

# Desenvolvimento de Dois Controladores Preditivos Não Lineares Aplicados a Sistemas Descritos por Modelos NARMAX

Manoel O. S. Sobrinho\*. Adhemar B. Fontes.\*\*

\* *Colegiado de Engenharia Elétrica, Fundação Universidade Federal do Vale do São Francisco, Av. Antônio Carlos Magalhães, 510, Bairro Santo Antônio, CEP 48.902-300, Juazeiro - BA. (email [manoel.sobrinho@univasf.edu.br](mailto:manoel.sobrinho@univasf.edu.br)).*

\*\* *Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal da Bahia, Rua Aristides Novis, 02, Bairro Federação, CEP 40.210-630, Salvador - BA. (e-mail: [adhemar@ufba.br](mailto:adhemar@ufba.br))*

---

**Abstract:** In this article, two predictive controllers are developed based on modified extended quasilinear model, whose predictive models are differentiated at each sample time, as well as, in each prediction horizon. This provides the use of linear predictive models that best represent the dynamics of the nonlinear system throughout its operating range. The controllers obtained with the application of this technique are applied to two specific nonlinear systems and simulated results are presented to evaluate the control performance.

**Resumo:** Neste artigo desenvolvem-se dois controladores preditivos baseados em modelo quasilinear estendido modificado, cujos modelos preditores são diferenciados a cada instante de amostragem, bem como, em cada horizonte de predição. Isso proporciona a utilização de modelos preditores lineares que melhor representam as dinâmicas do sistema não linear em toda a sua faixa de operação. Os controladores obtidos com a aplicação dessa técnica são aplicados a dois sistemas não lineares específicos e resultados simulados são apresentados para se avaliar o desempenho de cada controlador.

*Keywords:* Nonlinear Predictive Control; NARMAX Models; Quasilinearization.

*Palavras-chaves:* Controle Preditivo Não Linear; Modelos NARMAX; Quasilinearização.

---

## 1. INTRODUÇÃO

O controle de sistemas é essencial para que esses apresentem desempenho satisfatório considerando-se critérios preestabelecidos. Com esse objetivo, técnicas de controle de sistemas têm sido largamente e fortemente pesquisadas, desenvolvidas e aplicadas nas últimas décadas, destacando-se principalmente aquelas referentes a sistemas não lineares.

Uma das técnicas de controle muito utilizada é o controle preditivo baseado em modelo (MPC), desenvolvido originalmente para modelos lineares. Os modelos lineares, tanto invariantes como variantes no tempo, têm sido extensivamente usados para descrever sistemas físicos. Este fato é essencialmente devido à sua simplicidade analítica, o que faz com que, como consequência, tenha-se atingido grande desenvolvimento da teoria concernente. No entanto, a teoria atual de sistemas permite e estimula a expansão e aprofundamento da pesquisa de forma que os limites intrínsecos dos modelos lineares, tornam-se cada vez mais evidentes. Um modelo que melhor represente um processo, é fundamental na implementação de estratégias de controle e produz um ganho competitivo em termos de qualidade e benefícios econômicos, que são consequências da redução de

custos operacionais. Desta forma, um modelo linear para representação de processos não lineares tem uma deficiência destacada, tendo em vista que modelos simples são frequentemente inadequados, quando uma aproximação mais realística torna-se necessária, (Doyle III et al. 1995).

O controle preditivo baseado em modelo é uma classe de algoritmo que calcula uma sequência de ajustes no sinal de controle de forma a otimizar o comportamento futuro da saída de um sistema. Os controladores preditivos têm-se mostrado bastante eficazes no controle de plantas monovariáveis e multivariáveis, com retardo, de fase não mínima e instáveis (Camacho e Bordons, 2004). Isto é o que caracteriza a maioria dos processos industriais, os quais têm seus próprios critérios de desempenho e exigência de confiabilidade. O grande sucesso do MPC nas indústrias de processo deve-se principalmente à sua simplicidade conceitual e sua capacidade de lidar com sistemas complexos de maneira fácil e eficaz (Mayne, 2014). Em plantas industriais mais complexas é crescente a demanda pelo controle preditivo não linear (NMPC). Isto é devido a fatores, tais como: o atual nível de especificação de alta qualidade de produção; a crescente demanda de produtividade; a atual legislação ambiental, que é mais rigorosa e ainda, as exigentes considerações econômicas na indústria que levam

os processos a operar mais próximos dos limites admissíveis (Allgöwer et al. 2004). Sabe-se que as técnicas de projeto de controladores lineares são largamente empregadas na indústria química e petroquímica e, em particular, o controlador preditivo baseado em modelos lineares (Richalet, 1993). No entanto, o controlador preditivo não linear, que utiliza um modelo do processo não linear, mais realista, frequentemente mais complexo, tipicamente sacrifica a simplicidade associada às técnicas lineares de forma a alcançar um melhor desempenho, (Biegler e Rawlings, 1991). Do ponto de vista conceitual, o *NMPC* não apresenta dificuldades, já que é possível considerar a mesma função objetivo utilizada no caso linear e um modelo não linear para o cálculo das previsões. O que se pretende, novamente, é encontrar a sequência de controle que minimize a função objetivo sujeito a um conjunto de restrições. No entanto, do ponto de vista prático, são várias as dificuldades encontradas neste problema, se comparado ao caso linear, quais sejam: a determinação do modelo do processo, quando este deve ser obtido por identificação; a obtenção do sinal de controle que requer, em geral, a solução de um problema de otimização não convexa e a análise de estabilidade e robustez da solução (Henson, 1998, Mayne et al. 2000).

Um dos métodos mais difundidos para a solução do *NMPC* é a utilização de modelos linearizados na previsão da saída, a qual é considerada na função objetivo. Neste caso, a otimização quadrática pode ser utilizada, o que consiste na principal vantagem do método. Na literatura, encontram-se diversas abordagens para esta metodologia, tais como: a utilização de múltiplos modelos lineares, que é muito explorada para o desenvolvimento do *MPC* robusto (Torrico e Normey-Rico, 2004; Sakizlis et al. 2005), do *MPC* escalonado (Lu and Arkunl, 2003) e do *MPC* adaptativo; o método min-max, (Wan and Kotare, 2002) e linearização a cada período de amostragem, utilizada, por exemplo, na técnica da quasilinearização por degrau de tempo (Goodhart, et al. 1994), quasilinearização com compensação iterativa (Fontes e Ângelo, 2006), quasilinearização com termos de compensação (Fontes et al. 2002; Sobrinho et al. 2011), *NEPSAC* (De Keyser, 1998), *MPC* Prático para sistemas não lineares - *PNMPC* (Plucênio, et al. 2007), quasilinearização estendida (Sobrinho et al. 2012), quasilinearização modificada, (Sobrinho e Fontes, 2016; Sobrinho e Fontes, 2018).

Os modelos polinomiais *NARMAX* (*Nonlinear Autoregressive Moving Average Model with Exogenous Signals*), são modelos discretos no tempo que descrevem a saída atual do sistema em função das entradas e saídas passadas incluindo termos não lineares. Esses modelos são bastantes amplos, pois possuem uma variedade de termos capazes de representar diferentes tipos de dinâmicas. Convém observar ainda que o modelo polinomial *NARMAX* é linear nos parâmetros, o que permite o uso de todas as técnicas de identificação de sistemas lineares, o que se constitui uma importante vantagem deste tipo de modelo. Devido a essas características, esses modelos são apropriados para caracterizarem diversos tipos de sistemas não lineares, principalmente quando se pretende utilizar o modelo obtido

para se projetar um controlador preditivo não linear baseado em modelo polinomial.

Neste artigo, desenvolvem-se dois controladores preditivos baseados no modelo, aqui denominado, quasilinear estendido modificado, o qual é linearizado em cada instante de amostragem e diferenciado para cada horizonte de previsão, utilizando-se valores de entrada e saída conhecidos até o instante atual de controle. Essa linearização é baseada na quasilinearização estendida (Sobrinho et al. 2012) e na quasilinearização modificada (Sobrinho e Fontes, 2016), utilizadas na linearização de modelos polinomiais de entrada-saída. Por utilizar essas duas técnicas de linearização, a quasilinearização estendida modificada proporciona previsões mais exatas, o que confere ao controlador assim obtido, um melhor desempenho de controle. Utiliza-se o algoritmo do *GPC* (*Generalized Predictive Control*), (Clark et al. 1987) para se obter a sequência de entradas de controle. As modificações propostas são implementadas para realizar o controle de dois sistemas caracterizados por um modelo polinomial *NARMAX*. O método é desenvolvido em duas abordagens, dando origem a dois controladores que serão aplicados aos referidos sistemas. Os resultados das simulações realizadas em software apropriado permitirão a avaliação dos controladores.

## 2. DESENVOLVIMENTO DOS MODELOS PREDITORES

A técnica do controle preditivo calcula uma sequência de entradas otimizadas,  $u$ , em cada instante de amostragem, para um horizonte de controle pré-determinado na sintonia do controlador. Isso permite que se utilize, adequadamente, diferentes modelos preditores em cada um destes instantes, bem como, para cada horizonte de previsão.

O tipo de controlador preditivo desenvolvido neste trabalho é denominado *Controlador Preditivo Quasilinear Estendido Modificado*. As abordagens aqui apresentadas serão dedicadas a sistemas descritos por uma classe de modelos *NARMAX* com a seguinte estrutura:

$$A(q^{-1})y(k) = q^{-d}B(q^{-1})u(k-1) + \sum_{i=1}^{n1} \sum_{p=1}^{r1} \sum_{h=1}^{m1} \gamma_{(i-d),p,h} u(k-i-h+1)^p y(k-i) + \sum_{i=1}^{n2} \sum_{p=1}^{r2} \sum_{h=1}^{m2} \eta_{(i-d),p,h} y(k-i-h+1)^p u(k-i), \quad (1)$$

sendo:  $A(q^{-1})$ ,  $B(q^{-1})$ , polinômios da seguinte forma:

$$A(q^{-1}) = 1 + a_1 q^{-1} + a_2 q^{-2} + \dots + a_{na} q^{-na} ; \quad (2)$$

$$B(q^{-1}) = b_0 + b_1 q^{-1} + b_2 q^{-2} + \dots + b_{nb} q^{-nb} ,$$

$k$  o instante atual de amostragem;  $u(k)$  a entrada no instante  $k$ ;  $y(k)$  a saída nesse instante;  $q^{-i}$  o operador atraso tal que  $q^{-i} y(k) = y(k-i)$ ;  $d \geq 1$  o atraso expresso como múltiplo inteiro do período de amostragem e  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $r_1$  e  $r_2$  números inteiros

positivos definidos de acordo com o modelo desejado. Deve-se notar que  $n1, n2 \geq na \geq nb$ , e também que  $\gamma_{(i-d),p,h}$  e  $\eta_{(i-d),p,h}$  podem ser nulos quando não existirem os respectivos termos. Os dois controladores, que serão aqui desenvolvidos, se diferenciam pela forma de agrupamento dos termos não lineares com os termos lineares para configurar um modelo preditor linear. Seguem-se os desenvolvimentos para as duas abordagens propostas.

## 2.1 Primeira Abordagem

Nesta primeira abordagem, o agrupamento dos termos são realizados da seguinte maneira:

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{n1} \alpha_i y(k-i) + q^{-d} \sum_{i=1}^{n2} \beta_{i-1} u(k-i), \quad (3)$$

sendo:

$$\alpha_i = \left( a_i - \sum_{p=1}^{r1} \sum_{h=1}^{m1} \gamma_{(i-d),p,h} u(k-i-h+1)^p \right) \quad (4)$$

e

$$\beta_{i-1} = \left( b_{i-1} + \sum_{p=1}^{r2} \sum_{h=1}^{m2} \eta_{(i-d),p,h} y(k-i-h+1)^p \right). \quad (5)$$

Deve-se observar que, para calcular os coeficientes  $\alpha_i$  e  $\beta_{i-1}$  e efetuar as predições, que são características dos controladores preditivos, são requeridos os valores futuros das entradas e saídas. Na estratégia quasilinearização estendida (Sobrinho et al. 2012), os valores futuros das entradas  $u$  são aproximados, a cada instante de amostragem, para o último valor de  $u$  conhecido, ou seja,  $u(k-1)$ , e os valores futuros da saída são aproximados para o valor mais recente de  $y$ , ou seja,  $y(k)$ . Entretanto, na obtenção de predições mais exatas, utiliza-se aqui a estratégia da quasilinearização modificada (Sobrinho e Fontes, 2016), em que os valores futuros de  $y$  são substituídos pelos respectivos valores da resposta livre,  $y_L(k+j)$ ,  $j=1...N_y$ . Esses valores são calculados em cada instante de amostragem para se efetuar a aproximação necessária para cada predição  $j$ -passos à frente,  $\hat{y}(k+j)$ . Sabe-se que a resposta livre,  $y_L(k+1)... y_L(k+N_y)$ , pode ser calculada de forma recursiva, utilizando-se o modelo não linear, empregando-se os valores das entradas e saídas,  $u$  e  $y$ , conhecidos até o instante atual  $k$ . Assim, o modelo preditor é atualizado em cada instante de amostragem e diferenciado para cada horizonte de predição. Observa-se que o modelo preditor obtido é linear em cada instante de amostragem. Isto permite que se utilize o algoritmo do *GPC*, uma vez que o mesmo foi desenvolvido para modelos lineares.

## 2.2 Segunda Abordagem

A forma de agrupamento dos termos não lineares com os termos lineares, para formar o modelo preditor linear, apresentada na primeira abordagem, é a mais natural e imediata para o modelo apresentado em (1). Entretanto, pode-se observar que é possível se fazer outras formas de

agrupamento para se obter o modelo preditor linear. Nesta segunda abordagem esse modelo preditor é da seguinte forma:

$$y(k) = -\sum_{i=1}^{n2} \alpha_i y(k-i) + q^{-d} \sum_{i=1}^{n1} \beta_{i-1} u(k-i), \quad (6)$$

sendo

$$\alpha_i = \left( a_i - \sum_{p=1}^{r2} \sum_{h=1}^{m2} \eta_{(i-d),p,h} u(k-i) y(k-i-h+1)^{p-1} \right) \quad (7)$$

e

$$\beta_{i-1} = \left( b_{i-1} + \sum_{p=1}^{r1} \sum_{h=1}^{m1} \gamma_{(i-d),p,h} u(k-i-h+1)^{p-1} y(k-i) \right). \quad (8)$$

Observa-se que os coeficientes  $\alpha_i$  e  $\beta_{i-1}$  são dependentes dos valores futuros de  $u$  e  $y$ , simultaneamente. Novamente, para o cálculo das predições são requeridos valores futuros de  $u$  e de  $y$ . Também aqui, as aproximações para os valores futuros desconhecidos são realizadas conforme explicado na primeira abordagem, sendo também um controlador preditivo quasilinear estendido modificado.

## 3. ANÁLISE DAS NÃO LINEARIDADES DOS SISTEMAS ESCOLHIDOS

Neste trabalho foram utilizados dois sistemas não lineares para a aplicação dos controladores aqui propostos. Esses sistemas são descritos por modelos *NARMAX*, com a forma de (1), e se diferenciam pela permutação dos termos não lineares, como pode ser observado nas equações que os descrevem, mostradas em (9) e (10). Como será visto, os sistemas exibem dinâmicas diferentes, o que permite se avaliar o desempenho de cada uma das abordagens apresentadas.

Sistema 1:

$$y(k) = 1,98y(k-1) - 1,23y(k-2) + 0,22y(k-3) + 0,136u(k-1) - 0,098u(k-2) + 0,013u(k-3) + 0,35u(k-2)^2 y(k-1) + 0,28u(k-3)^2 y(k-2) + 0,82u(k-1)y(k-1)^2 + 0,65u(k-2)y(k-2)^2 \quad (9)$$

Sistema 2:

$$y(k) = 1,98y(k-1) - 1,23y(k-2) + 0,22y(k-3) + 0,136u(k-1) - 0,098u(k-2) + 0,013u(k-3) + 0,82u(k-2)^2 y(k-1) + 0,65u(k-3)^2 y(k-2) + 0,35u(k-1)y(k-1)^2 + 0,28u(k-2)y(k-2)^2 \quad (10)$$

Inicialmente realizaram-se testes em malha aberta, em cada um dos sistemas, com o objetivo de se avaliar o comportamento dinâmico e o grau de não linearidade dos mesmos. Para tanto, aplicaram-se progressivamente na entrada de cada um dos sistemas, valores de degraus, até próximo aos respectivos pontos de instabilidade. O resultado desses testes são apresentados na figura 1.

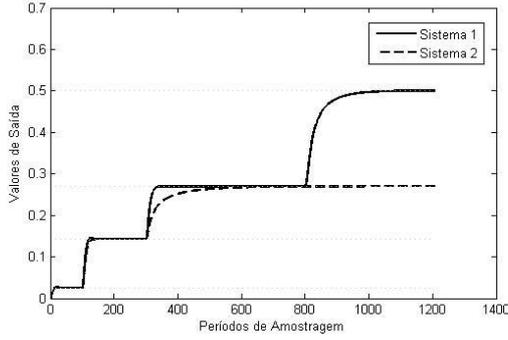


Figura 1. Teste em malha aberta para verificar a variação do comportamento não linear dos sistemas 1 e 2.

Para ambos os sistemas, foi aplicado, a partir da referência zero, um degrau de  $\Delta u=0,015$ , deixando os sistemas estabilizarem. Em seguida, aplicaram-se degraus intermediários a cada um dos sistemas, levando-os a um ponto de operação próximo da região de instabilidade, mas que ainda permitisse a aplicação, em ambos, de um degrau de  $\Delta u=0,015$ , chegando-se bem próximo da instabilidade dos sistemas. Observa-se que os sistemas ficam bastante lentos, como era de se esperar. A figura 2 mostra uma imagem ampliada para as duas primeiras faixas. Observa-se que, na primeira faixa, os sistemas apresentam comportamentos semelhantes.

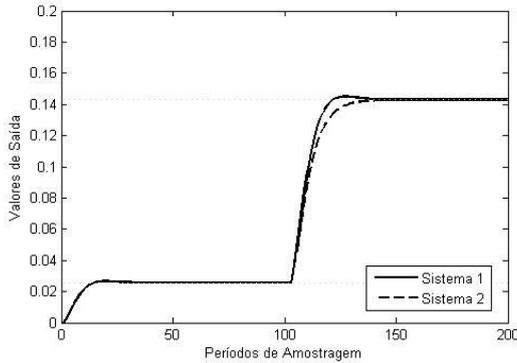


Figura 2. Teste em malha aberta nos sistemas 1 e 2 nas duas primeira faixas de operação escolhidas.

Na tabela 1 apresentam-se os valores do tempo de estabelecimento  $t_e$  e do ganho estático  $g_e$  para cada um dos sistemas.

Tabela 1. Valores do tempo de estabilização  $t_e$  e do ganho estático  $g_e$

Sistema 1				
$\Delta u$	$\Delta y$	$y$	$t_e$	$g_e$
0,0150	0,0257	0,0257	15	1,71
0,0555	0,1173	0,1430	17	2,11
0,0300	0,1267	0,2700	26	4,21
0,0150	0,2313	0,5000	131	15,52
Sistema 2				
$\Delta u$	$\Delta y$	$y$	$t_e$	$g_e$
0,015	0,0257	0,0257	15	1,71
0,0505	0,1173	0,1430	26	2,32
0,015	0,1270	0,2700	224	8,45

A variação do comportamento não linear fica evidenciado comparando-se os tempos de estabelecimentos e os ganhos estáticos dos sistemas em cada uma das faixas consideradas.

#### 4. APLICAÇÃO DOS CONTROLADORES E RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

Inicialmente, utiliza-se o sistema 1 para se aplicarem as duas abordagens aqui propostas. Para esse sistema, o modelo preditor quasilinear estendido modificado pode ser escrito na seguinte forma:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+j) = & \alpha_1 \hat{y}(k-1+j) + \alpha_2 \hat{y}(k-2+j) + \\ & \alpha_3 \hat{y}(k-3+j) + \beta_1 u(k-1+j) + \\ & \beta_2 u(k-2+j) + \beta_3 u(k-3+j), \end{aligned} \quad (11)$$

sendo que para a primeira abordagem, obtém-se:

$$\begin{aligned} \alpha_1 = & 1,98 + 0,35u(k-2+j)^2; \\ \alpha_2 = & -1,23 + 0,28u(k-3+j)^2; \\ \alpha_3 = & 0,22; \\ \beta_1 = & 1,36 + 0,82y_L(k-1+j)^2; \\ \beta_2 = & -0,48 + 0,65y_L(k-2+j)^2; \\ \beta_3 = & -0,18. \end{aligned} \quad (12)$$

Já para a segunda abordagem, tem-se que:

$$\begin{aligned} \alpha_1 = & 1,98 + 0,82u(k-1+j)y_L(k-1+j); \\ \alpha_2 = & -1,23 + 0,65u(k-2+j)y_L(k-2+j); \\ \alpha_3 = & 0,22; \\ \beta_1 = & 1,36; \\ \beta_2 = & -0,48 + 0,35u(k-2+j)y_L(k-1+j); \\ \beta_3 = & -0,18 + 0,28u(k-3+j)y_L(k-2+j). \end{aligned} \quad (13)$$

Deve-se lembrar que os valores das entradas futuras,  $u$ , requeridas para o cálculo dos  $\alpha_i$ 's e  $\beta_i$ 's, são aproximados para  $u(k-1)$  em cada instante de amostragem. Já os valores futuros de  $y$  são substituídos pelos valores da resposta livre, em cada período de amostragem, sendo diferenciados para cada horizonte de predição. Isto proporciona a este algoritmo uma melhor aproximação no cálculo das predições, podendo-se obter assim, um melhor desempenho dos controladores. Convém salientar que, quanto menor for o erro de predição, melhor será o desempenho do controlador preditivo, cuja essência é a predição. Deve-se observar que, à medida que, a saída do sistema se aproxima do valor de referência de controle, a resposta livre tende para os valores de saída do sistema. Isto lineariza de forma exata o modelo preditor no ponto de operação.

Para se efetuar a comparação de desempenho de controle, foi escolhido a referência  $y=0,27$  e a sintonia dos controladores foi realizada de forma que as saídas do sistema, proporcionada por cada controlador, apresentassem o mesmo tempo de estabelecimento,  $t_e$ , utilizando-se o critério de 2% da referência. Com isso, avaliou-se o esforço de controle de cada um dos controladores. De acordo com os testes em malha aberta, foi escolhido um horizonte de predição  $Ny=8$  e

a ponderação na ação de controle  $\lambda$ , para cada controlador, foi sintonizada para se obter o mesmo tempo de estabelecimento. Assim, obteve-se, para o controlador 1,  $\lambda_1=0,9$  e para o controlador 2,  $\lambda_2=0,4$ . Na figura 3 apresentam-se as saídas proporcionadas por cada um dos controladores, em que as abordagens 1 e 2 são designadas pelos controladores 1 e 2, respectivamente. Na figura 4 apresentam-se os respectivos esforços de controle.

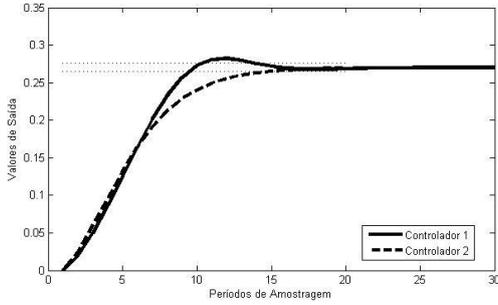


Figura 3. Saída do sistema 1 proporcionada pelos controladores 1 e 2

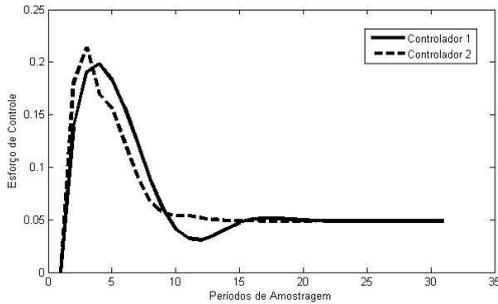


Figura 4. Esforços de controle para as saídas mostradas na fig. 3.

Esses resultados mostram que existem diferenças significativas entre as duas abordagens, que influenciam diretamente no desempenho dos controladores. Para se comparar quantitativamente o desempenho dos controladores, utilizou-se o índice de desempenho de Goodhart (Goodhart et al. 1994). Este índice é composto por três parcelas:

1) o esforço de controle médio total realizado para se atingir uma dada resposta, representado por:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sum_{k=1}^T \Delta u(k)}{T}, \quad (14)$$

em que  $T$  é um número inteiro que representa a quantidade de ações de controle, tomadas para se obter a resposta desejada;

2) a variância do sinal de controle em torno da média, dada por:

$$\varepsilon_2 = \frac{\sum_{k=1}^T (\Delta u(k) - \varepsilon_1)^2}{T}; \quad (15)$$

3) o desvio total com relação ao valor da referência desejada, dado por:

$$\varepsilon_3 = \frac{\sum_{k=1}^T |r(k) - y(k)|}{T}, \quad (16)$$

em que  $r(k)$  é o valor da referência. Deve-se observar que o índice  $\varepsilon_3$  influencia diretamente na qualidade do produto a ser obtido, tendo grande importância na análise qualitativa do processo. Esses valores foram normalizados, dividindo-se pelo valor máximo da grandeza correspondente, para torná-los adimensional, obtendo-se os  $\varepsilon_{i3}$ . O índice de desempenho normalizado é então dado por:

$$\varepsilon = \alpha_1 \varepsilon_1 + \alpha_2 \varepsilon_2 + \alpha_3 \varepsilon_3, \quad (17)$$

em que  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  são os pesos atribuídos individualmente a cada índice. Adotaram-se os pesos  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  e  $\alpha_3$  como sendo 0,2, 0,3 e 0,5, respectivamente. Isto porque se objetivou dar maior importância ao cálculo do desvio com relação à referência desejada, já que na maioria dos casos essa situação está relacionada com a qualidade do produto em um processo. Na tabela 2 apresentam-se os índices de desempenho obtidos para os controladores simulados.

Tabela 2. Índices de desempenho - Sistema 1

Controladores	$\varepsilon_1$	$\varepsilon_2$	$\varepsilon_3$	$\varepsilon$
Controlador 1	0,0695	0,0025	0,0521	0,0407
Controlador 2	0,0790	0,0029	0,0803	0,0568

Assim, para o sistema 1, a primeira abordagem apresentou um desempenho de controle superior ao da segunda abordagem. Testes realizados em outras faixas apresentaram resultados similares. A figura 5 mostra a saída do sistema em três faixas de operação, com a atuação dos controladores e em malha aberta. Nesse teste, o controlador 1 foi sintonizado para que a saída do sistema estabilizasse mais rápido, enquanto que o controlador 2 foi sintonizado para uma estabilização mais lenta.

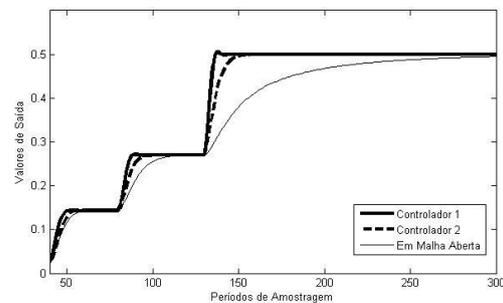


Figura 5. O sistema 1 operando com os controladores atuando, e em malha aberta.

Como pode-se observar, em todas as faixas houve um ganho considerável de efetividade proporcionado pelos controladores, principalmente no que se refere ao tempo de resposta, que é bastante diminuída pela ação dos controladores, sobretudo na última faixa, quando o sistema opera próximo à região de instabilidade e apresenta-se muito lento em malha aberta.

Em seguida, aplicam-se as duas abordagens ao sistema 2. O modelo preditor quasilinear estendido modificado tem a forma de (11), sendo que para a primeira abordagem, obtém-se:

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= 1,98 + 0,82u(k-2+j)^2; \\
 \alpha_2 &= -1,23 + 0,65u(k-3+j)^2; \\
 \alpha_3 &= 0,22; \\
 \beta_1 &= 1,36 + 0,35y_L(k-1+j)^2; \\
 \beta_2 &= -0,48 + 0,28y_L(k-2+j)^2; \\
 \beta_3 &= -0,18.
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

Já para a segunda abordagem, tem-se que:

$$\begin{aligned}
 \alpha_1 &= 1,98 + 0,35u(k-1+j)y_L(k-1+j); \\
 \alpha_2 &= -1,23 + 0,28u(k-2+j)y_L(k-2+j); \\
 \alpha_3 &= 0,22; \\
 \beta_1 &= 1,36; \\
 \beta_2 &= -0,48 + 0,82u(k-2+j)y_L(k-1+j); \\
 \beta_3 &= -0,18 + 0,65u(k-3+j)y_L(k-2+j).
 \end{aligned}
 \tag{19}$$

Utilizando-se os mesmos critérios dos testes anteriores, aplicaram-se as duas abordagens a esse sistema. A referência escolhida foi  $y=0,27$  e para a sintonia dos controladores foi utilizado também  $Ny=8$ , para ambos. A ponderação da ação de controle obtida, para o controlador 1 foi  $\lambda_1=1,35$  e para o controlador 2 foi  $\lambda_2=1,5$ . Na figura 6 apresentam-se as saídas proporcionadas por cada um dos controladores e na figura 7 apresentam-se os respectivos esforços de controle. Observam-se nesses gráficos que os dois controladores apresentaram desempenhos semelhantes. Testes em outras faixas de operação apresentaram comportamentos similares. A tabela 3 mostra os índices de desempenho dos controladores atuando no sistema 2.

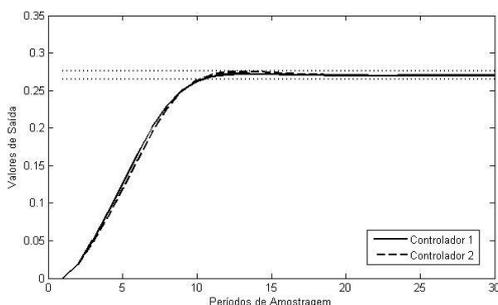


Figura 6. Controladores 1 e 2 atuando no sistema 2

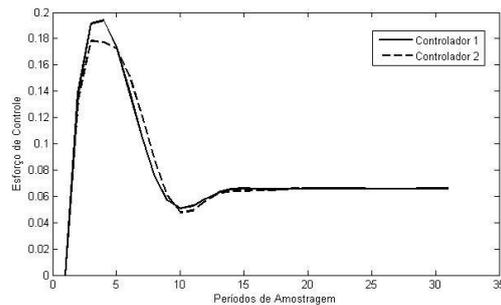


Figura 7. Esforço de controle para as saídas mostradas na fig. 6.

Tabela 3 Índices de desempenho - Sistema 2.

Controladores	$\epsilon_1$	$\epsilon_2$	$\epsilon_3$	$\epsilon$
Controlador 1	0,0868	0,0025	0,0756	0,0559
Controlador 2	0,0866	0,0023	0,0781	0,0571

A figura 8 mostra a saída do sistema 2 em três faixas de operação, com a atuação dos controladores e em malha aberta.

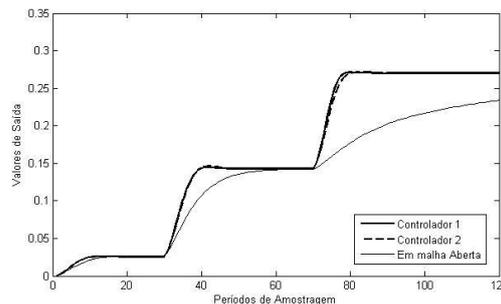


Figura 8 . O sistema 2 operando com os controladores atuando, e em malha aberta.

Novamente pode-se observar a efetividade proporcionada pela ação dos controladores.

## 5. CONCLUSÕES

Os controladores preditivos não lineares desenvolvidos neste trabalho mostraram-se satisfatórios para efetuar o controle dos sistemas ora escolhidos. Esses controladores são baseados em uma classe de modelos do tipo *NARMAX* com quasilinearização estendida modificada, a qual foi aqui proposta e aplicada. Os resultados de comparação, entre as duas abordagens propostas, mostraram diferenças de desempenho significativas para o primeiro sistema testado. Neste caso, a primeira abordagem apresentou um melhor desempenho. Já para o segundo sistema, foi observado pouca diferença de desempenho entre as abordagens. É certo que existem sistemas não lineares em que a segunda abordagem, se aplicada, apresentará um melhor desempenho que a primeira. Isso depende da característica não linear dominante,

considerando-se que na solução de sistemas não lineares, não existe generalização. Surge então o questionamento: qual critério deve ser adotado para a escolha entre uma ou outra abordagem? Estudos e pesquisas em andamento buscam o desenvolvimento de métodos e critérios de escolha de uma ou mais abordagens que devem ser utilizadas em um dado sistema não linear.

#### REFERÊNCIAS

- Allgöwer, F., Findeisen R. e Nagy Z. K. (2004). Nonlinear model predictive control: from theory to application. *Journal of the Chinese Institute of Chemical Engineers*, 35(3): 299–315.
- Biegler, L. e Rawlings J. (1991). Optimization approaches to nonlinear predictive control. In *Proc. 4th International Conference of Chemical Process Control*.
- Camacho, E. F. e Bordons, C. (2004). *Model Predictive Control*. Springer-Verlag, London.
- Clarke, D. W., Mohtadi, C. e Tuffs, P. S. (1987) “Generalized Predictive Control, *Automatica*, vol. 21, nº 2.
- De Keyser, R. M. C. (1998). A gentle introduction to model based predictive control. In *PADI2 International Conference on Control Engineering and Signal Processing*, Piura, Peru.
- Doyle III, F. J., Ogunnaike B. A. and Pearson Ronald K. *Nonlinear Model-Based Control Using Second-Order Volterra Models*. *Automatica*: Vol.31, nº. 5, pp. 697-714, 1995.
- Fontes, A. B., Maitelli, A. L. e Salazar, A. O. (2002). A new Bilinear Generalized Predictive Control Approach: Algorithm and Results. In *15th Triennial World Congress of the International Federation of Automatic Control*, Barcelona.
- Fontes, A. B. e Angelo, E. (2006). Controle preditivo generalizado bilinear aplicado a uma coluna de butadieno 1,3: A compensação iterativa, uma nova abordagem. *XVI Congresso Brasileiro de Automatica*, Salvador BA.
- Goodhart, S. G., Burnham K. J. e D. James. (1994). Bilinear self-tuning control of a high temperature heat treatment plant. *IEE Procedure Control Theory Applications*. Vol. 141, No 1, pp. 12 -18.
- Henson, M. A. (1998). Nonlinear model predictive control: current status and future directions. *Computer and Chemical engineering*, 23, 187-202.
- Lu, Y. e Arkunl, Y. A. (2003). Practical multiple model adaptive strategy for single-loop mpc. *Control Engineering Practice*, 11:141–159.
- Mayne, D. Q., Rawlings, J. B., Rao, C. V. e Sokaert, P. O. M. (2000). Constrained model predictive control: Stability and optimality. *Automatica*, 36, 789–814.
- Mayne, D. Q., (2014). Model predictive control: Recent developments and future promise *Automatica*, 50, 2967–2986.
- Plucenio, A., Pagano, D. J., Bruciapaglia, A. H., e Normey-Rico, J. E. A practical approach to predictive control for nonlinear processes. *NOLCOS 2007 - 7th IFAC Symposium on Nonlinear Control Systems*, 2007.
- Richalet, J. *Industrial Applications of Model Based Predictive Control*. *Automatica*, 1993; 29(5):1951-1274.
- Sakizlis, V., Manthanwar, A. M. e Pistikopoulos, E. N. (2005). Robust parametric predictive control design for polytopically uncertain systems. *American Control Conference*.
- Sobrinho, M. O. S., Fontes, A. B. e Dórea, C. E. T. (2011). A New Algorithm for Bilinear Predictive Control. In *9th IEEE International Conference on Control and Automation*. Santiago, Chile.
- Sobrinho, M. O. S., Fontes, A. B. e Dórea, C. E. T. (2012). Desenvolvimento de um Controlador Preditivo Não Linear Baseado em Modelo Compensado Aplicado a uma Coluna de Destilação Simulada, Caracterizada por um Modelo NARMAX. *XIX Congresso Brasileiro de Automática*, Campina Grande, PB.
- Sobrinho, M. O. S. e Fontes, A. B. (2016). Desenvolvimento e Avaliação de um Controlador Preditivo Não Linear Baseado em Modelo Quasilinear Modificado. *XXI Congresso Brasileiro de Automática*, Vitória, ES.
- Sobrinho, M. O. S. e Fontes, A. B. (2018). Desenvolvimento e Avaliação de um Controlador Preditivo Não Linear Baseado em Modelo Quasilinear Modificado: Abordagem por Variáveis de Estado. *XXII Congresso Brasileiro de Automática*, João Pessoa, PB.
- Torrico, B. C. e Normey-Rico, J. E. (2004). Controle Preditivo de Sistemas não Lineares com Atraso, *XV Congresso Brasileiro de Automática*.
- Wan, Z. e Kotare, M. V. (2002). Robust output feedback model predictive control using off-line linear matrix inequalities. *Journal of Process Control* 12, 763-774.