

Controlador PID Ótimo Baseado em PSO Aplicado a um Aeropêndulo.

Stayner N. Barros* Rafael B. C. Lima**

* Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, PB, (e-mail: stayner.barros@ee.ufcg.edu.br).

** Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Campina Grande, PB, (e-mail: rafael.lima@dee.ufcg.edu.br)

Abstract: In this article, the use of a particle swarm algorithm is proposed to optimize the tuning of a PID controller, applied to an aeropendulum. The optimization problem is iteratively calculated from the nonlinear model of the system. For this purpose, it was proposed the formulation of a cost function as a combination of ITSE (Integral time Squared Error) and TV (Total Variation) criteria, thus weighing the tracking error, as well as the control effort. The resulting tuning was compared with an LQR and a PID derived from this, both based on the linearized model at an operating point.

Resumo: Nesse artigo está sendo proposta a utilização de um algoritmo de enxame de partículas para otimizar a sintonia de um controlador PID, aplicado a um aeropêndulo. O problema de otimização é calculado iterativamente a partir do modelo não linear do sistema, para tal, foi proposta a formulação de uma função de custo como uma combinação do critério ITSE (*Integral time Squared Error*) e TV (*Total Variation*) ponderando assim o erro de rastreamento, assim como o esforço de controle. A sintonia resultante foi comparada com um LQR e um PID derivado deste, ambos baseados no modelo do sistema linearizado em um ponto de operação.

Keywords: PSO, LQR, Nonlinear optimal control, Optimal PID, Aeropendulum.

Palavras-chaves: Enxame de Partículas, PID-LQR, Controle ótimo não linear, Aeropêndulo.

1. INTRODUÇÃO

Mesmo com o grande avanço de diferentes estratégias de controle nas últimas décadas, o controlador PID (Proporcional-Integral-Derivativo) se mantém como o mais utilizado em ambientes industriais. Devido a sua simplicidade, robustez e estabilidade, é até hoje alvo de pesquisas no intuito de sintetizar mecanismos ótimos de sintonia Bari et al. (2019), Arya and Pachauri (2019)

A otimização, no contexto de sistemas de controle, está relacionada a minimização de algum critério que normalmente reflete performance ou economia de energia. O Regulador Linear Quadrático (LQR) é um controlador ótimo clássico e possui diversas formulações para síntese PID Argelaguet et al. (1997), e Harshavardhana Reddy et al. (2016). É utilizado para aplicações em sistemas lineares, ou linearizados em um ponto de operação.

A linearização de modelos é um artifício adotado para viabilizar a aplicação de métodos de controle lineares em sistemas inerentemente não lineares. Porém tais aproximações provocam erros a medida que ocorre um distanciamento do ponto de operação linearizado, impactando na otimalidade das soluções de controle e ocasionando uma degradação em seu desempenho. Uma das soluções para esse impasse é incluir as não linearidades no problema de otimização Ramos (2019), Shchennikov et al. (2015).

Problemas de otimização não lineares são normalmente não triviais. A menos que se enquadrem em um subconjunto específico de problemas convexos, muitas vezes não é possível obter-se uma solução analítica. O avanço da capacidade de processamento dos equipamentos modernos, por outro lado, possibilita o uso de algoritmos meta-heurísticos, entre eles a Otimização por Enxame de Partículas (PSO), método facilmente adaptável para problemas de otimização não lineares com restrições Eberhart and Kennedy (1995), Mukhtar et al. (2019).

Nesse artigo está sendo proposta a utilização de um algoritmo de enxame de partículas para otimizar a sintonia de um controlador PID aplicado em um aeropêndulo baseada em Oliveira et al. (2018). É proposta a formulação de uma função de custo como uma combinação do critério ITSE (*Integral time Squared Error*), Carrasco and Salgado (2009) e TV (*Total Variation*), Skogestad (2003), ponderando assim o erro de rastreamento, assim como o esforço de controle. A sintonia proposta será comparada com um PID ótimo, projetado através de um controlador LQR.

Será apresentado o sistema do Aeropêndulo e sua modelagem dinâmica em 2; em 3 está detalhado a teoria dos controladores, PID, LQR e PID sintonizado por LQR; A teoria do algoritmo PSO, a formulação da função de custo proposta pelos autores, e como será realizado a otimização do PID por este método está apresentado em 4; Os resultados e comparações entre os controladores serão

expressados em 5; Finalmente, as conclusões são exibidas na seção 6.

2. O AEROPÊNDULO

O Aeropêndulo desenvolvido em Barros et al. (2019) e utilizado neste documento está exibido na Fig. 1.



Figura 1. Foto do aeropêndulo com dois eixos de liberdade.

O sistema é impulsionado por um motor CC acoplado a uma hélice, que por construção produz força contrária a gravidade, gerando um eventual movimento de rotação no eixo. O motor é acionado por um drive de potência individual, controlado através de sinais em modulação por largura de pulso (PWM). No eixo de rotação está conectado um potenciômetro para medição do ângulo. A aquisição de dados, execução do algoritmo de controle e geração dos sinais para o atuador é realizada em um *Arduino Uno R3*.

2.1 Modelagem Matemática do Sistema

Modelo não Linear: O método de modelagem adotado foi o de Newton-Euler. O diagrama de forças do sistema e sua área de atuação podem ser representadas como em Fig. 2, a área de atuação do pêndulo é limitada desta forma pela característica de projeto de que a hélice aplica forças no pêndulo apenas no sentido anti-horário.

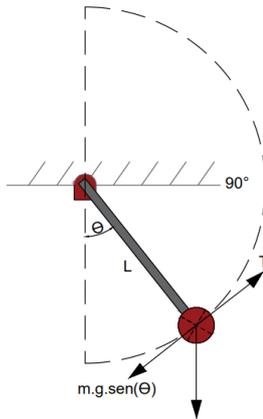


Figura 2. Diagrama de forças do aero pêndulo.

As equações foram obtidas utilizando a versão rotacional da segunda lei de Newton, além de considerar a força de amortecimento viscoso do ar, que se dá de forma contrária ao movimento, desta forma esta força é dependente de $\dot{\theta}$, assim têm-se (1):

$$J.\ddot{\theta} + c.\dot{\theta} + m.g.L.\cos(\theta) = T \quad (1)$$

Onde:

- J - Momento de Inércia do pêndulo.
- c - Coeficiente de amortecimento viscoso do ar.
- m - Massa do pêndulo.
- g - Aceleração da gravidade.
- L - Comprimento do pêndulo.
- θ - Ângulo do pêndulo em relação ao eixo vertical.
- T - O torque gerado pela rotação da hélice.

Assume-se que a relação entre torque gerado pela rotação da hélice e a tensão no motor se dá conforme (2)

$$T = K_m.L.V \quad (2)$$

onde

- V - Tensão aplicada no motor.
- K_m - Ganho Torque por tensão do conjunto motor e hélice.

Substituindo (2) em (1), obtêm-se a seguinte representação não linear do sistema, apresentada em 3.

$$\ddot{\theta} = \frac{K_m.L}{J}.V - \frac{c}{J}.\dot{\theta} - \frac{m.g.L}{J}.\text{sen}(\theta) \quad (3)$$

Modelo Linear: A linearização do modelo para um ângulo θ_0 qualquer foi feita a partir do método baseado na expansão da função não linear em série de Taylor, em torno do ponto de operação. A linearização em torno de um ponto de operação (x_e, u_e) , consiste em encontrar as matrizes A e B, dadas por (4).

$$A = \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial x} \right|_{(x_e, u_e)}, \quad B = \left. \frac{\partial F(x, u)}{\partial u} \right|_{(x_e, u_e)} \quad (4)$$

Onde $F(x, u)$ é o lado direito da igualdade de (3).

Representando os estados do sistema como (5).

$$x = [\theta, \dot{\theta}]' \quad (5)$$

E a entrada do sistema como (6).

$$u = V \quad (6)$$

Pode-se obter o modelo linearizado para θ_0 , conforme:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{m.g.L.\cos(\theta_0)}{J} & -\frac{c}{J} \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_m.L}{J} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$C = [1 \ 0], \quad D = [0] \quad (9)$$

Parâmetros do modelo: Os comprimentos e pesos foram aferidos com régua e balança, já os demais parâmetros c , J e K_m foram obtidos por uma técnica de otimização

de resposta ao degrau, utilizando o algoritmo PSO, para minimizar a integral do quadrado da diferença entre a resposta ao degrau do sistema real e a resposta ao degrau do sistema simulado.

Os parâmetros encontrados foram resumidos na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros da planta

Parâmetros		
J	0.0114 Kg/m ²	Momento de Inércia em θ
m	0.014 Kg	Massa do corpo do pêndulo
L	0.18 m	Comprimento do Pêndulo θ
g	9.81 m/s ²	Gravidade
K _m	0.6278 N/V	Constante de ganho do motor
c	0.046 Nms/rad	Atrito de viscosidade do ar

Para validar os modelos linear e não linear foram simuladas e comparadas suas respostas ao degrau em relação ao sistema real, conforme ilustrado na Fig. 3. Pode-se observar que o modelo linear como esperado apresentou uma diferença maior em relação a planta ao ser comparado com o modelo não linear, incentivando uma busca por um método de sintonia não linear para o controlador.

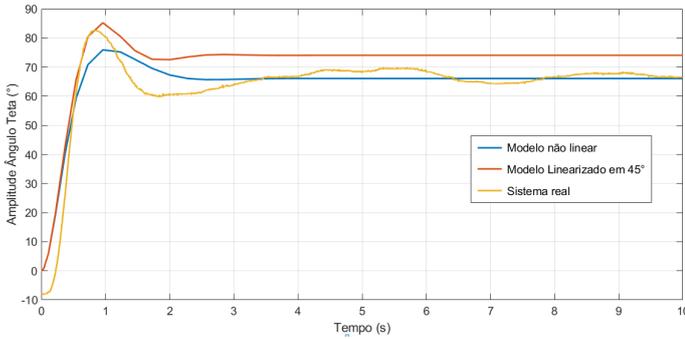


Figura 3. Resposta ao Degrau de 3V na entrada do sistema.

3. CONTROLADORES LINEARES

3.1 PID

O controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) com filtro derivativo, possui a função de transferência apresentada em (10), onde P_D representa a constante do filtro do termo derivativo.

$$G_{PID}(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_p + \frac{K_i}{s} + \frac{K_d \cdot s \cdot P_d}{s + P_d} \quad (10)$$

3.2 Regulador quadrático Linear

O regulador quadrático linear (LQR) é um controlador ótimo, baseado na realimentação de estados e adequado para sistemas SISO e MIMO. Porém tem como limitação possuir resolução analítica apenas para sistemas lineares. Este será utilizado para comparação do método de otimização do PID para o sistema não linear. A formulação deste controlador foi retirada de Dorato et al. (1995).

Dado um sistema cuja dinâmica pode ser representada por:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (11)$$

O problema LQR consiste em achar a lei de controle de realimentação de estados $u = -Kx$, que minimiza a medida de desempenho dada pela função de custo

$$V = \int_0^T (x'Qx + u'Ru)dt + x'(T)Mx(T) \quad (12)$$

A lei de controle que minimiza V é dada por:

$$u = -Kx = -R^{-1}B'Px \quad (13)$$

onde K é a matriz de ganho ótimo, única, simétrica e positiva definida e deve satisfazer a equação algébrica de Ricatti (ARE – *Algebraic Ricatti Equation*):

$$A'P + PA + Q - PBR^{-1}B'P = 0 \quad (14)$$

3.3 Sintonia de PID baseado em LQR

Pode-se reformular o problema LQR, para um lei de controle no formato de um PID, com objetivo de obter um PID ótimo. Mais detalhes podem ser encontrados em Mukhopadhyay (1978).

O artigo resulta nas expressões (15) e (16) para os ganhos do controlador PID.

$$[K_p \ K_d] = \overline{K}_p \cdot \overline{C}^{-1} \quad (15)$$

$$K_i = (I + K_d \cdot C \cdot B) \overline{K}_i \quad (16)$$

Onde,

$$\overline{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ C & 0 \end{bmatrix}, \quad \overline{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$\overline{C} = \begin{bmatrix} C & C \\ C \cdot A - C \cdot B \cdot \overline{K}_p \end{bmatrix} \quad (18)$$

De forma, que A , B e C , estão apresentados em (7), (8) e (9) e os ganhos \overline{K}_p e \overline{K}_i , podem ser encontrados resolvendo o problema LQR na formulação PI para as matrizes \overline{A} e \overline{B} .

4. OTIMIZAÇÃO DOS CONTROLADORES

O processo de otimização de um controlador PID, consiste em encontrar os valores dos ganhos K_p , K_i e K_d que minimizem um determinado critério de desempenho. É proposto nesse trabalho um algoritmo de otimização baseado em enxame de partículas (PSO), para sintonia de controladores PID, quando o sistema alvo é não linear.

4.1 Definição do problema de otimização

É apresentada, pelos autores, uma função de custo que pondera o erro de rastreamento e o esforço de controle através da combinação de dois critérios conhecidos, o ITSE (*Integral time squared error*), Carrasco and Salgado (2009) e o TV (*Total Variation*), Skogestad (2003). O ITSE, definido em (19), mensura o erro de rastreamento $e(t)$, com ênfase na parcela final do experimento.

$$ITSE = \int_0^{\infty} te^2 dt \quad (19)$$

Já o TV, definido em (20), reflete quão suave é o sinal de controle. Quanto menor o TV, menores são as oscilações no sinal de controle, ocasionando menor desgaste nos atuadores, logo, oscilações excessivas do sinal de controle são danosas aos atuadores.

$$TV = \sum_{t=0}^{T_{final}} |u(t+1) - u(t)| \quad (20)$$

É proposta a função de custo Φ como uma combinação de (19) e (20),

$$\Phi = ITSE + \lambda.TV \quad (21)$$

onde, λ é o hiper-parâmetro de sintonia. Quanto maior o λ menos agressivo será o controlador, ocasionando um tempo de acomodação maior, e ao diminuir o λ o tempo de acomodação diminuirá, porém com um sinal de controle mais agressivo. Dessa forma, o problema de otimização é resumido conforme

$$\begin{aligned} \min_{Kp, Ki, Kd} \quad & \Phi(Kp, Ki, Kd) = ITSE + \lambda.TV \\ \text{s.t.} \quad & Kp \geq 0, Ki \geq 0, Kd \geq 0. \end{aligned} \quad (22)$$

O diagrama do processo de otimização é representado na Fig. 4. A referência de saída foi fixada em $Ref = 90$, e a cada iteração do algoritmo de otimização, os valores iniciais dos estados são resetados para zero, assim o sistema é simulado durante 20 segundos, tempo suficiente para estabilização da saída, possibilitando o cálculo das métricas ITSE e TV.

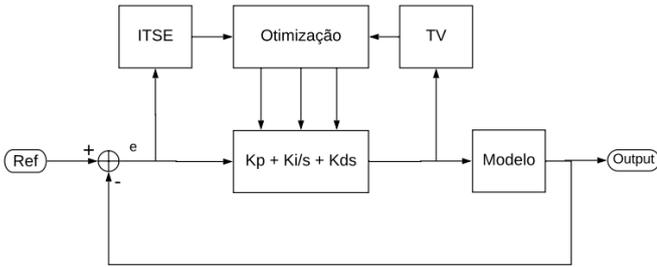


Figura 4. Diagrama do processo de otimização do controlador.

4.2 Otimizador por Enxame de Partículas

O algoritmo de otimização de enxame de partículas (PSO) é uma técnica de otimização estocástica baseada em enxame, proposta por Eberhart and Kennedy (1995). O algoritmo PSO simula o comportamento social dos animais, incluindo insetos, rebanhos, pássaros e peixes. Cada membro do enxame continua mudando o padrão de busca de acordo com experiências de aprendizagem próprias e de outros membros, onde os indivíduos se movem em etapas pela região.

Em cada etapa é calculada a nova posição para a qual o indivíduo se deslocará, de forma que a velocidade da partícula é dada pela equação (23).

$$v_i^k(t+1) = w.v_i^k(t) + c_1.r_1^k(t).(Pbest_i^k - x_i^k(t)) + c_2.r_2^k(t).(Gbest^k - x_i^k(t)) \quad (23)$$

onde,

- k é a iteração atual, $k \in \{1, 2, \dots, m\}$.
- $x_i^k(t)$ denota a posição da i th partícula na t th iteração.
- $v_i^k(t)$ corresponde a velocidade da i th partícula na t th iteração.
- $Pbest_i$ é a melhor posição encontrada pela própria partícula ao longo do processo.
- $Gbest_i$ é o vetor da melhor posição encontrada pelo bando.
- r_1^k e r_2^k são valores randômicos de amostras uniformes independentes no intervalo $[0,1]$.
- c_1 e c_2 são conhecidos como coeficientes de aceleração, geralmente $c_1 = c_2 = 2$.
- Para controlar as características de exploração do algoritmo, Shi and Eberhart (1998) introduziram o termo w , denominado inércia.

A posição da partícula a cada interação pode ser atualizada pela equação (24).

$$x_i^k(t+1) = x_i^k(t) + v_i^k(t+1) \quad (24)$$

Assim a nova posição da partícula pode ser graficamente expressa conforme a Fig. 5.

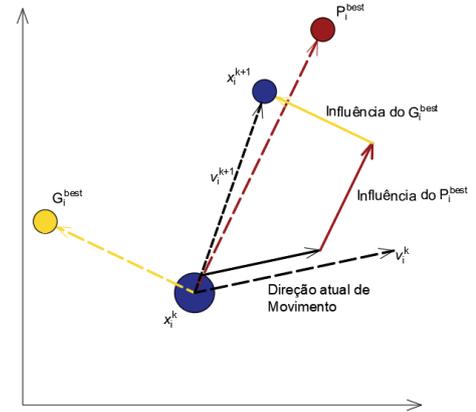


Figura 5. Diagrama de cálculo de nova posição do indivíduo no algoritmo enxame de partículas.

O pseudocódigo do Algoritmo de Enxame de partículas é representado pelos passos:

- (1) Gerar a população de N partículas aleatoriamente.
- (2) Atualizar os melhores desempenhos P_i^{best} para cada partícula e o G_i^{best} e suas posições.
- (3) Calcular as velocidades V_i^{k+1} .
- (4) Atualizar as posições x_i^{k+1} .
- (5) Verificar se os x_i^{k+1} estão entre os limites aceitos, caso não esteja, atualizar estes para o valor limite.

- (6) Aplicar nova população na função desempenho, no caso deste artigo é a apresentada em (21), e verificar se o critério de parada foi atingido, caso não se aplique, volte para o passo 2.

5. RESULTADOS

5.1 Comparação simulada baseada nos Modelos

Foi projetado um controlador PID para o modelo não linear do aeropêndulo, descrito em (3), através do procedimento da seção 4. Após 55 iterações do otimizador por PSO, com o número de partículas igual a 100, coeficientes de aceleração $c_1 = c_2 = 1.5$ e coeficiente de inércia $w = 1.1$, obteve-se uma sintonia ótima representada na Tabela 3. Após alguns testes considerou-se os valores intermediários de $\lambda = 10$ e de $P_d = 50$, por preferência da dinâmica apresentada na simulação, e os sinais de controle foram limitados na faixa de 0-5V.

A título de comparação foram projetados dois outros controladores, um LQR, para o modelo linearizado em $\theta_0 = 90$ e um PID baseado no LQR. As matrizes de ponderação utilizadas foram as seguintes

$$Q = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}, \bar{Q} = \begin{bmatrix} Q & 0 \\ 0 & 5 \end{bmatrix} e R = 1 \quad (25)$$

Os controladores encontrados por cada método de sintonia de PID estão apresentados na Tabela 2 e na Tabela 3, onde PID-lqr é o PID sintonizado por LQR e PID-pso é sintonizado pelo algoritmo de Enxame de Partículas.

Tabela 2. Controlador LQR.

	K
LQR	[10.0001, 10.0028]

Tabela 3. Controladores PID.

	K_p	K_i	K_d
PID-lqr	12.0340	2.2361	10.0055
PID-pso	5.9612	7.3764	0.9594

São ilustradas nas Fig. 6 e 7, a resposta dos controladores para uma variação em degrau do sinal de referência, de $0 - 90^\circ$, devido ao alto degrau na referência ocorre uma saturação do sinal de controle no início do experimento, apesar de saturações do sinal controle ocasionarem em perda de controlabilidade, não ocorre problemas com o aeropêndulo nesta condição inicial, salienta-se que a simulação foi realizada com o modelo não linear do aeropêndulo.

Os critérios de desempenho ITSE e TV, de cada curva, estão expostos na Tabela 4. Observa-se que pelo fato de ser o único a considerar o modelo não linear da planta em seu mecanismo de sintonia, o PID-pso apresentou o menor ITSE e um dos menores TV.

Tabela 4. Índices de desempenho dos controladores simulados.

	LQR	PID-lqr	PID-pso
ITSE	1857.30	1845.00	269.61
TV	0.0343	0.6719	0.0704

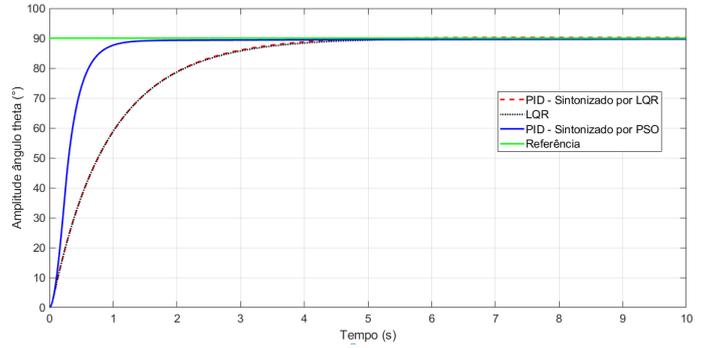


Figura 6. Ângulo θ - simulação

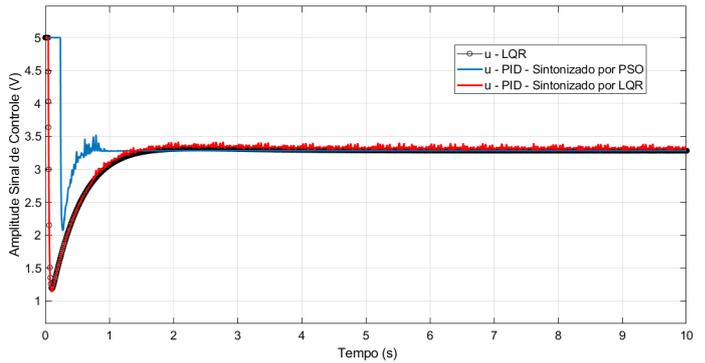


Figura 7. Sinal de controle u - simulação

5.2 Aplicação na planta real

Os controladores calculados na seção 5.1 foram aplicados na planta real. Os resultados da posição angular θ podem ser observados em 8, o sinal de controle do controlador LQR está apresentado em 9, o do controlador PID-LQR está apresentado em 10 e o do controlador PID-PSO está exibido em 11. As condições de testes foram as mesmas da simulação, incluindo a discretização necessária para implementação do PID, de forma que o tempo de amostragem utilizado foi de 0.004 segundos.

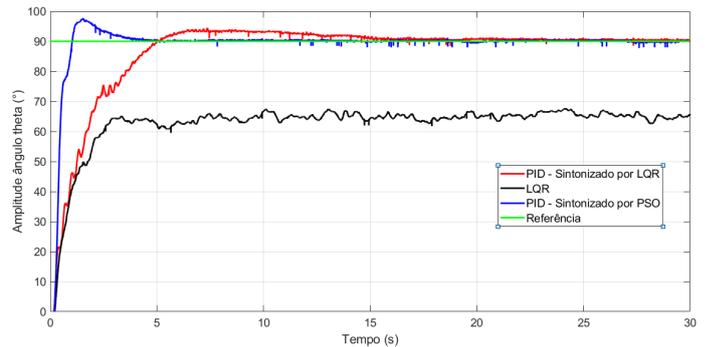


Figura 8. Ângulo θ - Planta.

Para avaliar o desempenho dos controladores em malha fechada foram utilizados os mesmos critérios adotados por todo o documento, o ITSE e o TV, como visto na Tabela 5:

Analisando os resultados expostos, pode-se observar que o método de otimização por PSO obteve melhor desempenho nos critérios adotados que nos indicam o esforço de con-

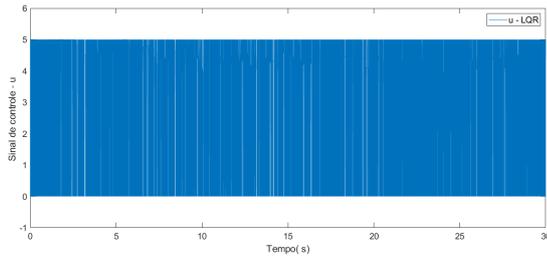


Figura 9. Sinal de controle u - LQR.

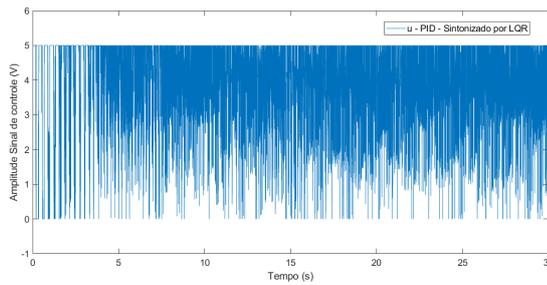


Figura 10. Sinal de controle u - PID Sintonizado por LQR.

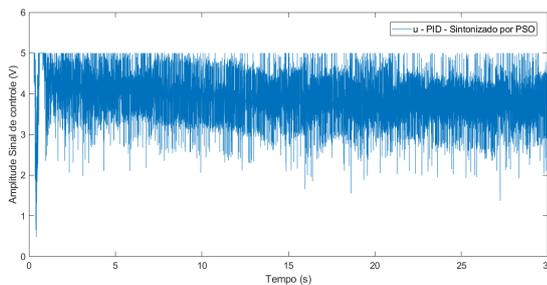


Figura 11. Sinal de controle u - PID Ótimo algoritmo Enxame de partículas.

Tabela 5. Índices de desempenho dos controladores aplicados na planta.

	LQR	PID-lqr	PID-pso
ITSE	2.85e+05	5744.00	683.36
TV	61.83	28.36	14.60

trole e a rapidez de estabilização, comprovando a escolha da função de custo adequada. Pode-se observar também que o controlador LQR, em sua formulação mais básica, não garante erro zero em regime permanente.

6. CONCLUSÃO

Nesse documento foi proposto um algoritmo de sintonia de PID utilizando um método de otimização por enxame de partículas. As principais vantagens da metodologia proposta estão no fato do problema de otimização considerar o modelo não linear da planta e o fato da função de custo projetada equilibrar erro de rastreamento e variação do esforço de controle. O projeto de controle foi validado experimentalmente em um Aeropêndulo, sistema inerentemente não linear, obtendo resultados superiores a um controlador LQR e um PID derivado, ambos projetados a partir de modelos linearizados.

REFERÊNCIAS

- Argelaguet, R., Pons, M., Martin, J.A., and Quevedo, J. (1997). A new tuning of pid controllers based on lqr optimization. In *1997 European Control Conference (ECC)*, 1855–1859.
- Arya, V. and Pachauri, N. (2019). Pid based chemotherapeutic drug scheduling for cancer treatment. In *2019 6th International Conference on Signal Processing and Integrated Networks (SPIN)*, 628–631.
- Bari, S., Zehra Hamdani, S.S., Khan, H.U., u. Rehman, M., and Khan, H. (2019). Artificial neural network based self-tuned pid controller for flight control of quadcopter. In *2019 International Conference on Engineering and Emerging Technologies (ICEET)*, 1–5.
- Barros, A.F.J., Lima, R.B.C., Galdino, R.S., Maciel, V.R.B., and Dias, C.C. (2019). Construção e controle de um aero pêndulo, uma abordagem baseada em modelo. In *2019 Congresso Brasileiro de Educação em Engenharia*, 1–10.
- Carrasco, D.S. and Salgado, M.E. (2009). Achievable performance bound for itse optimal controller design. In *2009 European Control Conference (ECC)*, 1937–1942.
- Dorato, P., Abdallah, C., and Cerone, V. (1995). *Linear-quadratic Control: An Introduction*. Technology; 2. Prentice Hall.
- Eberhart, R. and Kennedy, J. (1995). A new optimizer using particle swarm theory. In *MHS'95. Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, 39–43.
- Harshavardhana Reddy, K., Ramanathan, P., and Ramasamy, S. (2016). Lqr based pi plus pd controller to control the non-linear process. In *2016 Online International Conference on Green Engineering and Technologies (IC-GET)*, 1–4.
- Mukhopadhyay, S. (1978). P.i.d. equivalent of optimal regulator. *Electronics Letters*, 14(25), 821–822.
- Mukhtar, A., Tayal, V.K., and Singh, H. (2019). Pso optimized pid controller design for the process liquid level control. In *2019 3rd International Conference on Recent Developments in Control, Automation Power Engineering (RDCAPE)*, 590–593.
- Oliveira, P., Barreto, G., and Thé, G. (2018). A novel tuning method for pd control of robotic manipulators based on minimum jerk principle. 396–401. doi:10.1109/LARS/SBR/WRE.2018.00077.
- Ramos, O.E. (2019). A comparison of feedback linearization and sliding mode control for a nonlinear system. In *2019 IEEE Sciences and Humanities International Research Conference (SHIRCON)*, 1–4.
- Shchennikov, A.V., Shchennikov, V.N., and Shchennikova, E.V. (2015). Estimation of linearization error with use of part and all of state variables. In *2015 International Conference "Stability and Control Processes" in Memory of V.I. Zubov (SCP)*, 69–72.
- Shi, Y. and Eberhart, R. (1998). A modified particle swarm optimizer. In *1998 IEEE International Conference on Evolutionary Computation Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98TH8360)*, 69–73.
- Skogestad, S. (2003). Simple analytic rules for model reduction and pid controller tuning. *Journal of Process Control*, 13(4), 291 – 309. doi:10.1016/S0959-1524(02)00062-8.