

# Metodologia de ponderação em algoritmos baseados em subespaços para modelos de tempo contínuo com comportamento ressonante

Lucas Farias M. Rodrigues\* Gustavo H. C. Oliveira\*

\* Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Paraná, Curitiba/PR, (e-mail: fariaslucasrodrigues@gmail.com, gustavo@eletrica.ufpr.br).

**Abstract:** This paper presents a novel weighting methodology for subspace-based system identification algorithms to be used for modeling high order resonant systems from frequency response data. In subspace methods, the orthogonal projection of the response data reveals intrinsic information about the system, which is further used to compute the model's parameters. The novelty in this paper is the addition of a weighting matrix to the measurement data to obtain an accurate approximation between model frequency response and measurement data. Two case studies, based on actual measurement data, are presented to show the properties of the paper's methodology. In the first one, the method is applied for estimating a model of a flexible beam structure. The results are compared to the Matlab code N4SID. The proposed algorithm has shown superior performance based on the RMSE index. In the second case study, the method is used for estimating a model for the high voltage terminal admittance of a voltage transformer at Jirau Hydroelectric Powerplant, in Brazil.

**Resumo:** Este artigo apresenta uma nova metodologia de ponderação para algoritmos de identificação de sistemas baseados em subespaços com especial interesse em modelar sistemas ressonantes a partir de dados de resposta em frequência. Nos métodos de identificação baseados em subespaços, a projeção ortogonal das amostras de resposta em frequência revela informações intrínsecas sobre o sistema, que são posteriormente usadas para calcular os parâmetros do modelo. A novidade apresentada nesse trabalho é a adição de uma matriz de ponderação aos dados, com o objetivo de obter uma aproximação precisa entre a resposta em frequência do modelo e os dados de medição. Dois estudos de caso, baseado em dados de medição, são apresentados para mostrar as propriedades da metodologia descrita. No primeiro, o algoritmo é usado para estimar um modelo matemático para uma estrutura de viga flexível, que apresenta alta característica de ressonância. Os resultados são comparados com um modelo estimado usando a função do Matlab, o N4SID. O algoritmo proposto mostrou um desempenho superior com base no índice RMSE. No segundo estudo de caso, o método é utilizado para estimar um modelo para baseado em dados de admitância de um transformador de potencial que opera na Usina Hidrelétrica de Jirau, no Brasil.

**Keywords:** subspace techniques; weighting methodology; system identification; resonant systems; potential transformer.

**Palavras-chaves:** técnicas baseadas em subespaços; metodologia de ponderação; identificação de sistemas; sistemas ressonantes; transformador de potencial.

## 1. INTRODUÇÃO

O problema de modelagem de sistemas dinâmicos é frequentemente enfrentado em muitas áreas de estudo. O objetivo é construir um modelo matemático que represente adequadamente o comportamento do sistema real, preservando inclusive suas propriedades. Dessa forma, é possível empregar tais modelos em simulações que garantem rapidez e segurança à análise de dispositivos. Ao longo da história, muitos pesquisadores desenvolveram estruturas e métodos conceituais para descrever com precisão o comportamento de sistemas dinâmicos.

Dentre os diferentes tipos de sistemas existentes, uma classe que possui particular interesse neste trabalho são os sistemas que possuem modos fortemente ressonantes. Sistemas ressonantes são analisados em muitas áreas de estudo em engenharia, amplamente aplicados na mecânica, construção civil, pesquisas militares, engenharia elétrica e outras. Devido à natureza oscilatória deles, é altamente recomendável investigar seus limites operacionais por meio de simulações confiáveis, a fim de evitar interrupções e danos aos equipamentos (Noshadi, 2016; Jeong, 2013; Welsh, 2003). Portanto, procedimentos para obter uma descrição precisa do comportamento do sistema são de grande interesse.

Na área de engenharia elétrica, uma classe de equipamentos com comportamento ressonante são os transformadores. Em sistemas elétricos de potência, vários equipamentos ressonantes são interconectados na rede por meio de suas portas, havendo portanto, um fluxo contínuo de energia entre eles (Gustavsen, 2018; Cigre, 2014). A modelagem de tais equipamentos requer técnicas sofisticadas devido aos efeitos dos polos ressonantes mal amortecidos distribuídos ao longo do espectro.

De forma geral, existe uma ampla variedade de técnicas de modelagem de sistemas dinâmicos disponível na literatura, conhecidas como identificação de sistemas. A título de exemplo, a identificação de sistemas pode ser classificada em caixa-branca, caixa-cinza e caixa-preta (Gao, 2005; Gustavsen, 2014, 2017; Jurisic, 2017; Rodrigues, 2019a). Além disso, a identificação pode ser realizada com base em dados descritos tanto no domínio do tempo como no domínio da frequência. Neste artigo, dá-se foco a identificação caixa-preta com dados no domínio da frequência, pois a dinâmica de sistemas ressonantes é comumente caracterizada por observações distribuídas em ampla faixa de frequência (Qiujiang, 2018; Gustavsen, 2017; Gilson, 2018).

Dentre os algoritmos caixa-preta, os métodos baseados em subespaços (4SID, do inglês *Subspace-based State-Space System Identification*) são conhecidos pela capacidade de estimar modelos matemáticos em espaço de estados a partir de dados/sinais de entrada e saída do sistema. Tais técnicas foram formalizadas primeiramente nos anos 90 em uma abordagem no domínio do tempo (TD-4SID, *Time-Domain 4SID*). O primeiro algoritmo de estimação de parâmetros por subespaços foi apresentado em Overschee (1991), onde uma abordagem estocástica baseada na decomposição de valores singulares foi derivada. Essa classe de algoritmos usa informações contidas em subespaços do conjunto de dados, apresentando como vantagem a promessa de obter uma estimativa para a sequência de estados diretamente dos dados de entrada e saída. Os algoritmos 4SID podem ser projetados para estimar modelos lineares ou não lineares (Lacy, 2001; Noel, 2017), modelos determinísticos, estocásticos, ou ainda um modelo combinado (Katayama, 2005; Overschee, 1996a). A metodologia empregada neste trabalho aplica um algoritmo 4SID para obter modelos lineares e determinísticos.

Grande parte dos 4SID se enquadram no teorema de unificação proposto por Overschee (1995), dentre eles o *Numerical algorithms for Subspace State Space System Identification* (N4SID) (Overschee, 1994), o *Canonical Variate Analysis* (CVA) (Larimore, 1996) e o *Multivariable Output Error State Space* (MOESP) (Verhaegen, 1992). Devido à forte similaridade entre eles, os três algoritmos são tidos como casos especiais do teorema da unificação uma vez que utilizam o mesmo subespaço para estimar a matriz de observabilidade estendida.

A literatura contém um uso frequente de TD-4SID, onde diversas melhorias no algoritmo já foram formuladas (Overschee, 1996a; Ljung, 2007). Atualmente, o *Predictor-Based Subspace Identification* (PBSID) é uma robusta ferramenta de identificação, capaz de estimar tanto sistemas de tempo discreto como de tempo contínuo (Hajizadeh, 2017; Hoek, 2017). Esse algoritmo apresenta similaridades

aos métodos de identificação baseado na predição do erro. Por motivos de espaço, os autores referem-se à (Chiuso, 2005a) para comentários adicionais sobre a relação entre o PBSID e os métodos tradicionais de predição do erro. Chiuso (2005b) evidencia ainda que o algoritmo CVA é assintoticamente equivalente ao PBSID sob determinadas hipóteses.

Já a proposta de identificação no domínio da frequência ou FD-4SID (*Frequency-Domain 4SID*) ainda é pouco explorada, isto é, existe um número menor de trabalhos dedicados aos procedimentos de identificação por subespaços com base em dados no domínio da frequência. Contudo, a literatura mostra um crescente interesse de autores por essa formulação (Bakir, 2011; Park, 2011; Wang, 2011; Rongshan, 2014; Rodrigues, 2019b). Uma abordagem que recentemente mostrou resultados positivos foi apresentada em Zhang (2019), onde os autores usam análise de componentes principais (PCA, do inglês *Principal Component Analysis*) como ferramenta para reduzir o tamanho do conjunto de dados de entrada, e também fornecer dados mais precisos ao sistema de identificação.

No caso particular da identificação de sistemas com modos ressonantes, é comum o emprego de dados de resposta em frequência e, conseqüentemente, FD-4SID. Devido à característica mal amortecida de seus polos, as amostras obtidas apresentam grande variação entre baixas e altas magnitudes, o que dificulta a obtenção de modelos capazes de reproduzir tal comportamento. Assim, é necessário enfatizar conjuntos de amostras entre si, de forma que todas as observações sejam igualmente relevantes para a estimação do modelo. Isso é possibilitado através da ponderação dos dados dentro do método de estimação de parâmetros.

Portanto, o desenvolvimento de um procedimento de ponderação de dados para identificação de sistemas usando 4SID tem potencial para melhorar consideravelmente o desempenho desta classe de métodos na aproximação de sistemas dinâmicos, especialmente quando tratar de sistemas com modos altamente ressonantes.

Ainda sobre identificação de sistemas no domínio da frequência, é comum na prática que a amostragem dos dados não seja linear na frequência, mas sim linear no logaritmo da frequência seguindo o traçado habitual de gráficos diagramas de Bode. Esta prática faz com a quantidade de dados amostrados seja pequeno mesmo quando a banda de frequência das amostras é grande. A principal consequência disso é que algoritmos que exigem amostras linearmente espaçadas não podem ser utilizados. Nem todas as metodologias FD-4SID podem trabalhar com amostras não equidistantes na frequência (McKelvey, 1995; Oveisi, 2018), porém algumas que podem são McKelvey (1996); Overschee (1996b); Rodrigues (2019b).

Este artigo apresenta uma metodologia de ponderação de dados para métodos FD-4SID, capazes de trabalhar com amostras não equidistantes na frequência, com o objetivo de melhorar o desempenho do algoritmo na estimação de sistemas lineares de alta ordem e muitos modos ressonantes. Além disso, apresenta-se como a decomposição QR pode ser utilizada para melhorar o condicionamento numérico do algoritmo.

Este artigo está organizado da seguinte forma: na Seção 2, é apresentada a descrição do problema. Na Seção 3, é fornecida uma breve revisão sobre os algoritmos 4SID e a contribuição do artigo é apresentada. Em seguida, na Seção 4, o algoritmo é validado usando dois estudos de caso de modelagem 4SID em sistemas reais. Finalmente, conclusões sobre a pesquisa são fornecidas na Seção 5.

## 2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere a transformada de Laplace de uma representação no espaço de estados de um sistema linear, invariante no tempo e de tempo contínuo descrito pelo seguinte conjunto de equações.

$$\begin{aligned} sx(s) &= Ax(s) + Bu(s), \\ y(s) &= Cx(s) + Du(s). \end{aligned} \quad (1)$$

onde  $A \in R^{n \times n}$ ,  $B \in R^{n \times m}$ ,  $C \in R^{p \times n}$ ,  $D \in R^{p \times m}$ , e o vetor de entrada  $u(s)$  de dimensão  $m$  e o vetor de saída  $y(s)$  de dimensão  $p$ .

Eventualmente, as amostras de resposta em frequência podem ser escritas como:

$$Y(s) = D + C(sI - A)^{-1}B. \quad (2)$$

Quando  $s = jw_k$ , tem-se  $Y(jw_k)$ , as amostras de resposta em frequência do sistema, onde  $w_k$  para  $k = 1, 2, \dots, N$  é um vetor que contém as frequências com espaçamento não equidistante entre cada amostra. Dessa forma, para cada ponto de frequência, obtém-se as resposta do sistema  $(Y(jw_1), Y(jw_2), \dots, Y(jw_N))$ .

Este artigo pretende discutir e aplicar um algoritmo ponderado baseado em subespaço para estimar o quádruplo  $(A, B, C, D)$  de uma representação do espaço de estados com base nas amostras de medição  $Y(jw)$ .

## 3. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS BASEADA EM SUBESPAÇOS

Os algoritmos baseados em subespaços para identificação na frequência são comumente resumidos em cinco etapas. Inicialmente, as matrizes base de entrada e saída são calculadas e, em seguida, uma projeção ortogonal é aplicada a elas. A ideia de projetar dados em um espaço perpendicular é uma ferramenta para extrair informações intrínsecas do sistema. Uma vez realizada, a matriz de projeção é fatorada por decomposição de valores singulares- *Singular Value Decomposition* (SVD)- e as matrizes  $A$  e  $C$  são computadas. Por último, as matrizes  $B$  e  $D$  são estimadas por mínimos quadrados.

Inicialmente, é necessário definir uma estimativa da ordem do modelo, denotada por  $q$ . Recomenda-se que essa ordem seja suficientemente alta de forma a contemplar toda a dinâmica do sistema, ainda que esse valor de ordem será reajustado ao longo do algoritmo. Na verdade, o valor de  $q$  está relacionado com a dimensão inicial das matrizes a serem determinadas.

### 3.1 Determinação das matrizes base

Neste procedimento, aplicamos as recursões Forsythe para obter uma base de entrada bem condicionada  $I_F$  e uma base de saída  $Y_F$ . Definindo as seguintes variáveis iniciais,

$$D_w = \text{diag}[(jw_1)(jw_2)\dots(jw_N) \otimes (\mathbf{1} \ \mathbf{1} \ \dots \ \mathbf{1})] \quad (3)$$

Considere a dimensão de  $(\mathbf{1} \ \mathbf{1} \ \dots \ \mathbf{1})$  como  $p \times m$ .

$$R_0 = (Y(jw_1), Y(jw_2), \dots, Y(jw_N)) \quad (4)$$

$$Z_0 := \text{diag}(\text{diag}(R_0 R_0^*)) \quad (5)$$

$$R_1 := R_0 D_w \quad (6)$$

$$Z_1 := \text{diag}(\text{diag}(R_1 R_1^*)) \quad (7)$$

onde  $(\cdot)^*$  denota o conjugado transposto.

E então, entrando no processo recursivo para cálculo das equações

$$R_k := R_{k-1} D_w + \frac{Z_{k-1}}{Z_{k-2}} R_{k-2} \quad (8)$$

$$Z_k := \text{diag}(\text{diag}(R_k R_k^*)) \quad (9)$$

onde  $R_k \in \mathbf{C}^{q \times N}$  e  $Z_k \in \mathbf{C}^{q \times p}$ .

Logo, a matriz base de saída, com o sobrescrito  $c$  indicando valores complexos.

$$H_F^c = \begin{bmatrix} R_0 \\ \frac{Z_0^{1/2}}{R_1} \\ \frac{Z_1^{1/2}}{\dots} \\ R_{q-1} \\ \frac{Z_{q-1}^{1/2}}{\dots} \end{bmatrix} \quad (10)$$

Correspondentemente,  $H_F = (\Re[H_F^c] \ \Im[H_F^c])$ , com  $\Re(\cdot)$  e  $\Im(\cdot)$  significa a parte real e imaginária de  $(\cdot)$ .

De forma análoga, as mesmas etapas são tomadas para calcular a base de entrada bem condicionada, fazendo  $R_0 = (I_m \ I_m \dots I_m)$  com  $I_m$  a matriz de identidade da ordem  $m$ .  $I_F = (\Re[I_F^c] \ \Im[I_F^c])$ .

### 3.2 A projeção ortogonal

Essa ferramenta geométrica pode ser utilizada para revelar informações intrínsecas do sistema, mais particularmente, quando o objetivo é destacar a presença de uma característica específica de um espaço formado por uma combinação linear de vetores e/ou matrizes.

A projeção ortogonal de  $H_F$  no espaço formado por  $I_F$  é denotado por  $H_F/I_F$  e é definida segundo a equação (11).

$$H_F/I_F = H_F I_F^T (I_F I_F^T)^\dagger I_F \quad (11)$$

onde  $(\cdot)^T$  denota a transposta e  $(\cdot)^\dagger$  denota a matriz pseudo-inversa de Moore-Penrose, uma matriz inversa generalizada.

Logo, a projeção ortogonal de  $H_F$  no espaço perpendicular a  $I_F$  é denotada por  $H_F/I_F^\perp$  e é definida como

$$H_F/I_F^\perp = H_F (I_j - I_F^T (I_F I_F^T)^\dagger I_F) \quad (12)$$

### 3.3 Decomposição em valores singulares

Uma vez obtida a matriz de projeção ortogonal perpendicular em (12), aplica-se a decomposição em valores singulares, tal como:

$$H_F/I_F^\perp = USV^T = [U_1 \ U_2] \begin{bmatrix} S_1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1^T \\ V_2^T \end{bmatrix} \quad (13)$$

Desse modo, é possível determinar a ordem do modelo com base no número de valores singulares dominantes da matriz

$S$ . Se definirmos  $S_1$  como uma matriz quadrada, particionada de  $S$ , com dimensão correspondente ao número de colunas linearmente independentes de  $S$ , então, a ordem do modelo estimado é  $n$ , o tamanho de  $S_1$ . Um método rápido para computar essa ordem do modelo é fazer  $n$  igual ao rank da matriz  $S$ .

### 3.4 Determinação das matrizes $A$ e $C$ do modelo

Considere  $\gamma \in \mathfrak{R}^{(p \times q) \times o}$  como

$$\gamma = U_1 S_1^{1/2} \quad (14)$$

Além disso,  $\bar{\gamma}$  denota  $\gamma$  sem as primeiras  $2p$  linhas;  $\underline{\gamma}$  indica  $\gamma$  sem as primeiras e sem as últimas  $p$  linhas;  $\underline{\underline{\gamma}}$  denota  $\gamma$  sem as últimas  $2p$  linhas. Também  $\gamma_p$  é uma matriz composta apenas por as primeiras  $p$  linhas de  $\gamma$ .

$$A = [\gamma]^\dagger \bar{\gamma} \quad (15)$$

$$C = \gamma_p \quad (16)$$

Tradicionalmente, a matriz do sistema  $A$  é calculada como em (15). Em algumas aplicações práticas, especialmente na estimativa de modelos de alta ordem, a matriz  $\underline{\underline{\gamma}}$  mostra-se mal condicionada. Para evitar problemas numéricos, os autores sugerem o uso da decomposição QR para fatorar  $\underline{\underline{\gamma}}$ . Como consequência, o algoritmo calcula  $A$  como uma função de matrizes menores e bem condicionadas. Ou seja,

$$\underline{\underline{\gamma}} = QR = [Q_1 \ Q_2] \begin{bmatrix} R_1 \\ 0 \end{bmatrix} = Q_1 R_1 \quad (17)$$

### 3.5 Determinação das matrizes $B$ e $D$ do modelo

Nesse tópico, uma nova abordagem em para calcular  $B$  e  $D$  em métodos por subespaços é discutida. É proposta a associação de uma matriz de ponderação  $W$  a um problema de mínimos quadrados.

Considere

$$F = \begin{pmatrix} Y(jw_1) \\ Y(jw_2) \\ \vdots \\ Y(jw_N) \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$M = \begin{pmatrix} C(jw_1 I_n - A)^{-1} I_p \\ C(jw_2 I_n - A)^{-1} I_p \\ \vdots \\ C(jw_N I_n - A)^{-1} I_p \end{pmatrix} \quad (19)$$

onde  $I_p$  é uma matriz identidade de ordem  $p$ .

$$\min_{B,D} \left( F - M \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} \right)^T W \left( F - M \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} \right) \quad (20)$$

Se definirmos  $W$  como a matriz de identidade de dimensão correspondente, a solução de mínimos quadrados em (20) pondera igualmente todos os dados de medição. Em muitos casos, as topologias de ponderação raiz quadrada ou linear podem lidar com o problema de aproximação. No entanto, dependendo do nível de ressonância concebido na resposta em frequência, uma topologia de ponderação quadrática pode ser necessário.

$$\text{Ponderação Linear } W(jw_k) = \left( \frac{1}{|Y(jw_k)|} \right)$$

$$\text{Ponderação Quadrática } W(jw_k) = \left( \frac{1}{|Y(jw_k)|^2} \right)$$

$$\text{Ponderação Raiz Quadrada } W(jw_k) = \left( \frac{1}{\sqrt{|Y(jw_k)|}} \right)$$

para  $k = 1, 2, \dots, N$ .

Ao trabalhar com dados provenientes de medições de sistemas físicos complexos, é necessário que o procedimento de identificação seja capaz de superar problemas numéricos que surgem. Um desses problemas numéricos comumente associada aos métodos por subespaços é o surgimento de matrizes mal condicionadas ao longo do processo. Fato esse que pode ser atribuído às diferentes magnitudes existentes entre a parte real e imaginária das respostas em frequência ou, como discutido em Chiuso (2004) devido a presença da matriz de entradas no processo de estimação. Dessa forma, alguns mecanismos são aplicadas com o objetivo de melhorar o condicionamento numérico das matrizes do algoritmo. Por exemplo, o uso das recursões Forsythe na Etapa 1 é uma ferramenta para resolver problemas numéricos que ocorrem nas matrizes base de entrada e saída. Na Etapa 4, sugeriu-se o uso da decomposição QR, e aqui na Etapa 5, recomenda-se decompor (19) de maneira que a solução seja definida por sub-matrizes menores e bem condicionadas de  $M$ . Reescrevendo (20) como

$$\min_{B,D} \left( FW - MW \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} \right) \quad (21)$$

e fatorando  $MW$  como em (17), onde  $Q$  é uma matriz ortogonal, tem-se os seguintes mínimos quadrados ponderados:

$$\min_{B,D} \left( Q \left( Q^T FW - R \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} \right) \right) = \left\| \begin{bmatrix} R_1 \begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} - \beta_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} \right\|_2 \quad (22)$$

Logo, a solução única é dada por

$$\begin{bmatrix} B \\ D \end{bmatrix} = R_1^{-1} \beta_1 \quad (23)$$

## 4. ESTUDOS DE CASO

Nesta seção, são apresentados dois estudos para validar a teoria exposta anteriormente. Ambos são baseados em medições reais de resposta em frequência para sistemas ressonantes físicos. Inicialmente, duas métricas de erro são definidas e posteriormente serão utilizadas para quantificar a aplicabilidade do algoritmo. Então, mostramos a eficiência do mesmo quando comparado aos conhecidos algoritmos baseados em subespaço, N4SID, função disponível no Matlab. Em seguida, é verificado que a metodologia de ponderação pode garantir melhores aproximações entre o modelo estimado e os dados de resposta em frequência.

### 4.1 Indicadores de erro

Considere  $(\hat{Y}(jw_1), \dots, \hat{Y}(jw_N))$  as amostras de resposta do modelo estimado.

*Root Mean Square Error (RMSE)* RMSE, a raiz quadrada do erro médio, é definido como:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{k=1}^N (\hat{Y}(jw_k) - Y(jw_k))^2} \quad (24)$$

*Weighted Square Error (WSE)* WSE, o erro quadrado ponderado, é determinado segundo a equação:

$$WSE = \sum_{k=1}^N \left( \frac{\hat{Y}(jw_k) - Y(jw_k)}{|Y(jw_k)|} \right)^2 \quad (25)$$

#### 4.2 Viga flexível

Neste exemplo, utiliza-se o algoritmo para estimar uma realização no espaço de estados para um sistema altamente ressonante. A metodologia proposta é analisada e comparada com o N4SID. Em seguida, é verificada a eficiência da metodologia de ponderação na melhoria da aproximação do modelo aos dados.

A configuração experimental da viga flexível ilustrada na Fig. 1 foi apresentada em Welsh (2003); Gilson (2018) e as amostras em frequência serão usadas nesse trabalho para derivar um modelo em espaço de estados do sistema físico. Os dados de resposta em frequência são distribuídos em duas décadas, definidas entre 30 rad/s e 600 rad/s, com 1171 pontos não equidistantemente espaçados. O experimento ilustrado consiste em uma barra de alumínio com 60 cm de comprimento e um par de elementos piezoelétricos, fixados simetricamente a cada lado da viga. Um analisador de frequência é usado para determinar a resposta em frequência do sistema.

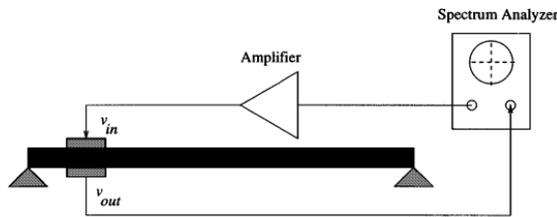


Figura 1. Setup experimental da viga flexível (Gilson , 2018).

O N4SID é capaz de estimar modelos de espaço de estado com base em dados tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Ajustando seus parâmetros para estimar uma realização determinística, com o esquema de ponderação para decomposição de valor singular definido como automático (o qual o algoritmo escolhe a melhor configuração), sem pré-filtro de ponderação usado e sem considerar a imposição de estabilidade. Todas as outras opções são definidas como padrão para que a comparação seja justa. Em seguida, estimou-se um modelo de 19ª ordem com N4SID, e o RMSE calculado é 0,8651 enquanto o WSE é  $2,4797 \times 10^3$ .

Usando o algoritmo descrito na Seção 3 com os mesmos parâmetros usados no N4SID e matriz de pesos igual à identidade, ou seja, sem peso aplicado, um modelo é estimado, chamado aqui modelo 1, e apresenta RMSE = 0,4205 e WSE igual a 83,6328. Fig. 2 mostra a aproximação dos modelos aos dados. Claramente, a aproximação do

algoritmo proposto foi mais precisa quando comparada ao N4SID.

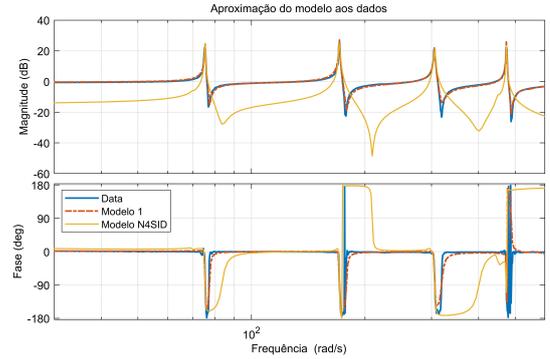


Figura 2. Comparação entre aproximação modelo 1 e modelo N4SID.

Em seguida, é verificada a eficiência da ponderação linear na aproximação. Novamente, estima-se um modelo, chamado aqui modelo 2, de 19ª ordem com  $W$  definido segundo uma topologia linear. Observe que o algoritmo ponderado é capaz de estimar ressonâncias de magnitudes mais baixas porque essas amostras de resposta se tornaram igualmente relevantes no cálculo das medições de erro. O RMSE e o WSE calculados são, respectivamente, 0,4339 e 7,5918. A aproximação é ilustrada na Fig. 3.

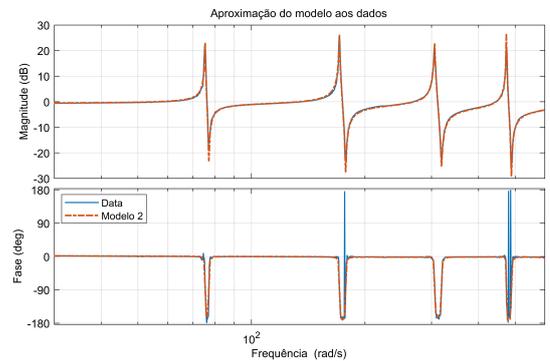


Figura 3. Aproximação modelo 2 aos dados de frequência da viga ressonante.

A ponderação linear diminuiu consideravelmente o WSE entre modelo e dados. Portanto, é uma ferramenta poderosa para obter aproximações mais precisas no caso de sistemas com alto comportamento ressonante.

#### 4.3 Transformador de potencial da UHJ

Transformadores de potência e potencial são equipamentos elétricos com comportamento ressonante. A presença dos efeitos de indutância e capacitância entre enrolamentos, núcleo e tanque afeta seu comportamento dinâmico em uma larga faixa de frequência. Além de sua notória importância em um sistema elétrico de potência, conectando diferentes partes da rede, os transformadores requerem atenção especial também devido ao seu alto custo. Portanto, obter modelos precisos para eles é de grande interesse.

Neste estudo de caso, utiliza-se dados reais de medição de um transformador de potencial que opera na Usina Hidrelétrica de Jirau (UHJ), em Porto Velho/RO, Brasil. O equipamento opera em uma subestação isolada de gás (GIS). É um transformador de potencial monofásico aterrado, com uma tensão primária de  $525/\sqrt{3}$  kV e tensão secundária de 121,2 – 67,4 V regulada por uma chave seletora de comutação. Uma imagem do equipamento é dada na Fig. 4. A resposta do sistema é definida de 60 rad/s a 63M rad/s, com 1201 amostras não equidistantemente espaçadas.



Figura 4. Transformador de potencial na UHJ.

Com o objetivo de determinar a ordem do modelo, utilizam-se informações da matriz  $S$ , buscando o número de valores singulares mais relevantes. O algoritmo indicou que 7 seria a ordem ideal do modelo; verifica-se essa informação através da Tabela 1, a qual ilustra o efeito da variação da ordem do modelo no RMSE. Como a ordem do modelo que retorna o RMSE mínimo é 10, aplica-se essa ordem para o modelo estimado.

Tabela 1. Valores de RMSE de acordo com variação da ordem do modelo.

Ordem	RMSE
3	0.0152
4	0.0073
5	0.0033
6	0.0019
7	0.0018
8	0.0018
9	0.0012
10	0.0006
11	0.0019
12	0.0064
13	0.0091

Uma vez definida a ordem, ilustra-se o impacto visual de uma ponderação linear no procedimento de identificação. Fig. 5 mostra a comparação da resposta dos modelos para o caso sem ponderação (modelo 1) e para o caso com

ponderação linear (modelo 2). Observe que o procedimento ponderado é capaz de aproximar com precisão as amostras de resposta, mesmo em pontos de magnitude muito pequena (aproximadamente  $-125$  dB). A Tabela 2 compara os indicadores de erro para os modelos 1 e 2.

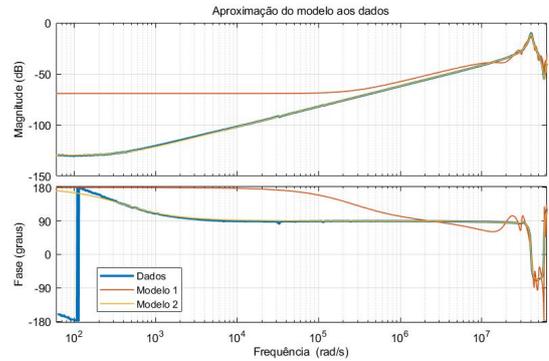


Figura 5. Aproximação do modelo aos dados de frequência do transformador de potencial da UHJ.

Tabela 2. Efeito da variação da ordem do modelo nos indicadores de erro.

Ponderação	RMSE	WSE
nenhuma	$6.9494 \times 10^{-4}$	$1.1255 \times 10^6$
linear	$6.9775 \times 10^{-4}$	12.8171

Na Tabela 2, é possível observar um aumento no RMSE à medida que a ponderação linear é aplicada. Isso ocorre porque o erro na aproximação do modelo para pontos de alta frequência tem um impacto mais significativo no cálculo do RMSE do que em pontos de baixa frequência (onde os efeitos da ponderação são mais claros), devido ao comportamento de magnitude do gráfico de resposta. Portanto, embora o modelo 2 reproduza com mais precisão a curva de resposta de dados, ele apresenta um RMSE ligeiramente maior. Vale ressaltar que o incremento no RMSE não prejudica o valor estimado da impedância do transformador uma vez que o modelo obtido através do algoritmo com ponderação representa melhor o comportamento do sistema físico.

## 5. CONCLUSÃO

Este artigo apresentou a implementação e a validação de uma nova metodologia de ponderação para algoritmos baseados em subespaços para identificação no domínio da frequência. Paralelamente, trouxe também o uso de recursos Forsythe e decomposição QR como forma de melhorar as propriedades numéricas do algoritmo para sistemas de alta ordem. No que diz respeito a metodologia de realização dos mínimos quadrados ponderados aplicado a subespaços, a principal vantagem é melhorar a aproximação do modelo estimado com os dados medidos, na presença de grande variação na ordem de grandeza destes dados devido a picos de ressonância. Para validar a técnica, estudou-se a modelagem de sistemas usando dados reais de medição de uma viga ressonante e um transformador de potencial operacional da usina hidrelétrica de Jirau. Mostrou-se que o uso da metodologia de ponderação melhorou a aproximação e diminuiu o WSE.

## AGRADECIMENTOS

Essa pesquisa foi financiada pelo programa de pesquisa e desenvolvimento tecnológico da Energia Sustentável do Brasil (ESBR), por meio do projeto P&D ANEEL 06631-0006/2017, regulamentado pela Agência Nacional de Energia Elétrica (ANEEL). Os autores agradecem ao Prof. James S. Welsh, da Universidade de Newcastle, na Austrália, por compartilhar os dados de medição do estudo de caso da haste ressonante.

## REFERÊNCIAS

- Bakir, P.G., Automation of the stabilization diagrams for subspace based system identification, in *Expert Systems With Applications*, vol.38, pp.14390–14397, 2011.
- Chiuso, A. and Picci, G., On the ill-conditioning of subspace identification with inputs, *Automatica*, vol. 40, pp.575-589, 2004.
- Chiuso, A., On the relation between CCA and predictor-based subspace identification, in *Proceedings of the 44th IEEE Conference on Decision and Control*, Spain, 2005.
- Chiuso, A. and Picci, G., Prediction error vs Subspace methods in closed-loop identification, in *IFAC Proceedings Volumes*, vol. 38, 2005.
- Cigre JWG A2/C4.39, Electrical Transient Interaction between Transformers and Power System, *Technical Brochure 577A and 577B*, 2014.
- Gao, R., Mekonnen, Y.S., Beyene, W.T. and Schutt-Aine, J.E., Black-box modeling of passive systems by rational function approximation, in *IEEE Transactions on Advanced Packaging*, vol. 28, no. 2, pp. 209-215, May 2005.
- Gilson, M., Welsh, J.S. and Garnier, H., A Frequency Localizing Basis Function-Based IV Method for Wideband System Identification, in *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 26, pp.329–335, 2018.
- Gustavsen, B. and Portillo, A., Interfacing -Factor Based White-Box Transformer Models With Electromagnetic Transients Programs, in *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 29, no. 6, 2014.
- Gustavsen, B. and Tandstad, B., Wideband modeling of a 45-MVA generator step-up transformer for network interaction studies, in *Electric Power Systems Research*, vol. 142, 2017.
- Gustavsen, B., Portillo, A., Ronchi, R. and Mjelve, A., High-Frequency Resonant Overvoltages in Transformer Regulating Winding Caused by Ground Fault Initiation on Feeding Cable, in *IEEE Trans. on Power Delivery*, vol. 33, pp. 699-708, 2018.
- Hajizadeh, I., Rashid, M., Turksoy, K., Samadi, S., Feng, J., Sevil, M., Frantz, N., Lazaro, C., Maloney, Z., Littlejohn, E. and Cinar, A., Multivariable Recursive Subspace Identification with Application to Artificial Pancreas Systems, *IFAC-PapersOnLine*, vol. 50, pp. 886-891, 2017.
- Jeong, Y., Park, M., You, Y., Lee, D. and Kim, B., Structural safety and design requirements of CFMP based offshore wind substructure system, in *2013 OCEANS - San Diego*, 2013.
- Juriscic, B., Poujade, P., Xemard, A., Uglesic, I. and Paladian, F., Application of wide band transformer models, in *International Conference on Power Systems Transients (IPST2017)*, 2017.
- Katayama, T., *Subspace Methods for System Identification*, Springer, Boston, 2005.
- Lacy, S.L. and Bernstein, D.S., Subspace identification for nonlinear systems that are linear in unmeasured states, *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, USA, 2001.
- Larimore, W.E., Statistical optimality and canonical variate analysis system identification, in *Signal Processing*, vol. 52, pp 131–144, 1996.
- Lefteriu, S. and Antoulas, A.C., A New Approach to Modeling Multiport Systems From Frequency-Domain Data, in *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, vol. 29, no. 1, pp. 14-27, Jan. 2010.
- Ljung, L., Frequency Domain Versus Time Domain Methods in System Identification — Revisited, in *Technical report from Automatic Control at Linkopings universitet*, 2007.
- McKelvey, T., Frequency weighted subspace based system identification in the frequency domain, *Proceedings of 1995 34th IEEE Conference on Decision and Control*, New Orleans, LA, USA, 1995.
- McKelvey, T., AkCay, H. and Ljung, L., Subspace-Based Multivariable System Identification from Frequency Response Data, in *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol.41m 1996.
- Noël, J.P. and Kerschen, G., Frequency-domain subspace identification for nonlinear mechanical systems, *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 40, 2013.
- Noshadi, A., Shi, J., Lee, W.S., Shi, P. and Kalam, A., System Identification and Robust Control of Multi-Input Multi-Output Active Magnetic Bearing Systems, in *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol.24, pp- 1227–1239,2016.
- Park, S.K. and Noh, H.Y., Updating Structural Parameters with Spatially Incomplete Measurements Using Subspace System Identification, in *Expert Systems With Applications*, vol.38, 2011.
- Qiujiang, L., Mingli, W., Junqi, Z., Kejian S. and Liran, W., Resonant frequency identification based on harmonic injection measuring method for traction power supply systems, in *IET Power Electronics*, vol. 11, no. 3, pp. 585-592, 2018.
- Rodrigues, L. F. M., Schumacher, R., Oliveira, G. H. C., Rocha, A. C. O. and Santo, D. J. D. E., Evaluating Internal Resonances in Power Transformers by Using Instrumental Variable Vector Fitting, in *2019 IEEE Milan PowerTech*, Milan, Italy, 2019.
- Rodrigues, L. F. M., Oliveira, G.H.C. and Santo, D.J.E., On the use of subspace-based system identification for estimating resonant systems, in *Simpósio Brasileiro de Automática Inteligente (SBAI)*, Ouro Preto-MG, 2019.
- Rongshan, Y., Ying, S. and Nambiar, M., Fast system identification using prominent subspace LMS, in *Digital Signal Processing*, vol.27, p.44, 2014.
- Oveisi, A., Nestorović, T. and Montazeri, A., Frequency Domain Subspace Identification of Multivariable Dynamical Systems for Robust Control Design, *IFAC-PapersOnLine*, Volume 51, Issue 15, 2018.
- van der Hoek, D.C., Damping Identification of an Offshore Wind Turbine: A Predictor-Based Subspace Identification Approach, Tese de Mestrado apresentado para Delft Center for Systems and Control, Países Baixos, 2017.

- van Overschee, P., and de Moor, B., Subspace algorithms for the stochastic identification problem, in *Proceedings of the 30th IEEE Conference on Decision and Control*, vol. 2, pp. 1321–1326, 1991.
- van Overschee, P., and de Moor, B., N4SID: Subspace algorithms for the identification of combined deterministic-stochastic systems, in *Automatica*, 30, 75–93, 1994.
- van Overschee, P., and de Moor, B., A unifying theorem for three subspace system identification algorithms, in *Automatica*, vol. 31, no. 12, 1995.
- van Overschee, P., and de Moor, B., *Subspace Identification for Linear Systems Theory - Implementation - Applications*, Springer, Boston, 1996.
- van Overschee, P., and de Moor, B., Continuous-time frequency domain subspace system identification, in *Signal Processing*, vol.52, pp.179–194, 1996.
- Verhaegen, M. and Dewilde, P., Subspace model identification, part i: The output-error state-space model identification class of algorithms, in *International Journal of Control*, vol. 56, pp. 1187–1210, 1992.
- Zhang, L., Zhou, D., Zhong, M. and Wang, Y., Improved closed-loop subspace identification based on principal component analysis and prior information, *Journal of Process Control*, vol. 80, pp. 235-246, 2019.
- Wang, L., Cheng, P. and Wang, Y., Frequency domain subspace identification of commensurate fractional order input time delay systems, in *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol.9, pp 310–316, 2011.
- Welsh, J. and Goodwin, G., Frequency localising basis functions for wide-band identification, in *IEEE European Control Conference (ECC)*, 2003.