

# Controle por Modos Deslizantes para Sistemas sub-atuado aplicado em um Sistema Ball-and-Wheel

Gabriel P. Neves \* Bruno A. Angélico \* Eduardo A. Tannuri \*\*

\* Departamento de Engenharia de Telecomunicação e Controle, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, SP (e-mail: gabriel.pereira.neves@usp.br; angelico@lac.usp.br).

\*\* Departamento de Engenharia Mecatrônica e de Sistemas Mecânicos, Escola Politécnica, Universidade de São Paulo, SP (e-mail: eduat@usp.br)

**Abstract:** This paper presents the construction, modeling and control of a system called ball-and-wheel, which consists of an actuated wheel that aims to stabilize a ball in a nonstable equilibrium position. In this system, a non-linear sliding-mode control was applied. Due to the need to control more than one state, a new surface was proposed that kept the the position of the ball and the speed of the wheel at zero. The designed controller was applied to a prototype. Simulation and practical results with the real system are presented to validate the controller with the proposed.

**Resumo:** Esse artigo apresenta a construção, a modelagem e o controle de um sistema denominado *ball-and-wheel*, que consiste numa roda atuada que busca estabilizar uma bola na posição de equilíbrio instável. Nesse sistema foi aplicado um controle não linear *sliding-mode*. Devido à necessidade de controlar mais de um estado, foi proposto uma nova superfície que manteve a posição da bola e a velocidade da roda em zero. O controlador projetado foi aplicado em um protótipo. Resultados de simulação e práticos com o sistema real são apresentados para validar o controlador com a superfície proposta.

*Keywords:* Ball-and-wheel; Sliding-mode; Robust Control; Sub-actuation system.

*Palavras-chaves:* Ball-and-wheel; Modos deslizantes; Controle robusto; Sistema sub-atuado.

## 1. INTRODUÇÃO

Sistemas mecatrônicos sub-atuados são frequentemente encontrados na literatura técnica de controle. Dentre os exemplos clássicos podem ser citados o pêndulo invertido e suas variações (Yamakita et al., 1999) (Alves et al., 2018), *ball-and-wheel* (t. Ho et al., 2009) e outros sistemas.

O *ball-and-wheel* consiste em uma roda que é atuada para equilibrar uma bola em cima dessa roda. Tal sistema é não linear e possui apenas uma entrada e, geralmente, uma saída. Muitas técnicas de controle foram estudadas na planta, a maioria baseada em controle linear, como em (Fernandes and van Niekerk, 2013) e algumas técnicas de controle não linear (t. Ho et al., 2009; Fuchshumer et al., 2004). Nesse trabalho é proposta uma variação do controle por modos deslizantes (*Sliding-Mode*), em que se define uma superfície de escorregamento multivariável.

Em (t. Ho et al., 2009) apresenta um controle baseando em *feedback linearization* para o problema do *ball-and-wheel*, o que depende fortemente do modelo e não apresenta robustez a erros de modelagem. O *Sliding-Mode* (Jean-

Jacques E. Slotine, 1991) é uma alternativa mais robusta de controle não linear. Esse mesmo sistema é considerado em (Ho et al., 2013), onde a posição da bola é medida por um sistema de visão computacional.

O sistema considerado aqui pode ser visto também como um caso mais simples de um robô que se equilibra sobre uma bola (*ball-balancing robot*), tal como apresentado em (Lima et al., 2019).

Uma alternativa é a implementação do *feedback linearization* em todos os estados e, em seguida, acrescentar o controle *Sliding-Mode* para o sistema já linearizado, conforme pode ser visto em (Liu et al., 2011) que mostra apresenta o controle citado em um sistema *ball-and-sphere*.

Este artigo apresenta a seguinte organização: Na Seção 2, é a apresentada uma construção de baixo custo de um sistema *ball-and-wheel* (BaW). Na Seção 3, é apresentada a modelagem do sistema, e em seguida é apresentado, na Seção 4, o controlador não linear *sliding-mode* na sua forma clássica (Jean-Jacques E. Slotine, 1991) e é proposta uma nova versão que estabiliza a variável atuada e a sub-atuada. Na Seção 5 são apresentados os resultados práticos obtidos. Por último, as conclusões são apresentadas na Seção 6.

\* Os autores gostariam de agradecer ao financiamento recebido pela FAPESP, processo n° 2017/22130-4, e pela CAPES, processo n° 88882.333359/2019-01 e código de financiamento 001.



Figura 1. Protótipo.

## 2. CONSTRUÇÃO

O protótipo construído consiste em uma roda presa em um motor e em uma estrutura que a permite rodar livremente. A bola a ser equilibrado é oca de borracha, e sua posição é medida através de um sensor óptico. O atuador é um motor DC, padrão 12V, com caixa de redução e encoder acoplados ao eixo. A velocidade da roda é medida pelo encoder no eixo do motor.

Um driver tipo ponte-H foi utilizado para acionar o motor, o que permite o controle da potência através de um sinal PWM (*Pulse Width Modulation*), bem como do sentido de rotação. O algoritmo de controle foi totalmente embarcado em uma placa de desenvolvimento, modelo FRDM-K64F, que possui um microcontrolador com arquitetura ARM Cortex M4.

Para medir a posição da bola sobre a roda, utilizou-se um sensor óptico com interface I2C e faixa de medição 4 50 [cm]. A Figura 1 mostra o protótipo construído.

A tabela 1 contém os valores das constantes correspondente ao protótipo construído. Porém devido a não sabermos o raio interno da bola, há uma incerteza no parâmetro  $I_b$ . Além disso, a geometria da roda e os componentes usados para fixa-la no motor (eixo, parafusos e porcas) torna difícil o cálculo do seu momento de inércia, logo também há uma incerteza no parâmetro  $I_w$ .

Tabela 1. Parâmetros do Protótipo

	Parâmetro	valor
$r_b$	Raio da bola [m]	0,0296
$m_b$	Massa da bola [Kg]	0,0480
$I_b$	MdI da bola [Kg/m <sup>2</sup> ]	$2,5435 \times 10^{-5}$
$r_w$	Raio da roda [m]	0,1600
$I_w$	MdI da roda [Kg/m <sup>2</sup> ]	0,0280
$R_a$	Resistência do motor [ $\Omega$ ]	12,0
$K_t$	Cte. de Torque [Nm/A]	0,1186
$K_e$	Cte. de f.c.e.m. [Vs <sup>2</sup> /m]	0,1604
$n$	Redução [ $\Omega$ ]	18,8
$g$	Ace. da gravidade [m/s <sup>2</sup> ]	9,8

## 3. MODELAGEM

Considere o desenho esquemático da Figura 2, em que  $\theta$  é a posição angular da bola em torno dela mesma,  $\varphi$  é a posição angular da roda e  $\alpha$  é a posição angular da bola em relação a roda.

Desta forma a energia cinética da bola pode ser escrita como

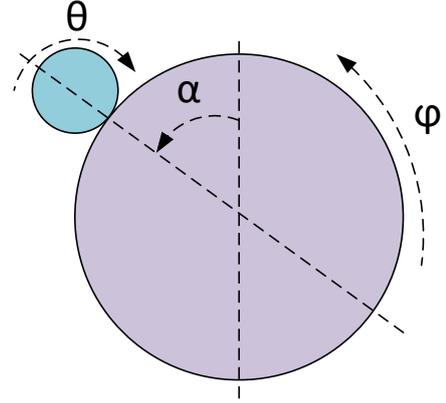


Figura 2. Desenho Esquemático.

$$E_b = \frac{1}{2}m_b(r_w + r_b)^2\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}I_b\dot{\theta}^2. \quad (1)$$

Assumindo por hipótese de que não há deslizamento entre a bola e a roda, determina-se a velocidade da bola como

$$r_b\dot{\theta} = r_w\dot{\varphi} - (r_w + r_b)\dot{\alpha}. \quad (2)$$

Assim, a energia cinética da bola é calculada como

$$E_b = \frac{1}{2}m_b(r_w + r_b)^2\dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2}I_b\left(\frac{r_w\dot{\varphi} - (r_w + r_b)\dot{\alpha}}{r_b}\right)^2, \quad (3)$$

A energia cinética da roda é dada por

$$E_w = \frac{1}{2}I_w\dot{\varphi}^2, \quad (4)$$

e a energia potencial do sistema é calculada como

$$U = m_b g (r_w + r_b) \cos(\alpha). \quad (5)$$

Definindo-se o Lagrangiano  $L = E_b + E_w - U$  e através da equação de Lagrange, tem-se

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \tau, \quad (6)$$

onde  $q$  é o vetor das variáveis de junta e  $\tau$  é o vetor de forças externas. Logo, temos que  $q = [\alpha \ \varphi]$  e  $\tau = [0 \ \tau_m]$ , onde  $\tau_m$  é o torque gerado pelo motor acoplado à roda.

A relação entre o torque gerado no eixo do motor e a tensão aplicada em seus terminais, que no nosso caso é a variável manipulada, é dada por:

$$\tau_m = \frac{nK_t}{R_a}(V - nK_e\dot{\varphi}), \quad (7)$$

onde  $V = 12u$ , sendo  $u$  é o sinal de controle da forma PWM. A partir das equações de Lagrange, obtém-se o modelo não linear da posição da bola, tal que

$$\ddot{\alpha} = f + bu, \quad (8)$$

onde,

$$b = \frac{12nI_bK_t r_w}{R_a(r_b + r_w)(I_w m_b r_b^2 + I_b m_b r_w^2 + I_b I_w)}, \quad (9)$$

e

$$f = \frac{n^2 I_b K_e K_t r_w \dot{\varphi} + (I_b r_w^2 + I_w r_b^2) R_a g m_b \sin(\alpha)}{R_a(r_b + r_w)(I_w m_b r_b^2 + I_b m_b r_w^2 + I_b I_w)}. \quad (10)$$

O modelo não linear da roda é dado por

$$\ddot{\varphi} = h + cu, \quad (11)$$

onde,

$$c = \frac{12nI_bK_t}{R_a(I_w m_b r_b^2 + I_b m_b r_w^2 + I_b I_w)}, \quad (12)$$

e

$$h = \frac{-(r_b^2 + I_b)K_e K_t m_b n^2 \dot{\varphi} + I_b r_w R_a g m_b \sin(\alpha)}{R_a(I_w m_b r_b^2 + I_b m_b r_w^2 + I_b I_w)}. \quad (13)$$

#### 4. CONTROLE SLIDING-MODE

O controlador *sliding-Mode* é composto por um termo de linearização e um termo descontínuo. A estrutura do controlador é

$$u = \hat{b}^{-1}(\hat{u} - K_{sm} \text{sat}(s/\Phi)), \quad (14)$$

em que

$$\hat{u} = -\hat{f} - \lambda \dot{\alpha}, \quad (15)$$

sendo  $s = \dot{\tilde{\alpha}} + \lambda \tilde{\alpha}$  é a superfície de escorregamento, onde  $\tilde{\alpha} = \alpha - \alpha_{desejado}$ . Como deseja-se manter a bola na posição zero,  $\tilde{\alpha} = \alpha$ .  $K_{sm}$ ,  $\Phi$  e  $\lambda$  são parâmetros de projeto do controlador.

A função saturação ( $\text{sat}(s/\Phi)$ ) foi considerada para minimizar o efeito de *chattering* devido ao uso da função sinal Jean-Jacques E. Slotine (1991). O parâmetro  $\Phi$  corresponde à camada em torno de  $s$ , nesse caso  $\Phi = 0,5$ .

Os termos  $\hat{f}$  e  $\hat{b}$  são os valores estimados de  $f$  e  $b$ , respectivamente. Para simplificar o projeto do controlador, o modelo não linear (8) pode ser reescrito como

$$\ddot{\alpha} = f_1 \dot{\varphi} + f_2 \sin(\alpha) + bu, \quad (16)$$

onde,

$$f_1 = \frac{n^2 I_b K_e K_t r_w}{R_a(r_b + r_w)(I_w m_b r_b^2 + I_b m_b r_w^2 + I_b I_w)}, \quad (17)$$

e

$$f_2 = \frac{(I_b r_w^2 + I_w r_b^2) R_a g m_b}{R_a(r_b + r_w)(I_w m_b r_b^2 + I_b m_b r_w^2 + I_b I_w)}. \quad (18)$$

Desta forma, basta estimar os valores máximos e mínimos de  $f_1$  e  $f_2$  para determinar  $\hat{f}$  e o máximo erro da estimativa.

Os principais parâmetros que carregam incertezas são  $I_b$  e  $I_w$ . A bola à ser equilibrada é oca e seu raio interno é desconhecido, porém, é considera-se que

$$2\text{cm} \leq r_b \leq 3\text{cm}, \quad (19)$$

ou seja,

$$2,0927 \times 10^{-5} \text{Kg/m}^2 \leq I_b \leq 2,8443 \times 10^{-5} \text{Kg/m}^2. \quad (20)$$

Para  $I_w$  é considerada uma variação de 20% do valor estimado (ver Tabela I). Logo

$$0,0224 \text{Kg/m}^2 \leq I_w \leq 0,0336 \text{Kg/m}^2. \quad (21)$$

Ao variar esses parâmetros em simulação, tem-se os resultados presentes na Tabela II.

Tabela 2. Valores Máximos e Mínimos do Modelo

Parâmetro	valor
$f_1$ máximo	-4,6159
$f_1$ mínimo	-8,3265
$f_2$ máximo	34,8710
$f_2$ mínimo	31,1854
$b$ máximo	33,1286
$b$ mínimo	18,3655

Desta forma, para o controlador, considera-se os parâmetros estimados

$$\hat{f} = \frac{f_{1max} + f_{1min}}{2} \dot{\varphi} + \frac{f_{2max} + f_{2min}}{2} \sin(\alpha), \quad (22)$$

e

$$\hat{b} = \sqrt{b_{max} b_{min}}. \quad (23)$$

É desejado que o controle atue de forma rápida. Assim, define-se  $\lambda = 5$ , o que resulta em uma constante de tempo de 0,2 segundos. Além disso, devido à camada em torno de  $s$ , o controle terá um erro máximo de  $\Phi/\lambda = 0,1[\text{rad}] = 5,7^\circ$ . O valor de  $K_{sm}$  tem que ser tal que a condição de escorregamento seja respeitada (Jean-Jacques E. Slotine, 1991). Definindo  $\beta = \sqrt{\frac{b_{max}}{b_{min}}}$ , tem-se

$$K_{sm} \geq \beta(F + \eta) + (\beta - 1)|\hat{u}|, \quad (24)$$

onde

$$F \geq |\hat{f} - f|, \quad (25)$$

e

$$\eta \geq \frac{s(t=0)}{t_r}. \quad (26)$$

Na expressão (26),  $t_r$  corresponde ao tempo em que a função  $s$  converge para 0. Adotou-se  $t_r = 0,1$  e  $s(t=0) = 10^\circ \lambda$  no pior caso. Como as equações (24), (25) e (26) valem para qualquer valor maior ou igual, é válido então que

$$K_{sm} = \beta(F + \eta) + (\beta - 1)|\hat{u}|, \quad (27)$$

onde

$$F = |\hat{f} - f|, \quad (28)$$

e

$$\eta = \frac{s(t=0)}{t_r}. \quad (29)$$

A Figura 3 apresenta os resultados de simulação para o controlador projetado. Apesar de ter respeitado todos os pré requisitos de projeto, o esforço de controle atinge valores, em módulo, maiores que 1, o que não é possível na prática, pois o valor de PWM pode ser no máximo, em módulo <sup>1</sup>, igual a 1 (100% da tensão de entrada). Além disso, a velocidade da roda fica constante e diferente de

<sup>1</sup> Um sinal negativo de PWM significa a inversão do sentido de rotação do motor.

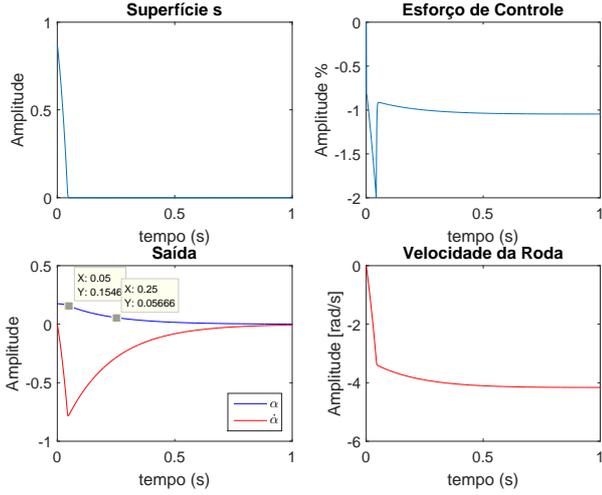


Figura 3. Simulação considerando o controlador *Sliding-mode* clássico.

zero. Isso significa que a velocidade da roda  $\dot{\varphi}$  e a da bola em relação a ela mesma  $\dot{\theta}$  são constantes e respeitam

$$r_b \dot{\theta} = r_w \dot{\varphi}. \quad (30)$$

#### 4.1 Superfície multivariável

Para que a velocidade da roda convirja para zero, ela foi incorporada na superfície de escorregamento. Assim, a superfície depende de três estados, tal que

$$s = \dot{\alpha} + \lambda_1 \alpha - \lambda_2 \dot{\varphi}. \quad (31)$$

Desta forma, é necessário considerar os erros paramétricos da dinâmica da roda. De maneira semelhante à dinâmica da bola, o modelo (11) pode ser reescrito como

$$\ddot{\varphi} = h_1 \dot{\varphi} + h_2 \sin(\alpha) + uc, \quad (32)$$

onde,

$$h_1 = \frac{-(r_b^2 + I_b)K_e K_t m_b n^2}{R_a(I_w m_b r_b^2 + I_b m_b r_w^2 + I_b I_w)}, \quad (33)$$

e

$$h_2 = \frac{I_b r_w R_a g m_b}{R_a(I_w m_b r_b^2 + I_b m_b r_w^2 + I_b I_w)}. \quad (34)$$

Ao variar os parâmetros  $I_b$  e  $I_w$  em simulação, tem-se os resultados presentes na Tabela III.

Tabela 3. Valores Máximos e Mínimos do Modelo da Roda

Parâmetro	valor
$h_1$ máximo	-16,4411
$h_1$ mínimo	-24,5777
$h_2$ máximo	1,3263
$h_2$ mínimo	0,7353
$c$ máximo	97,7875
$c$ mínimo	65,4144

A derivada de  $s$  é calculada como

$$\dot{s} = \ddot{\alpha} + \lambda_1 \dot{\alpha} - \lambda_2 \ddot{\varphi}. \quad (35)$$

Substituindo os valores de  $\ddot{\alpha}$  e  $\ddot{\varphi}$ , na forma descrita em (16) e (32), tem-se

$$\dot{s} = (f_1 - \lambda_2 h_1) \dot{\varphi} + (f_2 - \lambda_2 h_2) \sin(\alpha) + (b + \lambda_2 c)u + \lambda_1 \dot{\alpha}. \quad (36)$$

Definindo  $a = ((f_1 - \lambda_2 h_1) \dot{\varphi} + (f_2 - \lambda_2 h_2) \sin(\alpha))$  e  $d = (b + \lambda_2 c)$ , o controlador é então dado por

$$u = \hat{d}^{-1}(\hat{u} - K_{sm} \text{sat}(s/\Phi)), \quad (37)$$

onde

$$\hat{u} = -\hat{a} - \lambda_1 \dot{\alpha}. \quad (38)$$

Os parâmetros estimados são definidos como

$$\hat{a} = \frac{(f_{1max} - \lambda_2 h_{1max}) + (f_{1min} - \lambda_2 h_{1min})}{2} \dot{\varphi} + \frac{(f_{2max} - \lambda_2 h_{2max}) + (f_{2min} - \lambda_2 h_{2min})}{2} \sin(\alpha), \quad (39)$$

e

$$\hat{d} = \sqrt{(b_{max} + \lambda_2 c_{max})(b_{min} + \lambda_2 c_{min})}. \quad (40)$$

Desta forma, a demonstração da condição de escorregamento é igual a da referência (Jean-Jacques E. Slotine, 1991). Logo

$$K_{sm} = \delta(A + \eta) + (\delta - 1)|\hat{u}|, \quad (41)$$

onde

$$A = |\hat{a} - a|, \quad (42)$$

$$\delta = \sqrt{\frac{d_{max}}{d_{min}}}, \quad (43)$$

e

$$\eta = \frac{s(t=0)}{t_r}. \quad (44)$$

O termo  $\lambda_1$  é igual ao escolhido no projeto sem considerar a dinâmica da roda, e  $\lambda_2$  um valor muito menor para que a estabilização da bola seja mais rápida. Desta forma,  $\lambda_1 = 5$  e  $\lambda_2 = 0, 1$ . Os parâmetros  $\eta$  e  $t_r$  são mantidos os mesmo. A Figura 4 apresenta os resultados de simulação para o novo controlador. Pode-se observar que agora a velocidade da roda está convergindo para zero.

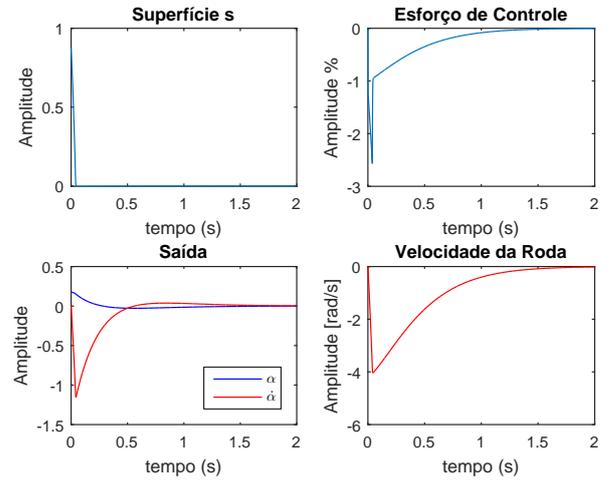


Figura 4. Simulação sem considerar saturação e ruído de medida.

Porém a simulação não está considerando a saturação do motor. Para verificar o funcionamento mais próximo do real, a Figura 5 considera a saturação no atuador e o ruído branco de medida com média nula e variância de  $\sigma^2 = 10^{-4}$ . A condição inicial de foi mantida em  $10^\circ$ , pois, devido à saturação, o motor não tem força suficiente para estabilizar o sistema para uma condição inicial maior.

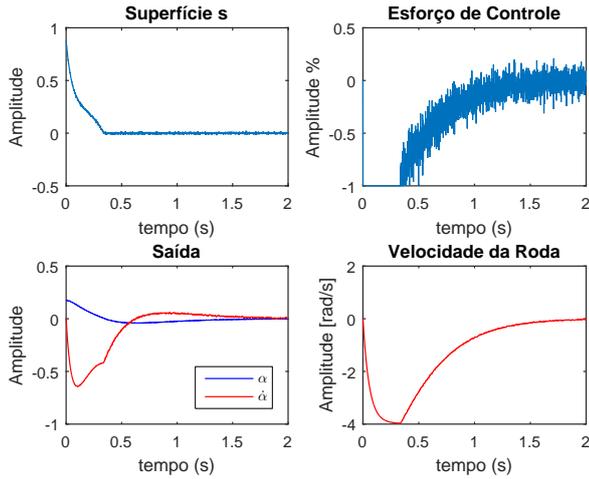


Figura 5. Simulação considerando saturação e ruído de medida.

Pode-se observar que o controlador ainda respeita a especificação de  $t_r$ , porém, o sistema está um pouco mais lento do que o projetado. No entanto, como o controlador conseguiu estabilizar a planta e fazer a velocidade da roda ir para zero, o que é satisfatório para o problema.

## 5. RESULTADOS PRÁTICOS

Para aplicar o controle *Sliding-mode* proposto o seguinte algoritmo foi implementado:

- 1) Medir os valores de  $\alpha$  e  $\varphi$ ;
- 2) Estimar os valores de  $\dot{\alpha}$  e  $\dot{\varphi}$ ;
- 3) Calcula  $\hat{u}$ ;
- 4) Calcula  $K$ ;
- 5) Calcula  $s$ ;
- 6) Determina  $u$ .

O controle foi implementada a uma frequência de 1 KHz, o que é praticamente contínuo, pois o período de amostragem é cerca de 50 vezes menor que a menor constante de tempo do sistema. A Figura 6 mostra o resultado prático do controle com uma condição inicial de aproximadamente  $10^\circ$ .

Como pode-se observar, o sistema apresenta muito ruído de medida (sensor de distância) o que prejudica de forma significativa o controle. A bola foi equilibrada e permanece dentro da faixa aceitável pré-definida.

A Figura 7 mostra uma ampliação das curvas de velocidade e posição da bola, onde fica evidente o ruído de medida do ângulo da bola.

A velocidade apresenta picos de altas densidades devido ao ruído de medida, fato que ainda é evidenciado pelo elevado período de amostragem e devido à aproximação da derivada pelo método de Euler-Backward.

Outra fonte grande de erros é a hipótese de que a bola não desliza sobre a roda. Foi observado nos experimentos práticos que a bola perde o contato com a roda em alguns instantes.

Um vídeo mostrando o funcionamento do sistema pode ser visto no link:

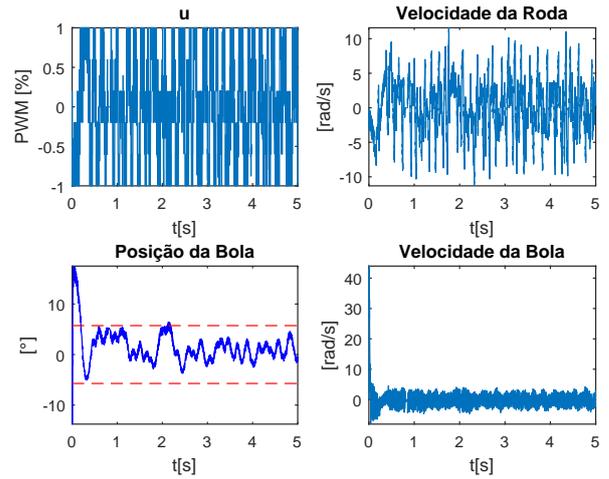


Figura 6. Teste Prático do Controle *Sliding Mode*.

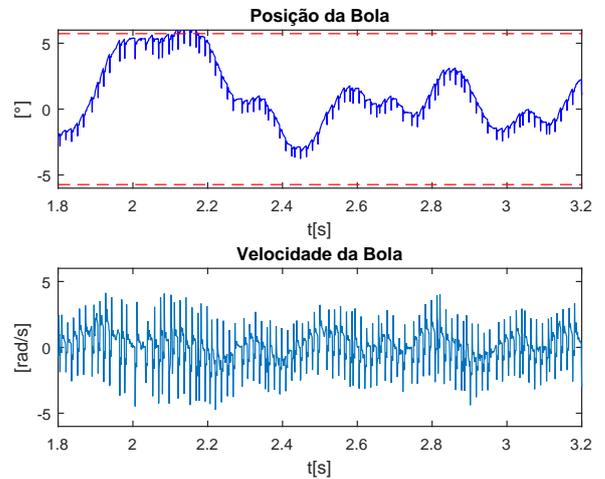


Figura 7. Curvas de posição e velocidade da bola.

<https://www.youtube.com/watch?v=BPn8gN1Q0zE>

## 6. CONCLUSÕES

O controle não linear *Sliding Mode* apresentou bons resultados para o problema de estabilidade do *Ball-and Wheel*. Além disso, a superfícies de escorregamento proposta conseguiu estabilizar a bola e regular a velocidade da roda.

Apesar dos problemas práticos o controle foi robusto o suficiente para estabilizar o sistema. Apesar da substituição da função  $\text{sign}(s)$  para a função  $\text{sat}(s/\Phi)$  visando evitar o efeito de *chattering*, devido as incertezas não modeladas, ao grande ruído de medida e pela baixa potência do motor, o esforço de controle ficou bem ruidoso.

Como sugestão de trabalhos futuros nesse sistema tem-se a aplicação do controle *sliding-mode* considerando a superfície proposta neste artigo na versão discreta e, assim, diminuir a frequência de amostragem, bem como a utilização de um sensor de melhor qualidade para reduzir o ruído de medida. Além disso, sugere-se a aplicação do controlador proposta em outros sistemas sub-atuados, como o pêndulo invertido com roda de reação.

## AGRADECIMENTO

Os autores gostariam de agradecer ao financiamento recebido pela FAPESP, processo no 2017/22130-4, e pela CAPES, processo no 88882.333359/2019-01 e código de financiamento 001.

## REFERÊNCIAS

- Alves, R.M.R., Neves, G.P., and Angélico, B.A. (2018). Modelagem, construção e controle de um pêndulo invertido com roda de reação. In *XXII Congresso Brasileiro de Automática*.
- Fernandes, J.M. and van Niekerk, T. (2013). Implementation of an industrial controller for a ball-on-wheel system. 129–134.
- Fuchshumer, S., Schlacher, K., Pölzer, M., and Grabmair, G. (2004). Flatness based control of the system “ball on the wheel”. *IFAC Proceedings Volumes*, 37(13), 213 – 218. 6th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems 2004 (NOLCOS 2004), Stuttgart, Germany, 1-3 September, 2004.
- Ho, M., Rizal, Y., and Cheng, W. (2013). Stabilization of a vision-based ball-on-sphere system. In *2013 IEEE International Conference on Control Applications (CCA)*, 929–934.
- Jean-Jacques E. Slotine, W.L. (1991). *Applied Nonlinear Control*. Prentice Hall, 2nd edition.
- Lima, F.H.B., Poleze, E., das Neves, G.P., and Angélico, B.A. (2019). Lmi based robust h2 control of a ball balancing robot with omni-wheels. In *2019 18th European Control Conference (ECC)*, 2090–2095.
- Liu, S., Rizal, Y., and Ho, M. (2011). Stabilization of a ball and sphere system using feedback linearization and sliding mode control. In *2011 8th Asian Control Conference (ASCC)*, 1334–1339.
- t. Ho, M., w. Tu, Y., and s. Lin, H. (2009). Controlling a ball and wheel system using full-state-feedback linearization [focus on education]. *IEEE Control Systems*, 29(5), 93–101.
- Yamakita, M., Hoshino, T., and Furuta, K. (1999). Control practice using pendulum. 1, 490–494 vol.1.