

# CONTROLE I+PD CLÁSSICO E ADAPTATIVO VIA SÍNTESE DIRETA DE UM PÊNDULO INVERTIDO COM 1 GRAU DE LIBERDADE PARA UTILIZAÇÃO PRÁTICA

ROBERTO L. PEREIRA, REJANE DE B. ARAÚJO

Laboratório de Pesquisa – LABPE, DEPIC, Instituto Federal de Educação Ciência e Tecnologia do Pará  
Av. Alm. Barroso, 1155 - Marco, Belém - PA, 66093-020

E-mails: robertolopes\_@outlook.com, rejane.barros@ifpa.edu.br

**Abstract**— This paper presents the development of an adaptive I+PD controller, via direct synthesis, for an inverted pendulum of a degree of freedom controlled by a DC motor, using an alternative of reduced physical modeling present in the literature. The identification technique used consists of recursive least squares with forgetting factor and random search matrix. The results of the adaptive control were compared to the performance of the classical I+PD controller via simulation using MATLAB® software. The adaptive I+PD showed a good performance in the perturbation rejection and reference tracing in comparison with the classic one, however, with a higher control effort exerted by the actuator, being the evaluation of this criterion considered favorable to the classic control, at least in simulation.

**Keywords**— Adaptive I+PD control, Inverted pendulum, physical process modelling.

**Resumo**— Este artigo apresenta o desenvolvimento de um controlador I+PD adaptativo, via síntese direta, para um pêndulo invertido de um grau de liberdade controlado por motor DC, utilizando uma alternativa de modelagem física reducionista presente na literatura. A técnica de identificação utilizada consiste nos mínimos quadrados recursivos com fator de esquecimento e matriz de busca aleatória. Os resultados do controle adaptativo foram comparados com o desempenho do controlador I+PD clássico via simulação, utilizando o software MATLAB®. O I+PD adaptativo demonstrou um bom desempenho na rejeição de perturbação e rastreamento de referência em comparação ao clássico, porém, com um esforço de controle mais elevado exercido pelo atuador, sendo a avaliação deste critério considerada favorável ao controle clássico, pelo menos em simulação.

**Palavras-chave**— Controle I+PD adaptativo, pêndulo Invertido, modelagem física do processo.

## 1 Introdução

É comum engenheiros de controle encontrarem processos que ofereçam graus de complexidade maiores, principalmente em áreas que envolvam processos químicos, sistema de redes elétricas, robótica e aeroespacial. Dentre estes sistemas complexos, os não lineares e variantes no tempo necessitam de controladores que se adaptem às circunstâncias de funcionamento, além de geralmente requisitarem controladores que possam rejeitar perturbações periódicas ou aleatórias que venham a ocorrer durante o processo (Åström, 1995).

O pêndulo invertido controlado por um motor de corrente contínua – DC, é uma planta importante para professores e alunos de engenharia de controle, pois possui dinâmica semelhante a diversos sistemas reais como *hoverboards*, aerogeradores *offshore*, *jetpacks*, foguetes, drones, helicópteros ou navios, sendo instável em malha aberta, não linear e variante no tempo, podendo-se aumentar sua complexidade aumentando seu grau de liberdade, tornando-o um sistema de múltiplas entradas e saídas – MIMO (Silva, 2013).

Um sistema de pêndulo invertido controlado por um motor DC foi exemplificado de acordo com a Figura 1, onde  $\vec{F}_y$  é a força na vertical,  $\vec{F}_x$  força na horizontal,  $cg$  centro de gravidade do pêndulo,  $P$  é o ponto de aplicação de torque do motor,  $l$  é o comprimento do ponto  $P$  ao centro de gravidade,  $\theta$  é o ân-

gulo de declínio do pêndulo e também a variável medida do sistema,  $X_P$  é a referência do ponto  $P$  em relação aos limites da planta, podendo ser indeterminado caso o pêndulo esteja em um carro de movimentação livre,  $X_{cg}$  é a referência do centro de gravidade do pêndulo devendo ser associada sempre ao mesmos limites de  $X_P$ ,  $M$  é a massa do sistema (carro, motor e barra) e  $m$  é a massa da barra.

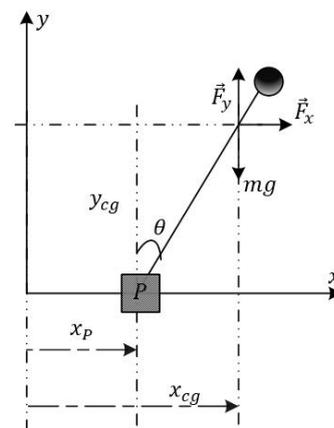


Figura 1. Diagrama do pêndulo invertido. Fonte: Autor

A altura do ponto  $P$  é desprezível. Portanto, considerando apenas a altura do centro de gravidade como  $y_{cg} = l \cos \theta$ , tem-se:

$$\ddot{y}_{cg} = -l\ddot{\theta} \sin \theta - l\dot{\theta}^2 \cos \theta \quad (1)$$

Na horizontal tem-se  $x_{cg} = x_p + l \sin \theta$ , logo a aceleração deste ponto é dada por:

$$\ddot{x}_{cg} = \ddot{x}_p + l \ddot{\theta} \cos \theta - l \dot{\theta}^2 \sin \theta \quad (2)$$

O somatório das forças na horizontal é dado por:

$$\vec{F}_x = M \ddot{x}_p + M l \ddot{\theta} \cos \theta - M l \dot{\theta} \sin \theta \quad (3)$$

E na vertical é dado por:

$$\vec{F}_y = m l (-\ddot{\theta} \sin \theta - \dot{\theta}^2 \cos \theta) + m g \quad (4)$$

Este método de obtenção do modelo físico deste processo é dado pela conservação do momento angular. Portanto, calculando os momentos de inércia considerando o sentido anti-horário positivo, tem-se as forças que geram o momento (Resnick, 2003):

$$\sum \vec{M}_{cg} = \vec{F}_y l \sin \theta - \vec{F}_x l \cos \theta \quad (5)$$

E pela conservação da energia, o momento também pode ser dado por:

$$\sum \vec{M}_{cg} = I \ddot{\theta} + b_r \dot{\theta} \quad (6)$$

Onde  $b_r$  é o coeficiente de amortecimento viscoso e  $I$  é o momento de inércia rotacional da barra. A parcela  $I \ddot{\theta}$  corresponde ao módulo do torque aplicado na barra. Analisando esta equação na situação de equilíbrio do pêndulo, conclui-se que a parcela  $b_r \dot{\theta}$  tende a variar próximo de 0, no entanto, ao se aplicar uma perturbação no sistema este valor aumenta rapidamente. Igualando as equações (5) e (6) e substituindo as forças pelas suas equações (3) e (4), tem-se:

$$I \ddot{\theta} + b_r \dot{\theta} = [m l (-\ddot{\theta} \sin \theta - \dot{\theta}^2 \cos \theta) + m g] l \sin \theta - [M \ddot{x}_p + M l \ddot{\theta} \cos \theta - M l \dot{\theta}^2 \sin \theta] l \cos \theta \quad (7)$$

Organizando tem-se:

$$(I + m l^2 \sin^2 \theta + M l^2 \cos^2 \theta) \ddot{\theta} + (b_r + m l^2 \cos \theta \sin \theta - M l^2 \cos \theta \sin \theta) \dot{\theta} - m g l \sin \theta = -M l \ddot{x}_p \cos \theta \quad (8)$$

Na condição de equilíbrio, o ângulo  $\theta$  é aproximadamente 0, portanto:

$$\begin{cases} \sin \theta = \theta \\ \cos \theta = 1 \end{cases} \quad (9)$$

Logo, a equação do pêndulo invertido obtida pela conservação do momento angular é dada por:

$$(I + m l^2 \theta^2 + M l^2) \ddot{\theta} + (b_r + m l^2 \theta - M l^2 \theta) \dot{\theta} - m g l \theta = -M l \ddot{x}_p \quad (10)$$

Aplicando a transformada de Laplace, obtêm-se a função de transferência do pêndulo:

$$\frac{\theta(s)}{X_p(s)} = \frac{-M l s^2}{a s^2 + b s - m g l} \quad (11)$$

Onde:

$$\begin{cases} a = I + m l^2 \theta^2 + M l^2 \\ b = b_r + m l^2 \theta - M l^2 \theta \end{cases} \quad (12)$$

Nota-se que a função de transferência do pêndulo invertido possui três não linearidades em seu denominador, o que se resolve linearizando a equação (10) em torno do ponto de operação definido. No entanto, há uma proposta de redução de complexidade para esta equação, considerando a massa do sistema aproximadamente a massa da barra (Modesti, 2013). Esta consideração é drástica, mas não afeta a dinâmica do sistema, pois, para uma barra muito longa ou muito densa, a massa do carro se torna muito menor, principalmente para pêndulos que possuem compensador de posição do centro de massa na extremidade equilibrada. E para casos onde o carro é mais pesado, pelo menos para uma única barra o sistema apenas precisa de um motor DC bem dimensionado, para garantir a efetividade das considerações da redução de complexidade. Portanto, voltando à equação (7) e considerando a massa do sistema igual à da barra, tem-se:

$$I \ddot{\theta} + b_r \dot{\theta} = [m l (-\ddot{\theta} \sin \theta - \dot{\theta}^2 \cos \theta) + m g] l \sin \theta - (m \ddot{x}_p + m l \ddot{\theta} \cos \theta - m l \dot{\theta}^2 \sin \theta) l \cos \theta \quad (13)$$

Fazendo as simplificações e organizando a equação, tem-se:

$$(I + m l^2) \ddot{\theta} + b_r \dot{\theta} - m g l \sin \theta = -m l \ddot{x}_p \cos \theta \quad (14)$$

E mais uma vez na situação de equilíbrio, tem-se:

$$2 I \ddot{\theta} + b_r \dot{\theta} - m g l \theta = -m l \ddot{x}_p \quad (15)$$

Como o centro de gravidade após a compensação de massa encontra-se próximo do centro da bar-

ra, pode-se considerar o momento de inércia de uma barra lisa e homogênea de comprimento efetivo maior. Caso seja considerado um centro de gravidade mais próximo do compensador de massa, o sistema fica mais fácil de controlar devido a diminuição do ganho de malha aberta da planta. Logo, a função de transferência obtida pelo modelo reducionista do pêndulo invertido é dada por:

$$\frac{\theta(s)}{X_P(s)} = \frac{-\frac{3}{2l}s^2}{s^2 + \frac{3b_r}{2ml^2}s - \frac{3g}{2l}} \quad (16)$$

No caso da modelagem física do motor DC, esta está bastante disseminada na literatura. A função de transferência utilizada é dada por (Coelho, 2015):

$$\frac{W(s)}{V(s)} = \frac{K_a}{(Js + B)(Ls + R) + K_a K_b} \quad (17)$$

Onde a variável de saída  $W(s)$  é a velocidade angular no eixo do motor e a entrada  $V(s)$  é a tensão de armadura.  $K_a$  é a constante de torque de módulo,  $K_b$  é a constante de velocidade,  $J$  e  $B$  são o momento de inércia e coeficiente de fricção, equivalentes ao motor e à carga referida ao eixo do motor, respectivamente.  $L$  é a indutância de armadura e  $R$  é a resistência de armadura.

Para a identificação, pelo menos a nível de simulação, os estimadores algébricos demonstram um desempenho melhor do que as estimações por sistema dinâmico, sendo escolhido para este trabalho o estimador dos mínimos quadrados recursivo – MQR (Souza, 2008). Estimar os parâmetros da planta via MQR foi fundamental para aplicação do controlador adaptativo no caso deste trabalho, pois, funcionou bem para os períodos de amostragem definidos, assim como garantiu um bom uso da matriz de rastreamento aleatório, indicando que mesmo sendo o modelo reducionista da planta, o sistema ainda é variante no tempo (Abreu, 2016). A equação do estimador dos mínimos quadrados recursivos para um número de amostras variando de  $1 \rightarrow k$  é dada por:

$$\hat{\theta}(k) = [\phi(k)^T \phi(k)]^{-1} \phi(k)^T Y(k) \quad (18)$$

Onde  $\hat{\theta}(k)$  é o vetor de parâmetros estimados,  $\phi(k)^T$  é o vetor de medidas e  $Y(k)$  é o vetor de saída. O cálculo de ganho  $K(k)$  do estimador é feito com o auxílio da matriz de covariância  $P(k)$ :

$$K(k+1) = \frac{P(k)\phi(k+1)}{1 + \phi(k+1)^T P(k)\phi(k+1)} \quad (19)$$

Sendo esta matriz dada por:

$$P(k+1) = P(k) - K(k+1)[\phi(k+1)^T P(k) + 1]P(k) \quad (20)$$

Com o aumento do número de interações, os parâmetros estimados podem convergir causando diminuição na magnitude dos elementos da matriz  $P(k)$ , o que é desejável apenas para sistemas invariantes no tempo. Para sistemas variantes, é necessário evitar que estes elementos se tornem muito pequenos, sendo necessário assim um fator de correção (esquecimento)  $\lambda$  e a atualização da matriz  $P(k)$  através da matriz de busca aleatória  $Q(k)$  (Aguirre, 2007). A matriz de covariância então é ajustada da seguinte forma:

$$P(k) = P(k) + Q(k) \quad (21)$$

Onde a matriz de busca aleatória é:

$$Q(k) = qI_{na+nb+1} \quad (22)$$

Sendo:

$$q(k) = \frac{t_r[P(k)]}{na + nb + 1} \quad (23)$$

Onde  $t_r[P(k)]$  é o traço de  $P(k)$  e  $I_{na+nb+1}$  é a matriz identidade com sua ordem sendo o número de parâmetros estimados. O fator de esquecimento  $\lambda$  é inserido nas equações de ganho e matriz de covariância dentro do laço do estimador:

$$K(k+1) = \frac{P(k)\phi(k+1)}{\lambda + \phi(k+1)^T P(k)\phi(k+1)} \quad (24)$$

$$P(k+1) = \frac{P(k) - K(k+1)[\phi(k+1)^T P(k)]}{\lambda} \quad (25)$$

O controlador I+PD clássico funciona bem para sistemas com ocorrência de perturbações. Ao analisar o diagrama de blocos desta variação de controle PID, percebe-se atuação imediata da parcela integral no sinal de erro (Fermino, 2014). A Figura 2 representa a estrutura I+PD utilizada para a obtenção da equação recursiva da lei de controle do I+PD clássico.

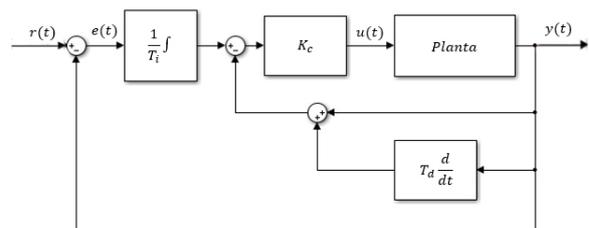


Figura 2. Estrutura I+PD. Fonte: Autor

A equação recursiva da lei de controle do I+PD é dada por:

$$u(k) = u(k-1) + q_0 e(k) + q_1 y(k) + q_2 y(k-1) + q_3 y(k-2) \quad (26)$$

Onde:

$$\begin{cases} q_0 = \frac{K_c T_s}{T_i} \\ q_1 = -K_c \left(1 + \frac{T_d}{T_s}\right) \\ q_2 = K_c \left(1 + \frac{2T_d}{T_s}\right) \\ q_3 = -\frac{K_c T_d}{T_s} \end{cases} \quad (27)$$

O controle adaptativo auto ajustável e de síntese direta se dá pela atualização dos parâmetros da lei de controle através da medição *online* das variáveis do sistema, sem que seja seguido um modelo da planta, podendo ser estabelecido apenas a dinâmica de atuação desejada, técnica conhecida como *reference tracking* (Prabhu, 2013).

A malha de controle do I+PD adaptativo utilizada para a definição do algoritmo de equações recursivas é exibida na Figura 3. O modelo de referência desejado foi obtido pela seguinte equação:

$$G_{MF}(z) = \frac{B_m(z^{-1})}{A_m(z^{-1})} = \frac{(1-\alpha)^n z^{-d}}{(1-\alpha z^{-1})^n} \quad (28)$$

Onde  $n$  é a ordem desejada e  $d$  é o atraso de transporte discreto. A função de transferência desejada em malha fechada foi desenvolvida com  $n$  igual a 2 e  $d$  igual a 1 (Åström, 1995).

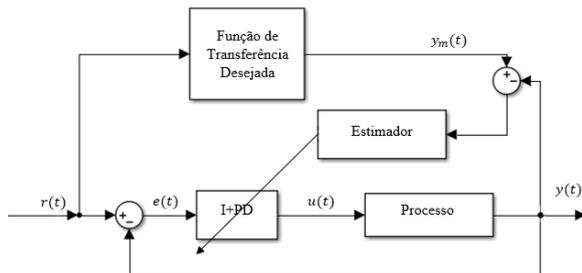


Figura 3. Diagrama de blocos do I+PD adaptativo

Para o controle adaptativo aplicado a esta planta via simulação, espera-se uma melhoria na rejeição das perturbações, principalmente para as de grande magnitude (como o toque de uma pessoa na barra), em comparação ao controle clássico, que pode funcionar na estabilização da barra, mas com baixa rejeição e com sinal de controle muito oscilatório.

## 2 Metodologia

Este artigo foi desenvolvido sobre o modelo reducionista da planta, pois há diversas razões para se manter a ordem e a complexidade do modelo tão

baixo quanto possível, respeitando o princípio da parcimônia (Haber, 1990).

A identificação da planta foi feita através dos mínimos quadrados recursivos, com fator de esquecimento e atualização da matriz de covariância através de uma matriz de busca aleatória, técnica conhecida como *Random Walk* (Wellstead, 1991).

Os diagramas de blocos das plantas de controle com I+PD clássico e adaptativo foram utilizados para o desenvolvimento da estrutura do algoritmo de controle, utilizando as equações recursivas do sistema em malha fechada através do software MATLAB®.

O rendimento do controlador adaptativo foi comparado ao do controlador I+PD clássico em duas frequências de leitura, avaliando suas capacidades de rejeitar perturbação, rastrear referência e verificando os seus respectivos sinais de controle para estimar o esforço realizado pelo atuador durante o funcionamento de cada controlador.

### 2.1 Função de Transferência do Pêndulo

Considerando uma barra de comprimento 30 cm, a aceleração da gravidade  $9,83 \text{ m/s}^2$ , massa da barra 0,5 kg e coeficiente de amortecimento viscoso de 0,2, substituindo na equação (16) tem-se:

$$\frac{\theta(s)}{X_p(s)} = \frac{-5s^2}{s^2 + 2,222s - 49,15} \quad (29)$$

### 2.2 Parâmetros Físicos do Motor

Foram utilizados os parâmetros do motor HC785LP-012 para o cálculo das constantes (Silva, 2012), com algumas generalizações das aquisições e arredondamentos para cima. O coeficiente de atrito, por exemplo, foi obtido de ensaios realizados em processos de estampagem, que representa uma reação de aço com aço mais intensa do que o deslizamento de uma roda em uma barra metálica (Folle, 2012). Os dados adquiridos deste motor são:

$$\begin{cases} K_a = 0,008475 \frac{N \cdot m}{A} \\ K_b = 0,0082046 \frac{V \cdot s}{rad} \\ B = 0,06 \\ R = 0,05 \Omega \\ L = 0,220 \text{ mH} \\ J = 0,1722 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \end{cases} \quad (30)$$

### 2.3 Função de Transferência da Planta

As funções de transferência (17) e (29) encontram-se em série no diagrama de blocos da Figura 3, implicitamente dentro do bloco “Processo”, logo, substituindo os valores da equação (30) na equação

(17), multiplica-se (17) e (29) para se obter a função de transferência da planta completa, de quarta ordem:

$$G_P(s) = \frac{-1118,5s^2}{(s + 227,3)(s + 8,209)(s - 5,987)(s + 03565)} \quad (31)$$

É considerado como a saída do sistema em malha fechada a leitura da tensão em um potenciômetro fixado à base do pêndulo, onde cada nível de tensão corresponde a uma distância angular percorrida pelo pêndulo. Sendo o ângulo de equilíbrio  $0^\circ$  voltado para cima, o nível de tensão escolhido para este ponto foi de 0 V.

Convencionalmente pode-se definir os valores de tensões negativas para deslocamentos angulares à esquerda, e os valores positivos para deslocamentos à direita, com saturação em  $-5$  V e  $+5$  V.

### 3 Resultados

#### 3.1 Estimação da Planta via Mínimos Quadrados

Para a estimação da planta em malha aberta, se mostrou eficaz um período de amostragem de 0,001 s com 650 interações. O vetor de parâmetros  $\theta(k)$  foi inicializado com 8 valores iguais a 0, devido a função de transferência da planta discretizada via *hold zero* conter numerador e denominador de quarta ordem.

Consequentemente a matriz de covariância  $P(k)$  da equação (21) é inicialmente declarada como uma matriz identidade de ordem  $\mathbb{R}^{8 \times 8}$  de ganho igual a 1000, e a matriz de busca randômica  $Q(k)$  é substituída dentro do laço pela matriz identidade  $I$  da equação (22), de ordem  $\mathbb{R}^{8 \times 8}$  com ganho de 0.1, multiplicada por  $q(k)$  da equação (23). O fator de esquecimento  $\lambda$  utilizado foi igual a 0.98 e o traço inicial da matriz  $P(k)$  igual a 1.

O gráfico da estimação e o somatório do erro quadrático  $SEQ$  são exibidos na Figura 4. A saída mostrada é dada para uma entrada do tipo degrau de magnitude igual a 4.

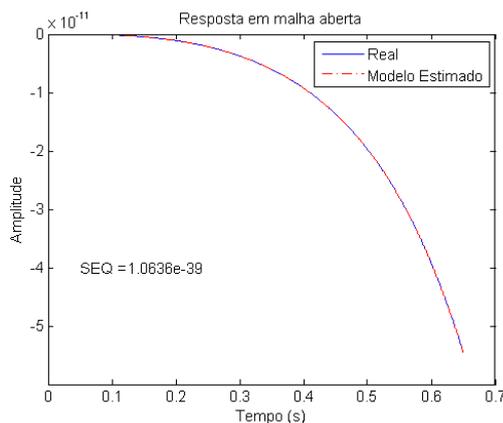


Figura 4. Exibição gráfica da planta e do modelo estimado. Fonte: Autor

Quanto mais próximo de 0 estiver o somatório do erro quadrático, melhor a estimação, sendo  $1,0636 \times 10^{-39}$  um resultado muito bom (Callai, 2007).

#### 3.2 Controlador I+PD clássico

$T_s$  é o período de amostragem obtido na identificação. A sintonia do controlador foi feita com o auxílio da ferramenta Simulink®, utilizando a opção de auto sintonia do controlador PID convencional presente neste programa, em malha fechada com a planta, como verificado na Figura 5. Com esta ferramenta o engenheiro apenas precisa optar pela dinâmica desejada, como a velocidade de atuação do controlador. Os parâmetros de sintonia obtidos foram:

$$\begin{cases} K_c = -445,1901557 \\ T_i = 0,0291 \\ T_d = 2,1221 \times 10^{-4} \end{cases} \quad (32)$$

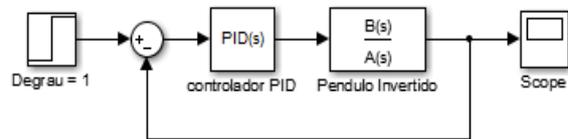


Figura 5. Malha para sintonia rápida do controlador através do Simulink. Fonte: Autor

Para um  $T_s$  de 0,001 s, 650 interações e referências próximas ao ponto de equilíbrio variando de  $+0.5$  à  $-0.5$ , o controlador I+PD clássico garante uma saída com velocidade de convergência boa e um pouco oscilatória, principalmente no estado transiente. Por ter um sinal de controle bastante oscilatório, seu desempenho pode ser considerado regular. Mesmo saturando durante as perturbações de amplitude igual a 1, que equivalem ao dobro do valor de referência, o controlador manteve a convergência e estabilidade do sistema, como visto na Figura 6.

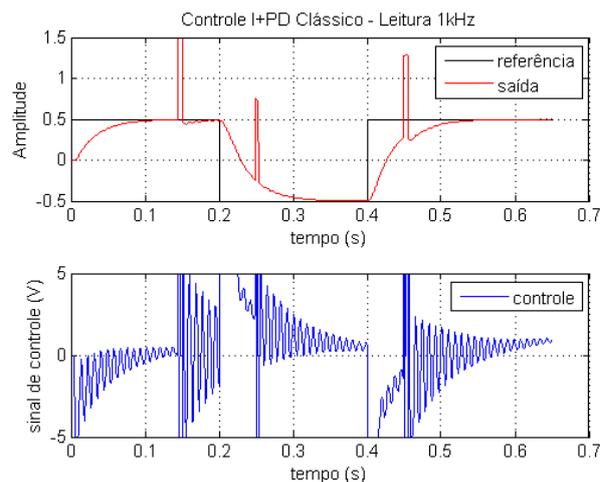


Figura 6. Controle I+PD clássico rejeitando perturbações. Fonte: Autor

Um teste previsto para o I+PD clássico seria a diminuição no período de amostragem para 0,0001 s e o aumento do número de interações para 6500, exigindo uma velocidade de leitura de 10 kHz. Comparado ao caso anterior, os novos resultados foram melhores, pois o sinal de saída teve uma redução de oscilação no estado transiente, e o sinal de controle além de se mostrar bem menos oscilatório, satura apenas um pouco nas mudanças de referência para o sistema sem perturbação, não perdendo a estabilidade do sistema, como é visto na Figura 7. Na Figura 8, observa-se o aparecimento de alguns novos pontos de saturação bem curtos no momento de rejeição das perturbações, mas ainda assim o controlador garante a estabilidade e o rastreamento de referência do sistema.

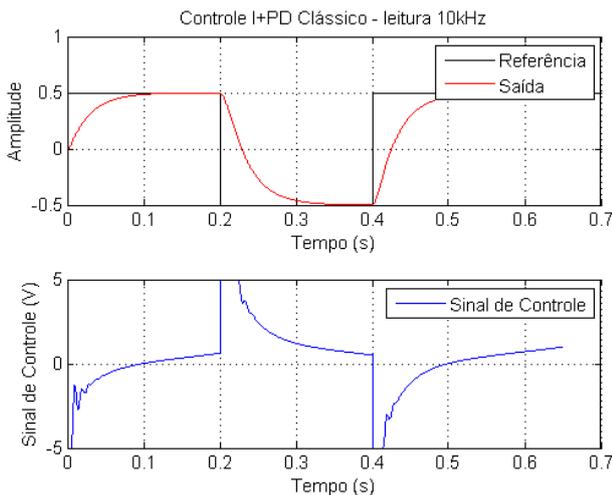


Figura 7. I+PD atuando na frequência de 10 kHz. Fonte: Autor

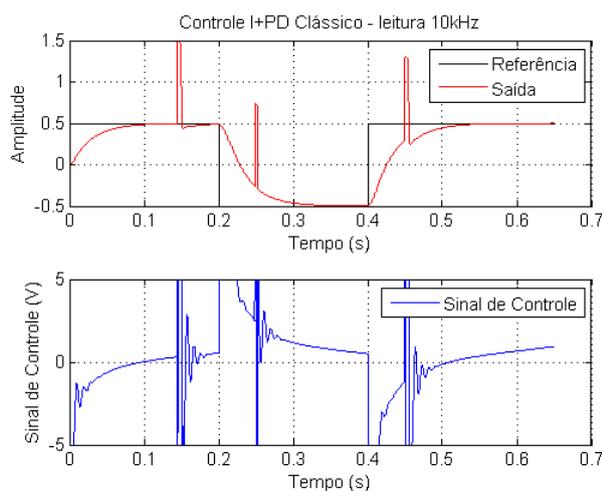


Figura 8. Atuando em 10 kHz e rejeitando perturbação. Fonte: Autor

### 3.3 Controlador I+PD adaptativo

Este controlador foi testado na frequência de leitura de 10 kHz, sendo então alterado o período de amostragem para 0,0001 s e o número de interações para 6500. Nas mesmas circunstâncias de teste do

I+PD clássico, este controlador não funcionou, deixando o pêndulo cair. Foi então reduzido o período de amostragem para 0,00001 s, com um número de amostras aumentado para 65000. A matriz de covariância precisou ter seu ganho aumentado para  $10^{14}$ , para garantir a convergência da estimação em malha fechada. Já a matriz identidade  $I$  que compõe a matriz de busca aleatória  $Q(k)$  teve seu ganho reduzido para  $10^{-7}$ . Esta redução foi extremamente necessária, pois, com o ganho anterior de 0.1 utilizado na identificação em malha aberta, o controlador apresentou muita dificuldade para rejeitar perturbações, e após a alteração, passou a rejeitar perturbações inclusive muito elevadas, acima de 10 vezes os valores de referência.

Um ponto interessante do desenvolvimento deste controlador adaptativo, está no fato de que mesmo utilizando um modelo desejado de segunda ordem como referência, o vetor de parâmetros  $\theta(k)$  deve ser mantido com 8 valores, os quais já haviam sido utilizados na identificação de malha aberta. Para garantir a convergência, estes valores não podem ser nulos, tendo sido 0.01 um valor suficiente para inicializar todos os parâmetros.

Modelos de ordem superior foram testados, mas apresentaram maiores dificuldades para rejeitar perturbações, sendo aceitável até o de terceira ordem, logo, os testes com estes modelos não se mostraram relevantes para este trabalho. Outro fator importante para ressaltar, é o valor de  $\alpha$  da equação para obtenção do modelo. Este valor deve estar entre 0,6 e 0,9 em um intervalo fechado. Todos os testes foram executados com  $\alpha$  sendo igual a 0,6.

Nas mesmas condições de teste do controle clássico com frequência de leitura de 10 kHz, o I+PD adaptativo apresentou maior capacidade de rejeitar perturbações, mas demonstrou um esforço de controle mais elevado do que o modelo clássico, por atingir a saturação periodicamente, além de manter uma leve oscilação no sinal de saída, como verifica-se na Figura 9.

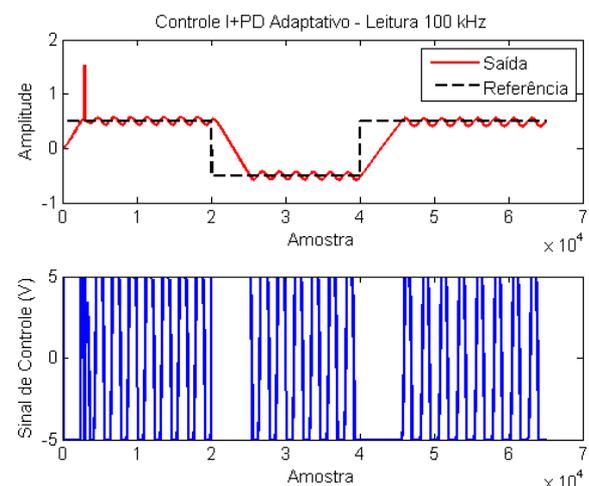


Figura 9. I+PD adaptativo atuando com um sinal de controle oscilatório. Fonte: Autor

A oscilação do sinal de controle é ainda mais intensa mesmo para o sistema sem perturbação, como visto na Figura 10.

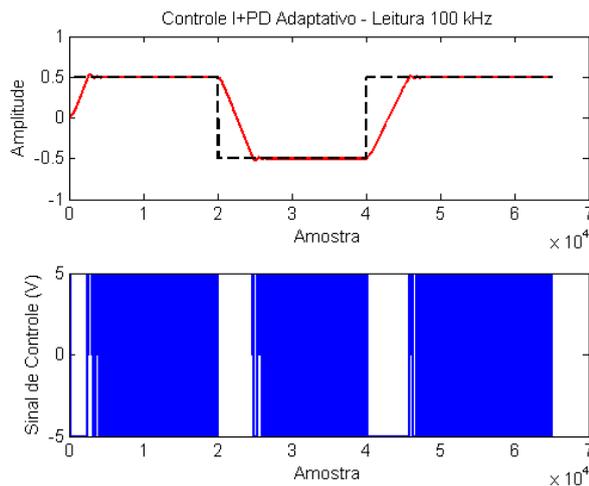


Figura 10. Sinal de controle adaptativo muito oscilatório para o sistema sem perturbação. Fonte: Autor

#### 4 Conclusão

O controle adaptativo apresentou uma boa capacidade de rejeitar perturbações, comparado ao I+PD clássico, sendo capaz de otimizar a taxa de rejeição rapidamente e garantir a convergência do sinal de saída. Esperava-se um comportamento do sinal de controle aproximadamente similar ao do clássico, devido as leis de controle serem as mesmas. No entanto, inesperadamente o sinal de controle adaptativo se mostrou muito oscilatório, alcançando a saturação periodicamente e mantendo uma oscilação sustentada no sinal de saída da planta. A avaliação deste critério foi considerada favorável ao controle clássico, pelo menos em simulação do sistema de pêndulo do invertido.

#### Agradecimentos

Agradecerei sempre primeiramente ao meu pai, João Farias, por sempre ter me ajudado com muito esforço, dedicação e superação até o seu último dia de vida. E também à minha mãe que sempre me deu muito carinho, amor, atenção e incentivo. Aos meus amigos Allan, Netto, Pedro, Philipe, Paulo, e minha querida amiga Nayara, que sempre estiveram comigo nos bons e nos piores momentos. Ao meu professor de física e à minha orientadora, Daniel Palheta e Rejane de Barros, respectivamente, por serem minhas inspirações e meus maiores suportes na vida acadêmica, e a todos que me ajudaram a pagar minha inscrição no CBA.

#### Referências Bibliográficas

Åström, K. and Wittenmark, B. (1995). *Adaptive control*. Reading (Mass.): Addison Wesley.

- Silva, E. A. (2013). *Construção, Modelagem e Controle de um Pêndulo Invertido com CLP e Software SCADA*. Ilha Solteira: Unesp. 79 p.
- Resnick, R; Halliday, D and Krane, K. S. (2003). *Física 1*. 5. ed. Rio de Janeiro: Ltc.
- Modesti, C. U; Santos, D. L; Santos, J. C. and Silva, T. H. M. (2013). *Sistema com Pêndulo Invertido Utilizando Lógica Fuzzy*. São Paulo: Unip. 175 p.
- Coelho, A. e Coelho, L. (2015). *Identificação de Sistemas Dinâmicos Lineares*. 2. ed. Florianópolis: Ufsc. 213 p.
- Souza, L. C A. and Palhares, R. M. (2008). *Estimação de Parâmetros em Sistemas Lineares Variantes no Tempo*. XVII Congresso Brasileiro de Automática. Minas Gerais: Universidade Federal de Juíz de Fora.
- Abreu, P. E. O. G. B; Teixeira B. O. S. and Mesquita A. R. (2016). *Estimação Recursiva de Parâmetros Variantes no Tempo para Sistemas com Sinal de Entrada com Excitação Intermitente*. XXI Congresso Brasileiro de Automática. Vitória (ES): Universidade Federal do Espírito Santo.
- Aguirre, L. A. (2007). *Introdução à Identificação de Sistemas: técnicas lineares e não lineares aplicadas a sistemas reais*. 3. Ed. rev. Belo Horizonte: Editora UFMG.
- Fermino, F. (2014). *Estudo Comparativo de Métodos de Sintonia de Controladores PID*. São Paulo: Escola de Engenharia de São Carlos, USP.
- Prabhu, K. and Bhaskaran, V. M. (2013). *Optimization of a Temperature Control Loop using Self Tuning Regulator*. International Journal of Computer Applications (0975 – 8887), v. 61, N°9.
- Haber, R. and Unbehauen, H. (1990). *Structure Identification of Nonlinear Dynamic Systems – A Survey on Input/Output Approaches*. *Automatica*, v. 26, pp. 651-677.
- Wellstead, P. E. and Zarrop, M. B. (1991). *Self-Tuning Systems: Control and Signal Processing*. New York: John Wiley & Sons.
- Silva, C. J. N. (2012). *Caracterização de um Conjunto Didático para Ensaio de Motor de Corrente Contínua*. Itatiba: Universidade São Francisco. 41 p.
- Folle, L. F. (2012). *Estudo do Coeficiente de Atrito para Processos de Estampagem*. Porto Alegre: Universidade Federal do Rio Grande do Sul. 130 p.
- Callai, T. C; Coelho, L. S. and Coelho, A. A. R. (2007). *Controle Nebuloso Adaptativo por Modelo de Referência: Projeto e Aplicação em Sistemas Não Lineares*. SBA Controle e Automação. Vol 18. No. 4.