

Controle de Sistemas Incertos via Método ADRC - Um novo Paradigma ^{*}

Josiel A. Gouvêa ^{*} Mauro C. P. de Vasconcellos ^{**}
Alessandro R. L. Zachi ^{**}

*Centro Federal de Educação Tecnológica Celso Suckow da Fonseca -
CEFET/RJ, RJ*

^{} Núcleo de Pesquisa em Mecatrônica - NUPEM
(e-mail: josiel.gouvea@cefet-rj.br).*

*^{**} Programa de Pós-graduação em Engenharia Elétrica - PPEEL
(e-mail: mauro.vasconcellos@cefet-rj.br; alessandro.zachi@cefet-rj.br)*

Abstract: This article deals with the problem of robust control of uncertain nonlinear systems by the Active Disturbance Rejection Control (ADRC) method. The choice of the method is due to its well-known property of robustness against parametric uncertainties and unmodeled dynamics of the system. Although some variants of this control method have already been reported, the approach of this article focuses on the linear version of it known by the term LADRC (it linear ADRC). However, a common characteristic to all variants of this method is the use of an extended observer to estimate the states and non-measurable signals of the plant, for feeding a parameterized state feedback control law. The ADRC paradigm change proposed in the present work consists of modifying the structure of the extended observer for designing the control law signal using only a single observer estimate. Despite the proposed modification, it is demonstrated that the resulting stability and convergence properties are equivalent to those of the traditional ADRC paradigm. The performance of the controller is illustrated by numerical simulation.

Resumo: Este artigo trata do problema de controle robusto de sistemas não lineares incertos pelo método de Controle com Rejeição Ativa de Distúrbios (ADRC). A escolha do método se dá por conta de sua conhecida propriedade de robustez contra incertezas paramétricas e dinâmicas não modeladas do sistema. Embora já tenham sido reportadas algumas variantes deste método de controle, a abordagem deste artigo se concentra na versão linear do mesmo conhecida pelo termo LADRC (*linear* ADRC). Contudo, uma característica comum a todas as variantes deste método é a utilização de um observador estendido para estimar os estados e os sinais não mensuráveis da planta, para alimentar uma lei de controle por realimentação de estados parametrizada. A mudança de paradigma ADRC proposta no presente trabalho consiste em modificar a estrutura do observador estendido para projetar o sinal da lei de controle utilizando apenas uma única estimativa do observador. Apesar da modificação proposta, demonstra-se que as propriedades de estabilidade e convergência resultantes são equivalentes às do paradigma ADRC tradicional. O desempenho do controlador é ilustrado por simulação numérica.

Keywords: Linear and non-linear systems; robust control; ADRC method; uncertain systems; extended estimator.

Palavras-chaves: Sistemas lineares e não lineares; controle robusto; método ADRC; sistemas incertos; estimador estendido.

1. INTRODUÇÃO

O controle de sistemas com parâmetros incertos tem sido objeto de estudos e pesquisas contínuas na comunidade científica (Qu, 2003; Yildiz et al., 2007; Fu and Xie, 2010; Meng and Moore, 2016; Meng et al., 2019). Uma das principais motivações para esta investigação contínua reside na capacidade de alguns esquemas de controle serem capazes de compensar as variações paramétricas da planta. Esta variação pode ocorrer por vários motivos: envelhecimento de componentes, mudança de características estruturais

durante sua operação, variação de massa/carga, falta de conhecimento exato dos valores, por imperfeições na modelagem, dentre outras. Neste contexto, várias estratégias de controle robusto têm sido reportadas na literatura para solucionar o problema, com garantidas propriedades de estabilidade e convergência em malha fechada (Wu et al., 2018; Xia et al., 2018; Patelski and Dutkiewicz, 2020). O método de Controle com Rejeição Ativa de Distúrbios (do inglês, *Active Disturbance Rejection Control*-ADRC) está entre estas várias estratégias propostas, e será explorada neste artigo sob um paradigma diferenciado da teoria convencional (Madoński et al., 2015; Zuo et al., 2018;

Meng et al., 2019). Com respeito ao método ADRC, trata-se de uma técnica que utiliza um observador estendido (*Extended State Observer* - ESO) combinado com uma lei de controle por realimentação de estados parametrizada na forma padrão. A função do observador é estimar os estados da planta e também os sinais não mensuráveis da mesma.

A mudança de paradigma ADRC proposta no presente trabalho consiste em modificar a estrutura do ESO para projetar o sinal da lei de controle utilizando apenas uma única estimativa do observador. Esta característica particular do método proposto contrasta com a abordagem ADRC tradicional, na qual a lei de controle é formada via uma parametrização linear nos estados estimados pelo ESO (Sun et al., 2016b,a; Wu et al., 2018; Xia et al., 2018; Patelski and Dutkiewicz, 2020). Para facilitar o entendimento do método proposto e suas características, este trabalho discute a aplicação do mesmo em plantas de segunda ordem.

O texto deste artigo segue organizado da seguinte forma: A Seção 2 aborda a formulação do problema de controle e uma breve apresentação do método LADRC. A proposta do novo paradigma segue descrita com detalhes na Seção 3. As propriedades estruturais do esquema de controle proposto são tratadas na Seção 4, seguida da análise da estabilidade em malha fechada da Seção 5. Na Seção 6, é discutida a propriedade de robustez do método com relação à incerteza no ganho de controle da planta. Os resultados de simulação são apresentados na Seção 7, seguido das conclusões do trabalho apresentadas na Seção 8.

2. FORMULAÇÃO DO PROBLEMA

Considere a classe de plantas não-lineares de segunda ordem com parâmetros dinâmicos incertos descritos por

$$\ddot{y} + a_1\dot{y} + a_0y + d(t) = bu(t). \quad (1)$$

onde a_1 e a_0 são parâmetros incertos, $d(t)$ é um distúrbio que engloba as não linearidades do sistema e as perturbações de entrada e , b é uma constante com sinal conhecido, denominada coeficiente de controle. Observe que a planta em (1) também pode ser escrita na forma

$$\ddot{y} = bu(t) + f, \quad (2)$$

$$f = -a_1\dot{y} - a_0y - d(t). \quad (3)$$

Se o erro de saída for definido por $e = y - y_r$, sendo y_r um sinal de referência limitado e suave, então, de acordo com (2), sua equação dinâmica pode assumir o formato

$$\ddot{e} + \lambda_1\dot{e} + \lambda_0e = g(t) + bu, \quad (4)$$

sendo a função $g(t)$ denominada de *distúrbio generalizado*

$$g(t) = (\lambda_0 - a_0)e + (\lambda_1 - a_1)\dot{e} - \ddot{y}_r - a_1\dot{y}_r - a_0y_r - d(t). \quad (5)$$

e λ_1 , λ_0 são constantes de projeto escolhidas tal que a parte homogênea de (4) seja estável. A lei de controle u que resolve o problema de controle formulado anteriormente para (4), poderia ser dada por

$$u = -\left(\frac{1}{b}\right)g. \quad (6)$$

No entanto, como o distúrbio generalizado $g(t)$ não é conhecido, (6) não pode ser implementada diretamente. Para resolver esta dificuldade, em (Gao et al., 2001) é

proposta a versão linear do método ADRC, conhecida por LADRC (*Linear Active Disturbance Rejection Control*), que utiliza um Estimador de Ordem Estendida (ESO) para estimar $g(t)$, como apresentado na seção a seguir.

2.1 O método LADRC padrão

Definindo o vetor de estados estendido por $X = [e, \dot{e}, g]^T$ e considerando o parâmetro b conhecido, sabe-se que a representação de (4) na forma canônica controlável é dada por

$$\dot{X} = \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_A X + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ b \\ 0 \end{bmatrix}}_B u + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_A \dot{g}. \quad (7)$$

Projetando um estimador de estados estendido (ESO) para (7), obtém-se

$$\dot{\hat{X}} = (A - LC)\hat{X} + Bu + Ly, \quad (8)$$

na qual $L \in \mathbb{R}^3$ é o vetor de ganhos de estimador, $C = [1, 0, 0]$ e $\hat{X} = [\hat{e}, \hat{\dot{e}}, \hat{g}]^T$ é o vetor de estados estimados do observador. Cabe lembrar que L é calculado para que a matriz $A - LC$ tenha autovalores no Semiplano Lateral Esquerdo (SLE). Se o vetor de erro de estado for definido por $\tilde{X} = X - \hat{X}$, então sua dinâmica é descrita por

$$\dot{\tilde{X}} = (A - LC)\tilde{X} + \Lambda\dot{g}. \quad (9)$$

Note que, se a derivada do distúrbio generalizado \dot{g} for limitada, o erro de estimação também o será. Além disso, $\tilde{X} \rightarrow 0$ se $\dot{g} \rightarrow 0$. Portanto, em (Gao et al., 2001) mostra-se que a lei de controle

$$u = -\left(\frac{1}{b}\right)\hat{g}, \quad (10)$$

garante que $e(t) \rightarrow 0$ se $\dot{g} \rightarrow 0$. Além disso, se \dot{g} for limitado então $e(t)$ será limitado também.

Embora a abordagem tradicional do método LADRC apresente boa robustez às incertezas paramétricas, dinâmicas não modeladas e distúrbios externos, este apresenta pouca robustez às incertezas no coeficiente de controle b da planta. Esta é uma questão importante em vários sistemas dinâmicos já que, nestes, o ganho de controle é dependente dos parâmetros físicos, como a massa e o momento de inércia, por exemplo. Esse problema é abordado em (Zachi et al., 2019), onde é proposta uma variação do método chamada de *ADRC modificado*. Este último método consiste em implementar uma alteração na configuração entrada/saída da planta de forma a obter uma nova configuração na qual o coeficiente de controle b original passe a ficar inserido no distúrbio generalizado. Com esta estratégia, este parâmetro passa a ser estimado pelo ESO. Vale ressaltar que uma característica comum do LADRC e do ADRC modificado é a utilização de alto ganho no estimador para se obter um pequeno erro de estimação. Na próxima seção será apresentada uma nova configuração para o ESO como forma de se manter a boa robustez à variação do coeficiente de controle b , mas que também permita a utilização de ganhos de menores valores no estimador.

3. ESTRATÉGIA PROPOSTA

Considere a dinâmica do erro de saída da planta representada por (4) e (5). Por motivos que ficarão mais claros adiante, introduz-se a seguinte mudança de variável

$$u = \left(\frac{\beta}{b}\right)v, \quad (11)$$

sendo β uma constante positiva e v a nova variável de controle. Desta forma, (4) assume a forma

$$\ddot{e} + \lambda_1 \dot{e} + \lambda_0 e = g + \beta v. \quad (12)$$

Para escrever uma representação de estados para (12), a **proposta nova** consiste em

- (i) considerar v como a *variável de estado estendida*;
- (ii) considerar g como o *signal de entrada*.

Mesmo adotando-se tal abordagem, o projeto do estimador estendido (ESO) vai seguir o procedimento tradicional. A diferença é que a lei de controle v para a planta será gerada diretamente por uma única variável de estado do ESO, no lugar da realimentação de estados tradicionalmente empregada. Para efeito de ilustração, a Fig. 1 mostra os diagramas das implementações ADRC tradicional e proposta.

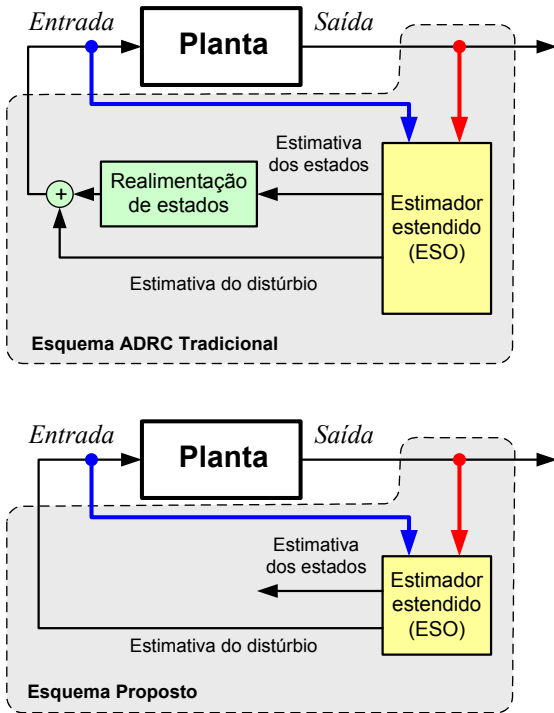


Figura 1. Diagramas ilustrativos das implementações ADRC - Abordagem tradicional e abordagem proposta neste trabalho.

Na atual abordagem, o novo vetor de estados estendido é definido por

$$Z = [z_1, z_2, z_3]^T = [e, \dot{e}, v]^T. \quad (13)$$

Com esta nova formulação, a representação estendida de (12) na forma controlável é descrita por

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \dot{z}_3 \end{bmatrix} = \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & \beta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{A_m} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}}^{\bar{\Lambda}} g(t) + \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}^{\Lambda} \dot{v} \quad (14)$$

$$e = \overbrace{[1 \ 0 \ 0]}^{C_1} Z \quad (15)$$

Propõe-se então o ESO na seguinte configuração

$$\begin{cases} \dot{\hat{Z}} = A_m \hat{Z} + \Lambda \dot{v} + L(e - \hat{e}) \\ \hat{e} = C_1 \hat{Z} \end{cases} \quad (16)$$

onde $\hat{Z} = [\hat{z}_1, \hat{z}_2, \hat{z}_3]^T$ e \hat{e} são as estimativas de Z e e respectivamente. Note que (16) pode também ser descrito, em sua forma expandida, como

$$\begin{cases} \dot{\hat{z}}_1 = \hat{z}_2 + L_1 \tilde{e}, \\ \dot{\hat{z}}_2 = -\lambda_0 \hat{z}_1 - \lambda_1 \hat{z}_2 + \beta \hat{z}_3 + L_2 \tilde{e}, \\ \dot{\hat{z}}_3 = \dot{v} + L_3 \tilde{e}, \\ \hat{e} = \hat{z}_1. \end{cases} \quad (17)$$

Adotando-se a nova estrutura (17) para o ESO, a dinâmica do erro de estimação passa a ser

$$\dot{\tilde{Z}} = A\tilde{Z} + \bar{\Lambda}g + \Lambda\dot{v} - A\hat{Z} - \Lambda\dot{v} - L\tilde{e}, \quad (18)$$

onde $\tilde{Z} = Z - \hat{Z}$. Na forma compacta, (18) resulta em

$$\begin{cases} \dot{\tilde{Z}} = \underbrace{(A - LC_1)}_{A_m} \tilde{Z} + \bar{\Lambda}g, \\ \tilde{e} = C_1 \tilde{Z}. \end{cases} \quad (19)$$

Observe que (19) é bastante semelhante à (9). A diferença é a presença de g no lugar de \dot{f} . Outro fato que merece destaque, é que o sinal de \dot{v} precisará ser definido em (17).

4. ANÁLISE

Esta seção descreve as características estruturais do sistema planta-ESO-controlador obtidas, como resultado da adoção do novo paradigma de controle LADRC.

4.1 Desenvolvimentos

Na Eq.(19), calculando as funções de transferências $M_1(s)$, de g para \tilde{z}_1 , e $M_3(s)$, de g para \tilde{z}_3 , tem-se

$$\tilde{z}_1 = M_1(s) g, \quad \tilde{z}_3 = M_3(s) g, \quad (20)$$

$$M_j(s) = C_j (sI - A_m)^{-1} \bar{\Lambda}, \quad (j = 1, 3), \quad (21)$$

sendo $C_1 = [1 \ 0 \ 0]$ e $C_3 = [0 \ 0 \ 1]$. Portanto, efetuando-se os cálculos,

$$M_1(s) = \frac{s}{s^3 + (\lambda_1 + L_1)s^2 + (\lambda_1 L_1 + L_2 + \lambda_0)s + \beta L_3}. \quad (22)$$

$$M_3(s) = \frac{-L_3}{s^3 + (\lambda_1 + L_1)s^2 + (\lambda_1 L_1 + L_2 + \lambda_0)s + \beta L_3}. \quad (23)$$

Pode-se observar, pelos polinômios dos denominadores de $M_1(s)$ e $M_3(s)$, que os ganhos L_1 , L_2 e L_3 do observador podem ser escolhidos de acordo com o polinômio estável ($w_0 > 0$)

$$(s + w_0)^3 = s^3 + 3w_0 s^2 + 3w_0^2 s + w_0^3, \quad (24)$$

$$\dot{v} = -[-L_3, 0, K]\hat{Z} - L_3C_1Z.$$

Como $\tilde{Z} = Z - \hat{Z}$, então é possível escrever

$$\dot{v} = [L_3, 0, -K](Z - \tilde{Z}) - L_3C_1Z,$$

$$\dot{v} = -\overbrace{[0, 0, K]}^{\bar{K}}Z - \overbrace{[L_3, 0, -K]}^{\bar{K}_1}\tilde{Z}. \quad (41)$$

Substituindo (41) em (14), conclui-se que a equação de estados do sistema em malha fechada é descrita por

$$\begin{bmatrix} \dot{Z} \\ \dot{\tilde{Z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m - G\bar{K} & -G\bar{K}_1 \\ 0 & A_m - LC_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ \tilde{Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{\Lambda} \\ \bar{\Lambda} \end{bmatrix} g(t). \quad (42)$$

Calculando a função de transferência $V(s)$ de $g(t)$ para $e(t)$, obtém-se

$$V(s) = \frac{N(s)}{D(s)}, \quad (43)$$

onde

$$N(s) = (s + K) [s^3 + (L_1 + \lambda_1)s^2 + (\lambda_0 + L_1\lambda_1 + L_2)s],$$

$$D(s) = \det [sI - (A_m - G\bar{K})] \det [sI - (A_m - LC_z)].$$

Calculando $D(s)$, obtém-se

$$D(s) = (s + K)(s^2 + \lambda_1s + \lambda_0) [s^3 + (L_1 + \lambda_1)s^2 + (\lambda_0 + L_1\lambda_1 + L_2)s + \bar{L}_3\beta].$$

Note que $N(s)$ e $D(s)$ têm o termo $(s + K)$ em comum, logo o parâmetro de controle K , embora garanta que $\hat{v} \rightarrow 0$, não influencia o desempenho do erro de rastreamento $e(t)$, pois é um modo não observável do sistema em malha fechada. Portanto, conclui-se que

$$e(t) = \left[\frac{s^3 + 3\omega_0s^2 + 3\omega_0^2s}{(s + \gamma)^2(s + \omega_0)^3} \right] g(t), \quad (44)$$

onde $\gamma > 0$ define os polos da equação de erro de rastreamento (12), ou seja,

$$(s + \gamma)^2 = s^2 + \lambda_1s + \lambda_0. \quad (45)$$

Definindo

$$d_1(t) = \ddot{y}_r + a_1\dot{y}_r + a_0y_r + d(t) \quad (46)$$

conclui-se, a partir de (5), que

$$g(t) = [\zeta(s)]e(t) - d_1(t), \quad (47)$$

onde $\zeta(s) = (\lambda_1 - a_1)s + (\lambda_0 - a_0)$. Substituindo (47) em (44), conclui-se que

$$e(t) = \left[\frac{\overbrace{-(s^3 + 3\omega_0s^2 + 3\omega_0^2s)}^{\bar{V}(s)}}{(s + \gamma)^2(s + \omega_0)^3 - (s^3 + 3\omega_0s^2 + 3\omega_0^2s)\zeta(s)} \right] d_1(t).$$

Escolhendo γ tal que $\lambda_1 \gg a_1$ e $\lambda_0 \gg a_0$, conclui-se que $\zeta(s) \approx \lambda_1s + \lambda_0$. Portanto,

$$\bar{V}(s) = \frac{-(s + \omega_0)^3 + \omega_0^3}{(s + \gamma)^2(s + \omega_0)^3 - (s^3 + 3\omega_0s^2 + 3\omega_0^2s)(\lambda_1s + \lambda_0)}$$

e, usando (45), pode-se concluir, após um desenvolvimento algébrico, que

$$e(t) = \left[\frac{-(s + \omega_0)^3 + \omega_0^3}{s^2(s + \omega_0)^3 + \omega_0^3(\lambda_1s + \lambda_0)} \right] d_1(t). \quad (48)$$

Definindo $\bar{\zeta}(s) = s^2 + a_1s + a_0$, pode-se concluir, a partir de (46), que

$$y(t) = \left[\frac{-(s + \omega_0)^3\bar{\zeta}(s) + \omega_0^3\bar{\zeta}(s)}{s^2(s + \omega_0)^3 + \omega_0^3(\lambda_1s + \lambda_0)} + 1 \right] y_r(t) - \left[\frac{-(s + \omega_0)^3 + \omega_0^3}{s^2(s + \omega_0)^3 + \omega_0^3(\lambda_1s + \lambda_0)} \right] d(t). \quad (49)$$

A estabilidade do polinômio $R(s) = s^2(s + \omega_0)^3 + \omega_0^3(\lambda_1s + \lambda_0)$, nos denominadores de (49), pode ser estudada montando-se a matriz de Hurwitz associada a este e observando os sinais de seus menores principais líderes:

$$\Delta_1 = 3\omega_0; \quad \Delta_2 = 8\omega_0^3; \quad \Delta_3 = 8\omega_0^6 + 3\lambda_0\omega_0^4 - 9\omega_0^5\lambda_1,$$

$$\Delta_4 = 8\omega_0^9\lambda_1 + 6\lambda_1\lambda_0\omega_0^7 - 9\omega_0^8\lambda_1^2 - 24\lambda_0\omega_0^8 - \lambda_0^2\omega_0^6,$$

$$\Delta_5 = 8\omega_0^{12}\lambda_1\lambda_0 + 6\omega_0^{10}\lambda_1\lambda_0^2 - 9\omega_0^{11}\lambda_1^2\lambda_0 - 24\omega_0^{11}\lambda_0^2 - \omega_0^9\lambda_0^3.$$

Para o problema de regulação (y_r constante), se $\omega_0 > 0$ for escolhido suficientemente grande, tem-se as seguintes propriedades:

- $\Delta_k > 0$, $k = 1, \dots, 5 \Rightarrow R(s)$ estável. Logo, os polos das funções de transferência em (49) serão estáveis;
- $y(t) \rightarrow y_r(t) + d_f(t)$, sendo $d_f(t) = G_2(s)d(t)$ o filtrado de $d(t)$.

Portanto, assumindo o conhecimento de um limitante superior $\Gamma_1 > 0$ para os coeficientes da planta

$$\Gamma_1 > \max(|a_0|, |a_1|),$$

então o parâmetro de projeto γ (45) pode ser escolhido grande o suficiente para satisfazer

$$\lambda_1 \gg \Gamma_1, \quad \lambda_0 \gg \Gamma_1. \quad (50)$$

Além disso, a frequência dos polos do estimador ω_0 pode ser escolhido muito maior do que a maior frequência do distúrbio $d(t)$. Note que, neste caso, $\omega_0 \gg s$ e o numerador de $G_2(s)$ praticamente se anula. Com essas escolhas, conclui-se que

- (1) $d_f(t) \approx 0$ se $d(t)$ for limitado;
- (2) $y(t) \rightarrow y_r(t)$;
- (3) se $\omega_0 \gg \gamma$, γ será o polo dominante do sistema em malha fechada e determinará o seu desempenho.

As propriedades das análises feitas até aqui seguem reunidas no Teorema 1 a seguir.

Teorema 1. *Considere o sistema de controle composto pela planta da Eq. (1), pelo observador da Eq. (16) e pela lei de controle da Eq. (38). Assumindo as hipóteses de que:*

- y_r é uma referência constante;*
- existe um limitante superior conhecido Γ_1 real e positivo, para os parâmetros constantes da planta (1);*
- os polos do observador são escolhidos tal que o limite de sua banda passante, i.e. ω_0 , seja suficientemente maior que todas as frequências do sinal $d_1(t)$ descrito por (46) e;*
- as constantes λ_0, λ_1 da Eq. (39) são escolhidas para satisfazer a condição*

$$\lambda_0, \lambda_1 \gg \Gamma_1,$$

então as seguintes propriedades são válidas para o sistema em malha fechada:

- (1) todos os sinais são uniformemente limitados $\forall t$;
- (2) $\lim_{t \rightarrow \infty} [y(t) - y_r(t)] \rightarrow 0$;

(3) se $\omega_0 \gg \gamma$, γ será o polo dominante e determinará o desempenho.

Observação 2. O método ADRC proposto neste trabalho também pode ser aplicado em problemas de rastreamento, isto é, nos quais a referência y_r é um sinal variante no tempo. Nestes, embora a propriedade de estabilidade se mantenha semelhante à propriedade (1) do Teorema 1, a propriedade (2) de convergência do erro de saída ($y - y_r$) é ligeiramente diferente, e passa a ser dada em termos de uma região residual em torno da origem cuja amplitude máxima é da ordem $\mathcal{O}(1/\omega_0^k)$, sendo $k > 1$ (Zheng et al., 2012; Zachi et al., 2019).

6. ANÁLISE DE ROBUSTEZ À INCERTEZA NO GANHO DE CONTROLE

A partir de (11), pode-se concluir que, para qualquer valor de β escolhido, tem-se $\beta = \bar{c}b$, onde \bar{c} é uma constante positiva. Considere então δb o erro no valor de b devido à incerteza no mesmo. Neste caso, o estimador (16) pode ser descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{z}}_1 \\ \dot{\hat{z}}_2 \\ \dot{\hat{z}}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\lambda_0 & -\lambda_1 & \beta_1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{z}_1 \\ \hat{z}_2 \\ \hat{z}_3 \end{bmatrix} + \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}^G \dot{v}. \quad (51)$$

onde $\beta_1 = \bar{c}b_1$ e $b_1 = b + \delta b$. Então, definindo

$$\delta A_m = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \delta\beta \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix},$$

onde $\delta\beta = \bar{c}\delta b$, tem-se

$$\dot{\hat{Z}} = (A_m - LC_1 + \delta A_m)\hat{Z} + \Lambda\dot{v} + Le. \quad (52)$$

onde A_m é descrito em (14). Definindo a equação característica desejada do estimador como

$$\alpha_e(s) = \det(sI - (A_m - LC_1 + \delta A_m)),$$

$$\alpha_e(s) = s^3 + (L_1 + \lambda_1)s^2 + (L_2 + \lambda_0 + L_1\lambda_1)s + L_3\beta_1 = (s + \omega_0)^3, \quad (53)$$

sabe-se que

$$\begin{cases} L_1 = 3\omega_0 - \lambda_1, \\ L_2 = 3\omega_0^2 - L_1\lambda_1 - \lambda_0 \\ L_3 = \omega_0^3/\beta_1 \end{cases} \quad (54)$$

A partir de (52), conclui-se que a equação do erro de estimação (subtraindo (52) de (14)) é

$$\dot{\tilde{Z}} = (A_m - LC_1 + \delta A_m)\tilde{Z} - \delta A_m Z + \bar{\Lambda}g$$

ou, sabendo-se que $\delta A_m Z = [0, \delta\beta, 0]^T v$,

$$\dot{\tilde{Z}} = (A_m - LC_1 + \delta A_m)\tilde{Z} - \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ \delta\beta \\ 0 \end{bmatrix}}^{\Lambda_1} v + \bar{\Lambda}g \quad (55)$$

Conclui-se então, usando (55) e lembrando $C_3 = [0, 0, 1]$, que

$$\begin{aligned} \tilde{Z}_3 = v - \hat{v} &= C_3 [sI - (A_m - LC_1 + \delta A_m)]^{-1} \bar{\Lambda}g + \\ &C_3 [sI - (A_m - LC_1 + \delta A_m)]^{-1} \Lambda_1 v. \end{aligned} \quad (56)$$

Portanto, calculando (56), tem-se

$$v - \hat{v} = M_3(s)g - M_3(s)\delta\beta v, \quad (57)$$

onde

$$M_3(s) = -\frac{L_3}{s^3 + (L_1 + \lambda_1)s^2 + (L_2 + \lambda_0 + L_1\lambda_1)s + L_3\beta_1}.$$

Portanto,

$$v = \frac{\overbrace{M_3}^{\bar{M}_3}}{1 + M_3\delta\beta} g + \frac{\overbrace{1}^{\bar{M}_2}}{1 + M_3\delta\beta} \hat{v}.$$

Conclui-se então, usando (53), que

$$\bar{M}_3(s) = \frac{-L_3}{(s + \omega_0)^3 - L_3\delta\beta}$$

e

$$\bar{M}_2(s) = 1 + \frac{L_3\delta\beta}{(s + \omega_0)^3 - L_3\delta\beta}.$$

Do desenvolvimento acima, pode-se concluir que, na condição ideal $\delta b = 0$, tem-se $\beta_1 = \beta$ e, a partir de (54), pode-se concluir que basta escolher $\omega_0 \gg s$ para se ter $v = (-1/\beta)g$, o que corresponde à lei de controle de rastreamento que garante $e(t) \rightarrow 0$ (ver (36)). Voltando à equação do estimador, o erro de estimação (subtraindo (51) de (14)) pode ser descrito por

$$\dot{\tilde{Z}} = (A_m - LC_z)\tilde{Z} - \delta A_m \hat{Z} + \bar{\Lambda}g. \quad (58)$$

Relembrando que $\hat{Z} = Z - \tilde{Z}$, então

$$\dot{\tilde{Z}} = (A_m - LC_z)\tilde{Z} - \delta A_m (Z - \tilde{Z}) + \bar{\Lambda}g,$$

$$\dot{\tilde{Z}} = (A_m - LC_z + \delta A_m)\tilde{Z} - \delta A_m Z + \bar{\Lambda}g.$$

Substituindo novamente a lei de controle (41) em (14), conclui-se que o sistema em malha fechada é agora descrito por

$$\begin{bmatrix} \dot{Z} \\ \dot{\tilde{Z}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_m - G\bar{K} & -G\bar{K}_1 \\ -\delta A_m & A_m - LC_z + \delta A_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z \\ \tilde{Z} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \bar{G} \\ \bar{G} \end{bmatrix} g(t). \quad (59)$$

Pode-se então calcular a função de transferência de $g(t)$ para $e(t)$ obtendo-se, usando novamente (53),

$$e(t) = \frac{\overbrace{\bar{V}(s)}^{(s + \omega_0)^3 - L_3\beta_1}}{(s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)[(s + \omega_0)^3 - L_3\delta\beta]} g(t). \quad (60)$$

Dado que $g(t)$ é descrito por (47), então

$$e(t) = -\left[\frac{\bar{V}(s)}{1 - \bar{V}(s)\zeta(s)} \right] d_1(t).$$

Portanto, sabendo-se que $s^2 + \zeta(s) = (s + \gamma)^2$,

$$\begin{aligned} e(t) &= -\left[\frac{(s + \omega_0)^3 - L_3\beta_1}{s^2(s + \omega_0)^3 - (s + \gamma)^2 L_3\delta\beta + L_3\beta_1\zeta} \right] d_1(t), \\ e(t) &= \frac{-[(s + \omega_0)^3 - \omega_0^3] d_1(t)}{s^2(s + \omega_0)^3 + \omega_0^3(\lambda_1 s + \lambda_0) - (s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)L_3\bar{c}\delta b}. \end{aligned} \quad (61)$$

Assim, o sistema em malha fechada será estável se e somente se

$\bar{\alpha}(s) = s^2(s + \omega_0)^3 + \omega_0^3(\lambda_1 s + \lambda_0) - (s^2 + \lambda_1 s + \lambda_0)L_3\bar{c}\delta b$ tiver todas as raízes no SLE. Definindo

$$\bar{L}_1(s) = s^2(s + \omega_0)^3 + \omega_0^3(\lambda_1 s + \lambda_0)$$

e

$$\bar{L}_2(s) = (s + \omega_0)^3 - L_3\beta_1,$$

conclui-se que (61) pode ser representada pela Figura 3. Note que $\bar{L}_1(s)$ corresponde ao denominador de (48), a

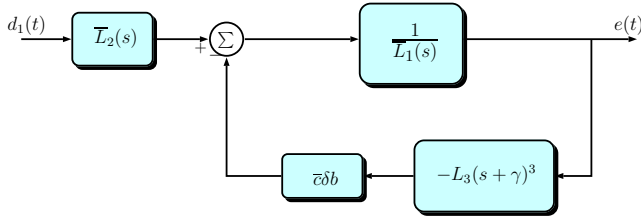


Figura 3. Representação em malha fechada

função de transferência do erro de rastreamento em malha fechada quando b é conhecido. Além disso, as raízes de $\bar{L}_1(s)$ dependerão exclusivamente das constantes de projeto λ_0 , λ_1 e ω_0 , sendo conhecidas e podendo ser escolhidas pelo projetista, com a restrição de se ter $\lambda_1 \gg a_1$ e $\lambda_0 \gg a_0$. Portanto, conhecendo-se o limitante superior de $|\delta b|$, pode-se, utilizando \bar{c} como o ganho do lugar das raízes, fazer uma análise de robustez, determinado os valores de \bar{c} que garantem a estabilidade em malha fechada dentro da faixa de variação de $|\delta b|$. Em outras palavras, poderá ser determinada a faixa de valores de β_1 que garantem a estabilidade. Finalmente, uma vez que a estrutura da Fig. 3 é estável e dado que $d_1(t)$ é descrito por (46), todas as conclusões do Teorema 1 permanecem válidas.

7. RESULTADOS DE SIMULAÇÃO

O objetivo desta seção é comparar os desempenhos de três estratégias de controle: LADRC padrão (Zhao and Huang, 2012), ADRC modificado (Zachi et al., 2019) e o novo paradigma ADRC, proposto neste trabalho. Inspirando-se em (Zhao and Huang, 2012), são implementadas duas simulações, utilizando dois sistemas dinâmicos descritos por

$$H_1(s) = \frac{500}{s^2 + 3s - 4}, \quad H_2(s) = \frac{200}{s^2 - 3s - 4}. \quad (62)$$

Para verificar a robustez das três estratégias de controle às variações nos parâmetros dinâmicos, incluindo o ganho de controle b , são utilizados, para ambas as simulações, os mesmos valores de sintonia dos parâmetros dos controladores, mostrados na Tabela 1, onde os parâmetros do LADRC padrão foram os propostos em (Zhao and Huang, 2012) e do ADRC modificado em (Zachi et al., 2019). Note que, na Simulação 1, $\delta b = 0$ e, na Simulação 2, $\delta b = 300$ e o sinal de um dos parâmetros do polinômio do denominador foi trocado. Foi considerado, também para

Tabela 1. Sintonia dos controladores.

	ADRC padrão	ADRC modificado	Novo ADRC
L_1	200	492	492
L_2	8000	77763	77763
L_3	30000	4913000	4913
λ_1	300	18	18
λ_0	5	81	81
\bar{c}	não se aplica	não se aplica	2
K_0	não se aplica	0.1	não se aplica
b_1	500	não se aplica	500

ambas as simulações, o distúrbio de entrada e a trajetória de referência descritos, respectivamente, por

$$d(t) = 0.1 \text{sign}(\sin(t))u_d(t) \quad y_r = (1 - e^{-t})u_d(t),$$

onde $\text{sign}(\cdot)$ é a função sinal e $u_d(t)$ o degrau unitário.

Os resultados da Simulação 1 são mostrados na Figura 4. Observe que o ADRC modificado e o novo ADRC apresentaram melhor robustez ao distúrbio quando comparados com o ADRC padrão. Note também que o novo ADRC possui o menor esforço de controle entre as três estratégias.

A Figura 5 mostra os resultados da segunda simulação. Note que o ADRC padrão instabilizou o sistema, mostrando uma menor robustez à variação no ganho de controle, enquanto o ADRC modificado e o novo ADRC não apresentaram mudanças significativas no desempenho. Note também que, novamente, o novo ADRC apresentou menores amplitudes no sinal de controle.

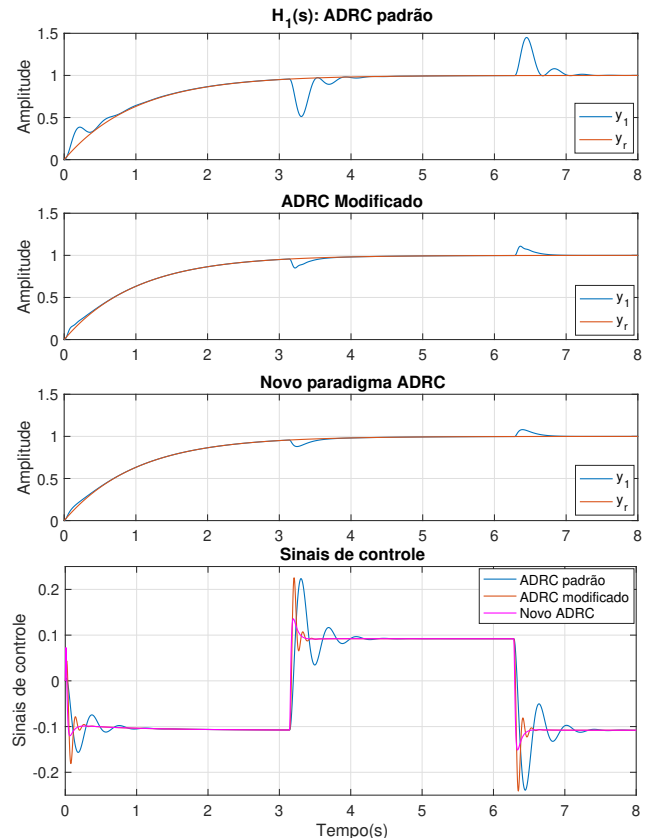


Figura 4. Simulação 1: Sem erro no ganho de controle.

8. CONCLUSÃO

O problema de controle de sistemas com parâmetros incertos foi tratado neste artigo sob a ótica do controle com rejeição ativa de distúrbios (ADRC). Como uma estrutura diferente da proposta na abordagem tradicional, foi proposto um novo paradigma no qual a variável de controle passa a figurar com um estado do observador estendido. Uma característica marcante desta proposta é a realização da lei de controle utilizando apenas uma única estimativa do observador. A influência da incerteza no ganho b da planta também foi analisada neste artigo.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem as agências CAPES e CNPq pelo apoio financeiro.

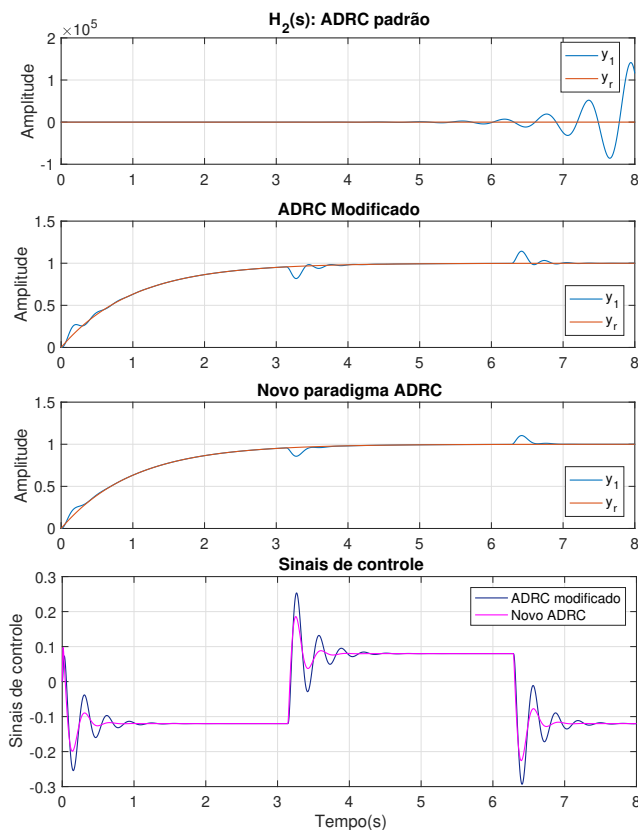


Figura 5. Simulação 2: Erro no ganho de controle $\delta b = 300$.

REFERÊNCIAS

- Fu, M. and Xie, L. (2010). Quantized feedback control for linear uncertain systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control: IFAC-Affiliated Journal*, 20(8), 843–857.
- Gao, Z., Huang, Y., and Han, J. (2001). An alternative paradigm for control system design. In *Proceedings of the 40th IEEE Conference on Decision and Control*, volume 5, 4578–4585. IEEE.
- Madoński, R., Gao, Z., and Łakomy, K. (2015). Towards a turnkey solution of industrial control under the active disturbance rejection paradigm. In *54th Annual Conference of the Society of Instrument and Control Engineers of Japan (SICE)*, 616–621. IEEE.
- Meng, D. and Moore, K.L. (2016). Robust iterative learning control for nonrepetitive uncertain systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 62(2), 907–913.
- Meng, Y., Liu, B., and Wang, L. (2019). Speed control of PMSM based on an optimized ADRC controller. *Mathematical Problems in Engineering*, 2019.
- Patelski, R. and Dutkiewicz, P. (2020). On the stability of for manipulators with modeling uncertainties. *ISA transactions*.
- Qu, Z. (2003). Adaptive and robust controls of uncertain systems with nonlinear parameterization. *IEEE Transactions on automatic control*, 48(10), 1817–1824.
- Sun, L., Dong, J., Li, D., and Lee, K.Y. (2016a). A practical multivariable control approach based on inverted decoupling and decentralized active disturbance rejection control. *Industrial & Engineering Chemistry*

Research, 55(7), 2008–2019.

- Sun, L., Li, D., Gao, Z., Yang, Z., and Zhao, S. (2016b). Combined feedforward and model-assisted active disturbance rejection control for non-minimum phase system. *ISA transactions*, 64, 24–33.
- Wu, D., Ren, F., Qiao, L., and Zhang, W. (2018). Active disturbance rejection controller design for dynamically positioned vessels based on adaptive hybrid biogeography-based optimization and differential evolution. *ISA transactions*, 78, 56–65.
- Xia, A., Hu, G., Li, Z., Huang, D., and Wang, F. (2018). Self-optimizing pitch control for large scale wind turbine based on ADRC. In *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, volume 301, 1–8. IOP Publishing.
- Yildiz, Y., Sabanovic, A., and Abidi, K. (2007). Sliding-mode neuro-controller for uncertain systems. *IEEE Transactions on industrial electronics*, 54(3), 1676–1685.
- Zachi, A.R.L., Correia, C.A.M., Filho, J.L.A., and Gouvea, A.J. (2019). Robust disturbance rejection controller for systems with uncertain parameters. *IET Control Theory and Applications*, 13(13), 1995–2007.
- Zhao, C. and Huang, Y. (2012). Adrc based input disturbance rejection for minimum-phase plants with unknown orders and/or uncertain relative degrees. *Journal of Systems Science and Complexity*, 25(4), 625–640.
- Zheng, Q., Gao, L.Q., and Gao, Z. (2012). On validation of extended state observer through analysis and experimentation. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 134(2), 024505.
- Zuo, Y., Zhu, X., Quan, L., Zhang, C., Du, Y., and Xiang, Z. (2018). Active disturbance rejection controller for speed control of electrical drives using phase-locking loop observer. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 66(3), 1748–1759.