

Aplicação de um filtro de Kalman estendido para estimação de massa veicular variante no tempo

Alice N. de L. Medina* Raony M. Fontes*
Daniel D. Santana* Reiner Requião*

* *Escola Politécnica, Universidade Federal da Bahia, BA, (e-mail: raony@ufba.br).*

Abstract: This work evaluates the application of an extended Kalman filter (EKF) in the estimation of vehicle mass. The study vehicle is a truck simulated in a computer environment in order to allow varying its mass during the simulation to attest to the performance of the proposed state estimator. The EKF is tested on three different models proposed in the literature in order to determine the best configuration for the implementation. The results suggest a great sensitivity of the filter to changes in the component of the equation of motion related to the force performed by the vehicle and in the variance of the inverse of the mass, presenting a maximum deviation predominantly in the interval of $\pm 5\%$ of the desired value, for the mass estimation, in addition to following the changes in mass with a convergence of about 25 s.

Resumo: Este trabalho avalia a aplicação do filtro de Kalman estendido (EKF) na estimação da massa veicular. O veículo de estudo é um caminhão simulado em ambiente computacional, de forma a permitir variar sua massa durante a simulação para atestar o desempenho do estimador de estados proposto. O EKF é testado sobre três modelos diferentes propostos na literatura, de maneira a determinar a melhor configuração para a implementação. Os resultados sugerem uma grande sensibilidade do filtro às mudanças na componente da equação de movimento referente à força desempenhada pelo veículo e na variância do inverso da massa, apresentando um desvio máximo predominantemente no intervalo de $\pm 5\%$ do valor de referência, para a estimação de massa, além de acompanhar as mudanças de carga com convergência em cerca de 25 s.

Keywords: Kalman filter; extended Kalman filter; vehicle mass; mass estimation; sensitivity analysis; simulated environment.

Palavras-chaves: Filtro de Kalman; filtro de Kalman estendido; massa veicular; estimação de massa; análise de sensibilidade; ambiente simulado.

1. INTRODUÇÃO

Um dos sub-segmentos da economia que vem crescendo no Brasil é o de transportes. De acordo com o IBGE (Brasil (2015)), neste sub-segmento, houve um crescimento percentual de 4,4% no primeiro trimestre de 2017 em relação ao mesmo trimestre do ano anterior. A importância do setor seguiu crescendo no anos seguintes e, em 2018, a frota circulante de caminhões no Brasil teve um acréscimo de 12,59% em relação aos últimos 5 anos (Sindipeças (2019)). Devido à tendência de crescimento desse setor, é esperado que o nível de complexidade e custo das operações também aumente.

Entretanto, um dos fatores que inibe o crescimento mais acelerado desse setor se dá pelos custos relacionados ao descumprimento de normas de carga máxima, devido ao desconhecimento do carregamento da frota em tempo real. O Conselho Nacional de Trânsito (CONTRAN) estabelece restrições sobre o peso bruto e por eixo para veículos comerciais circularem em vias terrestres, com intuito de prezar tanto pela conservação do automóvel quanto da pista (CONTRAN (2006)).

Essas restrições são baseadas em informações do Departamento Nacional de Infra-estrutura de Transportes (DNIT), que notifica que a circulação de veículos com carga superior àquela para qual suas componentes foram dimensionadas geram: danos aos eixos, molas e freios, aumentam a probabilidade de acidentes devido ao desgaste dessas peças, além de multas à empresa decorrentes do descumprimento da norma (Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes (2006)). O DNIT também anuncia que a circulação de um veículo com carga superior à 20% do estabelecido, dobra o efeito dela sobre a via, o que gera um custo de manutenção e conservação desta.

Diante desse cenário, pode-se afirmar que o controle e conhecimento da massa veicular é capaz auxiliar na redução de custos e aumento da vida útil das frotas e das rodovias. Como alternativa para remediação desse problema, diversos estudos vêm sendo desenvolvidos na aplicação de métodos que viabilizam a estimação de massa veicular sem a necessidade da aplicação de novos sensores ou balanças. Como um dos destaques, alguns trabalhos apresentam o uso do Filtro de Kalman Estendido (EKF - *Extended Kal-*

man Filter) como uma técnica eficaz para disponibilização da massa veicular em tempo real.

No contexto acadêmico, pode-se destacar o trabalho de Vincent and Ilya (2005), em que foi proposto um Modelo de Controle Preditivo (MPC - do inglês *Model Predictive Control*) para a velocidade e aplicado em conjunto com o EKF para estimação de massa constante e inclinação da pista, considerando como medição apenas a velocidade. Além disso, é discutida a relação entre a covariância da medição e a qualidade da estimação dos estados. Por sua vez, Lundin and Olsson (2012) utilizam o EKF na estimação de massa e inclinação em um veículo de passeio, usando medições de torque, velocidade e aceleração. Nesse trabalho o veículo é submetido à testes em diversas condições, como pista com grande variação de inclinação, pista de cascalho e adicionando um trailer ao veículo, discutindo o impacto dessas condições no resultado da estimação.

Em Holm (2011), o autor faz uso de um amplo sistema de medições das variáveis do processo como torque, velocidade e aceleração, e propõe uma discussão sobre a qualidade da estimação com e sem a utilização da medição da inclinação, fornecendo um resultado mais preciso quando ela é usada. Em Sun et al. (2016) apresenta-se a aplicação de dois métodos, EKF e Mínimos Quadrados Recursivos (RLS - do inglês *Recursive Least Squares*) para estimação da massa de um ônibus de motorização híbrida com variação da massa dada pela entrada e saída de passageiros. Nesta aplicação, o uso do EKF na estimação de massa possibilitou uma convergência em cerca de 150 segundos.

Já o trabalho proposto por Kidambi et al. (2014) traz uma análise de estimação de massa e inclinação veicular, comparando quatro métodos de estimação: EKF; RLS; Observador de Grau Dinâmico (DGO - do inglês *Dynamic Grade Observer*); e um método proposto pelo autor chamado Massa e Inclinação Paralelas (PMG - do inglês *Parallel Mass and Grade*). O uso do método PMG destaca-se em relação aos demais em condições de dinâmica de inclinação intensa e quando não há uma boa estimativa inicial dos estados. O EKF não se mostrou tão eficaz nessas condições, sendo recomendado em casos em que são fornecidas melhores estimativas iniciais ao filtro. Em Lingman and Schmidtbauer (2003), são estimadas massa e inclinação simultaneamente em um veículo de 50 toneladas através do EKF, usando uma equação de movimento simplificada. O trabalho comprova a eficácia do estimador de estados comparando os resultados em ambiente computacional e em um veículo verdadeiro.

Frente ao cenário exposto, pode-se destacar que o EKF tem sido uma das principais soluções estudadas no campo de estimação de massa veicular, em alguns casos combinado com outras ferramentas, a exemplo do RLS, conforme demonstrado pelos autores Kidambi et al. (2014) e Sun et al. (2016). Além disso, o estimador demonstra-se compatível com diversos modelos de veículos, desde carros de passeio (Lundin and Olsson (2012)) a caminhões (Lingman and Schmidtbauer (2003)).

Entretanto, é reforçado nos trabalhos a importância de um sistema de medição complexo, que permita o fornecimento de grandezas que podem ser de difícil acesso, como aceleração, torque do motor ou do pneu, injeção de combustível,

velocidade, entre outras. Além disso, a concentração dos estudos está na aferição da massa veicular em condição constante, deixando uma lacuna no campo de variação de massa.

Com base no exposto, este trabalho visa apresentar um estimador de massa veicular variante no tempo, utilizando como medição apenas a velocidade do veículo. No trabalho, é exposta uma comparação sobre a utilização de modelos de dinâmica veicular presentes na literatura (Holm (2011); Lundin and Olsson (2012); Sun et al. (2016)) no projeto de um EKF para estimação da massa de um caminhão sugador. Os resultados da simulação dos modelos para estimação da massa são apresentados e é realizada uma análise da sensibilidade da estimação da massa com relação aos parâmetros de um desses modelos e à sintonia do filtro.

2. REFERENCIAL TEÓRICO

2.1 Modelo Dinâmico do Veículo

Para determinação da equação de movimento de um veículo, analisa-se a composição das forças longitudinais que atuam sobre ele, através do diagrama de corpo livre conforme esquematizado na Figura 1. A força despendida pelo veículo na direção do movimento é denominada F_v e as forças contrárias estão associadas à componente peso no eixo x , F_g , devido à inclinação θ , à resistência aerodinâmica, F_{ar} , e à força associada ao atrito, conhecida como resistência ao rolamento, F_{at} .

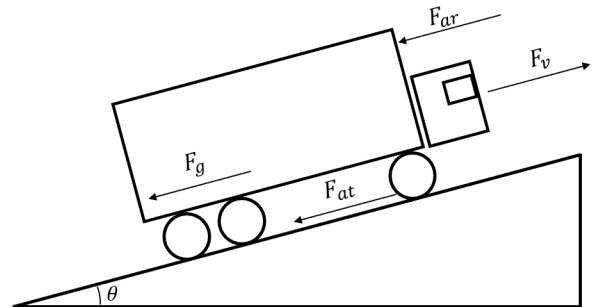


Figura 1. Diagrama de forças longitudinais atuantes no veículo.

Dessa forma, a relação entre as forças baseada na segunda lei de Newton é descrita em (1).

$$m \cdot \dot{v} = F_v - F_{ar} - F_{at} - F_g \quad (1)$$

Entretanto, os autores Holm (2011), Lundin and Olsson (2012) e Sun et al. (2016) aplicam considerações e assumem hipóteses diferentes em seus modelos quanto à entrada do sistema, características da dinâmica veicular e manipulações algébricas, o que torna as equações finais de movimento distintas, conforme apresentado em (2), (3) e (4), respectivamente, em que φ_1 representa o inverso da massa e v_H , v_L e v_S são as velocidades dos respectivos autores.

$$\dot{v}_H = \frac{\varphi_1(T_m u_g n_{tf} - \frac{1}{2} \rho_{ar} C_d A_f v_H^2) - \frac{g}{B_r} \sin(\theta + Br)}{1 + \varphi_1 m_r} \quad (2)$$

$$\dot{v}_L = \varphi_1 \left(\frac{T_r}{r} - \frac{1}{2} C_d \rho_{ar} A_f (v_L + v_w)^2 \right) - g(\mu \cos \Theta + \sin \Theta) \quad (3)$$

$$\dot{v}_S = \varphi_1 \left(\frac{T_r}{r} - \frac{1}{2} C_d \rho_{ar} A_f v_S^2 \right) - g(f_1 + f_2 v_S) \cos \Theta - g \sin \Theta \quad (4)$$

A Tabela 1 apresenta as informações dos parâmetros que compõem os modelos descritos anteriormente.

Tabela 1. Informações parâmetros das equações (2), (3) e (4).

Variável	Nome	Unidade	Valor
u_g	Relações de Transmissão	1/m	22,75
n_{tf}	Rendimento	Ad.	0,8
ρ_{ar}	Densidade do ar	Kg/m^3	1,225
v_w	Velocidade do vento	m/s	1,667
A_f	Área frontal do veículo	m^2	6,8
C_d	Coefficiente de arrasto	Ad.	0,95
g	Aceleração gravitacional	m/s^2	9,81
μ	Coef. rolamento total	Ad.	0,013
r	Raio do pneu	m	0,506
m_r	Massa rotacional	Kg	134,9
f_1	Coef. rolamento vazio	Ad.	0,0076
f_2	Coef. rolamento cheio	Ad.	$5,6 \cdot 10^{-5}$

Quanto às hipóteses assumidas pelos autores, Holm (2011) considera que as componentes rotacionais oriundas das relações de transmissão entre pneu e motor fazem parte da equação do movimento. Dessa forma, o autor obtém o torque do motor (T_m) através do torque dos pneus, fornecido pelo sistema de medição do veículo em que são aplicados seus testes, de forma a considerar T_m como a entrada do sistema. Além disso, Holm (2011) também utiliza a relação trigonométrica descrita em (5) onde y é o $\arctan(\mu)$ para auxiliar na definição de um dos estados.

$$\sin(\theta) + \cos(\theta) \cdot \tan(y) = \frac{\sin(\theta + y)}{\cos(y)} \quad (5)$$

As considerações feitas por Lundin and Olsson (2012) e Sun et al. (2016) em (3) e (4), respectivamente, apresentam algumas semelhanças, uma vez que ambos optaram pela escolha do torque nos pneus (T_r) como entrada do sistema, não utilizando as relações de transmissão do veículo e sem aplicar a manipulação algébrica apresentada em (5). Como diferenças, Lundin and Olsson (2012) consideram a velocidade do vento (v_w) na componente da resistência do ar, ao contrário de Sun et al. (2016) que não fez essa suposição. Além disso, Sun et al. (2016) fazem uso de dois fatores, f_1 e f_2 , para descrever a resistência ao rolamento, enquanto Lundin and Olsson (2012) aplicam um coeficiente único (μ) referente a essa resistência.

2.2 Representação em Espaço de Estados

A definição dos estados é feita de forma a analisar as variáveis que se deseja conhecer ou que componham o sistema de medição. Dessa forma, as representações dos modelos descritos em (2), (3) e (4) tratados nesse trabalho seguirão o que foi assumido pelos seus respectivos autores. Assim, o primeiro estado é definido como a velocidade, que nesse caso será generalizada para os três modelos como sendo v , mas distinguida quando necessário destacá-los, logo, $x_1 = v$; e segundo estado denominado como

$x_2 = 1/m$, uma vez que é o principal objeto desse trabalho determinar o valor da massa. A escolha de x_2 é feita com intuito de facilitar a linearização dos modelos (Lundin and Olsson (2012)).

Para Lundin and Olsson (2012) e Sun et al. (2016), o terceiro estado é considerado como sendo a inclinação, ou seja, $x_3 = \theta$. Entretanto, em Holm (2011), devido às manipulações trigonométricas apresentadas em (5), a representação é dada por $x_3 = \sin(\theta + B_r)$. Conforme definição dos autores, a entrada do sistema em (2) é o torque no motor (T_m), enquanto que em (3) e (4) é o torque nos pneus (T_r). Nas equações em espaço de estados, tanto T_m e T_r foram nomeados por u . Dessa maneira, as representações em espaço de estados discreto de (2), (3) e (4) são dadas como segue:

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k) + \frac{t_s(x_2(k)(u(k)(1+w_u(k))u_g n_{tf} - \alpha_2 x_1(k)^2) - \frac{g}{B_r} x_3(k))}{1+x_2(k)m_r} \\ x_2(k) + t_s w_2(k) \\ x_3(k) + t_s w_3(k) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k) + t_s(x_2(k)(\frac{u(k)+w_u(k)}{r} - \alpha_2(x_1(k)+w_1(k))^2) - \dots \\ +g(f_r \cos(x_3(k)) + \sin(x_3(k)))) \\ x_2(k) + t_s w_2(k) \\ x_3(k) + t_s w_3(k) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} x_1(k+1) \\ x_2(k+1) \\ x_3(k+1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1(k) + t_s(x_2(k)(\frac{u(k)}{r} - \alpha_2 x_1(k)^2) - \dots \\ +g(f_1 + f_2 \cdot x_1(k)) \cos(x_3(k)) + \sin(x_3(k))) \\ x_2(k) + t_s w_2(k) \\ x_3(k) + t_s w_3(k) \end{bmatrix} \quad (8)$$

, respectivamente.

Para efeitos de simplificação, os componentes da resistência aerodinâmica foram agrupados em α_2 conforme $\alpha_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho_{air} \cdot C_d \cdot A_f$. Para a representação do sistema em espaço de estados, é adicionada uma incerteza associada à entrada dada por w_u , e $w_1(k)$, $w_2(k)$, $w_3(k)$ são ruídos brancos de x_1 , x_2 , x_3 , de média zero e distribuição normal com variância conhecida.

$$\mathbf{z}_k = [1 \ 0 \ 0] \mathbf{x}_k + \mathbf{w}_z \quad (9)$$

Uma vez que, para a aplicação estudada, é considerado que apenas a velocidade será medida, a equação de medição será dada por (9), onde w_z é um ruído branco de média zero e distribuição normal com covariância conhecida para medição z_k .

2.3 Filtro de Kalman Estendido Discreto

O filtro de Kalman é um estimador de estados recursivo, sendo um dos mais empregados em problemas acadêmicos e possuindo uma vasta aplicação nas áreas de navegação autônoma e assistida (Welch and Bishop (2006)). Sua versão tradicional, entretanto, é muitas vezes insuficiente para tratar algumas aplicações, necessitando de versões mais robustas ou acompanhado de outros estimadores de estado, como RLS, por exemplo. No estudo em questão, uma vez que as Equações Diferenciais Ordinárias (EDOs) da aplicação escolhida são não lineares, faz-se necessário utilizar uma abordagem complementar do filtro de Kalman (KF - do inglês *Kalman Filter*), sendo escolhido o filtro de Kalman Estendido.

Dado o sistema de equações não linear discreto

$$\mathbf{x}(k) = f(\mathbf{x}(k-1), \mathbf{u}(k-1), \mathbf{w}(k-1)) \quad (10)$$

$$\mathbf{z}(k) = h(\mathbf{x}(k), \mathbf{v}(k)) \quad (11)$$

em que $\mathbf{x}(k)$ é um vetor dos estados no instante k , conforme expresso em (12), e $u(k-1)$ é o vetor correspondente ao sinal de entrada. Ambas as equações de estado em (10) e medição em (11) têm ruídos brancos de média zero e covariância conhecida associados a elas, sendo eles representados por $w(k-1)$ e $v(k)$, nessa ordem.

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} \quad (12)$$

Conhecendo as equações do modelo e da medição, conforme foi apresentado por (10) e (11), o EKF atua com as etapas de predição e correção de forma reduzir o efeito do ruído na medição e estimar parâmetros desconhecidos. A primeira etapa é responsável por prever os estados do sistema, usualmente sendo chamada de estimação a priori ($\hat{\mathbf{x}}^-$), e calcular a matriz de covariância do erro a priori (\mathbf{P}^-). Em (13) e (14) são descritas as equações dessa etapa, sendo \mathbf{Q} a matriz de covariância do processo.

A etapa de correção, por sua vez, utiliza a estimação a priori e o valor da medição, gerando a estimação a posteriori ($\hat{\mathbf{x}}$), além de calcular a matriz de ganho de Kalman (\mathbf{K}) e atualizar a matriz de covariância do erro (\mathbf{P}). Em (15), (16) e (17) são expressas as operações realizadas nessa etapa, em que \mathbf{R} é a matriz de covariância da medição e \mathbf{I} é uma matriz identidade com dimensão correspondente ao número de estados.

$$\hat{\mathbf{x}}^-(k) = f(\hat{\mathbf{x}}(k-1), \mathbf{u}(k-1), 0) \quad (13)$$

$$\mathbf{P}^-(k) = \mathbf{A}(k) \cdot \mathbf{P}(k-1) \cdot \mathbf{A}^T(k) + \mathbf{W}(k) \cdot \mathbf{Q}(k-1) \cdot \mathbf{W}^T(k) \quad (14)$$

$$\mathbf{K}(k) = \frac{\mathbf{P}^-(k) \cdot \mathbf{H}^T(k)}{(\mathbf{H}(k) \cdot \mathbf{P}^-(k) \cdot \mathbf{H}^T(k) + \mathbf{V}(k) \cdot \mathbf{R}(k) \cdot \mathbf{V}^T(k))} \quad (15)$$

$$\hat{\mathbf{x}}(k) = \hat{\mathbf{x}}^-(k) + \mathbf{K}(k) \cdot (\mathbf{z}(k) - h(\hat{\mathbf{x}}^-(k), 0)) \quad (16)$$

$$\mathbf{P}(k) = (\mathbf{I} - \mathbf{K}(k) \cdot \mathbf{H}(k)) \cdot \mathbf{P}^-(k) \quad (17)$$

\mathbf{A} é a matriz dos estados e \mathbf{H} da medição. As matrizes \mathbf{W} e \mathbf{V} correspondem à Jacobiana das equações do modelo e da medição em relação aos seus respectivos ruídos. Destaca-se que o valor atribuído a \mathbf{Q} e \mathbf{R} estão associados inversamente à confiança da estimação em relação ao modelo e à medição, nessa ordem.

3. METODOLOGIA

Neste trabalho, é apresentado um estudo de caso em que um caminhão sugador está em movimento num trajeto plano e variando a massa em três instantes durante 5 minutos. O veículo inicia com massa total igual a 11 toneladas, variando para 10 toneladas, 10,5 toneladas e 9 toneladas nos instantes $t = 75$ s, $t = 150$ s e $t = 225$ s. A variação tipo degrau para a massa foi escolhida devido às características da dinâmica veicular a qual o caminhão sugador está normalmente submetido, uma vez que o mesmo costuma rodar longas distâncias com a mesma massa, fazendo grandes decréscimos e acréscimos de carga em pontos específicos. As simulações foram realizadas em ambiente computacional e as rotinas feitas em código

aberto na linguagem Python. Os dados experimentais do veículo foram gerados usando as equações de movimento em (2), (3) e (4), sendo considerado que a velocidade é o único estado medido, conforme expresso por (9).

Para geração dos dados experimentais, os valores de massa e inclinação em cada instante foram definidos, de forma que a massa varia em 3 instantes enquanto a inclinação permanece constante. Para as entradas $u_H(k)$, $u_L(k)$ e $u_S(k)$, foram construídos sinais dente de serra cujos picos estão associados ao estado estacionário da entrada de cada modelo e ajustados de forma a tornar os perfis de velocidade entre os modelos semelhantes. Esse ajuste foi realizado tanto para garantir condições de dinâmica semelhante entre os modelos, sendo nesse caso representado por uma velocidade máxima entre 60 km/h e 80 km/h, quanto para garantir um perfil de direção realista para o estudo de caso. A dinâmica do veículo é atualizada a cada iteração com a medição anterior de velocidade, os valores de referência dos estados não medidos (x_2 e x_3) e o respectivo sinal de entrada de cada modelo.

O EKF é iniciado com a seguinte condição dos estados: $x_1 = 1 \cdot m/s$, $x_2 = \frac{1}{15000} \cdot Kg^{-1}$ e $x_3 = 0.0038 \cdot rad$. A cada iteração, o filtro usa a última medição de velocidade. Uma vez que, para o objeto de estudo, o sistema de medição não é alterado, a matriz \mathbf{H} é considerada constante. Além disso, para fins de simplificação, as matrizes \mathbf{Q} e \mathbf{R} também foram assumidas constantes e, com base na covariância da estimativa inicial do EKF, suas sintonias são definidas por (18) e (19).

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} \frac{1}{9} & 0 & 0 \\ 0 & 5,73 \cdot 10^{-11} & 0 \\ 0 & 0 & 1,03 \cdot 10^{-4} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{R} = \left[\frac{1}{9} \right] \quad (19)$$

A Figura 2 demonstra o funcionamento do filtro de Kalman estendido para a aplicação em questão.

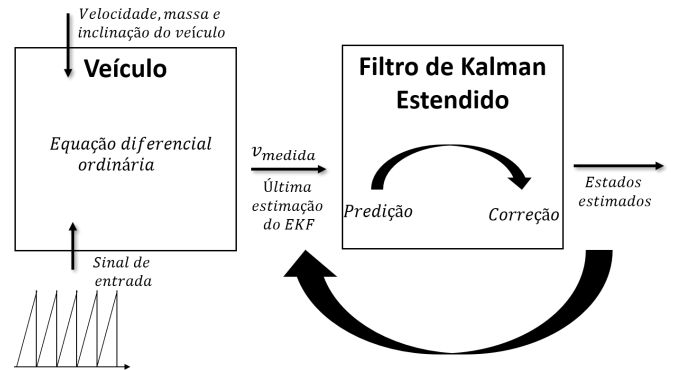


Figura 2. Diagrama do funcionamento do EKF e geração dos dados experimentais.

Assim, o EKF atua nas etapas de predição e correção conforme expresso por (13) à (17) para estimação da massa e inclinação.

Com os resultados da estimação obtidos, esse trabalho se propõe a realizar duas análises. A primeira delas é comparar os 3 modelos representados de (2) à (4) na aplicação de estimação da massa utilizando o filtro de Kalman estendido. Uma vez que o foco deste trabalho é

na aferição da massa, não são feitas análises relacionadas ao resultado da estimação de x_1 e x_3 .

Na segunda análise, um dos modelos é selecionado e a ele são aplicados erros de modelagem sobre as forças que compõem a equação de movimento e às matrizes de covariância em (18) e (19), com objetivo de avaliar seu impacto na estimação de massa.

4. RESULTADOS

4.1 Desempenho do Filtro na Estimação da Massa

A partir das condições informadas na seção de metodologia, o EKF foi aplicado na estimação de massa utilizando os 3 modelos apresentados anteriormente. Os resultados são expostos na Figura 3.

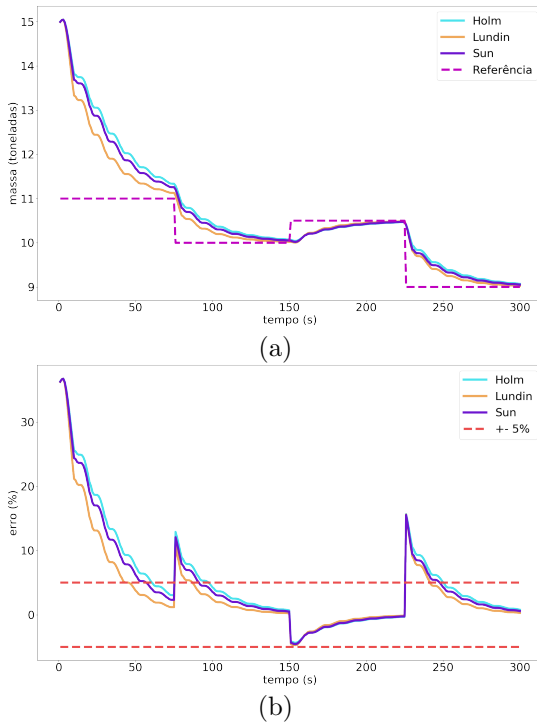


Figura 3. Resultado da estimação de massa com EKF usando diferentes equações de movimento. Em (a) é apresentado um comparativo dos três modelos quanto a estimação da massa e o valor de referência durante o tempo de simulação, enquanto em (b) é exposto a porcentagem de desvio de cada modelo e uma região de aceitação de $\pm 5\%$.

Na Figura 3(a), é apresentado o resultado da estimação da massa com cada um dos modelos. Nota-se que os modelos têm bom desempenho em alcançar o valor da massa de referência, tanto nos instantes em que ocorrem acréscimo quanto decréscimo de massa.

Em análise complementar através Figura 3(b), esse desempenho fica mais evidente, uma vez que, com exceção dos primeiros segundos da estimação e logo após as mudanças de massa, a estimação permanece majoritariamente dentro da região de aceitação ($\pm 5\%$). O erro inicial elevado se trata do período de aprendizagem do filtro, uma vez que a condição inicial é distante do valor de referência. Os

pontos de pico em $t = 75s$, $t = 150s$ e $t = 225s$ são os de variação de massa, mas segundos após esses pontos a estimação volta a acompanhar o novo valor de referência. Além disso, após a primeira variação de massa, nota-se que em cerca de 25 segundos o erro se torna menor que $\pm 5\%$ e permanecem dentro da região de aceitação estabelecida.

Na Tabela 2 são apresentados alguns indicadores de desempenho da estimação de massa. O primeiro deles é a Integral do Erro Quadrático (ISE - do inglês *Integral Square Error*), conforme expresso em (20). $e(t)$ é a diferença entre a referência e a estimação da massa no instante t . O segundo indicador, apresentado em (21), é a Integral no Tempo multiplicado pelo Erro ao Quadrado (ITSE - do inglês *Integral of Time multiplied Square Error*). Por fim, o terceiro indicador informa o percentual de tempo em que a massa esteve dentro do intervalo de aceitação de $\pm 5\%$ do valor verdadeiro.

$$\int_0^{\infty} e^2(t)dt \quad (20)$$

$$\int_0^{\infty} t \cdot e^2(t)dt \quad (21)$$

Tabela 2. Indicadores da estimação com cada modelo.

Indicadores	Holm	Lundin	Sun
ISE ($10^{-8} \cdot Kg^2 \cdot s$)	3,19	2,21	2,84
ITSE ($10^{-9} \cdot Kg^2 \cdot s^2$)	10,6	6,23	8,68
Faixa de aceitação (%)	64,33	75,66	68,33

Assim, com análise da Figura 3 e da Tabela 2, fica evidente que, dentre os três, o modelo de Lundin and Olsson (2012) apresentado em (3) demonstrou uma estimação mais assertiva e rápida quando comparado aos outros dois. O ISE e o ITSE desse modelo têm os menores valores e a maior porcentagem da faixa de aceitação.

Isso evidencia que a estimação demonstrou uma convergência mais rápida e em valores mais próximos da massa de referência para o modelo em (3), além de permanecer mais tempo dentro da região de aceitação, quando comparado aos modelos nas equações (2) e (4).

4.2 Análise Mismatch

Na última subseção, o modelo descrito por (3) obteve o melhor resultado na estimação de massa para o caso nominal, isto é, considerando o modelo ideal. Com intuito de avaliar a robustez desse modelo, é feita uma análise do desempenho do filtro em cenário de *Mismatch*, ou seja, considerando o modelo usado para simular o caminhão diferente do modelo implementado no filtro.

Dessa forma, os parâmetros do modelo em (3) serão variados para verificar a sensibilidade da estimação da massa a erros de modelagem. Uma vez que o modelo em questão apresenta uma quantidade elevada de parâmetros com incertezas distintas, eles foram agrupados como segue:

$$\alpha_1 = \frac{1}{r}$$

$$\alpha_2 = \frac{C_d \cdot A_f \cdot \rho_{ar}}{2}$$

$$\alpha_3 = g \cdot \mu$$

$$\alpha_4 = g$$

Dessa forma, a análise *Mismatch* dos parâmetros da Tabela 1 será discutida a partir dos seus agrupamentos α_1 , α_2 , α_3 e α_4 . Com isso, foram implementadas variações de $\pm 5\%$, $\pm 10\%$ e $\pm 15\%$ sobre o valor dos agrupamentos α_1 , α_2 , α_3 e α_4 . Para análise do impacto do erro de modelagem sobre a estimação da massa, foi escolhido o indicador da ITSE dado por (21).

Aplicando os fatores a cada um dos parâmetros e mantendo os demais constantes, calcula-se o valor do ITSE relativo a cada um dos casos, fazendo a diferença percentual entre o valor de cada ITSE e o ITSE da configuração sem erros de modelagem aplicado, nesse caso, o informado na Tabela 2. Os valores de acréscimo e decréscimo percentual sobre o valor sem erros de modelagem são apresentados na Tabela 3, em que os quatro agrupamentos foram alterados com a faixa de valores citada.

Tabela 3. Porcentagem de aumento ou redução de ITSE normalizado após alteração dos parâmetros.

Desvio aplicado	α_1	α_2	α_3	α_4
- 15%	27,16	-0,44	1,12	-3,07
- 10%	16,55	-0,28	0,75	-2,06
- 5%	7,63	-0,14	0,37	-1,04
+ 5%	-6,60	0,13	-0,37	1,07
+ 10%	-12,37	0,24	-0,75	2,17
+ 15%	-17,45	0,35	-1,12	3,31

Analisando o resultado dos agrupamentos α_2 e α_4 , percebe-se que a variação aplicada tem relação diretamente proporcional com o ITSE, que aumenta com o aumento do desvio aplicado. Os desvios aplicados no agrupamento α_2 referente à propriedades do veículo, demonstrou uma baixa sensibilidade do filtro a erros de modelagem, uma vez que aplicando um desvio de -15% o ITSE da estimação da massa tem uma redução de 0,44%, o que o categoriza como o agrupamento ao qual o filtro é menos sensível a erros de modelagem. Isso pode indicar que a estimação de massa com EKF pode ser compatível com diversos veículos, uma vez que no desempenho do filtro tem menos interferência a erros de modelagem associados à características do veículo do que em outros agrupamentos do modelo.

Os agrupamentos α_3 e α_4 demonstram sensibilidade um pouco maior que α_2 , dado que uma variação menor que 4% em módulo ao aplicar um desvio de 15%. Nota-se que o ITSE relativo de α_3 tem uma variação simétrica após aplicação dos fatores no intervalo de variação de -15% e $+15\%$. Os agrupamentos α_3 e α_4 , no modelo, estão relacionado com a inclinação da pista e a baixa sensibilidade do EKF a desvios desses agrupamentos, pode estar associada à condição inicial fornecida para o estado x_3 não ter sido suficientemente boa, ou à ausência de medições acerca desse estado.

Por fim, a estimação da massa demonstrou maior sensibilidade a erros de modelagem sobre agrupamento α_1 . Algo interessante a se notar, é que o desvio aplicado tem relação inversamente proporcional ao ITSE, de forma que aumentar o valor do agrupamento em 15% provoca uma redução de 17,45% no valor do ITSE da estimação. Para efeitos práticos, essa redução representa que a estimação da massa obteve uma convergência mais rápida e mais

próxima do valor verdadeiro. Uma vez que o agrupamento α_1 tem relação com a entrada do sistema, o resultado pode indicar que o EKF precise de valores de torque mais elevados para melhorar a resposta da estimação.

A mesma análise foi feita, dessa vez aplicada às matrizes de covariância, ou seja, adicionando os mesmos fatores multiplicativos a elementos das matrizes \mathbf{R} e \mathbf{Q} apresentadas em (18) e (19) e verificando a alteração percentual do ITSE em relação ao caso ideal. Na Tabela 4 o resultado é apresentado, de forma que q_{x_1} , q_{x_2} e q_{x_3} são os pesos que multiplicam as variâncias do modelo nos estados x_1 , x_2 e x_3 , respectivamente. Conforme exposto anteriormente, \mathbf{R} é a matriz de covariância da medição e, de forma análoga, o peso relacionado à variância será tratado pela variável r_z .

Na Tabela 4 nota-se que o EKF é sensível à mudança de sintonia, tanto das matrizes de covariância do modelo quanto da medição, uma vez que estão diretamente relacionados à sintonia do filtro e estimação da massa.

Tabela 4. Porcentagem de aumento ou redução de ITSE normalizado após alteração das matrizes de covariância do modelo e da medição.

Desvio aplicado	r_z	q_{x_1}	q_{x_2}	q_{x_3}
- 15%	-5,86	-13,06	33,11	-8,43
- 10%	-3,97	-8,89	20,42	-5,55
- 5%	-2,01	-4,53	9,49	-2,74
+ 5%	2,08	4,71	-8,29	2,68
+ 10%	4,22	9,59	-15,57	5,32
+ 15%	6,43	14,64	-22,00	7,91

Verificando, inicialmente, a influência dos fatores em r_z sobre a estimação da massa, percebe-se que o aumento de 15% da covariância gera um aumento de 6,43% no ITSE. A matriz \mathbf{R} está associada ao grau de incerteza da medição da velocidade, ou seja, quanto maior for o seu valor, maior será o ruído presente na medição. O aumento da covariância faz com que, na etapa de correção do filtro, os dados experimentais sejam menos confiáveis, o que prejudica a estimação da massa, tornando-a mais lenta. O caso contrário também é válido, já que a redução de r_z diminui o ITSE.

De forma semelhante, o ITSE da estimação da massa tem relação diretamente proporcional ao elemento q_{x_1} . Esse elemento é referente à variância do modelo sobre o estado da velocidade (x_1) e reflete ao grau de confiança desse estado. É interessante comparar os resultados do ITSE de q_{x_1} com os de r_z , uma vez que ambos se referem à velocidade. Dessa forma, é observado na Tabela 4 que, quando aplicado um aumento de 15% às suas sintonias, a covariância do modelo da velocidade tem quase o dobro do ITSE que r_z . Isso mostra que o filtro é mais sensível às variâncias na velocidade do modelo que na medida.

De forma contrária a q_{x_1} , o erro da estimação da massa e variância desse estado (q_{x_2}) têm relação inversamente proporcional. A justificativa está no fato de que uma covariância 15% maior representa uma menor confiança na estimação da massa, o que permite que o EKF tenha um ganho maior e busque estimar massas mais distantes da condição inicial, uma vez que a confiança no modelo é baixa. Pela observação da Tabela 4, fica evidente que o aumento de 15% provoca uma redução de 22% do ITSE,

o que representa uma estimação de massa mais rápida e próxima da massa de referência. Por essa Tabela, é perceptível também que valores baixos na covariância de x_2 pioram os resultados de estimação, já que a confiança no modelo aumentou e as estimações de massa são mais próximas da condição inicial aplicada ao EKF, o que faz com que o filtro leve mais tempo para atingir a massa desejada.

Por fim, a variância de x_3 tem relação proporcional com o ITSE, uma vez que uma redução de 15% no valor dela provoca um ITSE 8,43% menor. Dentre as variações no ITSE sobre a variância do modelo, o filtro demonstrou menor sensibilidade àquela associada à variação de q_{x_3} . Uma das razões para isso é a baixa variação que esse estado naturalmente tem, uma vez que, para a dinâmica estudada, a inclinação assume pequenos valores. Sendo assim, a variação da sintonia desse estado tem efeito pouco perceptível na estimação da massa.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

Os resultados mostram que o filtro de Kalman estendido apresentou desempenho satisfatório na estimação da massa para um veículo de carga variante durante a simulação com os três modelos apresentados, dadas as condições apresentadas. A estimação de massa com três modelos diferentes obteve comportamentos de sensibilidade a aumentos e diminuições de massa e permaneceram mais de 64% do tempo com erro menor $\pm 5\%$, além de alcançar convergência 25 s após a primeira variação de massa. A utilização dos modelos descritos nas equações (2) e (4) com o filtro demonstraram resultados semelhantes no caso de variação de massa, obtendo indicadores de ITSE, ISE e tempo na região de aceitação próximos.

O modelo descrito na equação (3), por sua vez, obteve um resultado mais satisfatório comparado aos demais no caso nominal, sendo mais rápido em determinar a massa de referência nos primeiros segundos de simulação. Em análise complementar feita sobre esse modelo acerca dos erros de modelagem, a estimação da massa se mostrou mais sensível à desvios no agrupamento denominado α_1 , referente a força do veículo e menos sensível aos de α_2 , agrupamento associado à suas características dimensionais.

A análise acerca da sintonia do filtro também comprovou que a redução do erro na estimação está relacionada ao aumento da variância do estado x_2 e a diminuição da variância sobre x_1 , x_3 e r_z .

É importante destacar algumas limitações desse trabalho, como as incertezas associadas aos parâmetros dos modelos, a ausência da medição da inclinação e uma variedade pequena de cenários ambientais e de solo aos quais os testes foram submetidos. Como sugestão para próximos trabalhos, há espaço para propor um modelo de inclinação que alterasse seu valor durante a simulação, assim como considerá-la uma variável medida e aplicar outras condições de dinâmica veicular, para testar robustez do modelo em outros casos. Além disso, a análise *Mismatch* poderia ser realizada em outros modelos, veículos e em um *range* maior de fatores para validar os resultados e conclusões apresentados nesse trabalho e verificar possíveis não linearidades.

REFERÊNCIAS

- Brasil (2015). Indicadores IBGE. Technical report.
- CONTRAN (2006). Estabelece os limites de peso e dimensões para veículos que transitem por vias terrestres e dá outras providências.
- Departamento Nacional de Infra-Estrutura de Transportes (2006). Manual de Pavimentação. *Publicação IPR - 719*, 3, 278.
- Holm, E. (2011). Vehicle Mass and Road Grade Estimation Using Kalman Filter. *Electrical Engineering*, 54, 13–34.
- Kidambi, N., Harne, R.L., Fujii, Y., Pietron, G.M., and Wang, K.W. (2014). Methods in Vehicle Mass and Road Grade Estimation. *SAE International Journal of Passenger Cars - Mechanical Systems*, 7.
- Lingman, P. and Schmidtbauer, B. (2003). Road slope and vehicle mass estimation using Kalman filtering. *Vehicle System Dynamics*, 37, 12–23.
- Lundin, B. and Olsson, A. (2012). Estimation of Vehicle Mass Using an Extended Kalman Filter.
- Sindipeças (2019). Relatório da Frota Circulante - Edição 2019. Technical report.
- Sun, Y., Li, L., Yan, B., Yang, C., and Tang, G. (2016). A hybrid algorithm combining EKF and RLS in synchronous estimation of road grade and vehicle mass for a hybrid electric bus. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 68-69, 416–430.
- Vincent, W. and Ilya, V.K. (2005). Estimation of road grade and vehicle mass via model predictive control. 1588–1593.
- Welch, G. and Bishop, G. (2006). An Introduction to the Kalman Filter. *In Practice*, 7, 1–16.