DOI: 10.48011/asba.v2i1.1431

Estratégia Heurística para a Reconfiguração de Sistemas de Distribuição

Vinícius Teles* · Leonardo H. Macedo* · Rubén Romero*

**Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Estadual Paulista "Júlio de Mesquita Filho"*
Av. Brasil, 56, Centro, 15385-000, Ilha Solteira, SP, Brasil
(e-mails: vinicius.teles@unesp.br; leohfmp@ieee.org; ruben.romero@unesp.br)

Abstract: This work presents a heuristic strategy to solve the problem of reconfiguration of feeders of the primary network of radial electricity distribution systems. The strategy is based on relatively recent knowledge that makes it possible to identify all the radial topologies that exist in a distribution system. However, as this number of radial topologies is very high, a strategy is developed to identify only a portion of them. In this work, the search space of the problem is reduced by fixing certain branches of the electrical system using a Prim's algorithm, which is inspired in the proposal of Merlin and Back. Thus, some branches are fixed until a reduced configuration is found, so that the number of radial topologies that can be formed is acceptable. After that, these topologies are identified and analyzed using a power flow algorithm for radial networks. Preliminary tests show promising results with the 33-node and 84-node systems.

Resumo: Neste trabalho é apresentada uma estratégia heurística para resolver o problema de reconfiguração de alimentadores da rede primária de sistemas de distribuição de energia elétrica radiais. A estratégia está inspirada em conhecimento relativamente recente que permite identificar todas as topologias radiais existentes em um sistema de distribuição. Entretanto, como esse número de topologias radiais é muito elevado, então, elabora-se uma estratégia para identificar apenas uma parcela delas. Neste trabalho, o espaço de busca do problema é reduzido fixando-se alguns ramos do sistema elétrico usando um algoritmo de Prim baseado na proposta de Merlin e Back. Assim, é fixado um número de ramos até encontrar-se uma configuração reduzida cujo número de topologias radiais possíveis de serem obtidos seja aceitável, de forma que todas essas topologias sejam identificadas e analisadas usando um algoritmo de fluxo de potência para redes radiais. Testes preliminares mostram resultados promissores utilizando os sistemas de 33 e 84 nós.

Keywords: Power flow for radial systems; heuristic method; reconfiguration of feeders; search space reduction.

Palavras-chaves: Fluxo de potência para sistemas radiais; heurística; reconfiguração de alimentadores; redução do espaço de busca.

1. INTRODUÇÃO

Apesar de possuírem estrutura malhada, o estado normal de operação de sistemas de distribuição é em configuração radial. Assim, em uma determinada configuração, o sistema tem um conjunto de ramos que estão energizados e estes formam a topologia radial, chamada de árvore geradora do ponto de vista da teoria dos grafos. Por outro lado, os ramos que não estão energizados são chamados de ramos de ligação. Desta forma, uma troca adequada de um ramo de ligação com um ramo da árvore geradora leva a outra topologia radial. Nesse contexto, dentre todas as topologias radias existentes no sistema elétrico, pretende-se encontrar a topologia radial ótima que minimiza as perdas elétricas. Os dados do problema estão representados pela topologia malhada da rede de distribuição primária, os parâmetros elétricos dos condutores, a demanda em cada nó do sistema, a tensão na subestação e os limites operacionais de tensão nos nós e corrente elétrica nos ramos. A solução a ser encontrada é a topologia ótima e o valor correspondente das perdas ativas. Essa solução ótima deve satisfazer às restrições naturais representadas pelas duas leis de Kirchhoff e os limites operacionais de tensão e de corrente, além de ser uma topologia radial. A Fig. 1 mostra um exemplo típico de um sistema de distribuição de 14 nós e 16 ramos muito usado na literatura especializada (Civanlar *et al.*, 1988). Essa figura é usada para mostrar detalhes específicos da estratégia heurística proposta.

Para resolver o problema da reconfiguração ótima de sistemas de distribuição foram usadas quase todas as técnicas de otimização conhecidas na literatura especializada. Assim, foram usadas heurísticas, meta-heurísticas e modelos exatos de otimização resolvidos usando *solvers* comerciais. Dentre as heurísticas podem ser mencionados os trabalhos apresentados em (Merlin e Back, 1975; Gomes *et al.*, 2006). Existem muitas

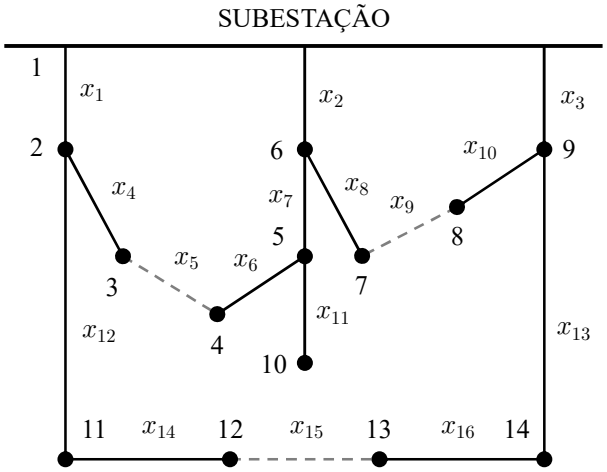


Fig. 1 Topologia inicial do sistema de 14 nós.

propostas interessantes relacionadas com a utilização de metaheurísticas aplicadas ao problema da reconfiguração. Entre essas propostas podem ser citados os trabalhos apresentados em (Delbem, Carvalho e Bretas, 2005; Mendoza *et al.*, 2006; Carreño, Romero e Padilha-Feltrin, 2008; Abdelaziz, 2017). Adicionalmente, na última década apareceram modelos matemáticos exatos de otimização resolvidos usando *solvers*, depois que o problema de representar as restrições relacionadas com a exigência de topologia radial através de relações algébricas relativamente simples foi resolvido (Jabr, Singh e Pal, 2012; Lavorato *et al.*, 2012; Ahmadi e Martí, 2015).

O problema de reconfiguração ótima de sistemas de distribuição também pode ser formulado usando os conceitos de teoria de grafos, em que se procura uma árvore geradora de um grafo que minimiza uma função objetivo. Neste trabalho é apresentada uma estratégia heurística para encontrar soluções ótimas ou quase ótimas do problema da reconfiguração. Para idealizar a estratégia heurística foram levados em conta três trabalhos muito importantes existentes na literatura especializada (Merlin e Back, 1975; Morton e Mareels, 2000; Harris, Hirst e Mossinghoff, 2008).

A proposta apresentada por Merlin e Back em (Merlin e Back, 1975) é uma das estratégias heurísticas mais interessantes disponíveis na literatura especializada. Merlin e Back afirmam que a melhor topologia para minimizar as perdas é a configuração malhada com todos os ramos fechados. Atualmente sabe-se que essa afirmação não é exatamente verdadeira, mas na prática, essa representa uma hipótese quase sempre verdadeira. Portanto, uma topologia radial ótima deve ter uma distribuição de fluxos de potência com os menores desvios em relação à topologia malhada. Nesse contexto, a proposta de Merlin e Back consiste em resolver, em cada passo do algoritmo, um problema de fluxo de potência para a topologia malhada corrente, para identificar os fluxos de potência em todos os ramos. Assim, deve-se retirar da topologia malhada corrente aquele ramo com o menor fluxo de potência que, se for desligado, garante que a topologia resultante continue conexa. O processo iterativo termina quando se encontra uma topologia radial. Deve-se observar que, em cada iteração, retira-se o ramo com o menor fluxo de potência para provocar o menor desvio dos fluxos de potência nos ramos restantes.

O algoritmo heurístico de Merlin e Back é muito rápido, mas geralmente encontra uma topologia radial de boa qualidade e raramente a topologia radial ótima. Assim, por exemplo, o algoritmo de Merlin e Back resolve o sistema de 14 nós e 16 ramos mostrado na Fig. 1 após calcular três fluxos de potência para redes malhadas (em cada passo retira-se um ramo) e um fluxo de potência para redes radiais para encontrar as perdas da topologia radial encontrada na última etapa. A proposta de Merlin e Back é classificada na literatura especializada como sendo uma heurística construtiva (ou destrutiva). Partindo-se da mesma premissa utilizada por Merlin e Back, neste trabalho propõe-se um algoritmo de Prim para encontrar uma árvore com os ramos que apresentam maior fluxo de potência na configuração totalmente malhada da rede (Macedo *et al.*, 2018). Assim é possível fixar alguns ramos e analisar as configurações radiais possíveis de serem obtidas com os ramos que estão livres.

Em (Morton e Mareels, 2000) foi apresentada uma estratégia heurística chamada de *força bruta* para o problema da reconfiguração. Uma estratégia de força bruta para o problema de reconfiguração consiste em encontrar todas as topologias radiais e verificar o valor de perdas para cada topologia radial para encontrar a solução ótima. O sistema da Fig. 1 tem 190 topologias radias. Portanto, a proposta apresentada em (Morton e Mareels, 2000) encontra cada uma dessas topologias radiais e resolve um fluxo de potência para cada uma delas, com o objetivo de encontrar a topologia radial ótima. Pode-se observar que essa proposta está no outro extremo do ponto de vista conceitual em relação à proposta de Merlin e Back. A proposta, teoricamente encontra a solução ótima, mas o esforço computacional é proibitivo para sistemas de médio e de grande porte. Para aliviar o esforço de processamento, os autores resolvem um fluxo de potência simplificado e desenvolvem uma estratégia eficiente para encontrar todas as topologias radiais a partir de qualquer topologia inicial (Morton e Mareels, 2000). Os autores conseguem identificar as 50751 topologias radias do sistema de 33 nós (Baran e Wu, 1989), também considerado neste trabalho. Entretanto, a forma de identificar as topologias radiais é um tanto complicada e difícil de generalizar, como os próprios autores reconhecem.

Em (Harris, Hirst e Mossinghoff, 2008), apresenta-se uma forma muito simples de se encontrar o número de árvores geradoras de um grafo. Além disso, apresenta-se uma extensão da abordagem que permite identificar todas essas árvores geradoras. Essa descoberta é muito importante porque a proposta é de simples compreensão e implementação, além de permitir verificar que o número de topologias radiais realmente cresce de forma exponencial com o tamanho do sistema, mas não de forma tão dramática como se pensava anteriormente, a partir de informações existentes sobre os limitantes superiores do número de topologias radiais informadas na literatura especializada para o problema de reconfiguração. A proposta apresentada em (Harris, Hirst e Mossinghoff, 2008) foi explicada no contexto do problema de reconfiguração em (Macedo *et al.*, 2018).

Para encontrar o número de topologias radiais de um sistema de distribuição, deve-se apenas encontrar o determinante de uma matriz. Assim, inicialmente, deve-se montar uma matriz

$L =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	3	–1				–1			–1					
2	–1	3	–1								–1			
3		–1	2	–1										
4			–1	2	–1									
5				–1	3	–1				–1				
6	–1				–1	3	–1							
7						–1	2	–1						
8							–1	2	–1					
9	–1							–1	3					–1
10					–1					1				
11		–1									2	–1		
12											–1	2	–1	
13												–1	2	–1
14									–1				–1	2

Fig. 2 Matriz Laplaciana do sistema de 14 nós.

$L =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	s_1	$-x_1$				$-x_2$			$-x_3$					
2	$-x_1$	s_2	$-x_4$								$-x_{12}$			
3		$-x_4$	s_3	$-x_5$										
4			$-x_5$	s_4	$-x_6$									
5				$-x_6$	s_5	$-x_7$				$-x_{11}$				
6	$-x_2$				$-x_7$	s_6	$-x_8$							
7						$-x_8$	s_7	$-x_9$						
8							$-x_9$	s_8	$-x_{10}$					
9	$-x_3$							$-x_{10}$	s_9					$-x_{13}$
10					$-x_{11}$					s_{10}				
11		$-x_{12}$									s_{11}	$-x_{14}$		
12											$-x_{14}$	s_{12}	$-x_{15}$	
13												$-x_{15}$	s_{13}	$-x_{16}$
14									$-x_{13}$				$-x_{16}$	s_{14}

Fig. 3 Matriz Laplaciana estendida do sistema de 14 nós.

quadrada denominada *matriz Laplaciana*, L, de dimensão $n^b \times n^b$, em que n^b é o número de nós do sistema de distribuição. Os elementos da matriz são calculados como mostrado em (1).

$$l_{i,j} = \begin{cases} \text{grau}(i) \text{ se } i = j \\ -1 \text{ se } i \neq j \text{ e existe um ramo entre } i \text{ e } j \\ 0 \text{ em caso contrário} \end{cases} \quad (1)$$

em que $\text{grau}(i)$ é o grau do nó (o número de ramos conectados ao nó). Em (Macedo *et al.*, 2018) é montada a matriz Laplaciana do sistema da Fig. 1, que é apresentada na Fig. 2. Assim, o número de topologias radiais é encontrado calculando-se qualquer cofator da matriz L. Assim, sem perda de generalidade, pode-se eliminar a primeira linha e a primeira coluna de L, e o determinante dessa matriz reduzida indica o número de topologias radiais do sistema de distribuição.

Essa proposta pode ser facilmente estendida para fornecer todas as topologias radiais da rede. Para isso, deve-se inicialmente atribuir uma variável para cada ramo, como apresentado na Fig. 1, i.e., x_1, x_2, $\cdots$, x_{16}. Assim, a matriz Laplaciana estendida pode ser montada preenchendo-se na diagonal o elemento $l_{i,i}$ como sendo a soma das variáveis correspondentes aos ramos conectados ao nó i, e os elementos fora da diagonal, $l_{i,j} = l_{j,i}$, como o negativo da variável correspondente ao ramo conectado entre os nós i e j. As topologias radiais podem então ser determinadas calculando-se qualquer cofator da matriz Laplaciana estendida. O resultado será um polinômio, em que cada monômio indica uma topologia radial da rede. A Fig. 3 ilustra a matriz Laplaciana estendida para o sistema apresentado na Fig. 1, em que s_i indica a soma das variáveis correspondentes aos ramos conectados ao nó i, e.g., $s_1 = x_1 + x_2 + x_3$, $s_2 = x_1 + x_4 + x_{12}$, $s_3 = x_4 + x_5$, etc.

A estratégia heurística apresentada neste trabalho é uma proposta intermediária em relação às propostas apresentadas em (Merlin e Back, 1975) e (Morton e Mareels, 2000). A ideia central consiste em resolver um número razoável e controlável de fluxos de potência. Assim, por exemplo, a proposta de Merlin e Back encontra uma solução de boa qualidade, não ótima, para o sistema de 33 nós de forma muito rápida, após resolver seis fluxos de potência. Por outro lado, a proposta de (Morton e Mareels, 2000) encontra a solução ótima após resolver 50751 fluxos de potência. Nesse contexto, a proposta heurística apresentada neste trabalho pode resolver, por exemplo, um número de problemas de fluxo de potência razoável, que pode variar entre 400 e 4000, por exemplo, mas aumentando a possibilidade de se encontrar a solução ótima. Em outras palavras, desenvolve-se uma estratégia de redução do espaço de busca de forma eficiente usando as premissas de Merlin e Back e outras propostas existentes na literatura especializada (Merlin e Back, 1975; Morton e Mareels, 2000; Harris, Hirst e Mossinghoff, 2008; Macedo *et al.*, 2018).

Finalmente, deve-se observar que o paradigma de operação em topologia radial é muito antigo e foi escolhido para facilitar a operação de sistemas de distribuição. Entretanto, parece óbvio que as perdas não foram consideradas na formação desse paradigma. Por outro lado, as redes são construídas de forma malhada para melhorar a confiabilidade da operação do sistema de distribuição.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE RECONFIGURAÇÃO

O problema de reconfiguração, como já foi mencionado anteriormente, consiste em encontrar a topologia radial ótima dentre todas as topologias radiais existentes no sistema. Deve-se observar que apenas na última década foram criadas formulações matemáticas completas para esse problema, após encontrar-se formas algébricas para representar a restrição de radialidade. Neste trabalho apresenta-se uma heurística que não usa o modelo matemático. Deve-se lembrar que muitas heurísticas e meta-heurísticas têm a capacidade de resolver problemas sem usar um modelo matemático completo, se esse modelo existir. Por esse motivo, em problemas onde não existem modelos matemáticos completos, as heurísticas e as meta-heurísticas são as principais estratégias de otimização. Dessa forma, propositalmente, não se apresenta o modelo matemático do problema da reconfiguração. Uma formulação genérica é apresentada a seguir:

minimizar perdas ativas

sujeito a:

Primeira e segunda leis de Kirchhoff.

Restrições operacionais de tensão e de corrente.

A topologia deve ser radial.

A única ferramenta matemática usada no trabalho é um algoritmo de fluxo de potência para redes radiais e fracamente malhadas. Assim, foi implementada a proposta apresentada em (Shirmohammadi *et al.*, 1988).

3. ESTRATÉGIA HEURÍSTICA

A estratégia heurística proposta neste trabalho está baseada nas seguintes premissas:

1. O número de topologias radiais de um sistema de distribuição depende fundamentalmente do número de ramos livres. Assim, por exemplo, se na rede da Fig. 1 consideram-se fixos e conectados todos os ramos, exceto x_5, x_9, x_{15} e x_{16}, então o número de topologias radiais reduz-se de 190 para 2;

2. Na heurística construtiva de Merlin e Back, em que se retira um ramo em cada passo, geralmente os primeiros ramos são retirados de forma ótima. Da mesma forma, no algoritmo de Prim em que se adiciona os ramos com os maiores fluxos, os primeiros ramos são incorporados de forma ótima. Essa é uma característica da maioria de algoritmos heurísticos construtivos, isto é, as primeiras decisões são geralmente ótimas, as decisões em passos intermediários eventualmente podem produzir decisões não ótimas, e, nos passos finais, a estratégia fundamental que guia a lógica construtiva perde eficiência e, portanto, com frequência se produz decisões não ótimas.

Levando-se em conta as observações anteriores, a proposta heurística consiste-se em implementar inicialmente a heurística de Prim e ordenar os ramos na ordem em que são incorporados à rede. Dessa forma, os primeiros k_1 ramos podem ser definitivamente incorporados. Em seguida, deve-se identificar todas as topologias radiais do sistema restante e resolver um fluxo de potência para cada topologia radial identificada. A melhor topologia radial é a proposta de solução da heurística. Em outras palavras, a proposta encontra a melhor topologia radial dentre todas as topologias radiais que têm os k_1 ramos escolhidos como conectados e fixos. O tamanho de k_1 pode ser escolhido de acordo com a faixa possível de problemas de fluxo de potência para redes radiais que se pretende resolver. Dessa forma, quando $k_1 = 0$ a proposta heurística se transforma na heurística de (Morton e Mareels, 2000) e quando $k_1 = n^b - 1$, então a proposta se transforma na heurística de Prim.

3.1 Algoritmo de Prim para Fixar os Ramos Fechados

O algoritmo de Prim é apresentado na Fig. 4. Inicialmente, deve-se considerar todos os ramos da rede conectados e resolver um fluxo de potência para redes fracamente malhadas (Shirmohammadi *et al.*, 1988). Como resultado do fluxo de potência, obtêm-se os valores dos fluxos de potência aparente em cada ramo da rede, que são usados como pesos no algoritmo de Prim. Todos os ramos, então, são considerados como desconectados.

Baseado na premissa de Merlin e Back, de que a rede que apresenta mínimas perdas deve perturbar o mínimo possível as distribuições dos fluxos de potência nos ramos de um sistema de distribuição em relação à configuração completamente malhada, em cada etapa do algoritmo de Prim, o ramo que apresenta o maior fluxo de potência é incorporado à rede. O algoritmo deve incorporar k_1 ramos, que serão considerados fixos na próxima etapa do algoritmo heurístico.

Algoritmo 1: Algoritmo de Prim.

Dados de entrada: Topologia da rede e resultados de um fluxo de potência para redes fracamente malhadas considerando todos os ramos conectados.

Passo inicial: Considere todos os nós inicialmente desmarcados e todos os ramos desconectados. Marque o nó da subestação.

Para $i = 1$ até $k_1 \leq n^b - 1$
1. Dentre todos os ramos com um nó terminal marcado e um nó terminal não marcado, escolha o que apresenta maior valor de fluxo de potência aparente.
2. Inclua esse ramo no conjunto de ramos que serão considerados fixos e conectados.
3. Marque o nó terminal não marcado do ramo escolhido.

Fig. 4 Algoritmo de Prim.

Algoritmo 2: Redução da matriz Laplaciana.

Dados de entrada: Ramos fixados e a matriz Laplaciana L do sistema original.

Para todos os ramos ij que devem ser fixados:
1. Determinar a linha i de L, $l_{i,*}$, e a coluna i de L, $l_{*,i}$, correspondentes ao nó que continuará no sistema.
2. Determinar a linha j de L, $l_{j,*}$, e a coluna j de L, $l_{*,j}$, correspondentes ao nó que sairá do sistema.
3. Somar a linha j à linha i de L: $l_{i,*} \leftarrow l_{i,*} + l_{j,*}$.
4. Somar a coluna j à coluna i de L: $l_{*,i} \leftarrow l_{*,i} + l_{*,j}$.
5. Eliminar a linha j de L.
6. Eliminar a coluna j de L.

Fig. 5 Algoritmo de redução da matriz Laplaciana.

O algoritmo de Prim apresenta uma estratégia para evitar a formação de laços. Assim, inicialmente, todos os nós são desmarcados, e o nó da subestação é marcado. Em cada etapa, deve-se, então, incorporar à topologia do sistema o ramo com o maior fluxo de potência aparente e que apresente um nó terminal marcado e outro nó terminal não marcado. Deve-se por fim marcar o nó terminal não marcado do ramo que foi incorporado. Note que, nessa etapa, é necessário resolver apenas um fluxo de potência para redes fracamente malhadas.

3.2 Algoritmo para a Formação da Matriz Laplaciana Reduzida

O método apresentado anteriormente para o cálculo do número de topologias radiais e para obtenção de todas as topologias radiais de um sistema de distribuição considera que todos os ramos podem ser desconectados da rede. Na metodologia proposta, por outro lado, considera-se que k_1 ramos, indicados pelo algoritmo de Prim, devem sempre permanecer conectados à rede, e deseja-se obter todas as topologias radiais do sistema mantendo esses ramos sempre conectados. Por esse motivo,

$L =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	3	–1				–1			–1					
2	–1	3	–1								–1			
3		–1	2	–1										
4			–1	2	–1									
5				–1	3	–1				–1				
6	–1				–1	3	–1							
7						–1	2	–1						
8							–1	2	–1					
9	–1							–1	3					–1
10					–1					1				
11		–1									2	–1		
12											–1	2	–1	
13												–1	2	–1
14									–1				–1	2

Fig. 6 Matriz Laplaciana na primeira etapa da redução.

$L =$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	3	–1			–1				–1					
2	–1	3	–1								–1			
3		–1	2	–1										
4			–1	2	–1									
5	–1			–1	4		–1			–1				
6														
7					–1		2	–1						
8							–1	2	–1					
9	–1							–1	3					–1
10					–1					1				
11		–1									2	–1		
12											–1	2	–1	
13												–1	2	–1
14									–1				–1	2

Fig. 7 Matriz Laplaciana na segunda etapa da redução.

$L =$

	1	2	3	4	5	7	8	9	10	11	12	13	14
1	3	–1			–1			–1					
2	–1	3	–1							–1			
3		–1	2	–1									
4			–1	2	–1								
5	–1			–1	4	–1			–1				
7					–1	2	–1						
8						–1	2	–1					
9	–1						–1	3					–1
10					–1				1				
11		–1								2	–1		
12										–1	2	–1	
13											–1	2	–1
14								–1				–1	2

Fig. 8 Matriz Laplaciana na terceira etapa da redução.

tanto a matriz Laplaciana, que permite o cálculo do número de topologias radiais, quanto a matriz Laplaciana estendida, que permite obter todas as topologias radiais, devem ser modificadas. O algoritmo que permite a redução dessas matrizes quando alguns ramos devem sempre estar conectados é apresentado na Fig. 5.

No algoritmo da Fig. 5, considera-se a formação de *supernós* no sistema. Cada supernó é formado por um conjunto de nós

Algoritmo 3: Heurística proposta para reconfiguração.

Dados de entrada: Topologia e dados elétricos da rede.

Passo inicial: Aplicar o algoritmo de Prim para determinar uma lista com a ordem em que os ramos serão fixados. Considerar os k_1 ramos dessa lista como fixados.

Enumeração das soluções: Montar a matriz L estendida do sistema original e aplicar o algoritmo de redução da Fig. 5 levando em conta os ramos fixados e conectados. Calcular um cofator da matriz obtida, que fornecerá todas as topologias radiais da rede.

Avaliação das soluções: Calcular um fluxo de potência para redes radiais para todas as topologias radiais obtidas no passo anterior.

Determinação da resposta: Dentre as soluções, escolher a que apresenta menor valor de perdas.

Fig. 9 Algoritmo de heurístico para reconfiguração de sistemas de distribuição.

que são interconectados por ramos que são fixos e devem estar sempre conectados ao sistema. Assim, por exemplo, ao se considerar que o ramo 5–6 do sistema de 14 nós apresentado na Fig. 1 deve estar sempre conectado à rede, os nós 5 e 6 formam um supernó, que pode ser numerado com o número do nó de menor valor, por exemplo, que no caso seria 5. Considera-se assim que o nó 6 sai do sistema e o nó 5 permanece no sistema, sendo agora um supernó.

As operações que devem ser realizadas na matriz L para cada ramo fixado, como descrito no algoritmo da Fig. 5, são as seguintes: determinar as linhas e colunas do nó que permanece no sistema e do nó que sai do sistema, somar a linha e a coluna de L correspondentes ao nó que sai à linha e à coluna do nó que continua e remover a linha e a coluna do nó que sai do sistema. As Figs. 6–8 ilustram as operações na matriz L do sistema de 14 nós da Fig. 1 quando o ramo 5–6 é fixado. Na Fig. 6, a linha e a coluna correspondentes ao nó terminal 5 são identificadas em azul, enquanto a linha e a coluna correspondentes ao nó 6 são identificadas em vermelho. Na Fig. 7, a linha e a coluna correspondentes ao nó 6 são somadas à linha e à coluna correspondentes ao nó 5, respectivamente, e após isso, a linha e a coluna correspondentes ao nó 6 são removidas da matriz L. Na Fig. 8, a matriz L é reorganizada com os nós restantes da rede, incluindo o supernó 5. Note que após as operações descritas, a matriz L reduzida apresenta quatro ramos conectados ao supernó 5, que são os ramos 1–5, 4–5, 5–7 e 5–10, que podem ser verificados na Fig. 1. O ramo 5–6 forma o supernó com os nós 5 e 6.

Por fim, note que, as mesmas operações de redução da matriz L apresentadas na Fig. 5 também são válidas para a matriz L estendida, que fornece todas as topologias radiais da rede.

3.3 Algoritmo Heurístico Proposto

A Fig. 9 apresenta o algoritmo heurístico proposto para resolver o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição. No passo inicial, é realizada uma etapa de pré processamento, em que se resolve um problema de fluxo de potência para redes fracamente malhadas. Em seguida, o algoritmo de Prim é

Tabela 1. Resultados para o sistema de 33 nós

k_1	Número de topologias radiais	Ramos abertos	Perdas (kW)	Tempo (s)
32	1	7, 10, 14, 28, 32	140,71	4,06
30	3	7, 9, 14, 28, 32	139,98	4,12
20	190	7, 9, 14, 28, 32	139,98	4,18
15	2081	7, 9, 14, 32, 37	139,55	8,17
0	50751	7, 9, 14, 32, 37	139,55	1578,19

Tabela 2. Resultados para o sistema de 84 nós

k_1	Número de topologias radiais	Ramos abertos	Perdas (kW)	Tempo (s)
83	1	7, 33, 39, 42, 63, 72, 82, 84, 86, 88, 89, 90, 92	471,73	29,22
80	2	7, 33, 39, 42, 63, 72, 82, 84, 86, 88, 89, 90, 92	471,73	29,65
70	192	7, 34, 39, 42, 55, 63, 72, 82, 86, 88, 89, 90, 92	470,90	29,71
60	3264	7, 13, 34, 39, 42, 55, 62, 72, 83, 86, 89, 90, 92	469,88	54,61

aplicado, e a ordem em que os ramos são incorporados à rede é armazenada para a etapa seguinte.

Na etapa seguinte, visa-se fixar os ramos da rede utilizando-se o algoritmo de Prim. Na heurística apresentada, k_1 é escolhido levando-se em conta a ordem de grandeza de problemas de fluxo de potência que se pretende resolver.

Na etapa de enumeração das soluções, a matriz Laplaciana estendida é montada para o sistema original, e é reduzida em seguida, considerando os ramos que foram fixados como conectados na etapa anterior. Calcula-se então um cofator dessa matriz que fornece todas as topologias radiais possíveis.

Por fim, avalia-se todas as topologias radiais obtidas na etapa anterior e determina-se a que apresenta o menor valor de perdas. Essa será a solução final do problema.

Note que o algoritmo proposto pode ser estendido e incorporado dentro de estruturas mais complexas, incluindo meta-heurísticas. Uma proposta simples de ser implementada é a de se perturbar os valores dos fluxos de potência nos ramos antes de se aplicar o algoritmo de Prim, de forma a se obter diferentes configurações de ramos fixos.

4. TESTES E RESULTADOS

Nesta seção são apresentados testes usando dois sistemas elétricos apresentados na literatura especializada. O algoritmo proposto foi programado em Matlab, versão R2018a, e os testes foram realizados usando um computador com um processador Intel® Core™ i7-7700HQ de 2,80 GHz e 16 GB de RAM. Dados completos para os sistemas testes estão disponíveis em (Possagnolo, 2015).

4.1 Sistema de 33 Nós

Este sistema possui 33 nós, 32 ramos fechados e 5 ramos abertos para caracterizar uma topologia radial (Baran e Wu, 1989). A tensão nominal é de 12,66 kV, a demanda ativa total é de 3715 kW, a demanda reativa total de 2300 kVAr. Considerando-se que todos os ramos podem ser conectados ou desconectados, o sistema apresenta 50751 topologias radiais.

A Tabela 1 apresenta os resultados obtidos considerando-se cinco valores de k_1. Note que quando $k_1 = 32$ apenas uma topologia radial é considerada, a fornecida pelo algoritmo de Prim, e a solução apresenta 140,71 kW de perdas. Diminuindo-se k_1 até zero, verifica-se uma melhoria nas perdas, sendo que o tempo computacional também aumenta. Para $k_1 = 0$, a proposta se torna um algoritmo de força bruta, que testa todas as 50751 topologias radiais do problema, e é capaz de encontrar a solução ótima, com perdas de 139,55 kW.

Note ainda que, com $k_1 = 15$, isto é, fixando-se 15 ramos do sistema, o número de topologias radiais possíveis de serem obtidas é de 2081. Analisando-se apenas essas 2081 topologias radiais, foi possível encontrar a solução ótima do problema, com perdas de 139,55 kW, em um tempo computacional razoável, de 8,17 s.

Por fim, pode-se verificar que o algoritmo de Prim, por si só, é capaz de encontrar uma solução de excelente qualidade para o problema, com valor de perdas apenas 0,83% maior que as perdas da solução ótima do problema.

4.2 Sistema de 84 Nós

Este sistema possui 84 nós, 83 ramos fechados e 13 ramos abertos para caracterizar uma topologia radial (Chiou, Chang e Su, 2005). A tensão nominal é de 11,40 kV, a demanda ativa total é de 28351 kW, e a demanda reativa total de 20700 kVAr. Considerando-se que todos os ramos podem ser conectados ou desconectados, o sistema apresenta $3{,}5196\times10^{11}$ topologias radiais.

A Tabela 2 apresenta os resultados obtidos considerando-se quatro valores de k_1 para o sistema de 84 nós. Nesse caso, devido à capacidade computacional, não é possível executar testes para valores muito baixos de k_1, como por exemplo $k_1 = 0$, pois isso implicaria analisar $3{,}5196\times10^{11}$ topologias radiais. Nesse caso, um algoritmo do tipo força bruta se torna inviável.

Note, entretanto, que, a heurística proposta é capaz de encontrar a melhor solução conhecida na literatura para $k_1 = 60$, com valor de perdas de 469,88 kW, analisando 3264 topologias radiais, em 54,61 s. Para $k_1 = 83$ apenas uma topologia radial é considerada, a fornecida pelo algoritmo de Prim, e a solução apresenta 471,73 kW de perdas. Diminuindo-se k_1, verifica-se uma melhoria nas perdas, sendo que o tempo computacional também aumenta, como no caso anterior.

Assim como no sistema anterior, verifica-se que o algoritmo de Prim, é capaz de encontrar uma solução de excelente qualidade para o problema, com valor de perdas apenas 0,39% maior que a solução ótima.

5. CONCLUSÕES

Este trabalho apresentou um algoritmo heurístico para o problema de reconfiguração de sistemas de distribuição de energia elétrica com o objetivo de reduzir as perdas na rede. O algoritmo proposto usa o algoritmo de Prim para fixar os ramos que

apresentam os maiores fluxos de potência na topologia com todos os ramos conectados. Na segunda etapa, todas as soluções radiais são obtidas para o sistema resultante e um fluxo de potência é executado para cada uma delas.

O algoritmo foi testado nos sistemas de 33 nós e 84 nós, para os quais foram encontradas as melhores soluções disponíveis na literatura. Realizando-se o ajuste do parâmetro k_1 foi possível obter um conjunto de soluções para cada sistema, e verificou-se que quanto menor o valor de k_1, maior a chance de se encontrar a solução ótima do problema.

Trabalhos futuros devem incorporar a estratégia proposta dentro de algoritmos mais sofisticados, como, por exemplo, metaheurísticas. Além disso, devem ser testados sistemas de maior porte.

6. AGRADECIMENTOS

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior – Brasil (CAPES) – Código de Financiamento 001, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), projeto 305852/2017-5, e da Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP), projetos 2015/21972-6, 2018/20355-1 e 2019/19632-3.

REFERÊNCIAS

Abdelaziz, M. (2017) 'Distribution network reconfiguration using a genetic algorithm with varying population size', *Electric Power Systems Research*. Amsterdam: Elsevier BV, 142, pp. 9–11. doi: 10.1016/j.epsr.2016.08.026.

Ahmadi, H. e Martí, J. R. (2015) 'Minimum-loss network reconfiguration: A minimum spanning tree problem', *Sustainable Energy, Grids and Networks*. Oxford: Elsevier Ltd, 1, pp. 1–9. doi: 10.1016/j.segan.2014.10.001.

Baran, M. E. e Wu, F. F. (1989) 'Network reconfiguration in distribution systems for loss reduction and load balancing', *IEEE Transactions on Power Delivery*. Piscataway: IEEE, 4(2), pp. 1401–1407. doi: 10.1109/61.25627.

Carreño, E. M., Romero, R. e Padilha-Feltrin, A. (2008) 'An efficient codification to solve distribution network reconfiguration for loss reduction problem', *IEEE Transactions on Power Systems*. Piscataway: IEEE, 23(4), pp. 1542–1551. doi: 10.1109/TPWRS.2008.2002178.

Chiou, J.-P., Chang, C.-F. e Su, C.-T. (2005) 'Variable scaling hybrid differential evolution for solving network reconfiguration of distribution systems', *IEEE Transactions on Power Systems*. Piscataway: IEEE, 20(2), pp. 668–674. doi: 10.1109/TPWRS.2005.846096.

Civanlar, S. *et al.* (1988) 'Distribution feeder reconfiguration for loss reduction', *IEEE Transactions on Power Delivery*. Piscataway: IEEE, 3(3), pp. 1217–1223. doi: 10.1109/61.193906.

Delbem, A. C. B., Carvalho, A. C. P. de L. F. de e Bretas, N. G. (2005) 'Main chain representation for evolutionary algorithms applied to distribution system reconfiguration', *IEEE Transactions on Power Systems*. Piscataway: IEEE, 20(1), pp. 425–436. doi: 10.1109/TPWRS.2004.840442.

Gomes, F. V. *et al.* (2006) 'A new distribution system reconfiguration approach using optimum power flow and sensitivity analysis for loss reduction', *IEEE Transactions on Power Systems*. Piscataway: IEEE, 21(4), pp. 1616–1623. doi: 10.1109/TPWRS.2006.879290.

Harris, J., Hirst, J. L. e Mossinghoff, M. (2008) *Combinatorics and graph theory*, *Springer*. New York: Springer New York (Undergraduate Texts in Mathematics). doi: 10.1007/978-0-387-79711-3.

Jabr, R. A., Singh, R. e Pal, B. C. (2012) 'Minimum loss network reconfiguration using mixed-integer convex programming', *IEEE Transactions on Power Systems*. Piscataway: IEEE, 27(2), pp. 1106–1115. doi: 10.1109/TPWRS.2011.2180406.

Lavorato, M. *et al.* (2012) 'Imposing radiality constraints in distribution system optimization problems', *IEEE Transactions on Power Systems*. Piscataway: IEEE, 27(1), pp. 172–180. doi: 10.1109/TPWRS.2011.2161349.

Macedo, L. H. *et al.* (2018) 'A contribution to the optimization of the reconfiguration problem in radial distribution systems', *Journal of Control, Automation and Electrical Systems*. Heidelberg: Springer US, 29(6), pp. 756–768. doi: 10.1007/s40313-018-0415-6.

Mendoza, J. *et al.* (2006) 'Minimal loss reconfiguration using genetic algorithms with restricted population and addressed operators: Real application', *IEEE Transactions on Power Systems*. Piscataway: IEEE, 21(2), pp. 948–954. doi: 10.1109/TPWRS.2006.873124.

Merlin, A. e Back, H. (1975) 'Search for a minimal-loss operating spanning tree configuration in an urban power distribution system', in *Fifth Power Systems Computation Conference*. Cambridge, pp. 1–18.

Morton, A. B. e Mareels, I. M. Y. (2000) 'An efficient brute-force solution to the network reconfiguration problem', *IEEE Transactions on Power Delivery*. Piscataway: IEEE, 15(3), pp. 996–1000. doi: 10.1109/61.871365.

Possagnolo, L. H. F. M. (2015) *Reconfiguração de sistemas de distribuição operando em vários níveis de demanda através de uma meta-heurística de busca em vizinhança variável*. Universidade Estadual Paulista 'Júlio de Mesquita Filho'.

Shirmohammadi, D. *et al.* (1988) 'A compensation-based power flow method for weakly meshed distribution and transmission networks', *IEEE Transactions on Power Systems*. Piscataway: IEEE, 3(2), pp. 753–762. doi: 10.1109/59.192932.