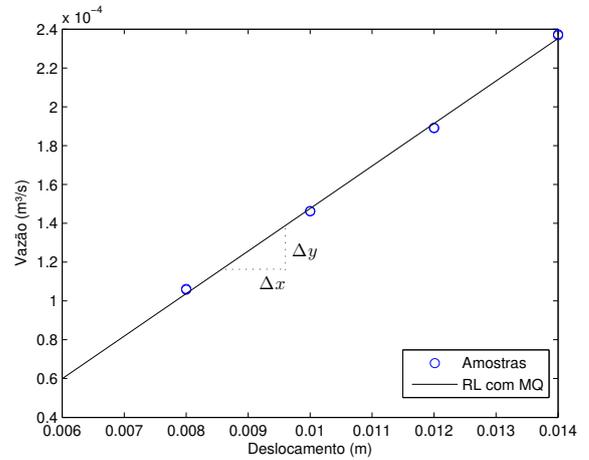


Figura 5. Retra obtida via RL com MQ: parâmetro c .

parametrizada com base nos dados da Figura 3. Destaca-se que quão mais acurado forem os valores desse modelo inicial mais eficiente será o procedimento de identificação caixa cinza.

4.2 Estimativa de Valores para um Modelo Inicial

(Utilizando as amostras destacadas por círculos na Figura 3.) Equação (17) se reduz a $f = kx$ quando as variáveis da planta encontram-se em regime permanente ($\dot{\mathbf{x}} = [0 \ 0]^T$). Logo, $k = \Delta f / \Delta x$ é o coeficiente angular da reta obtida via RL com o critério de MQ. Tal reta está mostrada na Figura 4.

A estimativa do parâmetro c é dada de forma análoga ao parâmetro k . De (19), tem-se $c = y/x_1$, sendo $c = \Delta y / \Delta x$ o coeficiente angular da reta obtida via RL com o critério de MQ. Na Figura 5 essa reta é mostrada, destacando-se Δy e Δx nela.

Portanto, com base nas retas obtidas via RL com MQ, tem-se $k = |-186,2| \text{ N/m}$ e $c = 21,91 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$. Baseando-se na geometria e no material das partes móveis da válvula, ao parâmetro m foi atribuído inicialmente o valor de 1 Kg. De forma pouco empírica e pouco assertiva, o valor inicial atribuído ao parâmetro b foi de $k/2 \text{ N} \cdot \text{s/m}$.

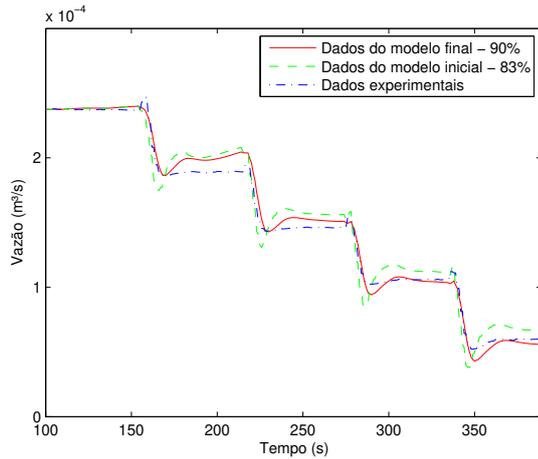


Figura 6. Etapa estimação.

4.3 Uso do Método de Predição de Erro, PEM

Uma vez que os parâmetros iniciais foram estabelecidos, deseja-se agora estimar o modelo final partindo-se do modelo inicial estabelecido anteriormente. Utilizou-se para esse fim o algoritmo computacional que está implementado na função *pem* da *Toolbox* de Identificação de Sistemas do Matlab[®], cuja demonstração foi dada na subseção 2.3.

Na Figura 6 é mostrado o resultado qualitativo da etapa estimação. Para essa etapa foram utilizados os dados experimentais entre os instantes 100 e 390 s, conforme destacados na Figura 3.

O resultado quantitativo do PEM com o uso do método de Gauss-Newton como algoritmo de minimização numérica pode ser visto na Tabela 1. Adicionalmente, compara-o com o resultado obtido pelo método do gradiente. Para ambos os métodos, os critérios de parada foram os mesmos: número máximo de iteração (20 por *default*) e tolerância mínima entre resultados de uma iteração e outra (0,01 por *default*). Conforme esperado, o método de Gauss-Newton apresentou desempenho superior em relação ao método do gradiente, haja vista que neste último o valor de r não ultrapassou 80% mesmo após realizadas 20 iterações — essa foi a condição de parada usada. A condição de tolerância mínima foi alcançada pelo método de Gauss-Newton logo na iteração de número 5. Nota-se também nessa iteração que o valor da função de custo V_N via método de Gauss-Newton é 1 ordem de grandeza menor quando comparado ao método do gradiente.

Tabela 1. Comparativo: Gauss-Newton (GN) e Método do Gradiente (MG).

i	$V_N(\hat{\theta}_N^{(i+1)})_{GN}$	$V_N(\hat{\theta}_N^{(i+1)})_{MG}$	r_{GN}	r_{MG}
0	$1,11 \cdot 10^{-10}$	$1,11 \cdot 10^{-10}$	76%	76%
1	$5,24 \cdot 10^{-11}$	$1,08 \cdot 10^{-10}$	87%	76%
2	$3,95 \cdot 10^{-11}$	$1,06 \cdot 10^{-10}$	90%	77%
3	$3,75 \cdot 10^{-11}$	$1,04 \cdot 10^{-10}$	90%	77%
4	$3,74 \cdot 10^{-11}$	$1,03 \cdot 10^{-10}$	90%	77%
5	$3,74 \cdot 10^{-11}$	$1,02 \cdot 10^{-10}$	90%	77%
\vdots	$-$	\vdots	$-$	\vdots
20	$-$	$9,84 \cdot 10^{-11}$	$-$	78%

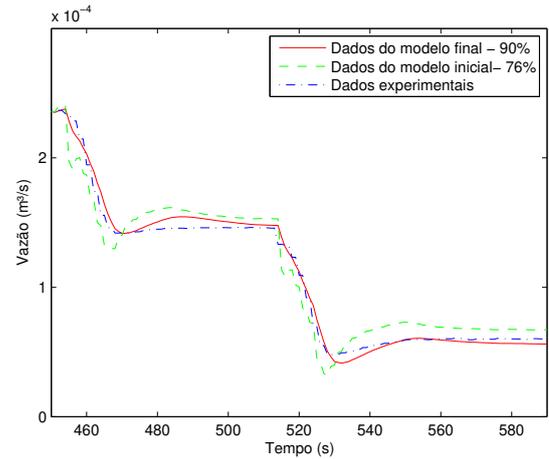


Figura 7. Etapa validação.

Ressalta-se que os valores de r na Tabela 1 foram obtidos na etapa validação, onde foram utilizados os dados entre os instantes 451 e 591 s mostrados na Figura 3. O resultado qualitativo da etapa validação pode ser visto na Figura 7.

Dessa forma, o modelo final G identificado e representado em espaço de estados, cuja saída se ajustou em 90%, é mostrado em (20).

$$G : \begin{cases} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -174,81 & -854,7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix} u \\ y = [21,91 \cdot 10^{-3} \ 0] \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases} \quad (20)$$

O parâmetro que teve seu valor final bastante diferente de seu valor inicial foi o parâmetro b , conforme o esperado. O parâmetro k teve uma ligeira mudança em seu valor final, enquanto a massa m permaneceu em 1 Kg. Com intuito de manter a padronização das unidades de medida, o parâmetro c foi fixado em seu valor inicial durante toda a etapa de estimação dos parâmetros.

5. CONCLUSÃO

O método apresentado é de claro interesse aplicado devido à quantidade de válvulas similares à descrita neste artigo que são encontradas nas indústrias de processo. As conhecidas e exploradas leis de Newton permitem a obtenção de uma estrutura de modelo que pode ser parametrizada em espaço de estados ao utilizar o PEM. Inicialmente, a partir dos dados experimentais, é possível parametrizar tal estrutura utilizando-se RL com MQ para essa finalidade. O valor de ajuste conseguido com o método de minimização numérica de Gauss-Newton mostra-se satisfatório, de modo que o modelo obtido pode ser usado para projeto de controladores, predição de falhas e para outros propósitos.

REFERÊNCIAS

Aguirre, L.A. (2015). *Introdução à identificação de sistemas — Técnicas lineares e não-lineares aplicadas a sistemas: Teoria e Aplicação*. Vol. 4, Editora UFMG.

- Ayala, H.V.H., Didace, H., Rakotondrabe, M., and Coelho, L.S. (2019). Nonlinear black-box system identification through coevolutionary algorithms and radial basis function artificial neural networks. *Applied Soft Computing*, 87, 105990.
- de Moraes, A.T. and Kienitz, K.H. (2017). Robust control of an industrial pilot plant. *IEEE Latin America Transactions*, 15(9), 1613–1620.
- Esmailani, L., Ghaisari, J., Ahmadian, M., and Esmailani, R. (2015). Control valve position response identification by matlab. In *2015 IEEE International Instrumentation and Measurement Technology Conference (I2MTC) Proceedings*, 1297–1301.
- Gonçalves, J.P.S., Tanaka, V.S., and Giesbrecht, M. (2018). Aplicação de identificação caixa cinza e estimação recursiva na detecção de falha de um motor cc sem escovas (BLDC). In *XXII Congresso Brasileiro de Automática*.
- Ljung, L. (1999). *System Identification: Theory for the User*. Prentice-Hall, Inc.
- Ljung, L. (2015). *System Identification: An Overview*, in *Encyclopedia of Systems and Control*. Springer, London.
- Shi, Y., Xu, D., Su, J., Liu, N., Yu, H., and Xu, H. (2019). Black-box behavioral modeling of voltage and frequency response characteristic for islanded microgrid. *Energies*, 12, 2049.
- Verly, A., do Carmo, F.H.P., de Paula, M.V., and Ricco, R.A. (2018). Identificação de modelos para uma planta de nível didática SMAR PD3-F. In *XXII Congresso Brasileiro de Automática*.
- Zhang, L., Xia, C., Cao, J., and Zheng, J. (2012). Physical-based modeling of nonlinearities in process control valves. In *2012 International Conference on Control Engineering and Communication Technology*, 75–78.