DOI: 10.48011/asba.v2i1.1551

Otimização Aerodinâmica de Aerofólio em Escoamento Compressível pelo Método Adjunto

Naser Tanabi [***,*] **Guilherme C. Duran** [****,*] **William Scaff** [†,*]
Marcos S. G. Tsuzuki [‡,*] **Ahmad Barari** [§,**]

[*] *Laboratory of Computational Geometry*
Mechatronics and Mechanical Systems Engineering Department,
Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, Brazil

[**] *University of Ontario Institute of Technology, Oshawa, Canada.*
Faculty of Engineering & Applied Science.

[***] *e-mail: n.tanabi@gmail.com*
[****] *e-mail: guiduran@usp.br*
[†] *e-mail: williamscaff.usp@gmail.com*
[‡] *e-mail: mtsuzuki@usp.br*
[§] *e-mail: ahmad.barari@uoit.ca*

Abstract: This paper presents the multiobjective optimization of the aerodynamic shape of an airfoil in viscous and non-viscous flows by using the continuous adjoint optimization method. Different solvers have been developed to solve the flow and adjoint equations. The designed adjoint equations solver is capable of inverse designing the shape of the airfoil and the flap as well as optimizing their shape according to design parameters and constraints considered. The method of adjoint equations is a gradient-based method that requires the calculation of the design variables sensitivities in order to evaluate the optimal amounts for lift and drag coefficients. The main feature of this method is the ability to calculate sensitivities by solving the "adjoint equation". In this research, the Navier-Stokes equations are discretized using continuous adjoint optimization, extracting the necessary equations for the adjoint optimization code.

Resumo: Este artigo apresenta a otimização multiobjetivo da aerodinâmica de um aerofólio em escoamentos viscosos e não viscosos usando o método contínuo de otimização adjunta. Diferentes soluções foram desenvolvidas para calcular as equações de escoamento e as equações adjuntas. O solucionador de equações adjuntas desenvolvido é capaz de projetar inversamente a forma do aerofólio e do flape, além de otimizar suas formas de acordo com os parâmetros e restrições de projeto considerados. O método das equações adjuntas é um método baseado em gradientes que exige o cálculo das sensibilidades das variáveis de projeto para estimar o resultado ótimo dos coeficientes de sustentação e arrasto. A principal característica desse método é a capacidade de calcular as sensibilidades resolvendo a equação adjunta. Nesta pesquisa, as equações de Navier-Stokes foram discretizadas utilizando-se otimização adjunta contínua, resultando no desenvolvimento das equações necessárias para elaboração do código de otimização adjacente.

Keywords: Gradient optimization; Adjoint equation; Airfoil shape optimization; Compressible flow; Viscous and non-viscous flow.

Palavras-chaves: Otimização por gradiente; Equação adjunta; Otimização de perfil de aerofólio; Escoamento compressível; Escoamento viscoso e não viscoso.

1. INTRODUÇÃO

A asa é o componente que mais impacta o desempenho de uma aeronave, já que influencia diretamente a sua eficiência aerodinâmica.

O primeiro passo no projeto de uma asa consiste na definição de sua geometria, na seleção do(s) tipo(s) de aerofólio(s) com base nos coeficientes de sustentação e de arrasto, bem como na escolha da razão de espessura, no raio do bordo de ataque, na espessura do bordo de fuga, no arqueamento e no estudo da influência do número de Mach e do número de Reynolds. A maioria dos parâmetros de projeto aerodinâmico da asa dependem da definição do aerofólio, que é o formato da seção transversal da corda média geométrica da asa.

Devido aos diferentes tipos de aeronaves e às diferentes missões às quais as aeronaves se destinam, é necessário projetar e fabricar peças e equipamentos adequados às

Fig. 1. Sequência de processos para a otimização da forma aerodinâmica.

diferentes condições de voo. O objetivo desta pesquisa consiste, portanto, em apresentar uma solução para a obtenção da forma otimizada desses aerofólios quando submetidos a diferentes condições de voo.

Esse processo de otimização leva em consideração o perfil de distribuição de pressão na superfície do aerofólio e um modelo inicial, a partir do qual sua forma será otimizada para atender às variáveis de projeto especificadas.

O primeiro passo do ciclo de execução do processo consiste no cálculo das equações de escoamento em torno do aerofólio. Em seguida, as equações adjuntas com relação às sensibilidades do projeto são solucionadas e, finalmente, o aerofólio é determinado a partir das sensibilidades obtidas. Esse processo continua até que os valores das variáveis de projeto estipulados sejam alcançados ou que a distribuição de pressão não se altere mais. A Fig. 1 apresenta a sequência de passos para a otimização aerodinâmica utilizando as equações adjuntas.

Diversos autores abordaram a otimização aerodinâmica de aerofólios utilizando as equações adjuntas, como será descrito na próxima seção.

2. REVISÃO DA OTIMIZAÇÃO BASEADA EM EQUAÇÕES ADJUNTAS

Jameson (1988) propôs um método de fluidodinâmica computacional baseado na análise de gradiente, no qual as equações adjuntas de primeira ordem são aplicadas para equações de fluxo transiente. Jameson foi um dos pioneiros no desenvolvimento desse método. Ele e seus estudantes publicaram inúmeros artigos sobre as aplicações das equações adjuntas em fluidodinâmica computacional. Um dos estudos nesse campo compreende a otimização de forma aerodinâmica para escoamento de fluido Eulerianos (Jameson and Reuther, 1994). Outro estudo trata das equações de Navier-Stokes (Jameson et al., 1998).

A ideia de usar equações diferenciais parciais em problemas de otimização foi apresentada pela primeira vez por Lions (1971). O desenvolvimento das equações adjuntas ocorreu primeiramente no campo de otimização topológica para dinâmica de fluidos através de uma abordagem de controle desenvolvida por Pironneau (1974). Nesse artigo as equações foram utilizadas para resolver equações diferenciais parciais elípticas de fluxo. Mais recentemente, Mohammadi and Pironneau (2010) publicaram um livro que se tornou uma das maiores referências no campo de otimização por funcionais.

Zymaris et al. (2009) e Orovio et al. (2012) combinaram as equações de RANS com as equações de pertubação de modelo de Spalart-Allmaras. Obteve-se avanços significativos na expansão do método adjunto discreto em fluidodinâmica (Giles and Pierce, 1997) e nas equações Eulerianas (Giles and Pierce, 1998). As equações adjuntas foram resolvidas analiticamente pela primeira vez usando as funções de Green (Giles and Pierce, 2001). Qiao et al. (2002) usaram equações adjuntas em condições não viscosas compressíveis para projetar perfis aerodinâmicos tridimensionais. Eles assumiram condições de contorno com base na teoria dos atributos para as equações adjuntas na região remota. Xie (2002) também derivou um gradiente da função de custo relativo ao ângulo de ataque pelo método adjunto, extraindo as equações adjuntas baseando-se nas condições de fronteira da região distante.

Nos últimos anos, o AIAA (*Aerodynamic Shape Optimization Design group*) forneceu uma série de requisitos de projeto para o desenvolvimento de técnicas e de algoritmos. Muito do trabalho apresentado pelo grupo utilizou equações adjuntas para calcular as derivadas das sensibilidades. Telidetzki et al. (2014), por exemplo, utilizaram B-Splines para alterar os parâmetros de volume, as equações adjuntas para calcular as derivadas das sensibilidades e um solver de fluxo para otimizar a forma de um aerofólio NACA0012.

Amoignon et al. (2014) conduziram um estudo de otimização de forma comparando dois métodos de deformação livre e um de função de base radial, utilizando um solver de fluxo desordenado e o método de diferenças finitas para calcular as derivadas das sensibilidades. Nas condições de deformação livre para o aerofólio NACA0012, o coeficiente de arrasto diminuiu para $361,2$ e para o aerofólio RAE2822 utilizando as condições de deformação livre e RBF diminuiu para 68 e 78, respectivamente.

Em outro estudo, Carrier et al. (2014) modificaram a forma dos aerofólios NACA0012 e RAE2822 utilizando uma técnica com curvas de Bézier. Nesse estudo, foram calculadas as derivadas das sensibilidades utilizando os conceitos de fluxo desenvolvido e equações adjuntas. Também foi utilizado o método do gradiente conjugado como algoritmo de otimização, proposto por Fletcher (1981).

A otimização adjunta tornou-se popular nas indústrias modernas. Othmer (2008) aplicou a otimização adjunta para fluxos em dutos bidimensionais e tridimensionais. O método de resolução utilizado foi o de otimização contínua-adjunta com o método dos volumes finitos. Também conduziu uma pesquisa com a Volkswagen sobre a forma aerodinâmica de vários componentes do carro, como os dutos da cabine, componentes do motor, sistema de propulsão e exaustão, geometria do carro e dos espelhos laterais (Othmer, 2014).

O método de otimização de forma aerodinâmica multiobjetivo com flape de fenda foi investigado pela primeira vez em 2004 (Nemec et al., 2004). Nesse estudo, a otimização aerodinâmica foi realizada com um algoritmo multiobjetivo e de objetivo único usando o método de Newton-Krilov, que é baseado em gradiente. Para o formato, foram utilizados 12 pontos na superfície do aerofólio e 8 pontos na superfície do flape.

Schramm et al. (2016) aplicaram o algoritmo de otimização adjunto em flapes de bordo de ataque com o método das diferenças finitas e assim aperfeiçoaram os coeficientes aerodinâmicos. O algoritmo foi validado construindo um protótipo e realizando experimentos em túnel de vento.

Liou and Steffen Jr (1993) desenvolveram um algoritmo para fluxo sob baixo número de Reynolds para otimizar a aerodinâmica de um aerofólio pelo método adjunto. Aplicando o algoritmo em um escoamento com número de Reynolds de 10000 e número de Mach de 0,2 em um aerofólio NACA0012, eles aperfeiçoaram a sustentação, o arrasto e as funções de razão de sustentação e arrasto. Rashad and Zingg (2016) otimizaram a aerodinâmica do aerofólio pelo método adjunto discreto, simulando um fluxo laminar natural. Nesse estudo, as condições do fluxo laminar natural são simuladas pela adição de uma corrente turbulenta transiente no fluxo laminar e solucionadas pelo método de RANS.

Kun et al. (2019) desenvolveram um algoritmo de otimização de forma de aerofólio com equações adjuntas com base no método de Galerkin descontínuo isogeométrico adaptativo para equações de Euler compressíveis para investigar a significância de cada variável de projeto de parametrização de B-spline de um aerofólio.

Geogy and M (2019) utilizaram uma metodologia de otimização de forma baseada no método adjunto para obter características aerodinâmicas melhoradas no regime de Reynolds ultra baixo ($Re \in [1000, 10000]$). Três diferentes objetivos foram perseguidos: minimização do coeficiente de arrasto, C_d; maximização do coeficiente de sustentação, C_l, e maximização da razão de sustentação-arrasto, C_l/C_d.

Hui et al. (2020) propuseram um novo método para parametrizar um aerofólio ondulado. A otimização da forma aerodinâmica com base na abordagem adjunta contínua foi aplicada para obter a maior eficiência aerodinâmica global em várias geometrias de aerofólios ondulados.

3. EQUAÇÃO ADJUNTA

O processo de projeto baseia-se na função de custo (1), que pode ter em conta, por exemplo, o coeficiente de arrasto, o coeficiente de sustentação, a razão entre o coeficiente de sustentação e o de arrasto ou mesmo a distribuição de pressão no objeto em problemas inversos. Para o escoamento ao redor de aerofólios ou asas, as características aerodinâmicas que representam a função de custo (1) incluem duas variáveis do campo de escoamento, w, e $\mathcal{F}$, que representa a geometria da fronteira. Por conseguinte, a função de custo pode ser considerada da seguinte forma:

$$I = I(w, \mathcal{F}) \tag{1}$$

Portanto, qualquer alteração na fronteira $\mathcal{F}$ pode levar à seguinte alteração na função de custo:

$$\delta I = \left[\frac{\partial I}{\partial w}\right]^T \delta w + \left[\frac{\partial I}{\partial \mathcal{F}}\right]^T \delta \mathcal{F} \tag{2}$$

A primeira parcela de (2) corresponde à variação da função de custo com relação às variáveis de escoamento, enquanto a segunda parcela refere-se à variação em relação às variáveis da geometria do contorno.

Usando a teoria de controle, as equações que governam o campo de escoamento indicam que as equações finais não devem levar a várias soluções. Dessa forma, pode-se remover o termo δw de (2). Denotando as equações de escoamento com R, sua forma geral será dividida em duas categorias de escoamento e variáveis geométricas da seguinte forma:

$$R(w, \mathcal{F}) \tag{3}$$

A mudança no contorno $\mathcal{F}$ resulta nas seguintes equações de escoamento:

$$\delta R = \left[\frac{\partial R}{\partial w}\right] \delta w + \left[\frac{\partial R}{\partial \mathcal{F}}\right] \delta \mathcal{F} = 0 \tag{4}$$

Agora, usando o método das diferenças finitas, pode-se derivar δw de (4) e substituí-lo em (2); mas é claro que em problemas complexos e multivariáveis, como o campo de escoamento de um fluido, isso não é viável, pois poderão ocorrer problemas em termos de convergência e solução correta. Pelo método adjunto, existe outra ideia que é a eliminação das parcelas dependentes de δw de (2). Dessa forma, definindo os coeficientes lagrangianos ψ e considerando que $\delta R = 0$, pode-se escrever δI da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} \delta I &= \delta I - \psi^T \delta R \\ \delta I &= \left[\frac{\partial I}{\partial w}\right]^T \delta w + \left[\frac{\partial I}{\partial \mathcal{F}}\right]^T \delta \mathcal{F} \\ &\quad - \psi^T \left(\left[\frac{\partial R}{\partial w}\right] \delta w + \left[\frac{\partial R}{\partial \mathcal{F}}\right] \delta \mathcal{F} \right) \end{aligned} \tag{5}$$

A eq. (5) pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \delta I = &\left(\left[\frac{\partial I}{\partial w}\right]^T - \psi^T \left[\frac{\partial R}{\partial w}\right] \right) \delta w \\ &+ \left(\left[\frac{\partial I}{\partial \mathcal{F}}\right]^T - \psi^T \left[\frac{\partial R}{\partial \mathcal{F}}\right] \right) \delta \mathcal{F} \end{aligned} \tag{6}$$

Como os coeficientes lagrangianos ψ são arbitrários, eles podem ser zerados na primeira sentença de (6):

$$\left[\frac{\partial I}{\partial w}\right]^T - \psi^T \left[\frac{\partial R}{\partial w}\right] = 0 \tag{7}$$

Assim, a dependência da função de custo δI muda nas variáveis de escoamento δw, que é eliminada. Permanecem,

portanto, apenas as variáveis geométricas de contorno. A equação (7) é chamada de equação adjunta e suas incógnitas são os coeficientes lagrangianos ψ. Aplicando essa equação em (6), tem-se:

$$\mathcal{G}^T = \left[\frac{\partial I}{\partial \mathcal{F}}\right]^T - \psi^T \left[\frac{\partial R}{\partial \mathcal{F}}\right] \tag{8}$$

A eq. (8) pode ser reformulada da seguinte maneira:

$$\delta \mathcal{F} = -\lambda \mathcal{G} \tag{9}$$

onde λ denota um número positivo pequeno. Então, combinando (9) e (8), obtém-se:

$$\delta I = -\lambda \mathcal{G}^T \mathcal{G} < 0 \tag{10}$$

A partir dessa correção da geometria, o gradiente pode ser recalculado e o processo continua até que se atinja o menor valor da função de custo.

O algoritmo de otimização foi construído da seguinte forma:

(1) Passo 1: resolução das equações de escoamento de campo para se chegar a uma solução confiável;
(2) Passo 2: formulação e resolução das equações adjuntas;
(3) Passo 3: transformação da geometria do contorno na direção da descida mais íngreme;
(4) Passo 4: definição da nova malha do aerofólio e retorno ao Passo 1 até que se atinja o mínimo da função de custo.

A equação geral de escoamento é dada por:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial f_i}{\partial x_i} = \frac{\partial f_{vi}}{\partial x_i} \quad \in D \tag{11}$$

onde, w, f, f_v e D denotam os vetores das variáveis de estado, escoamentos viscosos, escoamentos não viscosos e o domínio, respectivamente. Para o campo de escoamento bidimensional definido por $x_1 = x$, $x_2 = y$, $f_1 = f$, e $f_2 = g$:

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial g}{\partial y} = \frac{\partial f_v}{\partial x} + \frac{\partial g_v}{\partial y} \quad \in D \tag{12}$$

onde, g e g_v são os escoamentos viscoso e não viscoso nas direções x e y, respectivamente, e são definidos da seguinte forma:

$$w = \begin{Bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho E \end{Bmatrix}, \quad f = \begin{Bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p \\ \rho uv \\ \rho uH \end{Bmatrix}, \quad g = \begin{Bmatrix} \rho v \\ \rho vu \\ \rho v^2 + p \\ \rho vH \end{Bmatrix}$$

e

$$\begin{aligned} f_v &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \sigma_{xx} \\ \sigma_{yx} \\ u\sigma_{xx} + v\sigma_{xy} + k\dfrac{\partial T}{\partial x} \end{Bmatrix} \\ g_v &= \begin{Bmatrix} 0 \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yy} \\ u\sigma_{xy} + v\sigma_{yy} + k\dfrac{\partial T}{\partial y} \end{Bmatrix} \end{aligned} \tag{13}$$

As tensões cisalhantes e a pressão são determinadas pelas seguintes relações:

$$\begin{aligned} p &= \gamma - 1\rho E - \frac{1}{2}u^2 + v^2 \\ \sigma_{xx} &= 2\mu\frac{\partial u}{\partial x} + \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \\ \sigma_{yy} &= 2\mu\frac{\partial v}{\partial y} + \lambda\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y}\right) \\ \sigma_{xy} &= \sigma_{yx} = \mu\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}\right) \\ \lambda &= -\frac{2}{3}\mu \end{aligned} \tag{14}$$

A eq. (11) pode ser escrita utilizando-se métricas e matrizes jacobianas, como:

$$K_{ij} = \left[\frac{\partial x_i}{\partial \xi_j}\right], \quad J = \det K, \quad K_{ij}^{-1} = \left[\frac{\partial \xi_i}{\partial x_j}\right] \tag{15}$$

$$\frac{\partial Jw}{\partial t} + \frac{\partial F_i - F_{vi}}{\partial \xi_i} = 0 \quad \in D \tag{16}$$

onde, $F_i = S_{ij}f_j$ e $F_{vi} = S_{ij}f_{vj}$ denotam os vetores de escoamentos não viscosos, respectivamente, bem como $S_{ij} = JK_{ij}^{-1}$ para representar a superfície da célula ξ_i ao longo do eixo x_j.

As equações das coordenadas no espaço bidimensional são definidas como $\xi_1 = \xi$ e $\xi_2 = \eta$, obtendo-se:

$$\begin{aligned} K_{xx} &= \left[\frac{\partial x}{\partial \xi}\right], \quad K_{yy} = \left[\frac{\partial y}{\partial \eta}\right], \\ K_{xy} &= \left[\frac{\partial x}{\partial \eta}\right], \quad K_{yx} = \left[\frac{\partial y}{\partial \xi}\right] \\ K_{xy}^{-1} &= \left[\frac{\partial \xi}{\partial x}\right], \quad K_{yy}^{-1} = \left[\frac{\partial \eta}{\partial y}\right], \\ K_{xy}^{-1} &= \left[\frac{\partial \xi}{\partial y}\right], \quad K_{yx}^{-1} = \left[\frac{\partial \eta}{\partial x}\right], \end{aligned} \tag{17}$$

e

$$\frac{\partial Jw}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial G}{\partial y} = \frac{\partial F_v}{\partial x} + \frac{\partial G_v}{\partial y} \text{ in D} \tag{18}$$

Além disso,

$$\begin{aligned} F &= S_{xx}f + S_{xy}g, \quad F_v = S_{xx}f_v + S_{xy}g_v, \\ G_v &= S_{yx}f + S_{yy}g, \quad G_v = S_{yx}f_v + S_{yy}g_v \end{aligned} \tag{19}$$

4. RESULTADOS DA OTIMIZAÇÃO MULTIOBJETIVO DO AEROFÓLIO

Neste trabalho foram considerados o valor mínimo para o coeficiente de arrasto total, o valor máximo para o coeficiente de sustentação, os parâmetros de projeto e da forma inicial do aerofólio, para determinar o aerofólio otimizado. Para esse processo de otimização, o aerofólio NACA4418 foi selecionado como o aerofólio inicial (aleatoriamente). Esse processo é realizado considerando-se um escoamento viscoso, conforme os parâmetros descritos na Tabela 1.

As variáveis de projeto do aerofólio consideradas são: espessura máxima, camber máximo, e posição do camber máximo. Os valores destes parâmetros de projeto são alteradas para se obter o formato do aerofólio para a determinada aplicação.

Tabela 1. Os valores alvo dos coeficientes de sustentação e de arrasto e as condições de fluxo do problema multiobjetivo.

Parâmetro	Símbolo	Razão
Número de Mach	M	0,72
Número de Reynolds	Re	3000
Ângulo de ataque	α	2,8°
Coeficiente de sustentação	$Cl_{\max}$	0,45
Coeficiente de arrasto	$Cd_{\min}$	0,12

Pode ser visto na Tabela 2 que apesar da diminuição da espessura do aerofólio, do camber máximo e da variação da posição do camber para o final do aerofólio, somente o coeficiente de arrasto foi alcançado. Portanto, nessas condições de escoamento, não é possível projetar um aerofólio que otimiza todas as condições simultaneamente.

Tabela 2. Valores iniciais e finais das variáveis que determinam a geometria do aerofólio e coeficientes aerodinâmicos sob otimização.

Parâmetro	Valor inicial	Valor final
t	0,18 C	0,1134 C
m	4 %	3,869 %
p	0,4	0,4081
C_l	0,1012	0,39823
C_{dp}	0,14967	0,08283
C_{dv}	0,02959	0,03684
C_d	0,17926	0,11967
C_l/C_d	0,56454	3,32778

Legenda: t: espessura máxima do aerofólio, m: camber, p: posição máxima do camber, C_l: coeficiente de sustentação, C_{dp}: coeficiente de arrasto de pressão, C_{dv}: coeficiente de arrasto viscoso, C_d: coeficiente de arrasto total e C_t/C_d: razão entre a sustentação e o arrasto.

Pode ser visto nas Figs. 2 e 3 que a otimização multiobjetivo obteve parâmetros próximos ao valores alvo estipulados na Tabela 1.

Na Fig. 4, a área delimitada pela forma otimizada aumenta com o coeficiente de sustentação. A evolução do formato do aerofólio é ilustrada na Fig. 5.

A partir da Fig. 6 é possível observar que o número de Mach diminui em torno do aerofólio e especialmente em sua cauda, como é mostrado na Fig. 7.

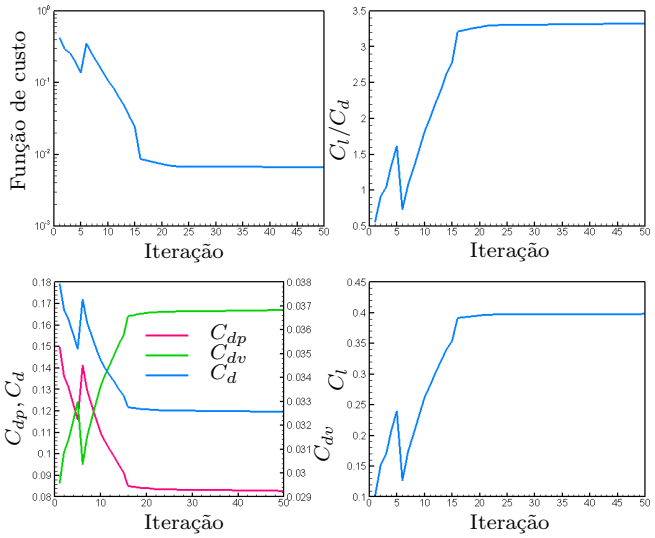

Fig. 2. As mudanças nas funções de custo, nos coeficientes de sustentação e de arrasto e na razão entre os coeficientes durante a otimização com respeito a razão de sustentação/arrasto.

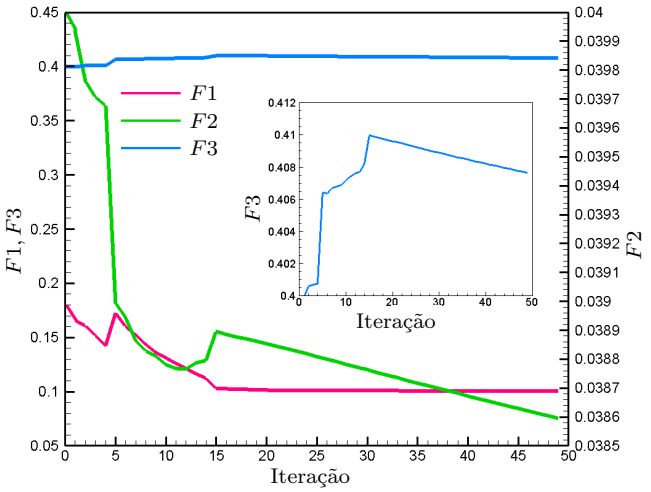

Fig. 3. Variação dos parâmetros de projeto na otimização multiobjetivo da razão de sustentação e arrasto. Legenda: F1, F2 e F3 são a espessura máxima, o camber máximo e a posição máxima do camber, respectivamente.

5. CONCLUSÃO

A inovação desta pesquisa consiste na aplicação de uma otimização multiobjetivo para se obter a forma de um aerofólio que otimize a sustentação e arrasto. Para isso, foi utilizado escoamento viscoso e os parâmetros utilizados foram espessura, camber máximo e posição de máximo camber.

Neste problema de otimização multiobjetivo, foi observado que o coeficiente de arrasto total alcançou o valor alvo, enquanto que a sustentação final foi significativamente diferente do valor alvo, indicando que para as condições de escoamento adotadas, os valores alvo não são alcançáveis simultaneamente. Como resultado, nem todos os coeficientes ótimos podem ser determinados utilizando apenas

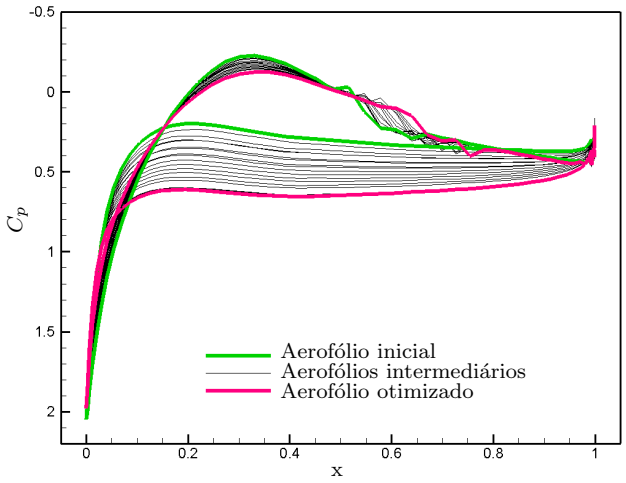

Fig. 4. O coeficiente de pressão muda em torno do aerofólio na otimização multiobjetivo.

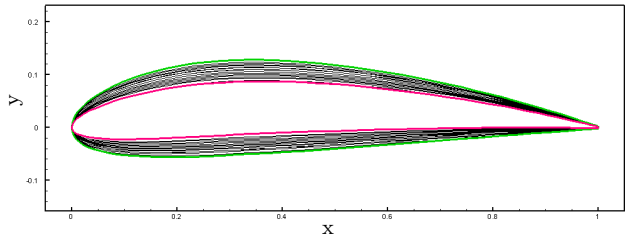

Fig. 5. As mudanças na geometria do contorno do aerofólio na otimização multiobjetivo. Legenda: em verde, o aerofólio inicial; em preto, perfis intermediários e em vermelho, aerofólio otimizado.

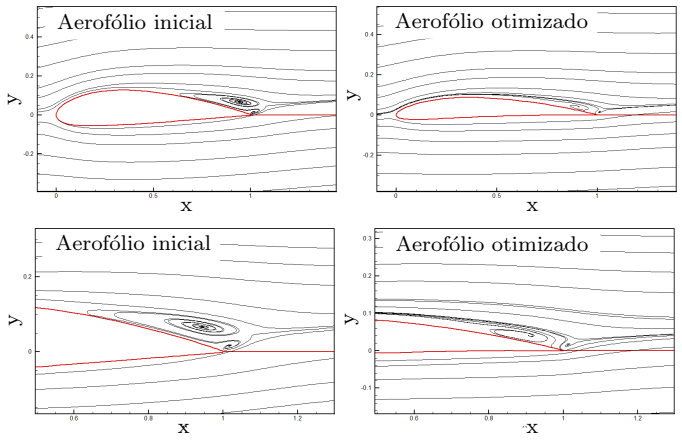

Fig. 6. O número de Mach ao redor do aerofólio nas condições inicial e final da otimização multiobjetivo.

uma condição de voo. Portanto, para produzir coeficientes de sustentação e arrasto específicos é necessário, além de determinar a forma do aerofólio, alterar as condições de escoamento.

Nesse sentido, este artigo representa o primeiro passo da otimização multiobjetivo de aerofólios, que pode ser aplicado em aerofólios flexíveis, como o FlexFoil, para melhorar sua performance em diversas condições de voo.

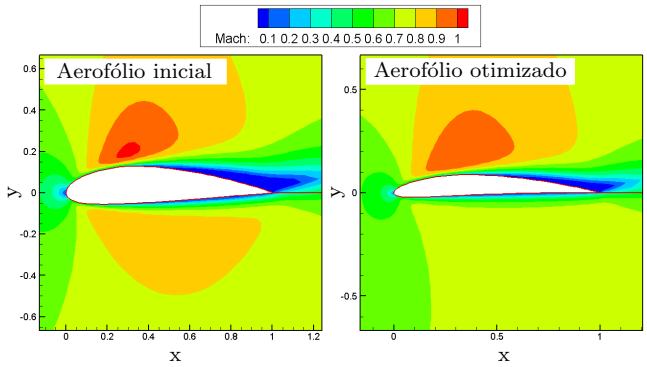

Fig. 7. As linhas de fluxo ao redor do aerofólio nas condições inicial e final da otimização multiobjetivo.

REFERÊNCIAS

Amoignon, O., Hradil, J., and Navratil, J. (2014). Study of parameterizations in the project CEDESA. In *52nd Aerospace Sciences Meeting*, 0570.

Carrier, G., Destarac, D., Dumont, A., Meheut, M., Salah El Din, I., Peter, J., Ben Khelil, S., Brezillon, J., and Pestana, M. (2014). Gradient-based aerodynamic optimization with the elsA software. In *52nd Aerospace Sciences Meeting*, 0568.

Fletcher, R. (1981). Practical methods of optimization: Vol. 2: Constrained optimization. *JOHN WILEY & SONS, INC., ONE WILEY DR., SOMERSET, N. J. 08873, 1981, 224*.

Geogy, U.M. and M, S. (2019). Aerodynamic shape optimization of airfoils at ultra-low reynolds numbers. *Sādhanā*, 44(6), 130.

Giles, M. and Pierce, N. (1997). Adjoint equations in cfd-duality, boundary conditions and solution behaviour. In *13th Computational Fluid Dynamics Conference*, 1850.

Giles, M. and Pierce, N. (1998). On the properties of solutions of the adjoint euler equations. *Numerical methods for fluid dynamics VI. ICFD*, 1–16.

Giles, M. and Pierce, N. (2001). Analytic adjoint solutions for the quasi-one-dimensional euler equations. *Journal of Fluid Mechanics*, 426, 327–345.

Hui, T., Yulong, L., Xingzhong, L., Ke, G., and Yanli, L. (2020). Aerodynamic shape optimization of a wavy airfoil for ultra-low reynolds number regime in gliding flight. *Energies*, 13(2), 467.

Jameson, A., Pierce, N.A., and Martinelli, L. (1998). Optimum aerodynamic design using the navier–stokes equations. *Theoretical and computational fluid dynamics*, 10(1-4), 213–237.

Jameson, A. and Reuther, J. (1994). Control theory based airfoil design using the euler equations. In *5th Symposium on Multidisciplinary Analysis and Optimization*, 4272.

Jameson, A. (1988). Aerodynamic design via control theory. *Journal of scientific computing*, 3(3), 233–260.

Kun, W., Shengjiao, Y., Zheng, W., Renzhong, F., and Tiegang, L. (2019). Adjoint-based airfoil optimization with adaptive isogeometric discontinuous galerkin method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 344, 602–625.

Lions, J.L. (1971). Optimal control of systems governed by partial differential equations problèmes aux limites.

Liou, M.S. and Steffen Jr, C.J. (1993). A new flux splitting scheme. *Journal of Computational physics*, 107(1), 23–39.

Mohammadi, B. and Pironneau, O. (2010). *Applied shape optimization for fluids*. Oxford university press.

Nemec, M., Zingg, D.W., and Pulliam, T.H. (2004). Multipoint and multi-objective aerodynamic shape optimization. *AIAA journal*, 42(6), 1057–1065.

Orovio, B., Carlos, C., Francisco, P., and Enrique, Z. (2012). Continuous adjoint approach for the spalart-allmaras model in aerodynamic optimization. *AIAA journal*, 50(3), 631–646.

Othmer, C. (2008). A continuous adjoint formulation for the computation of topological and surface sensitivities of ducted flows. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 58(8), 861–877.

Othmer, C. (2014). Adjoint methods for car aerodynamics. *Journal of Mathematics in Industry*, 4(1), 6.

Pironneau, O. (1974). On optimum design in fluid mechanics. *Journal of Fluid Mechanics*, 64(1), 97–110.

Qiao, Z., Yang, X.D., Quin, X.L., and Zhu, B. (2002). Numerical optimization design of wings by solving adjoint equations. *coordinates*, 3(2), 1.

Rashad, R. and Zingg, D.W. (2016). Aerodynamic shape optimization for natural laminar flow using a discrete-adjoint approach. *AIAA Journal*, 3321–3337.

Schramm, M., Bernhard, S., and Joachim, P. (2016). Simulation and optimization of an airfoil with leading edge slat. In *Journal of Physics: Conference Series*, volume 753, 022052. IOP Publishing.

Telidetzki, K., Osusky, L., and Zingg, D.W. (2014). Application of jetstream to a suite of aerodynamic shape optimization problems. In *52nd Aerospace Sciences Meeting*, 0571.

Xie, L. (2002). *Gradient-based optimum aerodynamic design using adjoint methods*. Ph.D. thesis, Virginia Tech.

Zymaris, A.S., Papadimitriou, D.I., Giannakoglou, K.C., and Othmer, C. (2009). Continuous adjoint approach to the spalart–allmaras turbulence model for incompressible flows. *Computers & Fluids*, 38(8), 1528–1538.