

MODELO DE LEILÃO MULTI-PERÍODO DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS PARA MERCADOS DO DIA SEGUINTE

JOÃO PAULO MANARELLI GASPAR*, LEONARDO NEPOMUCENO*

*Faculdade de Engenharia de Bauru, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", SP

Emails: jpmg.fet@gmail.com, leonardo.nepomuceno@unesp.br

Abstract— This paper proposes an auction model for day-ahead markets for hydrothermal systems which uses the McCormick envelopes for linearization of the hydraulic production function. In addition the paper also proposes the linearization of forebay levels, by using a linearization around the initial operating point, the linearization of tailrace levels by means of linear curve fitting, and the linearization of the maximum power output and turbined outflow. The model proposed optimizes the social welfare function, that corresponds to supply and consumption surpluses and represents the main physical and operational constraints for thermal and hydro generating units. The results show that the values obtained for the generation and consumptions dispatches, as well as for the hydraulic operation policies are consistent.

Keywords— Energy markets, hydrothermal systems, market clearing procedure.

Resumo— Este artigo propõe um modelo de leilão para mercados do dia seguinte de sistemas hidrotérmicos que utiliza a linearização da função de produção hidráulica por meio de envelopes de McCormick. Além disso, o artigo também propõe a linearização das cotas de montante, a partir de linearização local em torno do ponto de operação, a linearização das cotas de jusantes por meio de aproximantes lineares, e linearizações das funções de potência e vazão turbinada máximas. O modelo proposto busca a otimização da função de bem estar social, que corresponde aos excedentes de produção e de consumo e representa as principais restrições físicas de unidades geradoras termelétricas e hidrelétricas. Os resultados mostram que os despachos de geração e consumo, bem como as políticas de operação hidráulica são consistentes.

Palavras-chave— Mercados de energia, sistemas hidrotérmicos, procedimentos de equilíbrio de mercado.

1 Nomenclatura

<i>Conjuntos</i>		Ψ_{at}	Vazão afluyente lateral prevista para a usina hidrelétrica a no período t [m^3/s].
A	Usinas hidrelétricas.	D_{wa}	Tempo de viagem da água entre a usina hidrelétrica a e usina w , imediatamente a montante da usina a [h].
C	Unidades geradoras termelétricas.	H_h^{loss}	Altura equivalente de perdas da unidade h [m].
H	Unidades geradoras hidrelétricas.	k_h	Produtibilidade específica da unidade geradora hidrelétrica h [$\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}/\text{m}$].
I	Unidades geradoras ($I = C \cup H$).	K_h^H	Constante de perdas hidráulicas das unidade h .
J	Consumidores.	M_h^{big}	Parâmetro do tipo “M-grande” da unidade geradora hidrelétrica h associado à linearização da função de produção hidráulica.
M_{at}	Unidades geradoras hidrelétricas na usina hidrelétrica a no período t .	NT	Número de períodos de tempo do horizonte.
M_{it}	Blocos de energia ofertados pela unidade geradora i no período t .	$\overline{P}_{jtn}^D$	Limite superior do n -ésimo bloco demandado pelo consumidor j no período t [MW].
N_{jt}	Blocos de energia demandados pelo consumidor j no período t .	$\overline{P}_{itm}^G$	Limite superior do m -ésimo bloco ofertado pela unidade i no período t [MW].
T	Períodos de tempo.	P_h^{ef}	Potência efetiva da unidade geradora hidrelétrica h [MW].
W_a	Usinas hidrelétricas a montante da usina hidrelétrica a .	$\underline{P}_i, \overline{P}_i$	Limites inferior e superior, respectivamente, da potência gerada pela unidade i [MW].
<i>Parâmetros</i>			
λ_{jtn}^D	Preço do n -ésimo bloco fornecido pelo consumidor j no período t [$\$/\text{MWh}$].		
λ_{itm}^G	Preço do m -ésimo bloco ofertado pela unidade i no período t [$\$/\text{MWh}$].		
λ_{it}^{SU}	Custo de partida ofertado da unidade i no período t [$\$$].		

$\underline{P}_j, \overline{P}_j$	Limites inferior e superior, respectivamente, da potência demandada pelo consumidor j [MW].	<i>Variáveis</i>	
$\overline{P}_h^{T^0}, \overline{P}_h^{T^1}$	Termo independente e coeficiente de primeiro grau, respectivamente, da função linear que representa a limitação da potência disponível da unidade geradora hidrelétrica h pela turbina.	C_{it}^{SU}	Custo de partida da unidade i no período t [\$].
$\overline{Q}_h^{G^0}, \overline{Q}_h^{G^1}$	Termo independente e coeficiente de primeiro grau da função linear que representa a limitação do engolimento disponível da unidade geradora hidrelétrica h pelo gerador.	h_{ht}^{net}	Altura de queda líquida da usina hidrelétrica h no período t [m].
Q_h^{ef}	Vazão turbinada efetiva da unidade geradora hidrelétrica h [m ³ /s].	p_{jt}^D	Potência consumida pelo consumidor j no período t [MW].
$\overline{Q}_h^{T^0}, \overline{Q}_h^{T^1}$	Termo independente e coeficiente de primeiro grau da função linear que representa a limitação do engolimento disponível da unidade geradora hidrelétrica h pela turbina.	p_{jtn}^D	Potência consumida pelo n -ésimo bloco ofertado pelo consumidor j no período t [MW].
R_a	Taxa de rampa de defluência horária da usina hidrelétrica a [m ³ /s/h].	p_{it}^G	Potência gerada pela unidade i no período t [MW].
$\underline{S}_a, \overline{S}_a$	Vertimento mínimo e máximo da usina hidrelétrica a [m ³ /s].	$\overline{p}_{it}^G$	Potência máxima disponível da unidade i no período t [MW].
$\underline{U}_a, \overline{U}_a$	Vazão defluída mínima e máxima, respectivamente, da usina hidrelétrica a [m ³ /s].	p_{itm}^G	Potência gerada no m -ésimo bloco ofertado pela unidade i no período t [MW].
V_{i0}	Condição inicial da unidade i [ligada/desligada].	q_{ht}	Engolimento da unidade h no período t [m ³ /s].
$\underline{X}_a, \overline{X}_a$	Volume mínimo e máximo, respectivamente, permitido para o horizonte da usina hidrelétrica a [hm ³].	$\overline{q}_{ht}$	Engolimento máximo disponível da unidade h no período t [m ³ /s].
X_a^0	Volume inicial da usina hidrelétrica a [hm ³].	s_{at}	Vertimento da usina hidrelétrica a no período t [m ³ /s].
X_a^{Meta}	Meta de volume do reservatório da usina hidrelétrica a [hm ³].	u_{at}	Defluência usina hidrelétrica a no período t [m ³ /s].
$\underline{Z}_a^F, \overline{Z}_a^F$	Cota mínima e máxima de montante, respectivamente, permitida para o horizonte da usina hidrelétrica a [m].	v_{it}	Variável binária relativa a condição da unidade i no período t , onde é igual a 1 se a unidade está ligada e 0 caso contrário.
$Z_a^{F^0}, Z_a^{F^1}$	Termo independente e coeficiente de primeiro grau da função linear que representa a cota de montante da usina a .	x_{at}	Volume do reservatório da usina hidrelétrica a no período t [hm ³].
$Z_a^{T^0}, Z_a^{T^1}$	Termo independente e coeficiente de primeiro grau da função linear que representa a cota de jusante da usina a .	y_{it}	Variável binária onde é igual a 1 se a unidade i ligou no período t .
		z_{at}^F	Cota de montante da usina hidrelétrica a no período t [m].
		z_{it}	Variável binária onde é igual a 1 se a unidade i desligou no período t .
		z_{at}^T	Cota de jusante da usina hidrelétrica a no período t [m].

2 Introdução

Os mercados de eletricidade são divididos em dois tipos principais: mercados *pool* e mercados de futuros. Os mercados de futuros trabalham com negociações a longo prazo e o mercado *pool* com negociações a curto prazo. Será estudado neste trabalho o mercado do dia seguinte que integra o mercado de curto prazo, *pool*, juntamente com os mercados de ajuste e de balanço (Conejo et al., 2010). Os agentes envolvidos neste mercado são os produtores, os consumidores e o operador de mercado

(OM), que é uma entidade independente e sem fins lucrativos cujo objetivo é manter a confiabilidade e segurança do sistema. O OM é responsável pelo gerenciamento dos leilões do mercado de eletricidade. É ele que calcula os preços de equilíbrio de mercado e estabelece a programação e o despacho da energia. Isso é feito com base em informações envolvendo ofertas e lances dos geradores e consumidores, respectivamente.

Os leilões no mercado do dia seguinte se iniciam com os produtores e os consumidores fornecendo suas ofertas/lances de venda e compra respectivamente. Estas ofertas/lances envolvem preços e montantes de energia a serem comercializados. As ofertas dos produtores devem ser fornecidas em ordem crescente de preços, enquanto que os lances dos consumidores devem ser fornecidos em ordem decrescente de preços. Na Figura 1, mostram-se as curvas de geração e demanda agregadas, que agregam as ofertas/lances fornecidos.

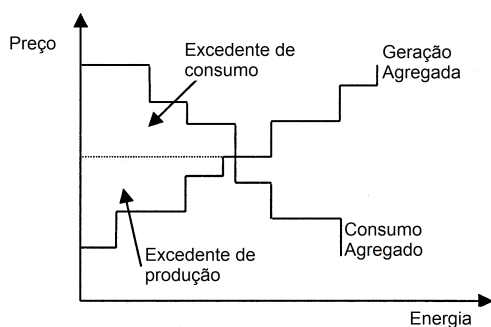


Figura 1: Equilíbrio de mercado.

Quanto menor o preço ofertado pelo produtor, mais chances ele tem de vender sua energia no mercado. Por outro lado, quanto maior os lances de preço de compra dos consumidores maiores suas chances de comprar energia. Com as ofertas/lances fornecidos, o OM calcula o preço de equilíbrio de mercado e quais as ofertas/lances são aceitos. Na Figura 1, o ponto de intersecção das curvas de geração e consumo agregados é o preço de equilíbrio de mercado, que é o preço no qual a energia será comercializada. No lado esquerdo do ponto de equilíbrio, os consumidores pagam mais barato pela energia do que seus lances dados e os produtores vendem mais caro os próprios lances submetidos ao leilão. Nota-se também que todos os lances à direita do preço de equilíbrio não são vendidos nem comprados.

Para que o OM possa obter o preço de equilíbrio, ele utiliza um modelo de leilão multi-período que busca maximizar a área correspondente aos excedentes de produção e consumo mostrados na Figura 1. O modelo de leilão representa também as restrições físicas e operacionais do sistema. Isto é feito utilizando-se informações fornecidas pelos próprios produtores sobre suas unidades geradoras

juntamente com suas ofertas.

Neste trabalho é proposto um modelo de leilão multi-período para o mercado do dia seguinte, onde serão representadas as restrições físicas e operacionais para usinas termelétricas e hidrelétricas. Para usinas termelétricas foram considerados seus limites de potência, rampas de partida, parada, subida e descida e ainda os tempos mínimos de operação e desligamento, conforme descrito em (Arroyo and Conejo, 2002). Para usinas hidrelétricas foram consideradas suas rampas de defluência, limites de volume, engolimento, vertimento e cotas de montante e jusante das usinas. Além disso, propõe-se técnicas de linearização para as funções de vazão turbinada máxima e potência máxima, para as funções de cota de montante e de jusante e para a função de produção hidráulica, utilizando-se o método dos envelopes de McCormick (McCormick, 1976) (Cerisola et al., 2012).

O método dos envelopes de McCormick explora o aspecto bilinear da função, permitindo que o produto bilinear seja formulado como um conjunto de restrições lineares de desigualdade. A vantagem desta técnica é a resolução de um problema convexo, ao invés de um problema não convexo, apresentando maior facilidade na sua implementação computacional. Dessa forma a técnica é eficiente principalmente se comparada a outras metodologias como a altura de queda efetiva constante (Pereira and Pinto, 1983), e apresenta, ainda, maior facilidade de implementação em relação à técnica da interpolação tridimensional (Pereira et al., 2017) visto que utiliza menos variáveis binárias. As linearizações permitem que o modelo de leilão proposto seja descrito por meio de um problema de programação linear inteira mista, o qual é resolvido por meio da plataforma IBM ILOG CPLEX studio.

3 Modelo Proposto

Nesta seção apresenta-se o modelo de leilão multi-período proposto para mercado do dia seguinte com restrições físicas de geração termelétrica e hidrelétrica. As restrições relativas à geração termelétrica (potência máxima, rampas de subida e descida, mínimo tempo ligado e mínimo tempo desligada) e ao mercado são baseadas em (Arroyo and Conejo, 2002) e as restrições de geração hidrelétrica são propostas neste trabalho, porém, algumas restrições são baseadas em (Pereira et al., 2017).

3.1 Função objetivo

A função objetivo é definida pela maximização da função de bem estar social, dada pela soma dos excedentes de produção e consumo, expressa em

(1):

$$\sum_{t \in T} \sum_{j \in J} \sum_{n \in N_{jt}} \lambda_{jtn}^D p_{jtn}^D - \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \sum_{m \in M_{it}} \lambda_{itm}^G p_{itm}^G - \sum_{t \in T} \sum_{i \in I} \lambda_{it}^{SU} y_{it} \quad (1)$$

Nesta função, o primeiro termo está relacionado aos lances de compra de energia, o segundo termo aos lances oferecidos pelos geradores que podem incluir um custo de partida de cada unidade (modelado por meio da variável binária y_{it}).

3.2 Restrições de potência e mercado

As expressões a seguir representam o conjunto de restrições relacionadas à potência de todas as unidades geradoras do sistema (termelétricas e hidrelétricas). As restrições (2) definem os limites de geração máximo e mínimo de cada unidade e para cada período. O limite superior de potência $\bar{p}_{it}^G$ das unidades é variável, e representa a potência máxima disponível na unidade i no período t . Para as unidades termelétricas, esta disponibilidade está relacionada às restrições de rampa de subida, descida, partida e parada (restrições em (5)–(7) em (Arroyo and Conejo, 2002)), bem como às restrições de mínimos tempos de operação e desligamento (restrições em (10)–(15) em (Arroyo and Conejo, 2002)). Tais restrições são utilizadas no modelo aqui proposto, porém não são reescritas aqui, por razões de limitações do tamanho do texto. As restrições (3) expressam a energia gerada por cada unidade e em cada período como a soma dos blocos de energia vendidos naquele período, onde o limite superior de cada bloco é dado por (4).

$$\underline{p}_i v_{it} \leq p_{it}^G \leq \bar{p}_{it}^G \quad \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (2)$$

$$p_{it}^G = \sum_{m \in M_{it}} p_{itm}^G \quad \forall i \in I, \forall t \in T, \quad (3)$$

$$p_{itm}^G \leq \bar{p}_{itm}^G \quad \forall i \in I, \forall t \in T, \forall m \in M_{it}. \quad (4)$$

Analogamente às restrições (4), as restrições (5) expressam os limites superiores da energia comprada em cada bloco pelos consumidores. As restrições (6) expressam o ponto de equilíbrio do mercado em cada período, fazendo com que a soma de todos os blocos vendidos seja igual a soma dos blocos comprados (balanço de potência).

$$p_{jtn}^D \leq \bar{p}_{jtn}^D \quad \forall j \in J, \forall t \in T, \forall n \in N_{jt}, \quad (5)$$

$$\sum_{i \in I} p_{it}^G = \sum_{j \in J} \sum_{n \in N_{jt}} p_{jtn}^D \quad \forall t \in T. \quad (6)$$

3.3 Restrições lógicas

As restrições (7) e (8) são necessárias para modelar as ações de liga/desliga das unidades e para

evitar situações ilógicas tais como a inicialização e desligamento simultâneos:

$$y_{it} - z_{it} = v_{it} - v_{i(t-1)} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (7)$$

$$y_{it} + z_{it} \leq 1 \quad \forall i \in I, \forall t \in T. \quad (8)$$

As variáveis binárias v_{it} , z_{it} , e y_{it} são utilizadas nas restrições adicionais (5)–(7) e (10)–(15) dadas em (Arroyo and Conejo, 2002), de modo que o modelo de otimização aqui proposto fique coerente.

3.4 Restrições relacionadas às hidrelétricas

As definições da defluência das usinas hidrelétricas, u_{at} , os seus limites máximos e mínimos, $\underline{U}_a$ e $\bar{U}_a$, e rampas, R_a , são dadas a seguir, em (9)–(11):

$$u_{at} = \sum_{h \in M_{at}} q_{ht} + s_{at} \quad \forall a \in A, \forall t \in T, \quad (9)$$

$$\underline{U}_a \leq u_{at} \leq \bar{U}_a \quad \forall a \in A, \forall t \in T, \quad (10)$$

$$u_{at} - R_a \leq u_{a(t+1)} \leq u_{at} + R_a, \forall a \in A, \forall t \in \{1, \dots, NT - 1\}. \quad (11)$$

Os limites de vertimento, s_{at} , e volume, x_{at} , são definidos em (12) e (13), respectivamente, além da meta de volume no final do dia, a qual visa garantir a disponibilidade hídrica no futuro, (14):

$$\underline{S}_a \leq s_{at} \leq \bar{S}_a \quad \forall a \in A, \forall t \in T, \quad (12)$$

$$\underline{X}_a \leq x_{at} \leq \bar{X}_a \quad \forall a \in A, \forall t \in T, \quad (13)$$

$$x_{aT} \geq X_a^{\text{Meta}} \quad \forall a \in A. \quad (14)$$

A função que define a cota de montante, restrição (15), foi obtida a partir da linearização local em torno do ponto de operação inicial, X_a^0 , em que os coeficientes são calculados conforme (17) e (18). Já na função que define a cota de jusante, restrição (16), foi utilizado o método dos mínimos quadrados para o cálculo dos coeficientes $Z_a^{T^0}$ e $Z_a^{T^1}$.

$$z_{at}^F = Z_a^{F^0} + x_{at} Z_a^{F^1} \quad \forall a \in A, \forall t \in T, \quad (15)$$

$$z_{at}^T = Z_a^{T^0} + u_{at} Z_a^{T^1} \quad \forall a \in A, \forall t \in T, \quad (16)$$

em que:

$$Z_a^{F^0} = \frac{(\bar{X}_a - \underline{X}_a) \bar{Z}_a^F - (\bar{Z}_a^F - \underline{Z}_a^F) \underline{X}_a}{\bar{X}_a - \underline{X}_a} \quad \forall a \in A, \quad (17)$$

$$Z_a^{F^1} = \frac{\bar{Z}_a^F - \underline{Z}_a^F}{\bar{X}_a - \underline{X}_a} \quad \forall a \in A. \quad (18)$$

A altura de queda líquida de cada unidade hidrelétrica é dada por (19), onde H_h^{loss} é representada pela restrição (20), conforme (Pereira, 2017):

$$h_{ht}^{\text{net}} = z_{at}^F - z_{at}^T - v_{ht} H_h^{\text{loss}}, \forall a \in A, \forall h \in M_{at}, \forall t \in T, \quad (19)$$

$$H_h^{\text{loss}} = K_h^H \frac{1}{3} \bar{q}_h^2 \quad \forall h \in H. \quad (20)$$

A continuidade da água ao longo do dia é representada pela restrição de balanço hídrico (21):

$$x_{at} = x_{a(t-1)} + 0,0036 (\Psi_{at} + \rho_{at} - u_{at}), \quad (21)$$

$$\forall a \in A, \forall t \in T,$$

em que:

$$\rho_{at} = \begin{cases} \sum_{w \in W_a} u_{w(t-D_{wa})}, & \text{se } t - D_{wa} \geq 1, \\ 0, & \text{se } t - D_{wa} < 1. \end{cases} \quad (22)$$

A potência e o engolimento máximo disponíveis, $\bar{p}_{th}^G$ e $\bar{q}_{ht}$, respectivamente, são variáveis que dependem da altura de queda líquida da usina. Neste trabalho, estes limites foram aproximados por funções lineares, conforme mostrado na Figura 2, utilizando o método dos mínimos quadrados, obtendo-se quatro curvas que representam a limitação da turbina e do gerador para o engolimento e para a potência, conforme as restrições (23) – (26):

$$\bar{q}_{ht} \leq \bar{Q}_h^{T^0} + h_{ht}^{\text{net}} \bar{Q}_h^{T^1} \quad \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (23)$$

$$\bar{q}_{ht} \leq \bar{Q}_h^{G^0} + h_{ht}^{\text{net}} \bar{Q}_h^{G^1} \quad \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (24)$$

$$\bar{p}_{th}^G \leq \bar{P}_h^{T^0} + h_{ht}^{\text{net}} \bar{P}_h^{T^1} \quad \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (25)$$

$$\bar{p}_{th}^G \leq P_h^{\text{ef}} v_{ht} \quad \forall h \in H, \forall t \in T. \quad (26)$$

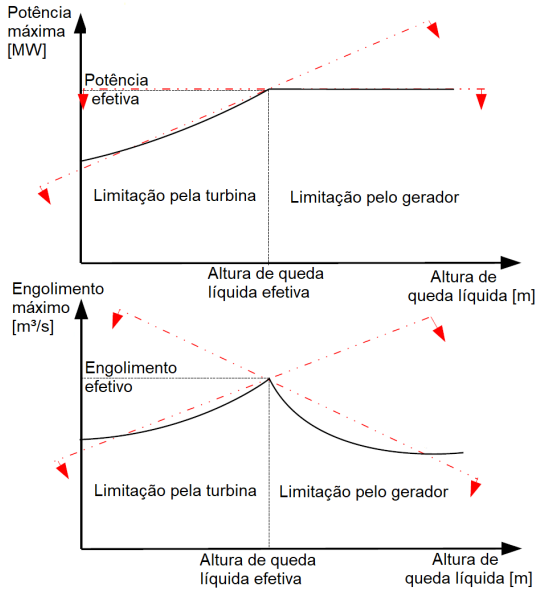


Figura 2: Representação da linearização das curvas de potência e engolimento máximos. Fonte: adaptado de (Pereira et al., 2017).

A restrição (27) garante que o engolimento máximo disponível não ultrapasse a vazão turbinada efetiva da unidade e que assuma valor nulo, caso esta esteja desligada:

$$\bar{q}_{ht} \leq Q_h^{\text{ef}} v_{ht} \quad \forall h \in H, \forall t \in T. \quad (27)$$

As restrições (28) e (29) garantem que a potência e o engolimento não ultrapassem seus respectivos valores máximos disponíveis:

$$p_{ht} \leq \bar{p}_{th}^G \quad \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (28)$$

$$q_{ht} \leq \bar{q}_{ht} \quad \forall h \in H, \forall t \in T. \quad (29)$$

A função de produção hidráulica é uma função não linear da altura de queda líquida e do engolimento da usina. Assim, foi utilizado neste trabalho uma representação dessa função baseada nos envelopes de McCormick (McCormick, 1976) (Cerisola et al., 2012), que explora o aspecto bilinear da função de produção, permitindo que o produto bilinear seja formulado como um conjunto de restrições lineares de desigualdade. A principal vantagem desta técnica é a resolução de um problema convexo ao invés de um problema não convexo. Esta formulação fornece limitantes para o produto bilinear $h_{htw}^{\text{net}} q_{htw}$. Os limitantes inferiores e superiores para a altura de queda líquida podem ser calculados conforme as restrições (30) e (31), respectivamente. Já os limitantes inferiores e superiores para o engolimento podem ser calculados conforme as restrições (32) e (33), respectivamente:

$$H_h^L = z^F(\underline{X}_a) - z^T(\bar{U}_a) - H_h^{\text{loss}}, \quad (30)$$

$$\forall a \in A, h \in M_{a0},$$

$$H_h^U = z^F(\bar{X}_a) - z^T(\underline{U}_a) - H_h^{\text{loss}}, \quad (31)$$

$$d\forall a \in A, h \in M_{a0},$$

$$Q_h^L = \frac{P_h}{k_h H^U} \quad \forall h \in H, \quad (32)$$

$$Q_h^U = \min \left\{ \frac{P_h^{\text{ef}}}{k_h H^L}, Q_h^{\text{ef}} \right\} \quad \forall h \in H. \quad (33)$$

As restrições (34)–(37) definem a técnica de envelope de McCormick utilizada:

$$p_{ht}^G \geq k_h [Q_h^L h_{ht}^{\text{net}} + q_{ht} H_h^L - Q_h^L H_h^L] - k_h [(1 - v_{ht}) M_h^{\text{big}}], \quad \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (34)$$

$$p_{ht}^G \geq k_h (Q_h^U h_{ht}^{\text{net}} + q_{ht} H_h^U - Q_h^U H_h^U) \quad \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (35)$$

$$p_{ht}^G \leq k_h (Q_h^U h_{ht}^{\text{net}} + q_{ht} H_h^L - Q_h^U H_h^L) \quad \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (36)$$

$$p_{ht}^G \leq k_h [q_{ht} H_h^U + Q_h^L h_{ht}^{\text{net}} - Q_h^L H_h^U] + k_h [(1 - v_{ht}) M_h^{\text{big}}], \quad \forall h \in H, \forall t \in T, \quad (37)$$

em que M_h^{big} é um parâmetro necessário para que as restrições sejam desativadas caso a unidade esteja desligada, o qual é dado por:

$$M_h^{\text{big}} = Q_h^L (H_h^U - H_h^L) \quad \forall h \in H. \quad (38)$$

Caso a unidade esteja ligada, as restrições (34) e (35) fornecerão limitantes inferiores, ao passo

que as restrições (36) e (37) fornecerão limitantes superiores à potência. Caso a unidade esteja desligada, tem-se $v_{ht} = p_{ht\omega}^G = q_{ht\omega} = 0$ e, devido à presença do termo M_h^{big} , a altura de queda líquida será canalizada por H_h^L e H_h^U , desativando as restrições (34)–(37).

Assim, o modelo proposto de leilão é sintetizado em (39), em que (39)(b) representam as restrições lógicas e de mercado, e (39)(c)–(39)(d) representam as restrições associadas às usinas hidrelétricas:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & (1) & (a) \\ \text{s.a :} \quad & (2) - (8) & (b) \\ & (9) - (16), (19) & (c) \\ & (21) - (29), (34) - (37) & (d) \end{aligned} \quad (39)$$

4 Resultados

Os estudos de caso envolvem um sistema teste com 1 unidade de geração termelétrica (unidade 1), duas usinas hidrelétricas: Barra Bonita, com quatro unidades (numeradas de 2 a 5) e Bariri, com três unidades (numeradas 6 a 8). Os estudos compreendem 24 períodos de 1 hora. As usinas hidrelétricas são conectadas através do rio Tietê, sendo que Bariri se encontra a jusante de Barra Bonita. Considerou-se que o tempo de viagem da água entre as usinas é de 3h.

A unidade geradora termelétrica possui limites de rampa (descida, subida, partida e parada) de 20 MW/período e mínimos tempo de funcionamento e desligamento de 4 períodos. Para o estudo deste caso foi considerado que a unidade termelétrica estava inicialmente desligada por 3 períodos, de forma que ainda deve se manter desligada no primeiro período para que atinja um mínimo tempo de desligamento de 4 períodos.

As Tabelas 1 e 2 apresentam os dados referentes aos reservatórios das usinas hidrelétricas e às unidades geradoras, respectivamente. Estes dados foram retirados do sistema HydroData em (Cicogna, 2020), utilizando informações do dia 01/08/2016. A meta de volume da usina de Bariri corresponde a seu volume mínimo, pois esta é uma usina a fio d'água. Assume-se a vazão lateral dos reservatórios constante ao longo do dia.

A Tabela 3 apresenta as ofertas de energia (potências e preços) dos geradores submetidas em quatro blocos, e suas ofertas de preços de partida. Por simplicidade, todos os blocos ofertados são iguais em todos os períodos. As usinas hidrelétricas de Barra Bonita e Bariri têm grupos de unidades idênticas. Assim, os blocos e preços ofertados por elas são também iguais entre si. A potência mínima ofertada pela unidade termelétrica é de 10 MW e pelas unidades hidrelétricas é de 2 MW.

Por simplicidade, considera-se um consumidor agregado que representa todos os consumidores do

Tabela 1: Dados referentes às usinas hidrelétricas.

Dados	Barra Bonita	Bariri
$\Psi_a [\text{m}^3/\text{s}]$	167	12
$R_a [\text{m}^3/\text{s}]$	150	126
$\bar{S}_a [\text{m}^3/\text{s}]$	2000	1520
$\underline{S}_a [\text{m}^3/\text{s}]$	76	0
$\bar{U}_a [\text{m}^3/\text{s}]$	2000	1520
$\underline{U}_a [\text{m}^3/\text{s}]$	76	0
$X_{a0} [\text{hm}^3]$	2453	512
$\bar{X}_a [\text{hm}^3]$	2468	543
$\underline{X}_a [\text{hm}^3]$	2280	482
$X_a^{\text{Meta}} [\text{hm}^3]$	2430	482

Tabela 2: Dados referentes às unidades geradoras hidrelétricas.

Dados	Unidades 2–5	Unidades 6–8
$P_h^{\text{ef}} [\text{MW}]$	35	48
$Q_h^{\text{ef}} [\text{m}^3/\text{s}]$	189	257
$k_h [\text{MW}/\text{m}^3/\text{s}/\text{m}]$	0,008633	0,008437
K_h^H	$2,1 \times 10^{-5}$	$9,475 \times 10^{-6}$

sistema. Para este consumidor agregado supõem-se 4 blocos de lances para cada período considerado, conforme mostrado nas Tabelas 4 e 5.

A partir dos dados fornecidos, o modelo de leilão proposto, dado em (39), foi resolvido utilizando-se o IBM ILOG CPLEX, sendo que o valor ótimo obtido para a função objetivo foi de \$ 183.617,59, e o despacho das unidades geradoras é dado nas tabelas 6 e 7. Na Figura 3, mostram-se os preços horários de equilíbrio de mercado e o total de demanda aceita em cada período. Verifica-se que a curva de preços de equilíbrio obtidos segue o perfil de demanda, conforme esperado.

As Tabelas 6 e 7 mostram a potência gerada por cada unidade e a demanda total aceita em cada período. Nota-se que as unidades da usina de Bariri (6 a 8) geram quase o mesmo valor em todos os períodos. Isso se deve ao fato de que esta usina é do tipo fio d'água e opera somente com a vazão afluente a ela. Nas unidades da usina de Barra Bonita (2 a 5), nota-se uma variação maior na geração já que esta possui reservatório de regularização. Percebe-se também que, nos períodos 2 a 7, as unidades de Barra Bonita geram quase seu valor mínimo, de forma que é mais vantajoso para o mercado que elas gerem pouco nestes períodos,

Tabela 3: Blocos de ofertas dos geradores no leilão (Montante [MW]/Preço [\$/MWh]) e preços de partida [\$/MWh].

Blocos	Unidade 1	Unidades 2–5	Unidades 6–8
1	30/170,00	15/140,00	20/142,00
2	30/175,00	10/142,00	10/144,00
3	20/177,00	5/144,00	10/145,00
4	20/180,00	5/145,00	8/147,00
$\lambda_{Git}^{\text{SU}}$	2500,00	700,00	960,00

Tabela 4: Blocos de lances dos consumidores no leilão (Montante [MW]/Preço [\$/MWh]).

t	Bloco 1	Bloco 2
1	119 / 183,67	89 / 178,16
2	105 / 160,06	79 / 155,26
3	94 / 157,21	70 / 152,49
4	84 / 155,42	63 / 150,76
5	84 / 152,84	63 / 150,55
6	90 / 154,95	68 / 150,55
7	107 / 157,21	80 / 152,50
8	126 / 184,93	95 / 179,39
9	133 / 195,28	100 / 189,42
10	135 / 198,59	102 / 192,63
11	136 / 199,83	102 / 193,83
12	137 / 201,48	103 / 195,44
13	133 / 194,45	99 / 188,62
14	130 / 190,31	97 / 184,60
15	128 / 187,83	96 / 182,19
16	128 / 187,83	96 / 182,19
17	133 / 194,45	99 / 188,62
18	135 / 198,59	102 / 192,63
19	137 / 201,48	103 / 195,44
20	141 / 206,86	105 / 200,66
21	145 / 211,83	108 / 205,47
22	135 / 198,59	102 / 192,63
23	26 / 184,52	94 / 178,98
24	124 / 182,04	93 / 176,58

Tabela 5: Blocos de lances dos consumidores no leilão (Montante [MW]/Preço [\$/MWh]).

t	Bloco 3	Bloco 4
1	44 / 170,81	44 / 165,30
2	39 / 148,86	39 / 147,26
3	35 / 147,78	35 / 147,00
4	32 / 147,65	32 / 147,00
5	31 / 148,25	31 / 147,00
6	34 / 150,30	34 / 147,00
7	40 / 147,78	40 / 147,00
8	47 / 171,99	47 / 170,14
9	50 / 181,61	50 / 179,65
10	51 / 184,69	51 / 182,70
11	51 / 185,84	51 / 183,84
12	51 / 187,38	51 / 185,36
13	50 / 180,84	50 / 178,89
14	49 / 176,99	49 / 175,09
15	48 / 174,68	48 / 172,80
16	48 / 174,66	48 / 172,80
17	50 / 180,84	50 / 178,89
18	51 / 180,84	51 / 178,89
19	51 / 187,38	51 / 185,36
20	53 / 192,38	53 / 190,31
21	54 / 197,00	54 / 194,88
22	51 / 184,69	51 / 182,70
23	47 / 184,69	47 / 182,70
24	46 / 169,29	47 / 167,47

e mais nos horários de pico. Além disso, como os custos de ligar e desligar afetam a programação destas unidades, o modelo opta por fazer com que elas permaneçam ligadas durante todo o dia.

Nota-se também que a unidade termelétrica não produz energia em nenhum período, pois como ela deve permanecer desligada no primeiro período do dia e seu preço de partida é muito alto ela acaba não sendo ligada em nenhum momento, resultando que toda a potência do mercado seja suprida apenas pelas unidades hidrelétricas.

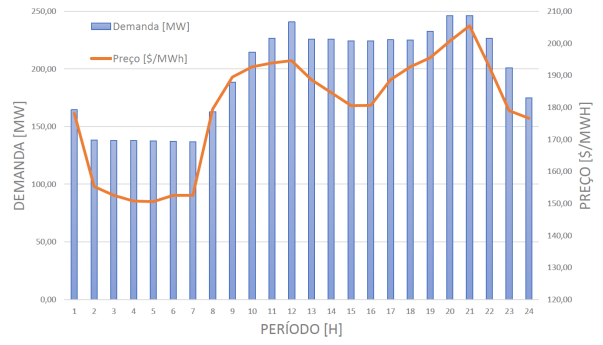


Figura 3: Demanda de energia aceita e preço para cada período.

Tabela 6: Potência produzida por unidade e demanda total de potência em cada período.

Período t	Unidades Geradoras				
	1	2	3	4	5
1	0	8,96	8,96	8,96	8,96
2	0	2,44	2,44	2,44	2,44
3	0	2,44	2,44	2,44	2,44
4	0	2,44	2,44	2,44	2,44
5	0	2,44	2,44	2,44	2,44
6	0	2,44	2,44	2,44	2,44
7	0	2,44	2,44	2,44	2,44
8	0	8,96	8,96	8,96	8,96
9	0	15,48	15,48	15,48	15,48
10	0	22,00	22,00	22,00	22,00
11	0	25,00	25,00	25,00	25,00
12	0	28,55	28,55	28,55	28,55
13	0	24,86	24,86	24,86	24,86
14	0	24,82	24,82	24,82	24,82
15	0	24,48	24,48	24,48	24,48
16	0	24,49	24,49	24,49	24,49
17	0	24,71	24,71	24,71	24,71
18	0	24,67	24,67	24,67	24,67
19	0	26,55	26,55	26,55	26,55
20	0	29,97	29,97	29,97	29,97
21	0	29,94	29,94	29,94	29,94
22	0	25,00	25,00	25,00	25,00
23	0	18,64	18,64	18,64	18,64
24	0	12,12	12,12	12,12	12,12

O volume total das duas usinas é mostrado na Figura 4. Pode-se perceber que o volume total chega muito próximo da meta de volume que foi determinada, porém com um saldo positivo. A defluência total das usinas é mostrada na Figura 5 juntamente como o engolimento e o vertimento total. Nota-se que a curva de engolimento diário segue as curvas de geração total das unidades hidrelétricas, bem como o perfil de demanda. Assim conclui-se que a técnica de envelopes de McCormick, que estabelece a relação entre engolimento e produção hidráulica, foi eficiente para este sistema.

4.1 Análise de sensibilidade na meta de volume das usinas hidrelétricas

A meta de volume das usinas tem como objetivo definir um valor mínimo que os reservatórios atin-

Tabela 7: Potência produzida por unidade e demanda total de potência em cada período.

Período t	Unidades Geradoras			
	6	7	8	Demanda
1	42,89	42,89	42,89	164,54
2	42,83	42,83	42,83	138,27
3	42,74	42,74	42,74	138,00
4	42,65	42,65	42,65	137,74
5	42,57	42,57	42,57	137,47
6	42,48	42,48	42,48	137,21
7	42,39	42,39	42,39	136,94
8	42,30	42,30	42,30	162,75
9	42,24	42,24	42,24	188,64
10	42,83	42,83	42,83	214,59
11	42,18	42,18	42,18	226,53
12	42,17	42,17	42,17	240,71
13	42,18	42,18	42,18	225,96
14	42,17	42,17	42,17	225,79
15	42,16	42,16	42,16	224,40
16	42,15	42,15	42,15	224,40
17	42,14	42,14	42,14	225,27
18	42,83	42,83	42,83	225,10
19	42,13	42,13	42,13	232,58
20	42,12	42,12	42,12	246,23
21	42,14	42,14	42,14	246,19
22	42,16	42,16	42,16	226,47
23	42,15	42,15	42,15	201,02
24	42,12	42,12	42,12	174,85

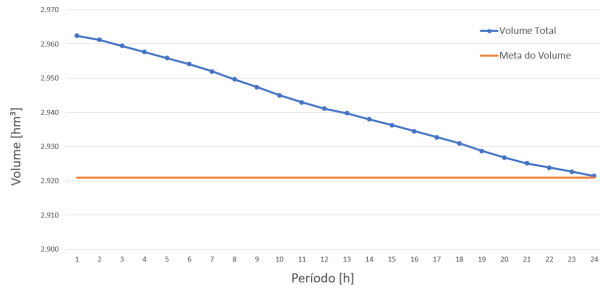


Figura 4: Volume total e meta de volume para o fim do dia.

jam no ultimo período de forma que tenha água para ser utilizada futuramente no reservatório.

Para análise de sensibilidade da meta de volume foram utilizados novos dados conforme a Tabela 8. Nota-se pela Figura 6 que nos períodos iniciais o volume aumenta, o que resulta na baixa produção de energia pelas unidades hidrelétricas nestes períodos, conforme a Figura 7. Isso ocorre para que as hidrelétricas consigam gerar mais nos horário de pico de demanda do mesmo dia, perto das 11h e das 20h. Neste caso as termelétricas foram ligadas mesmo com o alto custo de partida e permaneceram gerando seu máximo de potência por 11 períodos seguidos para suprir a baixa produção das unidades hidrelétricas, conforme mostrado no gráfico 7.

Em comparação ao caso anterior, conforme notado na Figura 4, o volume diminuiu em todos os períodos pois assim consegue suprir a demanda necessária sem a utilização das termelétricas e ainda fica acima da meta.

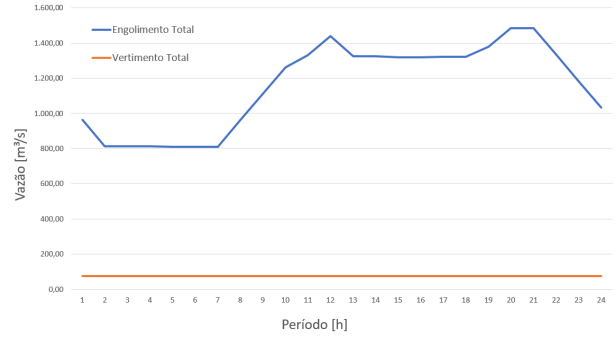


Figura 5: Engolimento e Vertimento total de Barra Bonita e Bariri.

Tabela 8: Valores de metas para as usinas.

	Caso Base	Novo Caso
Volume Inicial Barra Bonita	2453	2453
Volume Inicial Bariri	512	512
Meta de volume Barra Bonita	2430	2455
Meta de volume Bariri	482	500
Meta de volume total	2912	2955

5 Conclusões

Este artigo propõe um modelo de leilão multi-período para mercados do dia seguinte para sistemas hidrotérmicos. No modelo proposto, utilizaram-se técnicas de linearização das restrições hidráulicas que envolveram: i) a linearização das cotas de montante a partir da linearização local em torno dos pontos iniciais de operação; ii) a linearização das cotas de jusante por meio de aproximantes lineares destas funções; iii) a linearização da função de produção por meio do método de envelopes de McCormick. Uma das vantagens deste método é que este não necessita de variáveis binárias adicionais, usando somente as variáveis binárias já utilizadas para a modelagem das ações de liga e desliga das unidades termelétricas e hidrelétricas. A modelagem proposta foi implementada utilizando-se a plataforma IBM-CPLEX. Nos resultados buscou-se avaliar as principais variáveis econômicas e hidráulicas no modelo. Mostrou-se

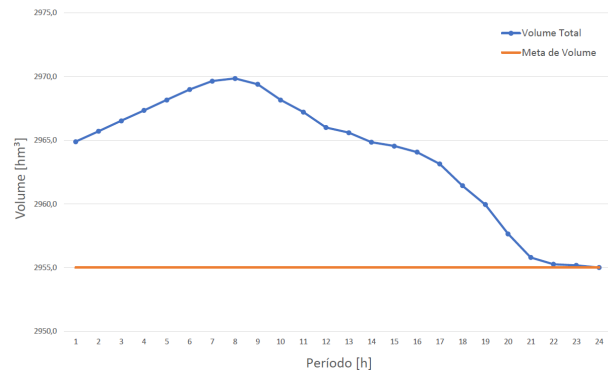


Figura 6: Volume total e nova meta de volume.

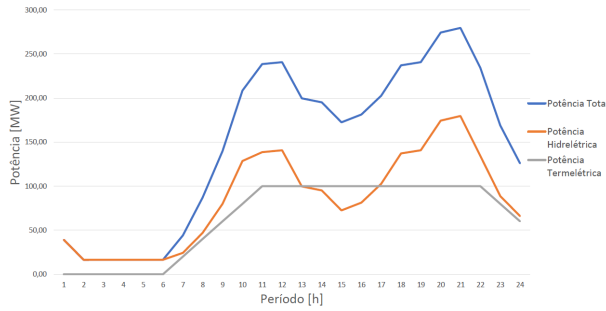


Figura 7: Potência gerada por unidades hidrelétricas, termelétricas e potência total.

que os preços de equilíbrio de mercado seguem o perfil de demanda do sistema, conforme esperado. Também foi avaliado o impacto da meta de volume final na resposta econômica do sistema e na operação dos reservatórios.

Referências

- Arroyo, J. M. and Conejo, A. J. (2002). Multiperiod auction for a pool-based electricity market, *IEEE Transactions on Power Systems* **17**(4): 1225–1231.
- Cerisola, S., Latorre, J. M. and Ramos, A. (2012). Stochastic dual dynamic programming applied to nonconvex hydrothermal models, *European Journal of Operational Research* **218**(3): 687–697.
- Cicogna, M. A. (2020). HydroByte Software, <https://hydrobyte.com.br/site/en/company>.
- Conejo, A. J., Carrión, M. and Morales, J. M. (2010). *Decision Making Under Uncertainty in Electricity Markets*, Vol. 153 of *International Series in Operations Research & Management Science*, Springer US, Boston, MA.
- McCormick, G. P. (1976). Computability of global solutions to factorable nonconvex programs: Part I: Convex underestimating problems, *Mathematical Programming* **10**(1): 147–175.
- Pereira, A. C. (2017). *Procedimento de Equilíbrio de Mercados de Energia e Reserva com Restrições de Segurança em Sistemas Hidrotérmicos*, Dissertação de Mestrado, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho", Bauru - SP, Brasil.
- Pereira, A. C., Oliveira, A. Q. d., Baptista, E. C., Balbo, A. R., Soler, E. M. and Nepomuceno, L. (2017). Network-Constrained Multiperiod Auction for Pool-Based Electricity Markets of Hydrothermal Systems, *IEEE Transactions on Power Systems* **32**(6): 4501–4514.

Pereira, M. and Pinto, L. (1983). Application of Decomposition Techniques to the Mid - and Short - Term Scheduling of Hydrothermal Systems, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* **PAS-102**(11): 3611–3618.