

Controle LPV aplicado a uma máquina de relutância variável 6/4^{*}

Vinícius A. de Mesquita^{*} Jucelino Taleires Filho^{*}
Fabrício G. Nogueira^{*} Bismark C. Torrico^{*}

^{*} Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal do Ceará, CE, (e-mail: viniciusalexandre@alu.ufc.br, taleires@dee.ufc.br, fnoqueira@dee.ufc.br, bismark@dee.ufc.br).

Abstract: This paper presents a robust Linear parameter-varying controller (LPV) in the Reference Signal Tracking (RST) structure to the speed control of a Switched Reluctance Motor (SRM) 6/4. This machine has a simulator that considers the non-linearities present in the MRV operation. The dynamics of the speed loop was based on an ARX LPV model identified for a range of operation from data collected in simulation, where the scheduling parameter was the normalized filtered current level. With the model parameters, the LPV controller parameters were determined by means of a convex optimization problem, in the form of a parameterized LMI (PLMI). Thus, the performance of the LPV controller subjected to the variation of the scheduling parameters was compared to conventional controllers with fixed parameters.

Resumo: Este artigo apresenta um controlador Linear com Parâmetros Variáveis (LPV) robusto na estrutura RST (*Reference Signal Tracking*) para o controle de velocidade de uma Máquina de Relutância Variável (MRV) 6/4. Esta máquina possui um simulador que considera as não linearidades presentes na operação da MRV. A dinâmica da malha de velocidade foi baseada em um modelo ARX LPV identificado para uma determinada faixa de operação a partir de dados coletados em simulação, sendo o nível de corrente normalizado e filtrado o parâmetro variante. Em posse dos parâmetros do modelo, os parâmetros do controlador LPV foram determinados por meio de um problema de otimização convexa, na forma de uma LMI parametrizada (PLMI). Desse modo, foi observado o desempenho do controlador LPV submetido à variação dos parâmetros e comparado com controladores convencionais com parâmetros fixos.

Keywords: SRM; Robust Control; LPV Controller; LMI; RST Structure.

Palavras-chaves: MRV; Controle Robusto; Controlador LPV; LMI; Estrutura RST.

1. INTRODUÇÃO

A máquina de relutância variável (MRV) é uma máquina elétrica de simples construção, sendo uma das pioneiras na indústria. Há interesse na aplicação industrial da MRV desde 1850, tendo como principal desafio a complexidade de acionamento para a tecnologia da época como ressaltava Krishnan (2017). Com o avanço da engenharia dos materiais e da microeletrônica, novas técnicas de acionamento e controle de equipamentos elétricos surgiram, tornando possível a utilização de máquinas elétricas que outrora era limitada. As principais vantagens da MRV são sua simples construção, elevada robustez, baixo custo de produção e a dispensabilidade do uso de materiais magnéticos (Miller, 2001). Além disso, a máquina apresenta tolerância a falhas o que a distingue de outras máquinas elétricas, principalmente devido à continuidade de operação em caso de falta de fase. As desvantagens são excessivo ruído durante a operação, ondulação no conjugado eletromagnético produzido, necessidade da informação de posição (sensor acoplado ao

eixo do rotor) e alta complexidade de acionamento de cada fase.

Estudos recentes como Ralev et al. (2017) evidenciam o interesse no uso da MRV em aplicações automotivas. O estudo investiga o impacto na eficiência e perdas elétricas no acionamento de um veículo elétrico submetido a uma estratégia de controle que visa a redução das oscilações no conjugado eletromagnético. Já Borg Bartolo et al. (2017) propõem o uso de uma máquina de relutância variável atuando como gerador para aplicações aeroespaciais. Devido ao comportamento altamente não linear da máquina, projetar um controlador robusto e capaz de manter o desempenho de operação desejado é um desafio em si. Em Torrico et al. (2014) foi proposto um controle adaptativo na malha de velocidade para situações de falta de fases. Já em Reis et al. (2019), é implementado um controlador PID com 2 graus de liberdade para o controle de velocidade. Em Ouddah et al. (2016) é apresentada uma estratégia de controle \mathcal{H}_∞ na malha de corrente para contornar as não linearidades, tratando-as como incertezas paramétricas. Já em Ouddah et al. (2014), o meio de contornar as não linearidades é uma modelagem linear com parâmetros variáveis ou LPV (do inglês, *Linear Parameter-Varying*).

^{*} Os autores agradecem à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo apoio financeiro.

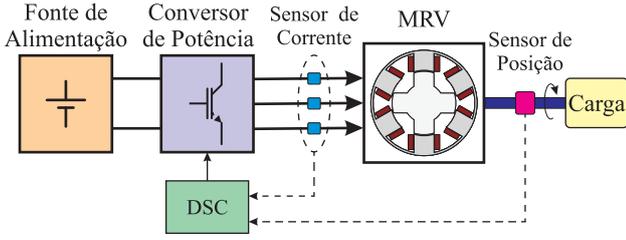


Figura 1. Diagrama esquemático simplificado.

Os sistemas LPV, como exposto em Shamma (1988), são sistemas não lineares descritos por modelos matemáticos lineares, nos quais os coeficientes variam em função de um parâmetro de *scheduling*. Nas últimas duas décadas, muitos artigos foram publicados sobre os métodos de identificação e projeto de controladores LPV para diferentes aplicações industriais: controle do amortecimento de oscilações mecânicas em sistemas de geração (Nogueira et al., 2018), motores automotivos em M.Morato et al. (2019), robótica em Kazemi and Jabali (2018), turbinas em Perez-Estrada et al. (2018), entre outros.

O objetivo deste artigo é apresentar um controlador LPV robusto aplicado à malha de velocidade da MRV visando garantir o desempenho dinâmico desejado para o sistema em malha fechada, de tal modo que as não linearidades inerentes ao sistema não degradem a resposta do sistema controlado. O projeto do controlador é baseado em um modelo LPV aprimorado, no qual a dinâmica não linear do sistema é modelada usando uma variável de *scheduling*, mais especificamente a corrente de alimentação.

2. PRINCÍPIO DE FUNCIONAMENTO

A MRV tem como características construtivas um estator onde ficam os enrolamentos de cada fase, e um rotor de polos salientes composto de material ferromagnético. Considerando o modelo estudado em Krishnan (2017), pode-se considerar que as indutâncias mútuas são desprezíveis, pois as fases são desacopladas. A máquina utilizada neste trabalho possui 6 polos no estator e 4 polos no rotor. A Figura 1 mostra o diagrama esquemático da bancada utilizada, em que é composta por uma fonte de alimentação, um conversor de potência, um microcontrolador (DSC, do inglês *Digital Signal Controller*) e sensores de corrente e posição.

2.1 Modelagem matemática

A tensão nos terminais de cada fase de uma MRV é definida por (1):

$$v_j = R_a i_j + \frac{d\Phi_j(\alpha, i_j)}{dt}, \quad (1)$$

em que v_j é a tensão aplicada na fase, R_a é a resistência do enrolamento, Φ_j é o fluxo magnético concatenado por fase, i_j é a corrente na fase, j é o índice de cada fase e α é a posição angular do rotor. O fluxo magnético concatenado define-se por:

$$\Phi_j(i_j, \alpha) = L_j(\alpha, i_j) i_j(t), \quad (2)$$

sendo L_j a indutância, em função da posição angular α e da corrente. Substituindo (2) em (1) e desenvolvendo, tem-se (3):

$$v_j = R_a i_j + L_j(\alpha, i_j) \frac{di_j}{dt} + i_j \frac{dL_j(\alpha, i_j)}{dt}. \quad (3)$$

Desenvolvendo a parcela $dL_j(\alpha, i_j)/dt$:

$$\frac{dL_j(\alpha, i_j)}{dt} = \frac{\partial L_j(\alpha, i_j)}{\partial \alpha} \frac{\partial \alpha}{\partial t} + \frac{\partial L_j(\alpha, i_j)}{\partial i_j} \frac{\partial i_j}{\partial t}. \quad (4)$$

Desprezando a parcela $\frac{\partial L_j(\alpha, i_j)}{\partial i_j} \frac{\partial i_j}{\partial t}$ e substituindo (4) em (3), tem-se a equação do circuito equivalente de uma fase da MRV:

$$v_j = R_a i_j + L_j(\alpha, i_j) \frac{di_j}{dt} + i_j \omega \frac{\partial L_j(\alpha, i_j)}{\partial \alpha}, \quad (5)$$

em que, ω é a velocidade angular, definida por:

$$\omega = \frac{d\alpha}{dt}. \quad (6)$$

Em Bilgin et al. (2019), o último termo de (5) é também denominado força eletromotriz induzida ε , análogo ao motor CC, expresso por:

$$\varepsilon_j = i_j \omega \frac{\partial L_j(\alpha, i_j)}{\partial \alpha}. \quad (7)$$

De acordo com Krishnan (2017), o torque eletromagnético desenvolvido pela MRV pode ser calculado a partir da potência convertida, resultando em:

$$T_{em_j} = \frac{1}{2} i_j \frac{\partial L_j(\alpha, i_j)}{\partial \alpha}, \quad (8)$$

sendo T_{em_j} o torque eletromagnético desenvolvido por cada fase. O torque eletromagnético total produzido por uma MRV que possui n fases será:

$$T_{em} = \sum_{j=1}^n \frac{1}{2} i_j^n \frac{\partial L_j(\alpha, i_j)}{\partial \alpha}. \quad (9)$$

2.2 Características não lineares da Indutância

A MRV tem na composição do estator e rotor materiais ferromagnéticos para que os campos magnéticos da máquina possuam direção e forma, bem como para aumentar a densidade de fluxo magnético para diferentes intensidades de corrente. Desta forma, em funcionamento normal, a MRV opera com elevada densidade de fluxo, assim o meio ferromagnético se mantém em estado de saturação magnética, como demonstrado em Umans (2014).

Em Oliveira et al. (2012), realizou-se um estudo das características de magnetização da MRV em questão por meio da análise do método de elementos finitos e a sua validação experimental, em que a Figura 2 ilustra o resultado. Utilizando-se o método de determinação da impedância com tensão alternada, obteve-se a indutância para determinados níveis de correntes e ângulos, evidenciando a natureza não linear da MRV.

2.3 Sistema de acionamento

O acionamento da MRV consiste em um conversor de meia ponte assimétrico (*assymetric half-bridge*), que permite a entrega de energia à máquina a partir de uma fonte de potência e também conta com um dispositivo de controle. Durante o funcionamento da máquina, a posição angular do rotor se faz necessária para que o chaveamento das fases ocorra de maneira adequada. Normalmente, faz-se uso de um sensor de posição acoplado ao eixo da máquina

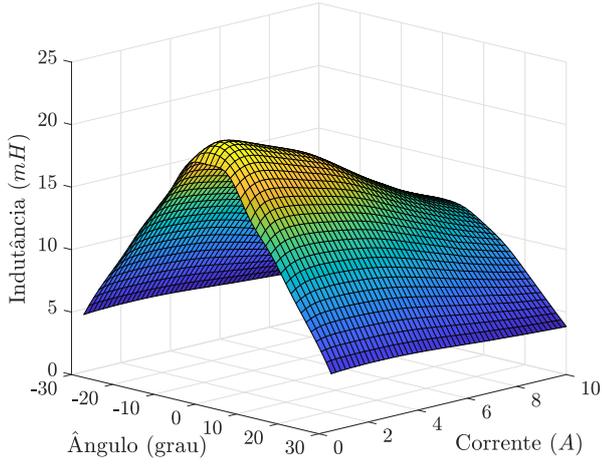


Figura 2. Indutância de uma fase em função da corrente e do ângulo.

para se prover essa informação ou utiliza-se técnicas de estimação da posição (*sensorless*), como realizado em Urbanski (2007).

Devido à sua simplicidade de implementação, utilizou-se o controle de corrente por histerese com frequência de acionamento fixa para manter a corrente em torno de um ponto de referência com comutação suave (*soft switching*). A técnica de acionamento por comutação suave consiste em controlar a corrente que circula em uma fase atuando apenas uma chave. A outra chave é denominada chave de comutação e tem função de conduzir somente durante o início e fim do período de condução da fase, tendo como vantagem a redução das perdas nas chaves, como visto em Miller (2001). Além disso, a ondulação de corrente durante o controle da corrente é reduzida, pois a tensão aplicada à bobina oscila entre zero e a tensão da fonte. A frequência de acionamento das chaves é de 25 kHz, sendo este um valor elevado quando comparado à frequência de amostragem da malha de velocidade, tornando a malha de corrente imperceptível. No controle de corrente por histerese, o sensor de corrente detecta a amplitude de corrente que circula em cada fase. Quando a corrente excede o valor de referência, apenas uma das chaves é desligada por conta da comutação suave. Portanto, a amplitude da corrente diminui e quando atinge um valor abaixo da referência, a chave é ligada novamente, repetindo o ciclo até que todo o ângulo de acionamento seja percorrido, desligando-se a fase por completo por meio

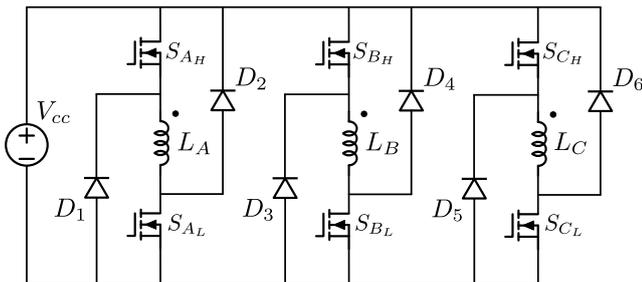


Figura 3. Conversor de meia ponte assimétrico.

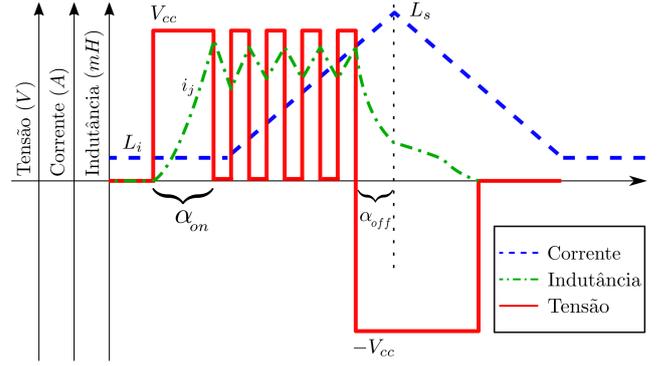


Figura 4. Gráfico de acionamento de uma fase da MRV com comutação suave.

da chave de comutação. A Figura 4 ilustra como ocorre o acionamento em uma das fases de maneira simplificada.

É válido ressaltar que o acionamento da fase ocorre com uma defasagem α_{on} do início da variação de indutância. Isto acontece para que durante a variação positiva da indutância, ou seja, momento em que se produz efetivamente torque, já haja corrente circulante pela fase. Para a máquina em questão adotou-se 5° . Outro aspecto que deve ser levado em conta é o ângulo de desligamento da fase por meio da chave de comutação, pois a circulação de corrente durante a variação negativa de indutância causará a produção de torque negativo, freando o rotor. Tendo em vista este fenômeno, faz-se necessário o desligamento da fase antes que a indutância atinja seu pico. Na Figura 4, o ângulo α_{off} representa a defasagem angular entre o desligamento da fase e o valor de pico da indutância. Para a MRV do experimento adotou-se 5° .

3. METODOLOGIA DO CONTROLE DE VELOCIDADE

A malha de velocidade da MRV possui influências das não linearidades observadas na Figura 2. Portanto, faz-se necessário a identificação da malha de velocidade para estimação dos parâmetros do modelo LPV. Neste sentido, o que se busca com a utilização desse novo método é a identificação de um modelo de velocidade LPV capaz de capturar a dinâmica do sistema em determinadas faixas de valores de corrente. Desta forma, é possível projetar um controlador de velocidade LPV para que satisfaça critérios de desempenho de forma satisfatória.

3.1 Estrutura do modelo discreto LPV

O modelo utilizado para capturar a dinâmica da planta discreto no tempo em sua forma LPV pode ser representado em (10), como exposto em Bamieh and Giarre (2002):

$$A(q^{-1}, \theta)y(k) = B(q^{-1}, \theta)u(k) + e(k), \quad (10)$$

em que $y(k)$ e $u(k)$ são, respectivamente, a saída e a entrada do sistema, q^{-1} é o operador de atraso discreto, $e(k)$ é o erro de estimação do modelo e $\theta = [\theta_1 \theta_2 \dots \theta_p]$ é o vetor de parâmetros variantes. Na forma de função de transferência, (10) fica:

$$G(q^{-1}, \theta) = B(q^{-1}, \theta)/A(q^{-1}, \theta). \quad (11)$$

Os polinômios $A(q^{-1}, \theta)$ e $B(q^{-1}, \theta)$ de (11) podem ser expressos pela forma:

$$\frac{B(q^{-1}, \theta)}{A(q^{-1}, \theta)} = \frac{b_1(\theta)q^{-1} + b_2(\theta)q^{-2} + \dots + b_{n_b}(\theta)q^{-n_b}}{1 + a_1(\theta)q^{-1} + a_2(\theta)q^{-2} + \dots + a_{n_a}(\theta)q^{-n_a}}, \quad (12)$$

em que n_a e n_b são as ordens dos polinômios $A(q^{-1}, \theta)$ e $B(q^{-1}, \theta)$. Para este trabalho, adota-se o vetor de variáveis θ com apenas um parâmetro variante. Para facilitar a leitura, faz-se $\theta(k) := \theta$. Desta maneira, os termos $b_i(\theta)$ e $a_j(\theta)$ podem ser funções com dependência polinomial em θ , tal que:

$$b_i(\theta) = b_{i1} + b_{i2}\theta + \dots + b_{iN}\theta^{N-1}, \quad (13)$$

$$a_j(\theta) = a_{j1} + a_{j2}\theta + \dots + a_{jN}\theta^{N-1}, \quad (14)$$

em que $i = 1, 2, \dots, n_b$ e $j = 1, 2, \dots, n_a$ e N é a ordem do parâmetro variante. Percebe-se que quando $N = 1$, tem-se a forma do modelo linear da estrutura clássica ARX (em inglês, *autoregressive with exogenous input*). Quando $N = 2$, resulta-se em uma função afim com dependência no parâmetro variante θ .

Com o intuito de identificar o modelo com a estimação das constantes de (13) e (14) a partir dos valores medidos no sistema, compacta-se (10) em forma de regressão linear (Nogueira et al., 2018). Portanto, considera-se a matriz Θ com dimensão $n \times N$ ($n = n_a + n_b$), formada por coeficientes identificados:

$$\Theta = \begin{bmatrix} a_{11} & \dots & a_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n_a 1} & \dots & a_{n_a N} \\ b_{11} & \dots & b_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n_b 1} & \dots & b_{n_b N} \end{bmatrix}, \quad (15)$$

e a matriz de regressores Ψ contendo os dados de entrada e saída das medições da planta:

$$\Psi(k) = \phi(k)\pi(k) = \begin{bmatrix} -y(k-1) \\ \vdots \\ -y(k-n_a) \\ u(k-1) \\ \vdots \\ u(k-n_b) \end{bmatrix} [1 \ \theta \ \theta^2 \ \dots \ \theta^{N-1}]. \quad (16)$$

3.2 Mínimos quadrados não-recursivo

De acordo com Bamieh and Giarre (2002), a determinação dos coeficientes que compõem a matriz Θ se dá por meio de um algoritmo de mínimos quadrados não-recursivo adaptado (LMS, do inglês *least means squares*), que consiste em processar paralelamente os dados coletados em diferentes pontos de operação para no final obter um modelo estimado equivalente à interpolação dos modelos locais, também denotado por P-LMS.

O algoritmo inicializa os vetores $\phi^1(k) \dots \phi^m(k)$ para $k = n_b + 1$ com os dados de entrada $u^1(k-i) \dots u^m(k-i)$ com $i = 1, \dots, n_b + 1$ e saída coletados $y^1(k-j) \dots y^m(k-j)$ com $j = 1, \dots, n_a$, assim como os dados do vetor $\pi^1(k) \dots \pi^m(k)$ preenchidos com $\theta^1(k)^{l-1} \dots \theta^m(k)^{l-1}$, $l = 1, \dots, N$, conforme (16), em que m a quantidade de iterações que será realizada.

Logo, o algoritmo inicia um processo iterativo para processar os vetores e matrizes dos dados coletados e satisfazer o critério de estimação do erro. Para isso, a matriz de regressão $\Psi^1(k) \dots \Psi^m(k)$ é calculada a partir dos vetores $\phi^1(k) \dots \phi^m(k)$ e $\pi^1(k) \dots \pi^m(k)$, mostrado em (17):

$$\begin{aligned} \Psi^1(k) &= \phi^1(k)\pi^1(k) \\ &\vdots \\ \Psi^m(k) &= \phi^m(k)\pi^m(k). \end{aligned} \quad (17)$$

O erro estimado $\varepsilon^1(k) \dots \varepsilon^m(k)$ é calculado como segue em (18):

$$\begin{aligned} \varepsilon^1(k) &= y^1(k) - \langle \hat{\Theta}^1(k), \Psi^1(k) \rangle \\ &\vdots \\ \varepsilon^m(k) &= y^m(k) - \langle \hat{\Theta}^m(k), \Psi^m(k) \rangle. \end{aligned} \quad (18)$$

Os valores do modelo a cada iteração é atualizado de acordo com (19):

$$\hat{\Theta}(k+1) = \hat{\Theta}(k) + \sigma(k)(\varepsilon^1(k)\Psi^1(k) + \dots + \varepsilon^m(k)\Psi^m(k)). \quad (19)$$

O tamanho do passo $\sigma(k)$ é calculado a cada iteração a partir de (20):

$$\sigma(k) = \sigma_{inicial} - \left(\left(\frac{k}{T_a} \right) (\sigma_{inicial} - \sigma_{final}) \right), \quad (20)$$

em que T_a é o número total de amostras, $\sigma_{inicial}$ é o valor inicial e é maior que σ_{final} .

3.3 Metodologia do Controlador LPV

Considere um sistema LPV em malha fechada em que $G(q^{-1}, \theta)$ é a planta a ser controlada e $K(q^{-1}, \theta) = R(q^{-1}, \theta)/S(q^{-1}, \theta)$ é o controlador, tem-se:

$$R(q^{-1}, \theta) = r_0(\theta) + r_1(\theta)q^{-1} + \dots + r_{n_r}(\theta)q^{-n_r}, \quad (21)$$

$$S(q^{-1}, \theta) = 1 + s_1(\theta)q^{-1} + \dots + s_{n_s}(\theta)q^{-n_s}, \quad (22)$$

$$T(\theta) = t_0(\theta), \quad (23)$$

em que n_r e n_s são a ordem dos polinômios $R(q^{-1}, \theta)$ e $S(q^{-1}, \theta)$, respectivamente. A Figura 5 mostra a estrutura adotada. Desenvolvendo os termos $r_i(\theta)$, $s_j(\theta)$ e $t_0(\theta)$ de (21), (22) e (23), respectivamente, tem-se que:

$$r_i(\theta) = r_{i1} + r_{i2}\theta + \dots + r_{iN}\theta^{N-1}, \quad i = 0, \dots, n_r \quad (24)$$

$$s_j(\theta) = s_{j1} + s_{j2}\theta + \dots + s_{jN}\theta^{N-1}, \quad j = 1, \dots, n_s \quad (25)$$

$$t_0(\theta) = \sum_{i=0}^{n_r} r_{i1} + \sum_{i=0}^{n_r} r_{i2}\theta + \dots + \sum_{i=0}^{n_r} r_{iN}\theta^{N-1}, \quad (26)$$

sendo r_i , s_j e t_0 funções fixas dependentes da variável θ . O parâmetro θ pertence a um conjunto semialgébrico Ω definido por (27):

$$\Omega = \{\theta \in \mathbb{R}^p : g_i(\theta) \geq 0, \quad i = 1, \dots, r\}, \quad (27)$$

em que $g_i(\theta)$ é o polinômio dependente de θ .

Busca-se, portanto, encontrar um controlador $K(q^{-1}, \theta)$ que garanta a estabilidade e o desempenho do sistema em malha fechada com variação dos parâmetros. Para isso, considera-se o sistema em malha fechada discreto no tempo $G_{mf}(q^{-1}, \theta) = N(q^{-1}, \theta)/D(q^{-1}, \theta)$ seja estável e possa ser sintetizada como uma LMI parametrizada (PLMI), em que a norma \mathcal{H}_∞ minimizada para um dado valor γ para todo $\theta \in \Omega$, definido por (Gilbert et al., 2007):

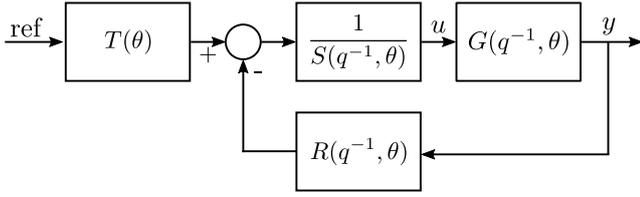


Figura 5. Diagrama de blocos com a estrutura RST.

Teorema 1. Dado um polinômio estável $C(q^{-1})$, a função de transferência $G_{mf}(q^{-1}, \theta)$ é estável e satisfaz a restrição de desempenho da norma \mathcal{H}_∞ para todo $\theta \in \Omega$ se existir uma matriz simétrica \mathbf{P} e um escalar λ tal que a LMI seja semidefinida positiva:

$$L(\mathbf{v}, \theta) = \begin{bmatrix} C^T D(\theta) + D^T(\theta) C - F(\mathbf{P}) - \lambda C^T C & N^T(\theta) \\ N(\theta) & \lambda \gamma^2 \end{bmatrix} \succeq 0 \quad (28)$$

sendo \mathbf{v} o vetor que contém as variáveis de decisão, como os parâmetros do controlador, a matriz \mathbf{P} e o escalar λ . O polinômio $C(q^{-1})$ é chamado de central e está relacionado com os polos de malha fechada do sistema. A função $F(\mathbf{P}) = \mathbf{\Pi}_1^T \mathbf{P} \mathbf{\Pi}_2 - \mathbf{\Pi}_2^T \mathbf{P} \mathbf{\Pi}_1$, em que os termos $\mathbf{\Pi}_1$ e $\mathbf{\Pi}_2$ são definidos por (29) (Henrion, 2013):

$$\mathbf{\Pi}_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ \vdots & \ddots & & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{\Pi}_2 = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & \ddots & & \vdots \\ & & & 1 & 0 \end{bmatrix}. \quad (29)$$

A solução da LMI (28) compreende encontrar os valores das variáveis de decisão do vetor \mathbf{v} garantindo que (28) seja semidefinida positiva para todo $\theta \in \Omega$. Observa-se, portanto, que a solução da LMI parametrizada é difícil pois se dá por otimização convexa semi-infinita.

Lema 2. Existe \mathbf{v} tal que $L(\mathbf{v}, \theta) \succ 0$ para todo $\theta \in \Omega$ se e apenas se existirem matrizes polinomiais $M_i(\theta)$ na forma de soma dos quadrados (SOS, do inglês *sum of squares*) tal que:

$$L(\mathbf{v}, \theta) = M_0(\theta) + \sum_{i=1}^{r+1} g_i(\theta) M_i(\theta), \quad (30)$$

Por se tratar de multiplicadores SOS de ordem fixa, a restrição em que $L(\mathbf{v}, \theta) \succ 0$ é uma combinação de matrizes polinomiais SOS que pode ser escrita na forma de uma LMI para implementação. Logo, as variáveis de decisão serão \mathbf{v} , assim como matrizes dos multiplicados SOS, com exceção do parâmetro θ . Percebe-se que com o aumento da ordem dos multiplicadores SOS tem-se uma hierarquia de LMI parametrizadas com tamanho crescente, em que garante-se a solução do problema equivalente, assintoticamente, à da LMI parametrizada de (28). A implementação do projeto do controlador LPV foi realizada em um *software* de cálculo numérico com as ferramentas *YALMIP* (Lofberg, 2004) e *SeDuMi* (Sturm, 1999).

4. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

A bancada em que a simulação foi baseada consiste em uma MRV, um controlador digital de sinais (DSC, do inglês *Digital Signal Controller*) TMS320F28335, um sensor de posição (encoder), uma fonte de tensão alternada variável, um retificador com filtro para o barramento CC, um

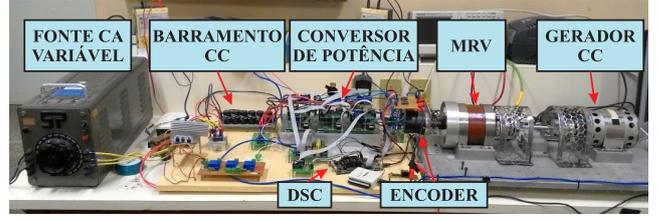


Figura 6. Bancada de testes da MRV.

conversor meia-ponte assimétrico trifásico e um gerador de corrente contínua conectado a um banco de cargas resistivas, ilustrados na Figura 6. As principais características da máquina estão reunidas na Tabela 1.

Tabela 1. Principais características da MRV.

Parâmetros	Valores
Potência Nominal (CV)	1
Tensão Nominal (V)	100
Corrente Nominal (A)	10
Velocidade Nominal (rpm)	2000
Número de fases	3
Número de polos do estator	6
Número de polos do rotor	4

Realizou-se a modelagem da malha de velocidade por meio de identificação em um simulador da máquina real, implementado em um *software* de eletrônica de potência e acionamentos, no qual foi validado em Mesquita et al. (2018), sendo possível estimar o modelo LPV a partir dos dados coletados. Com posse dos parâmetros da malha de velocidade, é possível projetar o controlador LPV. A Figura 7 mostra o diagrama do sistema a ser controlado (pontilhado).

4.1 Identificação da malha de velocidade

O processo de identificação consiste em excitar a entrada da planta com um sinal de corrente de baixa variação e coletar os dados de velocidade. A partir da Figura 7 é possível localizar a entrada da planta, descrito pela corrente de referência i_{ref} , e a saída, representada pela velocidade angular ω , medida em rpm (rotações por minuto). Deste modo, realizou-se o processo de excitação e medição em diferentes pontos de operação. Os tempos de amostragem adotados para as malhas de corrente e velocidade foram $40 \mu s$ e $10 ms$, respectivamente. Percebe-se, portanto, que a dinâmica da malha de corrente não interfere tanto na malha de velocidade a ser identificada, pois é 250 vezes mais rápida. A partir da Figura 2, é possível concluir que o nível de corrente tem influência sobre os perfis de indutância devido a característica não linear da MRV. Logo, escolheu-se a corrente como medida externa de parâmetro variante. Devido à alta velocidade na dinâmica da

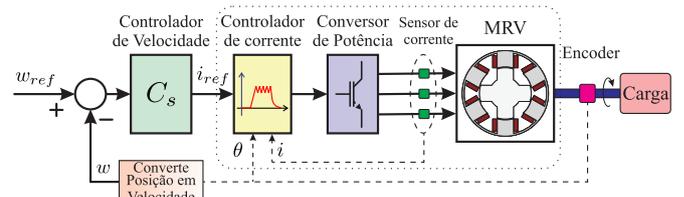


Figura 7. Diagrama do sistema.

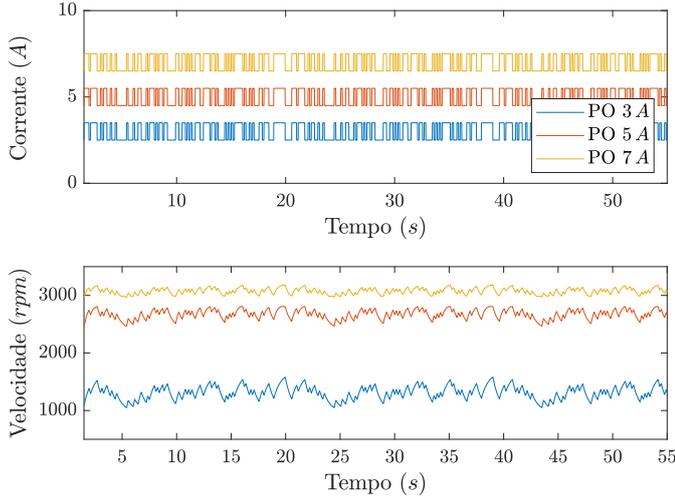


Figura 8. Dados coletados de velocidade e corrente para a identificação em diferentes pontos de operação (PO).

corrente, aplicou-se um filtro na medida da corrente para que o parâmetro variante da malha de velocidade consiga capturar a dinâmica da corrente e, conseqüentemente, a mudança nos pontos de operação.

Para a estimação dos parâmetros da malha de velocidade, aplicou-se um sinal de testes do tipo SBPA (Sinal Binário Pseudo-Aleatório) (Aguirre, 2007) de baixa amplitude para obtenção dos dados em diferentes pontos de operação. No projeto do sinal, considerou-se o tempo de subida da planta para os diferentes níveis de operação, sendo adotado o tempo de bit $T_b = 214,3 \text{ ms}$, quantidade de bits do sinal $N_b = 7$ bits e tempo de simulação de $55,92 \text{ s}$. Por serem diretamente proporcionais ao nível de corrente, os dados de corrente foram coletados em 3 pontos de operação, 3 A , 5 A e 7 A . Para cada ponto de operação, excitou-se a corrente com uma variação de $0,5 \text{ A}$ em torno do ponto e coletou-se as medições de velocidade. A coleta de dados iniciou-se após $1,5 \text{ s}$, tempo suficiente para a velocidade do rotor da máquina superar o regime transitório de partida. A Figura 8 mostra os dados coletados de entrada e saída para diferentes pontos de operação (PO). É possível perceber que a amplitude da velocidade diminui com o aumento da corrente, o que é corroborado por (2) e pela Figura 2, pois o incremento da corrente causa a saturação do fluxo magnético concatenado e, conseqüentemente, reduzindo o torque produzido.

Os dados coletados necessitam ser normalizados para que se inicie o processo de identificação utilizando o método P-LMS. Removeu-se a média dos dados e, para a velocidade, dividiu-se por 300 para a devida normalização. Com base em (12), (13), (14) e (20), adotou-se $n_a = 2$, $n_b = 2$, $N = 3$, $\omega_{inicial} = 0,03$ e $\omega_{inicial} = 0,001$. Após a execução do algoritmo de identificação, obteve-se os parâmetros do modelo de velocidade identificado na Tabela 2:

Tabela 2. Parâmetros estimados do modelo LPV da malha de velocidade.

Parâmetros $b_i(\theta)$ e $a_i(\theta)$
$b_1 = 0,034127065 - 0,0038440224\theta - 0,026192036\theta^2$
$b_2 = 0,026418380 - 0,0030837152\theta - 0,018560318\theta^2$
$a_1 = -0,50005699 - 0,035137288\theta + 0,044020740\theta^2$
$a_2 = -0,46996513 - 0,0139930340\theta + 0,057457864\theta^2$

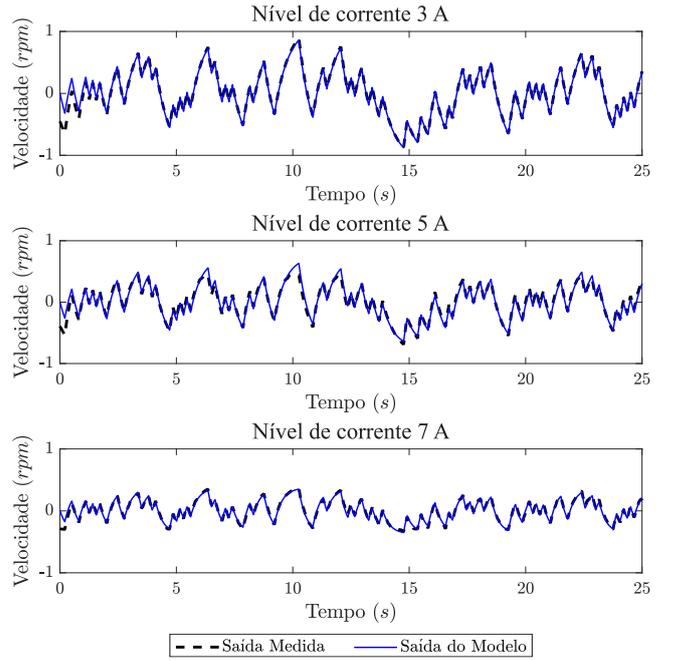


Figura 9. Resultado do modelo identificado para diferentes pontos de operação.

A Figura 9 mostra o resultado da estimação do modelo para diferentes pontos de operação. Percebe-se que o aumento do valor do nível de corrente ocasionou o decréscimo de ganho do sistema, observado também na Figura 8.

4.2 Projeto do Controlador de Velocidade

Para projetar o controlador de velocidade para a MRV, utilizou-se a síntese LMI parametrizada para encontrar o controlador LPV na estrutura RST. Para isso, critérios de desempenho em malha fechada foram especificados, sendo o tempo de subida T_s de 90 ms e o máximo sobressinal percentual nulo. O polinômio $S(q^{-1}, \theta)$ possui um termo com efeito integrador $H_s = 1 - q^{-1}$ para que seja eliminado o erro de estado permanente Landau and Zito (2007). O algoritmo que processa a síntese da LMI (28) necessita do valor de γ , sendo adotado o valor de $\gamma = 0,0001$; e um polinômio central $C(q^{-1})$ que determina os polos alvos a serem alcançados em malha fechada quando houver variação dos parâmetros. Entretanto, para que a ordem do polinômio seja satisfeita, adicionaram-se dois polos auxiliares, localizados em $p_{aux} = 0,15$ no círculo unitário do plano Z. Portanto, o polinômio central resultou em (31):

$$C(q^{-1}) = 1 - 1,73851q^{-1} + 0,97886q^{-2} - 0,18981q^{-3} + 0,01181q^{-4}. \quad (31)$$

Após a otimização da LMI parametrizada com o auxílio das ferramentas *YALMIP* e *SeDuMi*, obteve-se os parâmetros do controlador na estrutura RST. Os dados estão resumidos na Tabela 3:

Para efeitos de comparação, foram projetados outros 3 controladores com a estrutura RST com parâmetros fixos para atender a condição de operação nos pontos $\theta_1 = 0,3$, $\theta_2 = 0,5$ e $\theta_3 = 0,7$. Os valores dos parâmetros estão reunidos na Tabela 4.

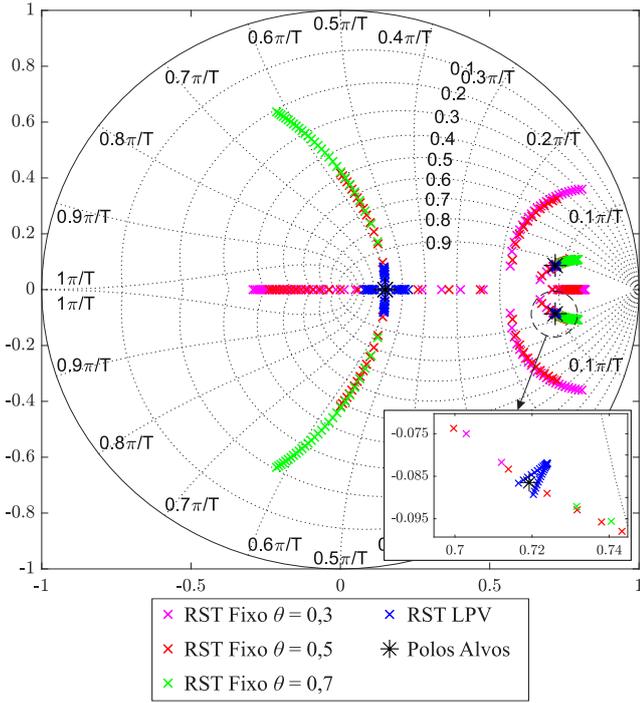


Figura 10. Polos de malha fechada para diferentes pontos de operação $\theta \in [0, 3, 0, 7]$.

A Figura 10 ilustra a localização dos polos de malha fechada do sistema com os controladores de parâmetros fixos e LPV quando submetidos há variação do ponto de operação da planta, entre 0,3 e 0,7, num intervalo de 30 pontos.

Pode-se perceber a larga variação da localização dos polos dominantes dos controladores com parâmetros fixos em torno dos polos alvos, enquanto os polos dominantes do controlador LPV permanece bem próximo durante a mudança das condições de operação. Os polos auxiliares também sofrem com a modificação dos pontos de operação, sendo o caso $\theta = 0,7$ que apresenta uma maior variação.

Tabela 3. Parâmetros do controlador LPV de velocidade na estrutura RST.

Parâmetros $R_i(q^{-1}, \theta)$, $S_i(q^{-1}, \theta)$ e $T(\theta)$
$r_0 = 36,4160 - 25,1072\theta - 59,1969\theta^2$
$r_1 = -60,4102 + 30,9641\theta - 84,6391\theta^2$
$r_2 = 25,6346 - 8,8972\theta + 30,2113\theta^2$
$s_1 = -2,2374 - 0,3420\theta + 0,7123\theta^2$
$s_2 = 1,2374 + 0,3420\theta - 0,7123\theta^2$
$t_0 = 1,6404 - 3,0403\theta + 4,7691\theta^2$

Tabela 4. Parâmetros dos controladores fixos de velocidade na estrutura RST.

Local	Parâmetros
0,3	$R(q^{-1}) = 34,0861 - 58,5463q^{-1} + 25,6055q^{-2}$ $S(q^{-1}) = 1 - 2,2755q^{-1} + 1,2755q^{-2}$ $T = 1,1453$
0,5	$R(q^{-1}) = 38,5769 - 65,7285q^{-1} + 28,5102q^{-2}$ $S(q^{-1}) = 1 - 2,2717q^{-1} + 1,2717q^{-2}$ $T = 1,3585$
0,7	$R(q^{-1}) = 48,1098 - 80,7035q^{-1} + 34,4401q^{-2}$ $S(q^{-1}) = 1 - 2,1304q^{-1} + 1,1304q^{-2}$ $T = 1,8464$

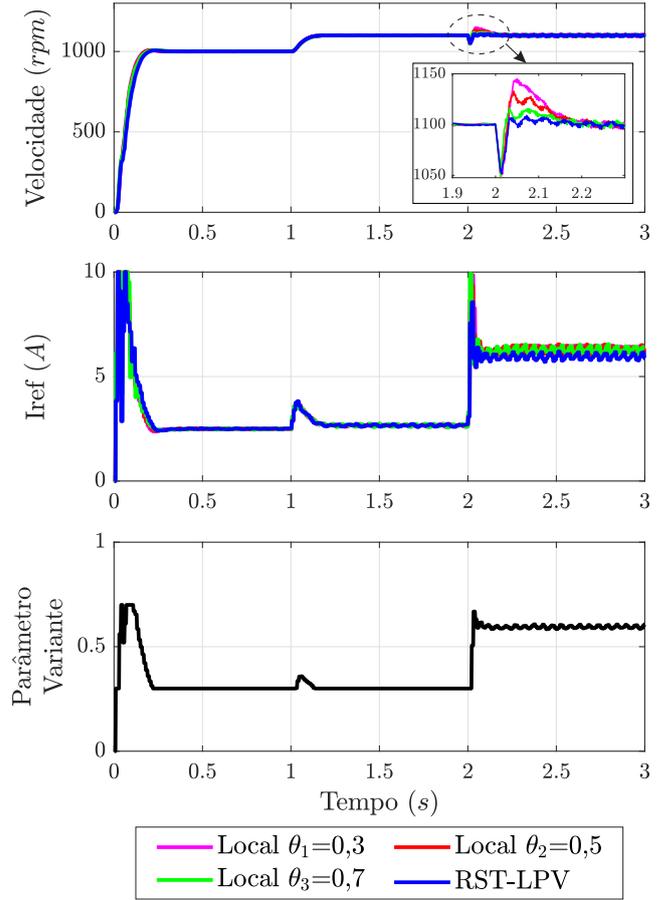


Figura 11. Resultados de simulação aplicando-se os controladores fixos e LPV na estrutura RST.

A Figura 11 mostra o resultado da simulação com os diferentes controladores propostos sendo implementados. Inicialmente é determinado que a velocidade de referência seja de $104,71 \text{ rad/s}$ (1000 rpm) e, após 1 s incrementada a referência em $10,47 \text{ rad/s}$ (100 rpm). Em 2 s é aplicada uma carga de $0,33 \text{ N.m}$ à ponta do eixo da MRV. Sendo assim, a Figura 11 evidencia o desempenho dos controladores quando submetidos à carga, o que causa uma elevação da corrente que circula em cada fase e, conseqüentemente, a mudança no ponto de operação do modelo do sistema. Esta mudança é explicitada no gráfico do Parâmetro variante, em que mostra o nível de operação inicial em 0,3 e, após a aplicação da carga, a mudança para o ponto mais próximo de 0,7. A corrente de referência I_{ref} é o sinal de controle.

É válido ressaltar a melhor rejeição de perturbação do controlador LPV no instante 2 s , ilustrado pelo foco dado na Figura 11. Isto é evidenciado devido à pouca variação dos polos dominantes de malha fechada com o controlador LPV, mostrado na Figura 10. Com a mudança do nível de corrente da máquina, é natural que o controlador com parâmetros fixos tenha um desempenho ligeiramente inferior, pois não consegue se adaptar às mudanças do modelo.

5. CONCLUSÃO

Evidenciou-se o melhor desempenho do controlador LPV quando comparado à controladores convencionais fixos na

topologia RST. Desta forma, justifica-se a utilização do controlador por apresentar uma melhor rejeição aos distúrbios e por se adaptar aos diferentes pontos de operação da máquina. Em trabalhos futuros, pretende-se aplicar o controlador na máquina real e verificar os resultados observados nas simulações, assim como verificar o seu desempenho quando submetido à situação de falta de fases.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à CAPES (Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior) e ao CNPq (Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico) pelo apoio financeiro.

REFERÊNCIAS

- Aguirre, L.A. (2007). *Introdução à Identificação de Sistemas-Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*. Editora UFMG, 3 edition.
- Bamieh, B. and Giarre, L. (2002). Identification of linear parameter varying models. *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, 12(9), 841–853.
- Bilgin, B., Jiang, J.W., and Emadi, A. (2019). *Switched Reluctance Motor Drives: Fundamentals to Applications*. CRC Press.
- Borg Bartolo, J., Degano, M., Espina, J., and Gerada, C. (2017). Design and initial testing of a high-speed 45-kw switched reluctance drive for aerospace application. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 64(2), 988–997.
- Gilbert, W., Henrion, D., Bernussou, J., and Boyer, D. (2007). Polynomial LPV synthesis applied to turbofan engines. *IFAC Proceedings Volumes*, 40(7), 645–650.
- Henrion, D. (2013). Positive polynomial matrices for LPV controller synthesis. In *Robust Control and Linear Parameter Varying Approaches*, 87–96. Springer.
- Kazemi, M.H. and Jabali, M.B.A. (2018). State-feedback control of robot manipulators using polytopic LPV modelling with fuzzy-clustering. *Ain Shams Engineering Journal-Elsevier*, 9, 2841–2848.
- Krishnan, R. (2017). *Switched reluctance motor drives: modeling, simulation, analysis, design, and applications*. CRC press.
- Landau, I.D. and Zito, G. (2007). *Digital control systems: design, identification and implementation*. Springer Science & Business Media.
- Lofberg, J. (2004). Yalmip: A toolbox for modeling and optimization in matlab. In *2004 IEEE international conference on robotics and automation (IEEE Cat. No. 04CH37508)*, 284–289. IEEE.
- Mesquita, V., Laurinda, L., Barroso, G., Correia, W., Sombra, A., and Filho, J. (2018). Desenvolvimento de um simulador para uma máquina de relutância variável tipo 6/4 projetada em laboratório. In *XXII Congresso Brasileiro de Automática*.
- Miller, T.J.E. (2001). *Electronic control of switched reluctance machines*. Elsevier.
- M.Morato, M., Senname, O., Dugard, L., and Nguyen, M.Q. (2019). Fault estimation for automotive electro-rheological dampers: LPV-based observer approach. *Control Engineering Practice-Elsevier*, 85, 11–22.
- Nogueira, F.G., Junior, W.B., da Costa Junior, C.T., and Lana, J.J. (2018). LPV-based power system stabilizer: Identification, control and field tests. *Control Engineering Practice*, 72, 53–67.
- Oliveira, V.S.d., Pontes, R.S.T., Oliveira, D.N., Almeida, R.N.d.C., and da Silva, W.A. (2012). Investigation the design of a RSRM through the analysis of the finite elements with experimental validation. In *2012 10th IEEE/IAS International Conference on Industry Applications*, 1–6. IEEE.
- Ouddah, N., Boukhniher, M., Chaibet, A., and Monmasson, E. (2016). Fixed structure H_∞ loop shaping control of switched reluctance motor for electrical vehicle. *Mathematics and Computers in Simulation*, 130, 124 – 141. 11th International Conference on Modeling and Simulation of Electric Machines, Converters and Systems.
- Ouddah, N., Boukhniher, M., Chaibet, A., and Monmasson, E. (2014). Robust controller designs of switched reluctance motor for electrical vehicle. In *22nd Mediterranean Conference on Control and Automation*, 212–217. doi:10.1109/MED.2014.6961373.
- Perez-Estrada, A.J., Osorio-Gordillo, G.L., Alma, M., Darouach, M., and Olivares-Peregrino, V.H. (2018). \mathcal{H}_∞ generalized dynamic unknown inputs observer design for discrete LPV systems. application to wind turbine. *European Journal of Control-Elsevier*, 44, 40–49.
- Ralev, I., Qi, F., Burkhart, B., Klein-Hessling, A., and De Doncker, R.W. (2017). Impact of smooth torque control on the efficiency of a high-speed automotive switched reluctance drive. *IEEE Transactions on Industry Applications*, 53(6), 5509–5517.
- Reis, L.L.N., Bezerra, J.P., de Mesquita, V.A., Silva, W.A., Souza, D.A., de O, J.R., and Correia, W.B. (2019). A 2dof PID for dynamic control of drive system switched reluctance motor. In *IECON 2019 - 45th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, volume 1, 823–827.
- Shamma, J.S. (1988). Analysis and design of gain scheduling control system. (ph.d. thesis). *Department of Mechanical Engineering, MIT*.
- Sturm, J.F. (1999). Using sedumi 1.02, a matlab toolbox for optimization over symmetric cones. *Optimization methods and software*, 11(1-4), 625–653.
- Torrico, B.C., Almeida, R.N.d.C., dos Reis, L.L., Silva, W.A., and Pontes, R.S. (2014). Robust control based on generalized predictive control applied to switched reluctance motor current loop. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 136(3).
- Umans, S.D. (2014). *Máquinas Eléctricas de Fitzgerald e Kingsley*. AMGH Editora.
- Urbanski, Konrad e Zawirski, K. (2007). Sensorless control of srm using position observer. In *2007 European Conference on Power Electronics and Applications*, 1–6. IEEE.