

MODELAGEM E IDENTIFICAÇÃO DOS PARÂMETROS DE UM SISTEMA DIDÁTICO DE CONTROLE DE NÍVEL DE FLUIDO

PAULO R. B. CAMPOS*, CARLOS A. B. CAMPOS**

*Depto. de Eletrônica (DAELN-CT)
Universidade Tecnológica Federal do Paraná (UTFPR)
Avenida Sete de Setembro, 3165
CEP: 80230-901 – Curitiba – Paraná

**Instituto de Pesos e Medidas do Paraná – IPEM/PR
Rua Estados Unidos, 135
CEP 82.510-050 – Curitiba – Paraná

E-mails: brerocampos@gmail.com, carlosbrero@gmail.com

Abstract— In this paper is proposed a low cost experiment to identify a continuous sampled system to be applied in control disciplines in engineering / technology courses. The system will control the level of the liquid in a tank. Will also be made the modelling and identification of the parameters of a continuous sampled system and will be compared with the theoretically expected result. To measure the level a low cost pressure sensor will be used. A windshield wiper motor / pump will be used to move the liquid. The control will be done using the Arduino Uno platform. The objective of this experiment is to show how to identify a continuous sampling system.

Keywords— Modelling, measuring liquid level, identification, didactic system, control system.

Resumo— Neste artigo é proposto um experimento para controlar o nível de líquido em um recipiente, utilizando um kit didático de baixo custo, onde será feita a modelagem do sistema e identificação dos parâmetros de um sistema contínuo amostrado e será comparado com o resultado esperado teoricamente. Este experimento pode ser aplicado em disciplinas de controle, nos cursos de engenharia/tecnologia. Para medir o nível será utilizado um sensor de pressão de baixo custo. Será utilizado um motor/bomba de limpador de para-brisa para fazer o movimento do líquido. O controle será feito utilizando a plataforma Arduino Uno. O objetivo deste experimento é mostrar como fazer a identificação de um sistema contínuo amostrado através da resposta no tempo.

Palavras-chave— Modelamento, medição nível de líquido, identificação, sistema didático, sistema de controle.

1 Introdução

O controle automático é o pilar da nova revolução da automação que a sociedade vive atualmente e sua aplicação tornou-se extremamente importante, estando presente desde as áreas tecnológicas até em medicina e em economia, (Bencomo, 2004).

As leis de controle com dinâmicas complicadas e incertezas nas medições não são bem compreendidas pelos alunos (Bencomo, 2004), desta forma fica evidente a importância de trazer exemplos de sistemas de controle automático para os alunos dos cursos de engenharia/tecnologia.

Para auxiliar no entendimento da teoria de controle é importante utilizar sistemas didáticos, como os utilizados em experimentos de laboratório.

Procurando preparar o egresso para que possa utilizar os conceitos de controle na sua vida profissional, o laboratório deve permitir a conexão entre a teoria de controle, que por si só é bastante abstrata, e as suas aplicações no mundo real (Kheir et al. 1996).

Infelizmente muitos cursos de engenharia não possuem recursos para adquirir sistemas didáticos comerciais devido ao seu alto custo.

Neste artigo é proposto um sistema de controle de nível de líquido, de baixo custo, que utiliza a plataforma Arduino Uno para realizar o controle. Para a construção do kit didático são utilizados uma bomba de limpador de para-brisas para o acionamento do sistema, um sensor de pressão de baixo custo para medir a altura do líquido, além de garrafas e tubos de plásticos descartáveis. O objetivo deste experimento é fazer a modelagem do sistema e a identificação dos parâmetros da planta a partir da resposta temporal.

Este artigo está organizado da seguinte forma: na seção 2 são mostradas as leis da dinâmica de fluidos necessárias para fazer o modelamento do sistema de vazão; na seção 3 faz-se a identificação dos elementos que compõem o sistema; na seção 4 são mostrados os resultados da identificação. Finalmente são feitas algumas considerações a título de conclusão.

2 Relações básicas da mecânica de fluidos

De forma esquemática, o modelo do tanque é mostrado na Figura 1, com a vazão de entrada indicada por q_{in} e a vazão de saída indicada por q_{out} .

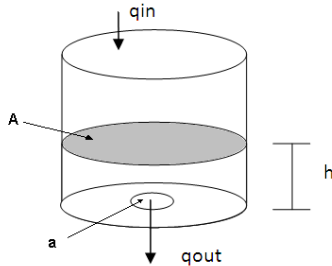


Figura 1 – Modelo do tanque de líquido.

Onde:

- h é a altura do líquido no tanque (nível do tanque)
- g = aceleração da gravidade, $g = 9,81 \text{ m/s}^2$
- A = área da seção transversal do tanque
- a = área do conduto de saída
- q_{in} = vazão de entrada
- q_{out} = vazão de saída

As relações básicas da vazão de um fluido são continuidade, equilíbrio de força e resistência. A relação de continuidade indica que há conservação da matéria, (Franklin et al., 2006), (Resnick e Halliday, 1984). O balanço de matéria é dado na Equação 1.

$$\left| \begin{array}{c} \text{taxa de acúmulo} \\ \text{de massa} \\ \text{no sistema} \end{array} \right| = \left| \begin{array}{c} \text{taxa de} \\ \text{massa} \\ \text{entrando} \end{array} \right| - \left| \begin{array}{c} \text{taxa de} \\ \text{massa} \\ \text{saindo} \end{array} \right| \quad (1)$$

O conceito apresentado na Equação 1 pode ser compreendido de forma intuitiva observando a Figura 1, pois num reservatório se a vazão de saída for menor que a vazão de entrada, haverá um acúmulo de líquido no reservatório. Quando as vazões de entrada e saída forem iguais, o nível do líquido no reservatório ficará constante. Se a vazão de saída for maior que a vazão de entrada, o reservatório irá se esvaziar.

Considerando m = massa [kg]; q = vazão [m^3/s]; ρ = massa específica [kg/m^3], a relação mostrada na Equação 1 pode ser representada matematicamente pela Equação 2, (Franklin et al., 2006).

$$\frac{dm}{dt} = \frac{dV\rho}{dt} = \rho q_{in} - \rho q_{out} \quad (2)$$

Onde, ρq é a taxa de vazão de massa, com unidade [kg/s], e a massa acumulada no tanque é função do volume do tanque e da massa específica: $m = V\rho = Ah\rho$.

Da Equação 2, considerando que a altura do líquido no tanque varia com o volume, obtém-se a Equação 3 (Belanger, 1995).

$$A \frac{dh}{dt} = q_{in} - q_{out} \quad (3)$$

A velocidade de saída do fluido é dada pela Equação 4 (Shames, 1973, p. 148):

$$v = \sqrt{2gh} \quad (4)$$

A vazão é dada pelo produto da velocidade do fluido pela área da seção transversal do escoamento, mostrada na Equação 5.

$$q = av = a\sqrt{2gh} \quad (5)$$

Aplicando a Equação 5 na Equação 3, observando a lei de conservação de massa, obtém-se a Equação 6 que relaciona a altura do líquido no reservatório em função da vazão de saída, que depende das geometrias envolvidas, (A e a), e da vazão de entrada.

$$A \frac{dh}{dt} = q_{in} - a\sqrt{2gh} \quad (6)$$

3 Identificação dos elementos que compõem a malha fechada

Ganho estático do conjunto motor/bomba

O conjunto motor/bomba conduz a água de um reservatório para o tanque. Para acionar o motor é aplicada uma tensão contínua. A equação do ganho estático, que relaciona a vazão fornecida pela bomba (q_{bomba}) e a tensão aplicada na bomba (V_{bomba}) é dada pela Equação 7:

$$q_{bomba} = K_b V_{bomba} \quad (7)$$

Como a vazão fornecida pela bomba é aplicada ao tanque, a vazão de entrada é igual à vazão da bomba: $q_{in} = q_{bomba}$.

Na Equação 8 é mostrada a equação diferencial que representa a planta e o conjunto motor/bomba, considerando que a dinâmica da planta é muito mais lenta em relação à dinâmica do conjunto motor/bomba.

$$\dot{h} = f(V_b, h) = \frac{K_b V_{bomba}}{A} - \frac{a\sqrt{2gh}}{A} \quad (8)$$

Medição da altura do tanque

Para fazer a medição da altura do líquido no tanque foi utilizado um sensor de pressão piezo-resistivo (MPX53GP) utilizado em instrumentos de uso doméstico, instalado no tanque como mostrado na Figura 2.

Como a pressão de uma coluna de água é proporcional à sua altura, pode-se usar o valor da tensão do sensor para calcular a altura.

Segundo o manual, (Motorola, 2018), este sensor deve ficar isolado do líquido, por isso foi utilizada a configuração mostrada na Figura 2.

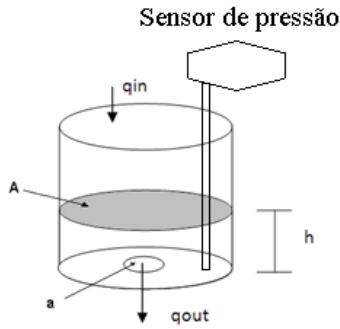


Figura 2– Sensor de pressão no tanque.

A pressão do sensor é calculada como $P = (\text{tensão_sensor} - \text{Voffset}) / \text{Sensibilidade}$, (Motorola, 2018). A pressão de uma coluna de água é dada por $P = \rho gh$. Assim, a altura pode ser calculada através da Equação 9.

$$h = \frac{(\text{Tensão_sensor} - \text{Voffset})}{(\text{sensibilidade} * g * \rho)} \quad (9)$$

A sensibilidade é definida pelo fabricante como $S = 1,2 \text{ KPa/mV}$, a 25°C e $V_{cc} = 3V$. Para diferentes valores de tensão de alimentação este valor tem que ser recalculado. Para $V_{cc} = 5V$, a sensibilidade é recalculada como $S = 2 \text{ KPa/mV}$, sendo a tensão de offset $\text{Voffset} = 30 \text{ mV}$.

A tensão lida no sensor é amplificada utilizando o circuito integrado INA 128 que é um amplificador de instrumentação.

Foi utilizada a tensão de referência interna de $1,1V$ do Arduino para obter uma melhor resolução. A resolução para esta referência é calculada como: $\text{resolução_A/D} = 1,1/1024 = 1,07 \text{ mV}$.

Identificação dos parâmetros da planta

As dimensões da planta, sendo A área do tanque e a área do ponto de saída do fluido, são:

- $a = 2,82 \times 10^{-5} \text{ m}^2$;
- $A = 3,3 \times 10^{-3} \text{ m}^2$;

Pela Equação 3 é possível notar que há uma condição em que $q_{in} = q_{out}$. Nesta situação a altura fica constante, pois a sua variação é igual a zero, e o sistema entra em equilíbrio. Para identificar os parâmetros da planta, procura-se este ponto de equilíbrio. Em malha aberta, altera-se a tensão aplicada à bomba, modificando-se q_{in} , até que o sistema entre em equilíbrio, (Campos e Sovierzoski, 2015).

Para isso, varia-se a tensão V_b aplicada na bomba para controlar a vazão de entrada q_{in} , até que a altura do tanque fique constante. Mede-se h , e calcula-se q_{out} pela Equação 5.

Partindo da Equação 8, buscando-se o ponto de equilíbrio, com $h = \text{constante}$, obtém-se $dh/dt = 0$, resultando $q_{in} = q_{out}$. Em equilíbrio foram obtidos os seguintes valores: $V_{b0} = 4 \text{ V}$, $h_0 = 0,1 \text{ m}$ e $q_{out} = 3,96 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$.

Sabendo-se que q_{out} é igual a q_{in} , pode-se obter a constante da bomba K_b , a partir da Equação 7, resultando $K_b = 0,99 \times 10^{-5} \text{ m}^3/\text{sV}$.

Linearização da equação diferencial através da série de Taylor

A Equação 8, que é a equação diferencial que representa a dinâmica da planta, é uma equação não linear. Para calcular a transformada de Laplace será necessário linearizar esta equação. A linearização será feita em torno de um ponto de operação, através da série de Taylor.

Supondo que o sistema irá trabalhar com pequenas variações em torno do ponto de equilíbrio, é possível utilizar apenas o primeiro termo da série infinita, desconsiderando-se os demais termos por apresentarem valores pequenos em relação ao primeiro termo.

Aplicando a série de Taylor, (Belanger, 1995), na equação $dh/dt = f(V_{bomba}, h)$, levando em consideração as condições que definem o ponto de equilíbrio, obtém-se a Equação (10), onde $V_{b0} = 4 \text{ V}$ e $h_0 = 0,1 \text{ m}$ são os valores de tensão de entrada e altura no ponto de equilíbrio.

$$\dot{h} = f(V_{b0}, h_0) + \left[\frac{\partial f(V_b, h)}{\partial h} \right]_{V_{b0}, h_0} \Delta h + \left[\frac{\partial f(V_b, h)}{\partial V_b} \right]_{V_{b0}, h_0} \Delta V_b \quad (10)$$

Aplicando os parâmetros medidos da planta e as condições de equilíbrio na Equação 10, obtém-se a equação diferencial linearizada mostrada na Equação 11.

$$\dot{h} = 0,06 \Delta h - 0,003 \Delta V_b \quad (11)$$

Calculando a Transformada de Laplace da Equação 11 obtém-se a função de transferência mostrada na Equação 12.

$$\Delta G(s) = \frac{\Delta H(s)}{\Delta V(s)} = \frac{0,003}{s + 0,06} \quad (12)$$

4 Medições e Identificação do sistema

A estrutura esquemática do kit didático é mostrado na Figura 3. O objetivo do sistema é controlar a altura do líquido no recipiente superior que será denominado tanque. Este é um modelo em escala reduzida para ser facilmente montado e utilizado.

O conjunto motor/bomba é composto por uma bomba de limpador de para-brisas. O reservatório recebe a água que sai do tanque, que através da bomba é reinjetada novamente no tanque.

Devido à distância da bomba ao reservatório há um atraso de transporte, que pode ser modelado, de forma simplificada, como um sistema de primeira

ordem (Franklin, Powell, e Emami-Naeini, 2006, p. 351), cujo polo será dado por $p=1/T_{atr}$, onde T_{atr} é o tempo que o líquido leva para atingir o reservatório. Como a dinâmica da planta é muito mais lenta, pois o seu polo está muito mais próximo da origem do que os outros polos, o tempo de resposta da planta será considerado como dominante, por isso apenas ela será considerada no modelo final.

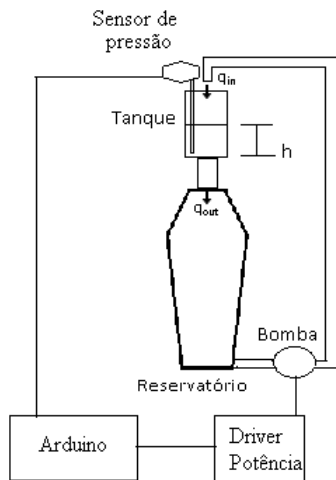


Figura 3– Esquema de montagem do sistema didático.

Uma fotografia da planta utilizada no experimento é mostrada na Figura 4, mostrando o tanque na parte superior e o reservatório na parte inferior.

Para fazer a identificação dos parâmetros do sistema realimentado escolhe-se um ganho que possibilite uma resposta com *overshoot*. A partir da resposta no tempo faz-se a identificação aproximando a resposta como se fosse de um sistema de segunda ordem. Para se obter *overshoot*, o ganho escolhido foi $K=0,5$.

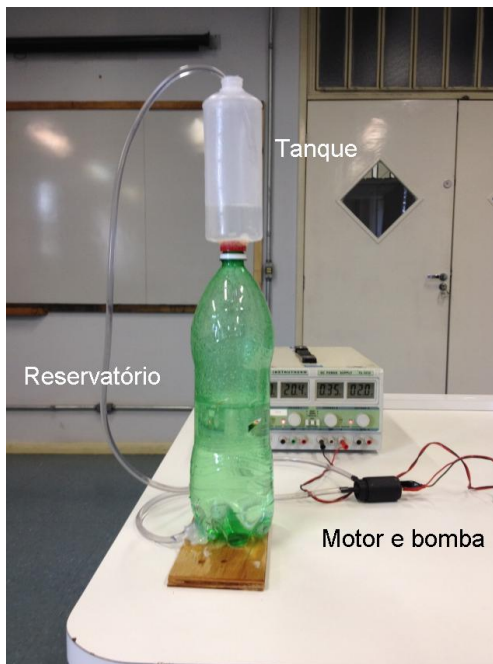


Figura 4 - Planta didática de baixo custo.

Na Figura 5 é mostrado o sistema de controle completo, onde o medidor de pressão está colocado na parte superior do suporte.

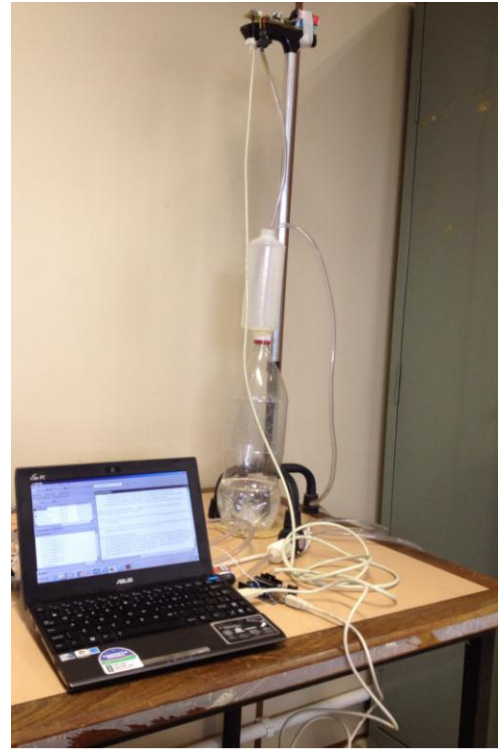


Figura 5 – sistema de controle de altura de fluido.

A dinâmica da planta de um sistema de fluido é muito lenta em relação ao sistema de acionamento, dominando o tempo de resposta. Assim, é possível aproximar o conjunto motor/bomba/planta como um sistema de primeira ordem, sendo considerado apenas o polo da planta.

O microcomputador Arduino Uno foi usado para implementar um integrador através de uma equação à diferença. O ganho $K=0,5$ também foi implementado no microcomputador.

Desta forma, os polos dominantes do sistema serão os polos da planta e do integrador. Por isso será possível aproximar o sistema com um sistema de segunda ordem.

Na Figura 6 é mostrado o diagrama em blocos do sistema simplificado. O tempo de amostragem utilizado foi $T=0,1s$.

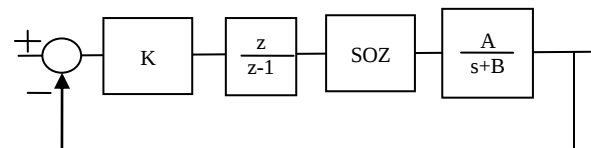


Figura 6 – modelo simplificado do sistema

A transformada Z da planta contínua e do Segurador de Ordem Zero resulta na função de transferência mostrada na Equação 13:

$$G(z) = \frac{a}{z-b} \quad (13)$$

A função de transferência resultante em malha fechada é mostrada na Equação 14:

$$MF(z) = \frac{zKa}{z^2 - z(1+b-Ka) + b} \quad (14)$$

A identificação será feita através da resposta no tempo, considerando um sistema de segunda ordem. Para a identificação serão usados tempo de pico, t_p , e a amplitude do sobressinal, M_p , medidos através da resposta temporal.

A resposta ao degrau para $u(t)=0,04$, mostrada na Figura 7, foi capturada usando o programa Matlab. Para melhor identificar os parâmetros foi utilizada a ferramenta Basic Fiting, contido na janela da própria figura, que encontra a melhor aproximação para o sinal. A partir disso encontra-se $t_p=28,35s$ e $M_p=0,3793$ sendo que o valor da altura em regime permanente é de $y=0,04m$.

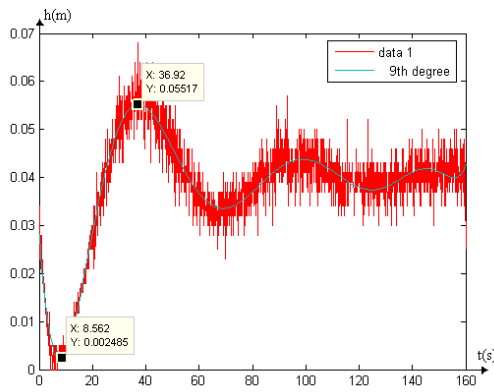


Figura 7 – identificação de t_p e M_p .

Para calcular ω_n e ξ são utilizadas as Equações 15, 16 e 17, obtendo-se $\omega_n=0,116$ e $\xi=0,295$, no tempo contínuo.

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_d} \quad (15)$$

$$M_p = e^{-\frac{\pi\xi}{\sqrt{1-\xi^2}}} \quad (16)$$

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1-\xi^2} \quad (17)$$

Como o sistema resultante é amostrado, é necessário usar a relação de transformação $z=e^{sT}$, que relaciona pontos no plano S com pontos no plano Z e usando ω_n e ξ , medidos na identificação, pode-se calcular os pontos equivalentes no plano Z. Nestes pontos encontram-se os polos em malha fechada.

Para facilitar o cálculo destes polos no plano Z, utilizam-se as equações que relacionam ω_n e ξ com um ponto no plano Z na forma módulo e ângulo (r, θ), mostradas nas Equações 18 e 19, (Phillips e Nagle, 1995, p. 216).

$$\xi = \frac{-\ln r}{\sqrt{\ln^2 r + \theta^2}} \quad (18)$$

$$\omega_n = \frac{1}{T} \sqrt{\ln^2 r + \theta^2} \quad (19)$$

Das equações 18 e 19, obtém-se r e θ , que indicam a localização dos polos em malha fechada. Na Equação 20 são mostrados os polos na forma retangular.

$$z = 0.9965 \pm 0,01104j \quad (20)$$

Com o valor dos polos pode-se obter o denominador em malha fechada, denominado equação característica, como mostrado na Equação 21.

$$Den(z) = z^2 - 1,993050 + 0,99318 \quad (21)$$

Comparando as Equações 21 e 14 encontram-se a e b , obtendo-se a função de transferência discreta mostrada na Equação 22.

$$G(z) = \frac{2,6796 \cdot 10^{-4}}{z - 0,99318} \quad (22)$$

Transformando a Equação 22 para o plano s, a função de transferência da planta contínua é mostrada na Equação 23.

$$G(s) = \frac{2,689 \cdot 10^{-3}}{s + 0.06839} \quad (23)$$

Comparando as Equações 23 e 12 é possível notar que os valores dos parâmetros estão próximos.

Na Figura 8 são mostradas as resposta do sistema físico e do sistema simulado a partir dos valores identificados. É possível notar que a resposta do sistema simulado ficou bastante próxima da resposta média do sistema físico. Para as medições foi utilizado o Arduino Uno, cujo conversor A/D possui resolução de 10 bits.

Deve-se tomar cuidado para que não haja saturação do sinal, pois isto pode alterar o resultado da identificação.

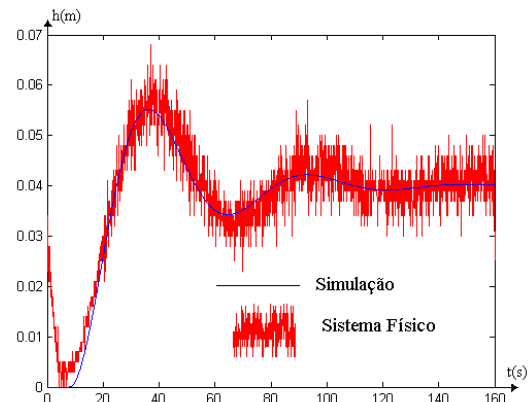


Figura 8 – resultado

Pela Figura 8 é possível observar que o sinal medido na saída (altura do tanque) é bastante ruidoso. Isto pode acontecer por dois motivos: a) a injeção de líquido no tanque altera a pressão, produzindo uma variação constante na pressão, consequentemente na medição de altura; b) o conversor A/D do Arduino Uno possui desvio na exatidão absoluta de dois

dígitos menos significativos (2 LSB), e isto pode fazer com que estes bits tenham uma variação constante.

5 Conclusão

Neste artigo foi proposto um experimento didático de controle de altura de líquido para ser utilizado nas disciplinas de controle, nos cursos de engenharia e tecnologia.

Este experimento permite que os alunos utilizem as equações básicas de sistemas de fluidos, aplicando-as no controle de um processo físico.

Foi feito o modelamento da planta partindo da equação diferencial e a medição dos parâmetros. Foi feito também a identificação dos parâmetros da planta através da resposta no tempo, comparando os dois resultados, que se mostraram próximos.

A relevância deste experimento é demonstrar que a partir da resposta no tempo é possível fazer a identificação da planta de um sistema de controle contínuo amostrado.

Este kit didático tem sido aplicado nas disciplinas de Controle 1 e Controle 2, do curso de Engenharia Eletrônica da UTFPR, no campus de Curitiba, permitindo aos alunos um melhor entendimento sobre controle de sistemas dinâmicos.

Referências Bibliográficas

- Bencomo, S. D (2004). Control learning: present and future. Annual Reviews in Control, v. 28, n. 1, p. 115-136.
- Campos, P. R. B. e Sovierzoski, M. A. Modelamento e análise de sistema de vazão de fluido aplicado a uma planta didática de baixo custo. XLIII Congresso Brasileiro de Ensino de Engenharia (COBENGE-2015), 08-11 Setembro 2015, São Bernardo do Campo, SP.
- Franklin, G., Powell, J. D., Emami-Naeini, A. (2006). Feedback control of dynamic Systems, 4. Ed, India: Pearson Education.
- Kheir, N. A.; Cheok, K. C.; Åström, K. J.; Auslander, D; Masten, M.; Rabins, M.; Franklin, G. F. (1996), Control systems engineering education. Vol: 32, Issue: 2, Page: 147-166.
- Motorola. Silicon pressure sensors (2018). Disponível em <<http://pdf.datasheetcatalog.com/datasheet/motorola/MPXV53GC6T1.pdf>> acesso em 10/01/18.
- Ogata, K. Engenharia de Controle Moderno. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1985.
- Phillips C. e Nagle H. T. Digital Control Systems Analysis and Design. 3ª ed. New Jersey: Prentice-Hall Inc, 1995.
- Resnick R. & Halliday, D (1984). Física 2. 4ª ed., Rio de Janeiro: LTC.
- Shames, I. (1973). Mecânica dos Fluidos, vol. 1. São Paulo: Edgard Blucher.