

# Implementação de evolução diferencial modificada para identificação de sistemas a partir da resposta em frequência

Matheus F. Santos\* Fran S. Lobato\*\* Pedro A. Q. de Assis\*\*\*

\* Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, MG, (e-mail: mtfrsantos@gmail.com)

\*\* Faculdade de Engenharia Química, Universidade Federal de Uberlândia, MG, (e-mail: fslobato@ufu.br)

\*\*\* Faculdade de Engenharia Mecânica, Universidade Federal de Uberlândia, MG, (e-mail: pedro.assis@ufu.br)

**Abstract:** The Differential Evolution algorithm (DE) stands out as one of relevant evolutionary techniques employed to solve mono and multi-objective optimization problems. Despite this, the algorithm can stagnate around a local optimum. In order to avoid this issue, the present paper adopts chaotic search models to update DE parameters associated with an operator to control the loss of diversity. This new algorithm was denominated as Differential Evolution associated with Chaotic Search Models and Diversity (DE-CSMD). The proposed methodology was employed to identify systems using a grey-box method, that is, parametric identification based on input-output data and a pre-defined structure. The results show that, in systems with a greater number of parameters to be identified, the DE-CSMD algorithm produces better results compared to the classic method. However, the new operators introduced may hinder the convergence of the algorithm in systems with few parameters to be estimated.

**Resumo:** O algoritmo de Evolução Diferencial (ED) configura-se como uma das importantes técnicas evolutivas empregadas para a resolução de problemas de otimização mono e multi-objetivos. Apesar disso, o algoritmo pode estagnar em torno de um ótimo local. Para evitar que isso ocorra, o presente trabalho utiliza modelos caóticos de busca para atualização dos parâmetros da ED associado a um operador para controle da perda de diversidade. Esse novo algoritmo foi denominado de Evolução Diferencial associado a Modelos Caóticos de Busca e Diversidade (ED-MCBD). A metodologia proposta foi empregada na identificação de sistemas em um método caixa-transparente, isto é, identificação paramétrica a partir de dados de entrada-saída e uma estrutura pré-definida. Os resultados mostram que, em sistemas com um maior número de parâmetros a serem identificados, o algoritmo ED-MCBD produz melhores resultados em comparação com o método clássico. Entretanto, os novos operadores introduzidos podem impedir a convergência do algoritmo em sistemas com poucos parâmetros a serem estimados.

**Keywords:** Identification, Frequency Response, Differential Evolution, Chaotic Search Model, Diversity.

**Palavras-chaves:** Identificação, Resposta em Frequência, Evolução Diferencial, Modelo Caótico de Busca, Diversidade.

## 1. INTRODUÇÃO

A modelagem de sistemas de engenharia pode ser realizada baseando-se em leis de conservação, em relações empíricas/constitutivas ou uma mescla entre essas (métodos híbridos). A escolha do método a ser empregado depende do conhecimento *a priori* que se tem do processo (Corrêa e Aguirre, 2004). Em sistemas mais simples, a determinação de estrutura e parâmetros do modelo pode ser realizada a partir de leis e princípios físicos. Essa metodologia é conhecida como modelagem caixa-transparente (Faleiros e Yoneyama, 2002). Como vantagem, os parâmetros e as variáveis relacionadas ao modelo apresentam significado físico. Contudo, a modelagem caixa-transparente tipicamente é inviável em sistemas complexos. Alternativamente, pode-

se definir um modelo a partir de dados experimentais de entrada e saída. Essa técnica é conhecida como caixa-opaca. Comumente os dados são utilizados em um problema de otimização para determinação de estrutura e parâmetros (Corrêa e Aguirre, 2004). Diferentes aplicações envolvendo a modelagem do tipo caixa-opaca podem ser encontradas. Por exemplo, a modelagem de quadricóptero (Stanculeanu e Borangiu, 2011), motor de relutância comutado (Wahid et al., 2019), e de uma válvula hidráulica de controle direcional (Tørdal et al., 2015). Todavia, é possível que as variáveis do modelo não apresentem significado físico ou que o modelo seja composto por um número excessivo de parâmetros (Pearson e Pottmann, 2000).

Os métodos do tipo caixa-transparente e do tipo caixa-opaca podem ser vistos como dois extremos de técnicas de modelagem. Qualquer técnica que não se enquadre nesses extremos é denominada de caixa-translúcida. Nesse caso, utilizam-se dados experimentais de entrada e saída, e o conhecimento *a priori* do processo para caracterizar o sistema (Corrêa e Aguirre, 2004).

Em uma modelagem do tipo caixa-translúcida, os parâmetros do modelo também podem ser computados por meio da formulação e resolução de problema de otimização. Uma dificuldade consiste no fato de que na presença de atraso incerto, tal problema é não-convexo (Bjorklund e Ljung (2003); Orlov et al. (2003)). Como consequência, a solução do problema pode ser um modelo associado a um mínimo local (Bjorklund e Ljung, 2003). Para resolver esse problema, tem sido empregado na literatura algoritmos evolutivos. Por exemplo, em Allawi et al. (2019) e Serrano-Pérez et al. (2020) utiliza-se meta-heurística, em Yang e Seested (2013), e Shin et al. (2007), a resolução dos problemas de otimização é obtida por meio de algoritmo genético (GA - *Genetic Algorithm*). Dessa forma, foi possível identificar os parâmetros de uma função de transferência com estrutura previamente definida utilizando dados das respostas de tempo contínuo e em frequência. Como desvantagem, o emprego da GA não garante a obtenção do mínimo global, além de requerer um grande número de avaliações da função objetivo (Raimann, 2007).

Nesse contexto, o presente trabalho tem por objetivo empregar o algoritmo de Evolução Diferencial (ED), para identificação dos parâmetros de sistemas com atraso incerto. Uma desvantagem do uso da ED canônica é a possibilidade de ocorrência de estagnação da população em torno de um ótimo local, bem como a convergência prematura. Em ambos os casos, o algoritmo perde a capacidade de encontrar a melhor solução para o problema (Lampinen e Zelinka, 2000). Para amenizar o problema propõe-se uma variante denominada de algoritmo de Evolução Diferencial associado a Modelos Caóticos de Busca e Diversidade (ED-MCBD). A nova abordagem evolutiva consiste na associação entre técnicas empregadas para prevenir a convergência prematura usando Modelos Caóticos de Busca e um operador para aumentar a diversidade da população ao longo das gerações.

O restante do trabalho é organizado como segue. Nas Seções 2 e 3 são descritos o método de identificação e o algoritmo de evolução diferencial canônico, respectivamente. A Seção 4 apresenta os operadores introduzidos no algoritmo de evolução diferencial proposto neste trabalho. Enquanto na Seção 5 encontram-se os resultados teóricos e experimentais, bem como as discussões. Finalmente, as conclusões e sugestões para trabalhos futuros são apresentadas na última seção.

## 2. MÉTODO DE IDENTIFICAÇÃO

Considere que a resposta em frequência da planta é conhecida em determinadas frequências e que seja definida uma estrutura para o modelo na forma de uma função de transferência  $G_m(j\omega)$ . É possível calcular os parâmetros de  $G_m(j\omega)$  minimizando-se a seguinte função de custo (ou função objetivo):

$$J(\omega) = \sum_{\omega=\omega_l}^{\omega_u} W_m(\omega) \left\| |G(\omega)| - |G_m(\omega)| \right\|_2 + W_f(\omega) \left\| \angle G(\omega) - \angle G_m(\omega) \right\|_2 \quad (1)$$

sendo  $\omega$  as frequências analisadas na faixa  $[\omega_l, \omega_u]$ , em que os subíndices  $l$  e  $u$  indicam as frequências inferior (*lower*) e superior (*upper*), respectivamente. Mais ainda,  $|G(\omega)|$  e  $\angle G(\omega)$  são os dados da resposta em frequência de magnitude e fase, e  $W_m(\omega)$  e  $W_f(\omega)$  são sequências de ajuste.

Como já mencionado, a estrutura da função de transferência  $G_m(\omega)$  em (1) é previamente definida. Por exemplo,

$$G_m(s) = \frac{K}{s+a} e^{-st_d} \quad (2)$$

representa um sistema de primeira ordem com atraso. Nesse cenário,  $\theta = [K \ a \ t_d]^T$  é um vetor de otimização que é calculado resolvendo-se

$$\min_{\theta} J(\omega) \quad (3)$$

sujeito a

$$\theta \in \Theta, \Theta \subset \mathbb{R}^{N_p} \quad (4)$$

sendo que  $\theta$  e  $\Theta$  representam o vetor de variáveis de projeto no algoritmo de otimização composto por  $N_p$  parâmetros e o conjunto admissível para tais parâmetros, respectivamente.

O problema de otimização (2)-(3) será resolvido utilizando algoritmo de ED. Esse método de otimização é descrito a seguir.

## 3. ALGORITMO DE EVOLUÇÃO DIFERENCIAL

O algoritmo de ED é uma abordagem evolutiva proposta por Storn e Price (1997) para resolução de problemas de otimização. Essa metodologia possui uma concepção puramente matemática, isto é, é fundamentada em operações vetoriais (soma e subtração) para a geração de candidatos em potencial no problema de otimização (Lobato, 2008).

No algoritmo de ED clássico, o procedimento de otimização é realizado por meio das seguintes etapas (Storn e Price, 1997):

1. Definição dos parâmetros do algoritmo de ED (tamanho da população -  $T_p$ , probabilidade de cruzamento -  $CR$ , taxa de perturbação -  $F$ , tipo de estratégia considerada para a geração de candidatos e critério de parada (geralmente o número máximo de gerações -  $N_{GEN}$ )) e características do estudo de caso em análise (função objetivo, variáveis de projeto, espaço de busca e parâmetros de entrada do modelo em análise);
2. Geração de uma população inicial (de forma aleatória) com soluções factíveis (delimitadas pelo espaço de projeto definido) para o problema em questão e cálculo do  $J(\omega)$  associados a cada um dos indivíduos;
3. Geração de candidatos em potencial. Cada indivíduo da população ( $\theta_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, T_p$ ) será um vetor alvo  $\theta_i^*$  passível de substituição. Para isso, selecionam-se

- (aleatoriamente) três indivíduos  $\{\theta_p, \theta_q \text{ e } \theta_r\} \neq \theta_i^*$ . O primeiro vetor ( $\theta_p$ ) é denominado como genitor principal, os outros dois são os genitores secundários ( $\theta_q \text{ e } \theta_r$ );
4. Os genitores secundários são subtraídos ( $\theta_s = \theta_q - \theta_r$ ). O resultado dessa subtração é ponderada pela taxa de perturbação  $F > 0$ , ou seja,  $\theta_f = F \cdot \theta_s$ . Então, calcula-se o vetor doador fazendo-se  $\theta_D = \theta_p + \theta_f$ . O procedimento anterior representa o operador de mutação no algoritmo de ED. A Figura 1 ilustra essa etapa;
  5. Na sequência, constrói-se um indivíduo teste  $\theta_T$  a partir de  $\theta_i^*$  e  $\theta_D$ . Mais especificamente, cada componente de  $\theta_T$  é tomada de  $\theta_i^*$  ou de  $\theta_D$  de acordo com uma probabilidade  $p$ . Caso  $p < CR$ , tal componente é proveniente de  $\theta_D$ . Senão, toma-se o valor de  $\theta_i^*$ . Essa etapa é denominada cruzamento. É importante destacar que, idealmente, não se deve constituir  $\theta_T$  com apenas elementos de  $\theta_D$  ou de  $\theta_i^*$  (esse último plausível caso  $CR$  baixo). O ajuste  $CR$  deve favorecer os elementos de  $\theta_D$  para gerar uma diferenciação da população e buscar o mínimo global, caso  $\theta_T$  tenha apenas elementos provenientes de  $\theta_D$ , um elemento deve ser substituído por um de  $\theta_i^*$ .
  6. Se o custo  $J$  associado a  $\theta_T$  for menor que o custo relativo a  $\theta_i^*$ , faz-se a substituição. Caso contrário, o vetor alvo se mantém na população. Essa etapa é chamada de seleção;
  7. Este procedimento é repetido até que algum dos critérios de parada seja atendido.

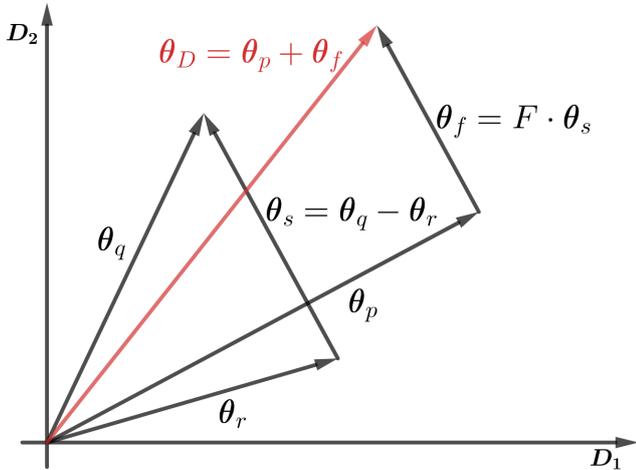


Figura 1. Procedimento para o cálculo de um novo vetor candidato a solução no algoritmo de ED.

Como algumas das vantagens desta abordagem pode-se citar (da Silva Oliveira, 2006): *i*) boas propriedades de convergência; *ii*) possibilidade de tratar funções de custo não lineares e/ou não diferenciáveis e multimodais; e *iii*) poucos parâmetros de ajuste. Por outro lado, esta técnica é passível de estagnação e convergência prematura, conforme destacado por Zaharie (2002). Para aumentar a capacidade do algoritmo de ED em evitar esses problemas, este trabalho propõe a inserção de dois operadores de forma a moldar o algoritmo ED-MCBD. Estes buscam aumentar a capacidade de exploração do espaço de busca do algoritmo de ED clássico (Lobato et al., 2007). A próxima seção apresenta a descrição destes operadores.

#### 4. OPERADORES PARA AUMENTAR A DIVERSIDADE DA POPULAÇÃO

Os parâmetros de ajuste do algoritmo de ED clássico ( $F$  e  $CR$ ) são tipicamente constantes. Então, o usuário dessa técnica tem que, para cada estudo de caso, realizar a análise de sensibilidade de tais parâmetros, mesmo existindo uma faixa recomendada pela literatura (Storn e Price, 1997). No presente estudo,  $F$  e  $CR$  são atualizados considerando Modelos Caóticos de Busca (Lobato et al., 2007). A atualização dos parâmetros  $F$  e  $CR$  ao longo da otimização permite a prevenção da convergência prematura e introduz diversidade na população. Essa técnica foi implementada com sucesso na solução de problemas de engenharia (Coelho e Mariani, 2006).

Para fins de aplicação, considere que os parâmetros  $F$  e  $CR$  sejam atualizados a partir dos seguintes modelos:

$$F_n = \mu \cdot F_{n-1}(1 - F_{n-1}) \quad (5)$$

$$CR_n = \mu \cdot CR_{n-1}(1 - CR_{n-1}) \quad (6)$$

para  $3,57 \leq \mu \leq 4$ ,  $0 < F < 1$  e  $0 < CR < 1$ .

sendo que os subíndices  $n$  e  $n-1$  indicam valores anteriores e atuais de  $F$  e  $CR$ . Neste caso, pode-se adotar como valores iniciais para estes parâmetros dentro da faixa recomendada pela literatura, isto é,  $F$  e  $CR$  dentro do intervalo  $[0,1)$  (Storn e Price, 1997). É importante ressaltar que a faixa para o valor  $\mu$  garante que a evolução seja caótica (Ott, 2002).

Como a população inicial é gerada aleatoriamente, não há garantia de diversidade. Desse modo, pode ocorrer convergência prematura. Para aumentar as chances do algoritmo de ED escapar de um ótimo local, quando a diferença entre os valores da função objetivo do melhor e do pior indivíduo da população, denotados respectivamente por  $J^*(\omega)$  e  $J^p(\omega)$ , for menor que uma tolerância  $\alpha$ , a população é gerada novamente. Nesse processo, o menor custo encontrado  $J^*(\omega)$  e o indivíduo associado são mantidos.

Vale comentar que a reinicialização é suspensa quando  $J^*(\omega) < 1$ . Verificou-se que a reinicialização pode prejudicar a convergência nas proximidades do mínimo global, que no caso de (1) é zero.

Neste trabalho adota-se como critério de parada principal o número máximo de iterações (gerações)  $N_{GEN}$ . Alternativamente, é definido uma tolerância  $\epsilon$  para o menor valor da função objetivo. Caso  $J^*(\omega) < \epsilon$ , o algoritmo é interrompido antes mesmo de atingir  $N_{GEN}$ .

A ED-MCBD foi implementada utilizando a linguagem *nim* (<https://nim-lang.org>) e está disponível no repositório: <https://gitlab.com/mtfrsantos/projeto-de-fim-de-curso-evolucao-diferencial>. O algoritmo é descrito no fluxograma mostrado na Figura 2.

#### 5. RESULTADOS E DISCUSSÕES

O algoritmo proposto (ED-MCBD) foi comparado ao algoritmo ED clássico em quatro estudos de caso com dife-

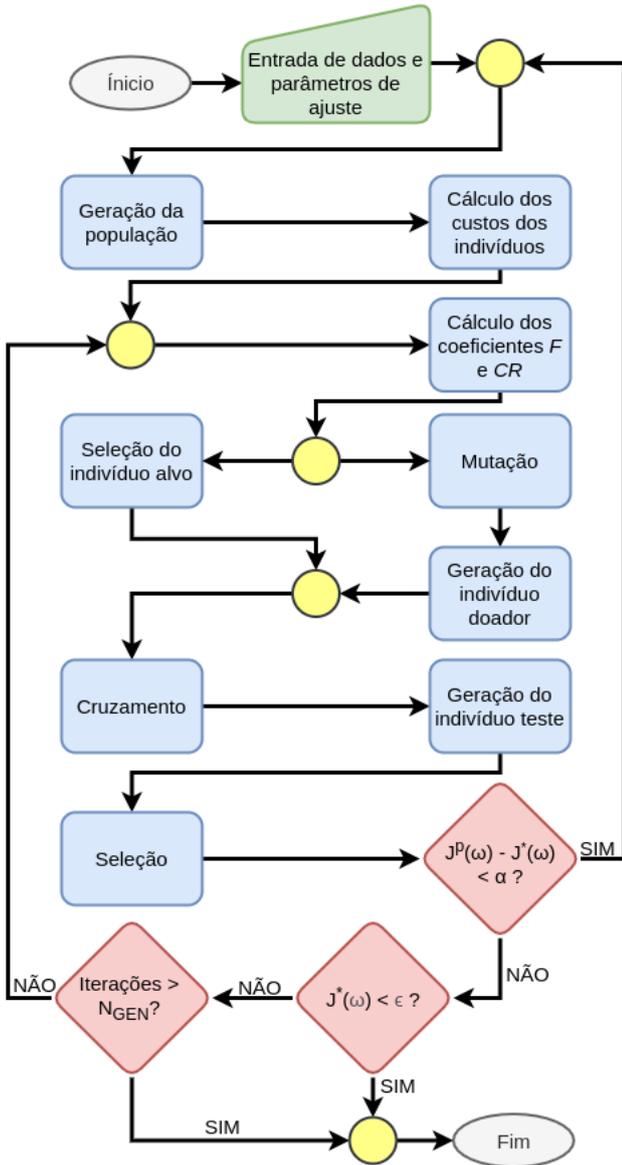


Figura 2. Fluxograma do algoritmo ED-MCBD.

rentes níveis de complexidade. Os dois algoritmos foram executados 50 vezes para estabelecer uma base de comparação. O primeiro problema exemplo consiste na identificação de parâmetros de um sistema de fase não mínima com atraso desconhecido, o segundo exemplo é também um sistema de fase não mínima e atraso desconhecido com um adicional de complexidade de um par de polos complexos conjugados. O terceiro problema consiste na identificação de parâmetros de um sistema real, enquanto o quarto problema foi a redução de ordem de um sistema de sétima ordem. Em todos os cenários adotaram-se os mesmos critérios de parada, e os seguintes parâmetros de ajuste  $F = 0,6$ ,  $CR = 0,9$  e  $\mu = 3,57$  (para o ED-MCBD:  $F(1) = 0,6$  e  $CR(1) = 0,9$ ). Para fins de ilustração, a Figura 3 apresenta a evolução desses parâmetros ao longo de 30 gerações. Nessa figura é possível observar a flutuação destes parâmetros, o que pode, na teoria, introduzir maior diversidade a população e, conseqüentemente, aumentar a chance da metodologia proposta em obter a melhor solução em problemas de otimização.

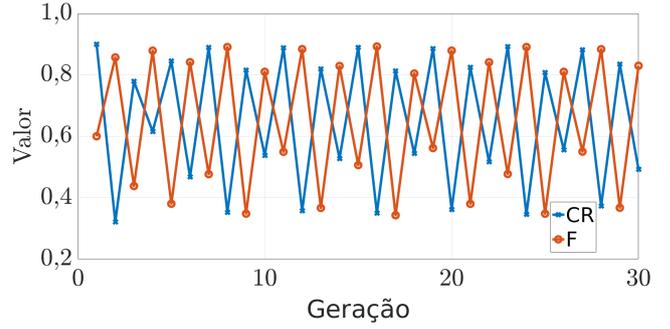


Figura 3. Evolução dos parâmetros  $F$  e  $CR$  por geração para valores iniciais  $F(1) = 0,6$ ,  $CR(1) = 0,9$  com  $\mu = 3,57$ .

- Exemplo 1 - Sistema de fase não mínima com polos reais  
Considere o sistema teórico abaixo:

$$G(s) = \frac{10,5(s-7)}{s(s+3)}e^{-2s} \quad (7)$$

A identificação paramétrica foi realizada considerando a seguinte estrutura:

$$G_m(s) = K \frac{s+z_1}{(s+p_1)(s+p_2)}e^{-st_d} \quad (8)$$

Logo o vetor de otimização é  $\theta = [K \ z_1 \ p_1 \ p_2 \ t_d]^T$ .

Os parâmetros de ajuste dos algoritmos (ED-MCBD e ED) encontram-se na Tabela 1. A Tabela 2 apresenta as variáveis de projeto obtidas com a aplicação da metodologia proposta e do algoritmo de ED canônico. Nessa Tabela, é possível observar que a metodologia proposta convergiu para uma mesma solução, visto os valores médios ( $\bar{x}$ ) e dos desvios-padrões ( $\sigma$ ) das variáveis de projeto, em relação ao algoritmo canônico. Em todas as simulações observou-se uma taxa de convergência de 100% para o algoritmo ED-MCBD e 88% para o algoritmo de ED. Na prática, isso significa que a metodologia proposta foi capaz de encontrar uma mesma solução, o que não foi observado para o algoritmo canônico.

A Tabela 3 apresenta informações sobre os desempenhos dos algoritmos no que tange o número de gerações final (N. gerações), o número de avaliações da função de custo (N. av.  $J(\omega)$ ), o número de reinícios (N. reinícios), geração de convergência (Ger. conv.) e o valor do custo ótimo determinado ( $J^*(\omega)$ ). Observa-se que, a metodologia proposta convergiu para uma solução similar em todos os testes. Mais ainda, o valor ótimo da função objetivo, o número médio de avaliações da função objetivo, o número médio de gerações final foram significativamente menores. Por outro lado, a geração de convergência média, foi superior à requerida pelo algoritmo ED. Isso se deve ao aumento de diversidade introduzido, bem como ao número de reinicializações.

- Exemplo 2 - Sistema de fase não mínima com polos complexos conjugados

Seja o sistema abaixo:

Tabela 1. Parâmetros considerados pelos algoritmos ED-MCBD e ED para o Exemplo 1.

Parâmetro	ED-MCBD	ED
$T_p$	50	50
$N_p$	5	5
$N_{GEN}$	$10^4$	$10^4$
$\epsilon$	$10^{-5}$	$10^{-5}$
$\alpha$	$10^{-3}$	-
$W_m(\omega)$	1	1
$W_f(\omega)$	1	1
$p_1$ e $p_2$	[0 100]	[0 100]
$\omega_n$	[0 100]	[0 100]
$\xi$	[0 1]	[0 1]
$z_1$	[-100 100]	[-100 100]
$K$	[-1000 1000]	[-1000 1000]
$t_d$	[0 50]	[0 50]

Tabela 2. Parâmetros identificados para o Exemplo 1.

Parâmetro	$\bar{x}_{ED-MCBD}$	$\bar{x}_{ED}$	$\sigma_{ED-MCBD}$	$\sigma_{ED}$
$p_1$	0	0,53	0	2,17
$p_2$	3	8,04	$3,27 \cdot 10^{-8}$	19,69
$z_1$	-7	-4,32	$2,27 \cdot 10^{-7}$	14,99
$K$	10,5	58,21	$4,38 \cdot 10^{-7}$	180,73
$t_d$	2	2	$2,18 \cdot 10^{-9}$	0,03

Tabela 3. Informações sobre o desempenho dos algoritmos na identificação do Exemplo 1.

Parâmetro	$\bar{x}_{ED-MCBD}$	$\bar{x}_{ED}$	$\sigma_{ED-MCBD}$	$\sigma_{ED}$
N. gerações	1329,7	1839,98	186,57	3015,54
N. av. $J(\omega)$	66487	91999	9339,99	$1,51 \cdot 10^5$
N. reinícios	0,06	-	0,31	-
Ger. conv.	1103,72	592,11	184,18	125,55
$J^*(\omega)$	$7,58 \cdot 10^{-6}$	214,97	$1,87 \cdot 10^{-6}$	846,73

$$G(s) = \frac{1512(s-7)}{(s+3)(s^2+8,16s+144)} e^{-2s} \quad (9)$$

A identificação paramétrica foi realizada considerando a seguinte estrutura:

$$G_m(s) = K \frac{s+z_1}{(s+p_1)(s+p_2)(s^2+2\omega_n\xi s+\omega_n^2)} e^{-st_d} \quad (10)$$

Nesse cenário, tem-se que  $\theta = [K \ z_1 \ p_1 \ p_2 \ \omega_n \ \xi \ t_d]^T$ .

Os parâmetros de ajuste dos algoritmos (ED-MCBD e ED) encontram-se na Tabela 4.

O resultado da otimização com ambos os métodos (ED e ED-MCBD) pode ser verificado nas Tabelas 5 e 6.

Na Tabela 5 é possível verificar que apenas com o ED-MCBD obtiveram-se solução similares para o problema de otimização. Nos testes realizados, a taxa de convergência da ED-MCBD foi de 100% contra 40% da ED. Isso reforça que a ED convencional pode apresentar problemas de convergência na presença de um número elevado de parâmetros de busca.

Na Tabela 6 nota-se que, mesmo fazendo o uso de reinicialização, o número médio de gerações final e o número de avaliações da função objetivo foram menores. Devido às dificuldades de convergência do algoritmo de ED, o valor médio de  $J^*(\omega)$  foi superior ao encontrado pelo algoritmo

Tabela 4. Parâmetros de ajuste para o Exemplo 2.

Parâmetro	ED-MCBD	ED
$T_p$	50	50
$N_p$	7	7
$N_{GEN}$	15000	15000
$\epsilon$	$10^{-5}$	$10^{-5}$
$\alpha$	$10^{-3}$	-
$W_m(\omega)$	1	1
$W_f(\omega)$	1	1
$p_1$ e $p_2$	[0 100]	[0 100]
$\omega_n$	[0 100]	[0 100]
$\xi$	[0 1]	[0 1]
$z_1$	[-100 100]	[-100 100]
$K$	[-2000 2000]	[-2000 2000]
$t_d$	[0 50]	[0 50]

Tabela 5. Parâmetros identificados para o Exemplo 2.

Parâmetro	$\bar{x}_{ED-MCBD}$	$\bar{x}_{ED}$	$\sigma_{ED-MCBD}$	$\sigma_{ED}$
$p_1$	$1,14 \cdot 10^{-11}$	0	$7,85 \cdot 10^{-11}$	0
$p_2$	3	59,26	$1,2 \cdot 10^{-4}$	47,88
$\omega_n$	12	7,74	$5,53 \cdot 10^{-3}$	3,65
$\xi$	0,34	0,72	$6,11 \cdot 10^{-4}$	0,33
$z_1$	-7	-24,59	$3,71 \cdot 10^{-3}$	14,86
$K$	1512,1	1446,43	0,65	65,29
$t_d$	2	2,03	$2,08 \cdot 10^{-4}$	0,02

Tabela 6. Informações sobre o desempenho dos algoritmos na identificação do Exemplo 2.

Parâmetro	$\bar{x}_{ED-MCBD}$	$\bar{x}_{ED}$	$\sigma_{ED-MCBD}$	$\sigma_{ED}$
N. gerações	8542,98	10119,16	1888,31	5982,02
N. av. $J(\omega)$	427229	505958	94539,61	299101
N. reinícios	1,6	-	3,92	-
Ger. conv.	7944,26	2513,65	1896,75	357,38
$J^*(\omega)$	$5,9 \cdot 10^{-3}$	53,79	0,04	45,20

proposto no presente trabalho. Em contrapartida, a convergência da ED, quando ocorre, se dá em um número menor de gerações.

• Exemplo 3 - Identificação de sistema a partir de dados experimentais

O algoritmo proposto foi implementado na identificação de uma função de transferência para a dinâmica de atitude de um helicóptero com três graus de liberdade. Os dados da resposta em frequência foram retirados de Caregnato (2018) e encontram-se descritos na Tabela 7. Cabe salientar que tal dinâmica é instável em malha aberta. Os dados da resposta apresentados são de malha fechada.

Também vale comentar que em Caregnato (2018), a identificação dos parâmetros foi utilizado o método dos mínimos quadrados (MMQ).

A identificação foi realizada adotando-se a estrutura sugerida em Caregnato (2018):

$$G_m(s) = \frac{K}{(s+p_1)(s^2+2\omega_n\xi s+\omega_n^2)} \quad (11)$$

O vetor a ser determinado pela otimização é composto por  $\theta = [K \ p_1 \ \omega_n \ \xi]^T$ .

Tabela 7. Dados experimentais de resposta em frequência retirados de Caregnato (2018).

$\omega$ (rad/s)	$ G(j\omega) $	$\angle G(j\omega)^\circ$
0,126	0,9450	-5,758
0,251	0,9223	-11,66
0,377	0,8613	-12,74
0,503	0,9492	-13,25
0,628	0,8512	-15,48
0,943	0,8770	-21,60
1,257	0,8525	-25,20
2,513	0,7647	-44,64
5,027	0,7295	-84,67
6,283	0,8771	-101,88
7,540	0,8262	-144,29
10,05	0,4043	-194,69

Os parâmetros de ajuste dos algoritmos (ED-MCBD e ED) encontram-se na Tabela 8. O resultado da otimização com ambos os métodos pode ser verificado nas Tabelas 9 e 10. Na Tabela 9 é possível observar que os resultados dos dois algoritmos são praticamente os mesmos, inclusive as taxas de convergência que foram de 100%. Na Tabela 10 observa-se que a geração média de convergência foi ligeiramente menor no algoritmo de ED-MCBD.

Tabela 8. Parâmetros de ajuste para o Exemplo 3.

Parâmetro	ED-MCBD	ED
$T_p$	100	100
$N_p$	4	4
$N_{GEN}$	5000	5000
$\epsilon$	$10^{-5}$	$10^{-5}$
$\alpha$	$10^{-3}$	-
$W_m(\omega)$	1	1
$W_f(\omega)$	0	0
$p_1$	[0 100]	[0 100]
$\omega_n$	[0 100]	[0 100]
$\xi$	[0 1]	[0 1]
$z$	[-100 100]	[-100 100]
$K$	[-1000 1000]	[-1000 1000]
$t_d$	[0 50]	[0 50]

Tabela 9. Parâmetros identificados para o Exemplo 3.

Parâmetro	$\bar{x}_{ED-MCBD}$	$\bar{x}_{ED}$	$\sigma_{ED-MCBD}$	$\sigma_{ED}$
$p_1$	3,41	3,41	$2,22 \cdot 10^{-15}$	$2,22 \cdot 10^{-15}$
$\omega_n$	8,32	8,32	$5,33 \cdot 10^{-15}$	$5,33 \cdot 10^{-15}$
$\xi$	0,23	0,23	$8,1 \cdot 10^{-17}$	$1,13 \cdot 10^{-16}$
$K$	212,2	212,2	$2,84 \cdot 10^{-14}$	$2,84 \cdot 10^{-14}$

Tabela 10. Informações sobre o desempenho dos algoritmos na identificação do Exemplo 3.

Parâmetro	$\bar{x}_{ED-MCBD}$	$\bar{x}_{ED}$	$\sigma_{ED-MCBD}$	$\sigma_{ED}$
N. gerações	5000	5000	0	0
N. av. $J(\omega)$	500000	500000	0	0
N. reinícios	0	-	0	-
Ger. conv.	14,52	17,02	7,05	6,4
$J^*(\omega)$	0,328	0,328	$1,11 \cdot 10^{-16}$	$1,11 \cdot 10^{-16}$

A Tabela 11 compara a soma dos erros absolutos de magnitude a partir do modelo identificado utilizando o MMQ e os algoritmos de ED. Nota-se que o emprego da ED permitiu determinar uma função de transferência com uma representatividade ligeiramente maior do que a obtida em Caregnato (2018).

Tabela 11. Erro absoluto dos algoritmos na identificação do Exemplo 3.

Algoritmo	Erro absoluto de magnitude
ED-MCBD	0,328
ED	0,328
MMQ	0,386

• Exemplo 4 - Redução de ordem

Seja o seguinte sistema de sétima ordem com fase não mínima (Skogestad, 2003):

$$G(s) = \frac{(-0,3s + 1)(0,08s + 1)}{(2s + 1)(s + 1)(0,4s + 1)(0,2s + 1)(0,05s + 1)^3} \quad (12)$$

Como em Yang e Seested (2013), para redução de ordem adota-se uma estrutura com dois polos reais e um atraso incerto, isto é,

$$G_m(s) = \frac{K}{(s + p_1)(s + p_2)} e^{-st_d} \quad (13)$$

Os parâmetros de ajuste dos algoritmos (ED-MCBD e ED) encontram-se na Tabela 12.

Tabela 12. Parâmetros de ajuste para o Exemplo 4.

Parâmetro	ED-MCBD	ED
$T_p$	50	50
$N_p$	4	4
$N_{GEN}$	$10^4$	$10^4$
$\epsilon$	$10^{-5}$	$10^{-5}$
$\alpha$	$10^{-3}$	-
$W_m(\omega)$	100	100
$W_f(\omega)$	1	1
$p_1$ e $p_2$	[0 100]	[0 100]
$\omega_n$	[0 100]	[0 100]
$\xi$	[0 1]	[0 1]
$z$	[-100 100]	[-100 100]
$K$	[-1000 1000]	[-1000 1000]
$t_d$	[0 50]	[0 50]

O resultado da otimização com ambos os métodos (ED e ED-MCBD) pode ser verificado nas Tabelas 13 e 14. A Tabela 13 mostra que o algoritmo de ED foi capaz de convergir para a mesma solução, enquanto com o ED-MCBD, diferentes soluções foram obtidas. Verificou-se uma taxa de convergência de 100% para o algoritmo canônico, contra 86% para o algoritmo modificado. Os resultados observados mostram que o algoritmo de ED-MCBD pode apresentar dificuldades de convergência na presença de um número reduzido de parâmetros de busca. É possível que isso esteja associado à elevada diversidade dos parâmetros e a um número excessivo de reinícios, como pode ser observado na Tabela 14. Além disso, a reinicialização resultou em um elevado de avaliações da função objetivo e geração de convergência média.

A Tabela 15 compara a soma dos erros absolutos de magnitude e de fase a partir do modelo identificado em Yang e Seested (2013), denominado GA Pulse-2, e dos algoritmos de ED utilizados neste trabalho. Pode-se verificar que foi possível realizar a redução de ordem com uma representatividade significativamente melhor com o uso do algoritmo ED clássico.

Tabela 13. Parâmetros identificados para o Exemplo 4.

Parâmetro	$\bar{x}_{ED-MCBD}$	$\bar{x}_{ED}$	$\sigma_{ED-MCBD}$	$\sigma_{ED}$
$p_1$	0,49	0,51	0,03	$9,06 \cdot 10^{-14}$
$p_2$	7,88	0,91	17,75	$3,59 \cdot 10^{-13}$
$K$	3,37	0,46	7,42	$1 \cdot 10^{-13}$
$t_d$	1,01	0,9	0,27	$1,44 \cdot 10^{-13}$

Tabela 14. Informações sobre o desempenho dos algoritmos na identificação do Exemplo 4.

Parâmetro	$\bar{x}_{ED-MCBD}$	$\bar{x}_{ED}$	$\sigma_{ED-MCBD}$	$\sigma_{ED}$
N. gerações	10000	10000	0	0
N. av. $J(\omega)$	500263	500000	484,65	0
N. reinícios	5,26	-	9,69	-
Ger. conv.	1993,28	778,18	1447,51	116,5
$J^*(\omega)$	1,48	0,08	3,47	$2,63 \cdot 10^{-13}$

Tabela 15. Erro absoluto dos algoritmos na identificação do Exemplo 4.

Algoritmo	Erro absoluto de magnitude e fase
ED-MCBD	123,09
ED	0,05
GA Pulse-2	1,18

## 6. CONCLUSÕES

Neste trabalho um algoritmo de de Evolução Diferencial associado a Modelos Caóticos de Busca e Diversidade (ED-MCBD) foi empregado para identificação de parâmetros em um método caixa-translúcida. As modificações foram realizadas para que uma maior diversidade fosse gerada aumentando as chances de determinação do mínimo global. Mais especificamente, introdução de parâmetros caóticos (Lobato et al., 2007) e reinicialização do procedimento de minimização quando a diversidade for perdida. Dessa forma, o espaço de busca é melhor explorado possibilitando a obtenção de soluções melhores. O método caixa-translúcida proposto foi avaliado na identificação de parâmetros a partir da resposta em frequência.

Os resultados mostraram que em sistemas com menos parâmetros desconhecidos (Exemplo 3 e 4) o ED-MCBD, comparado ao ED, gerou resultados semelhantes (Exemplo 3) ou piores (Exemplo 4). Isso indica que uma diversidade elevada pode impedir a convergência em casos mais simples. Contudo, quando os algoritmos são aplicados na identificação de um maior número de parâmetros (Exemplos 1 e 2). Foi observado que o algoritmo ED-MCDB resultou em um valor de custo ótimo significativamente melhor do que o ED e um taxa de convergência de 100% em ambos os Exemplos.

Trabalhos futuros podem investigar procedimentos para atualizar dinamicamente o tamanho da população, isto é, reduzir o número de indivíduos quanto mais próximo o algoritmo estiver da convergência, consequentemente, diminuindo o custo computacional. Mais ainda, sugere-se empregar uma técnica de meta-heurística para resolver o problema de otimização (3)-(4) e comparar com os resultados aqui obtidos.

## REFERÊNCIAS

Allawi, Z., Ibraheem, I., e Humaidi, A. (2019). Fine-tuning meta-heuristic algorithm for global optimization.

*Processes*, 7(10), 657.

Bjorklund, S. e Ljung, L. (2003). A review of time-delay estimation techniques. *Proceedings of the IEEE Conference on Decision and Control*, 2502–2507.

Caregnato, A. (2018). *Multirate Control of 3DOF Helicopter*. Dissertação de mestrado, Instituto Tecnológico de Aeronáutica. Disponível em: <http://www.bdita.biblioteca.br>.

Coelho, L.S. e Mariani, V.C. (2006). Combining of chaotic differential evolution and quadratic programming for economic dispatch optimization with valve-point effect. *IEEE Transactions on Power Systems*, 21(2), 989–996.

Corrêa, M.V. e Aguirre, L.A. (2004). Identificação não-linear caixa-cinza: Um revisão e novos resultados. *Revista Controle e Automação*, 15(2), 109–126.

da Silva Oliveira, G.T. (2006). *Estudo e aplicações da evolução diferencial*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia.

Faleiros, A. e Yoneyama, T. (2002). *Teoria matemática de sistemas*. Arte Ciência.

Lampinen, J. e Zelinka, I. (2000). On stagnation of the differential evolution algorithm. *Proceedings of MENDEL 2000, 6th International Mendel Conference on Soft Computing*, 76–83.

Lobato, F.S. (2008). *Otimização multi-objetivo para o projeto de sistemas de engenharia*. Tese de doutorado, Universidade Federal de Uberlândia.

Lobato, F.S., Jr, V.S., e Oliveira-Lopes, L.C. (2007). Uma abordagem evolutiva baseada em modelos caóticos de busca associado ao algoritmo de evolução diferencial. *17º Simpósio do Programa de Pós-graduação em Engenharia Mecânica*, 1–9.

Orlov, Y., Belkoura, L., Richard, J., e Dambrine, M. (2003). Adaptive identification of linear time-delay systems. *International journal of robust and nonlinear control*, 13(9), 857–872. doi:10.1002/rnc.850.

Ott, E. (2002). *Chaos in Dynamical Systems*. Cambridge University Press, 2 edition.

Pearson, R.K. e Pottmann, M. (2000). Gray-box identification of block-oriented nonlinear models. *Journal of Process Control*, 10(4), 301–315. doi:10.1016/S0959-1524(99)00055-4.

Raimann, E. (2007). *Geração de Rotas Urbanas Virtuais usando Algoritmos Genéticos*. Dissertação de mestrado, Universidade Federal de Uberlândia.

Serrano-Pérez, O., Villarreal-Cervantes, M.G., González-Robles, J.C., e Rodríguez-Molina, A. (2020). Meta-heuristic algorithms for the control tuning of omnidirectional mobile robots. *Engineering Optimization*, 52(2), 325–342.

Shin, G.W., Song, Y.J., Lee, T.B., e Choi, H.K. (2007). Genetic algorithm for identification of time delay systems from step responses. *International Journal of Control, Automation, and Systems*, 5(1), 79–85.

Skogestad, S. (2003). Simple analytic rules for model reduction and PID controller tuning. *Journal of Process Control*, 13(4), 291 – 309. doi:10.1016/S0959-1524(02)00062-8.

Stanculeanu, I. e Borangiu, T. (2011). Quadrotor black-box system identification. *World Academy of Science, Engineering and Technology*, 5, 350–353.

Storn, R. e Price, K. (1997). Differential evolution: A simple and efficient adaptive scheme for global optimization

- over continuous spaces. *Journal of Global Optimization*, 11, 341–359. doi:10.1023/A:1008202821328.
- Tørdal, S.S., Klausen, A., e Bak, M.K. (2015). Experimental system identification and black box modeling of hydraulic directional control valve. *Modeling, Identification and Control*, 35(4), 225–235. doi:10.4173/mic.2015.4.3.
- Wahid, M.R., Joelianto, E., e Azis, N.A. (2019). System identification of switched reluctance motor (SRM) using black box method for electric vehicle speed control system. *2019 6th International Conference on Electric Vehicular Technology (ICEVT)*, 208–212.
- Yang, Z. e Seested, G.T. (2013). Time-delay system identification using genetic algorithm - part one: Precise FOPDT model estimation. *IFAC Proceedings Volumes*, 45(20), 561–567. doi:10.3182/20130902-3-CN-3020.00115.
- Zaharie, D. (2002). Critical values for the control parameters of differential evolution algorithms. *Proceedings of the 8th International Mendel Conference on Soft Computing*, 2, 62–67.