

Modelo Linearizado de Sistemas de Distribuição Desbalanceados para Solução do Fluxo de Carga^{*}

Analiza Dalla Costa^{*} Mariana Resener^{*} Sérgio Haffner^{*}
Gederson Alvaro da Cruz^{*} Bibiana Maitê Petry Ferraz^{*}

^{*} Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica, UFRGS, Brasil
(e-mail: analizadallac@gmail.com, mariana.resener@ufrgs.br,
haffner@ieee.org, bibianapetry@gmail.com,
gedersonalvarocruz@gmail.com)

Abstract: This paper presents a linearized model to represent unbalanced electrical distribution systems, in steady-state. The flexibility offered by the linearized model of the components allowed to obtain an approximate solution for the load flow through the solution of a system of linear equations, without the need to apply an iterative process as is done in the non-linear load flow. The proposed formulation considers that generators can operate in both PQ and PV modes, and can be single-phase or three-phase units. In addition, voltage regulators can be included in the system, with known tap in each phase. Numerical studies were performed using data from a 34 node system. For validation, the results obtained with the linearized model were compared with the results obtained through the non-linear load flow, solved through the OpenDSS software. Difference indices were calculated to compare the results in relation to voltages, currents and losses, obtaining low divergence values and demonstrating the potential applications of the proposed model.

Resumo: Este artigo apresenta um modelo linearizado para representar a operação de sistemas de distribuição de energia elétrica desbalanceados, em regime permanente. A flexibilidade oferecida pelo modelo linearizado dos componentes permitiu obter uma solução aproximada para o fluxo de carga, por meio da resolução de um sistema de equações lineares, sem a necessidade de aplicar um processo iterativo como é feito no fluxo de carga não-linear. A formulação proposta considera que os geradores podem operar tanto no modo PQ quanto PV, podendo ser unidades monofásicas ou trifásicas. Ainda, reguladores de tensão podem ser incluídos no sistema, com o tap conhecido por fase. Estudos numéricos foram realizados utilizando dados de um sistema de 34 nós. Para a validação, os resultados obtidos com o modelo linearizado foram comparados com os resultados obtidos através do fluxo de carga não-linear, solucionado pelo *software* OpenDSS. Índices de diferenças foram calculados para comparar os resultados em relação a tensões, correntes e perdas, obtendo-se valores de divergências baixos e demonstrando o potencial de aplicação do modelo proposto em sistemas de distribuição desbalanceados.

Keywords: Distribution system; power flow; linearized model; voltage regulator; distributed generation.

Palavras-chaves: Sistema de distribuição; fluxo de carga; modelo linearizado; regulador de tensão; geração distribuída.

1. INTRODUÇÃO

O estudo do fluxo de carga (FC) é uma importante ferramenta que permite obter o estado de operação de um sistema elétrico, auxiliando nas tomadas de decisão referentes ao planejamento da operação e da expansão das redes de distribuição e transmissão. Na solução do FC em métodos tradicionais (iterativos), o modelo estático do sistema é constituído por um conjunto de equações algébricas não

lineares, que relacionam as injeções de potência e as magnitudes e ângulos das tensões nodais (Monticelli, 2003).

As não linearidades nas equações do FC podem ainda causar a não convexidade dos modelos de otimização aplicados a sistemas de potência. Como alternativa aos modelos não lineares de representação da rede, resolvidos por métodos iterativos, existem os modelos linearizados, que possibilitam obter uma solução aproximada para o FC, sem a necessidade de um processo iterativo (Dalla Costa et al., 2019).

Modelos de rede simplificados podem ser aplicados em problemas de otimização (Resener et al., 2013, 2016; Franco et al., 2011; Gonçalves et al., 2015). Através da

^{*} Este trabalho foi financiado em parte pela Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código Financeiro 001.

utilização de modelos linearizados, é possível resolver os problemas através de técnicas de otimização clássica, com garantia de otimalidade. Ainda, as restrições podem ser explicitamente representadas. Dentro deste contexto, as abordagens linearizadas se tornam atrativas (Haffner et al., 2008).

Em Haffner et al. (2009), um modelo de otimização para alocação de bancos de capacitores (BCs) fixos e chaveados foi proposto utilizando um modelo linearizado de rede, baseado em injeções de corrente. O sistema de distribuição de energia elétrica considerado por Haffner et al. (2009) é equilibrado e representado pelo seu equivalente monofásico. Os resultados obtidos através da solução do modelo de programação linear inteira mista (PLIM) se mostraram muito próximos da solução obtida por intermédio do FC não-linear. Posteriormente, este modelo foi estendido em Resener et al. (2013, 2016), onde incluiu-se a representação das perdas e considerou-se a presença da geração distribuída (GD) na representação do sistema, através do seu equivalente monofásico.

Franco et al. (2011) apresentaram um modelo de PLIM para resolver o problema de alocação ótima de BCs fixos e chaveados em redes de distribuição radiais com GD. Neste modelo, a rede foi representada por um equivalente monofásico, sendo as cargas modeladas por potência constante. Além disso, para determinar o ponto de operação em regime permanente utilizando a formulação linear foram consideradas duas linearizações. A primeira, considera uma discretização do quadrado da magnitude das tensões nodais, utilizando variáveis binárias. Já a segunda linearização diz respeito à discretização por partes da soma do quadrado das potências ativa e reativa dos circuitos.

Uma formulação linear para o cálculo do FC foi apresentada em Martí et al. (2013), baseada em um modelo de carga que combina uma impedância, representando a dependência quadrática com a tensão, com uma fonte de corrente, representando a dependência linear com a tensão. Em Ahmadi and Martí (2015), o modelo de FC linear apresentado em Martí et al. (2013), foi aplicado para resolução de problemas de planejamento de expansão e operação de sistemas de distribuição, como a reconfiguração ótima dos sistemas, a regulação de tensão e a alocação ótima de BCs.

Grande parte dos modelos linearizados existentes considera circuitos equivalentes monofásicos para representar redes de distribuição. No entanto, estes modelos podem não ser suficientemente precisos em situações onde é necessário considerar os desequilíbrios inerentes a estes sistemas. Neste trabalho, um modelo linearizado para representar redes ativas de distribuição desbalanceadas é apresentado. O modelo considera a presença de reguladores de tensão e a possibilidade de GDs operarem regulando a tensão, o que representa uma contribuição em relação à formulação apresentada em Dalla Costa et al. (2019). Para fins de validação, os resultados obtidos através do modelo proposto são comparados com os resultados obtidos através do FC não-linear utilizando o *software OpenDSS*.

2. MODELAGEM DO SISTEMA DE DISTRIBUIÇÃO DE ENERGIA ELÉTRICA

Nesta seção, apresenta-se os componentes modelados para resolução do fluxo de carga desbalanceado: cargas, geradores, bancos de capacitores, rede trifásica e reguladores de tensão.

2.1 Cargas

As cargas são representadas a partir do modelo de injeções constantes de corrente (Resener et al., 2013). Inicialmente, assume-se que as tensões nodais têm ângulo nulo para todas as fases. A defasagem entre as fases é considerada ao final do processo, por meio de um ajuste no ângulo de fase das tensões nodais e correntes nos ramos. Detalhes de seu equacionamento podem ser obtidos em Dalla Costa et al. (2019, 2020).

2.2 Geradores

De forma similar ao modelo das cargas, os geradores são representados por injeções constantes de corrente, podendo consistir em unidades monofásicas ou trifásicas. Além disso, são considerados os modos de operação PQ e PV, os quais são caracterizados da seguinte forma:

Gerador operando no modo PQ: a tensão do nó é calculada e a parcela ativa ($g_{k,ph}^{Re}$) e reativa ($g_{k,ph}^{Im}$) das injeções de corrente são conhecidas e iguais ao seu valor especificado ($g_{k,ph}^{Re,esp}$ e $g_{k,ph}^{Im,esp}$). As injeções de corrente especificadas são obtidas considerando que as tensões nodais ($V_{k,ph}$) têm magnitude nominal, da seguinte forma:

$$g_{k,ph}^{Re} + jg_{k,ph}^{Im} = g_{k,ph}^{Re,esp} + jg_{k,ph}^{Im,esp} = \left(\frac{\bar{S}_{k,ph}^G}{\bar{V}_{k,ph}} \right)^* \bar{V}_{k,ph} \angle 0^\circ P_{k,ph}^G - jQ_{k,ph}^G, \quad (1)$$

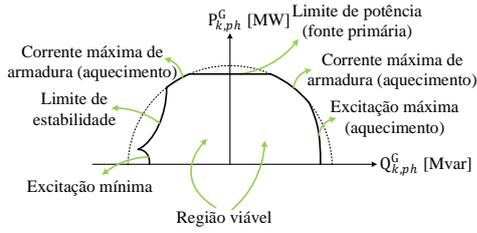
onde $\bar{S}_{k,ph}^G$ é a potência complexa do gerador na fase ph do nó k e $P_{k,ph}^G$ e $Q_{k,ph}^G$ são as parcelas ativa e reativa da potência do gerador em cada fase ph do nó k , dadas em pu;

Gerador operando no modo PV: neste modo de operação, especifica-se a injeção de corrente ativa e a tensão nodal ($V_{k,ph} = V_k^{esp}$). Assim, a injeção de corrente reativa é calculada para regular a tensão dentro dos limites operacionais do gerador e a injeção de corrente ativa é obtida de acordo com:

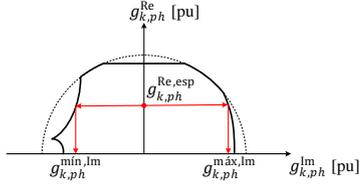
$$g_{k,ph}^{Re} = \frac{P_{k,ph}^G}{V_k^{esp}}, \quad (2)$$

onde V_k^{esp} é a tensão nodal especificada para o nó k .

Os valores das injeções determinados em (1) e (2) devem respeitar os limites operacionais do gerador, que são definidos pela sua curva de capacidade. Geralmente esta curva é dada em MVA (Figura 1(a)), mas pode ser facilmente convertida para limites de corrente (em pu), considerando tensão nominal, conforme mostrado na Figura 1(b). Vale destacar que, os limites operacionais da máquina são oriundos dos limites das correntes do estator e do rotor, sendo



(a) Valores em MVA.



(b) Valores em pu.

Figura 1. Curva de capacidade do gerador.

convertidos para potência terminal considerando tensão nominal (Fitzgerald et al., 2006).

Conforme mostrado na Figura 1(b), para cada valor de injeção ativa especificada ($g_{k,ph}^{Re,esp}$), é possível determinar seus correspondentes limites ($g_{k,ph}^{min,Im}$) e ($g_{k,ph}^{max,Im}$), considerando informações da curva de capacidade de cada gerador.

Para a operação de geradores síncronos é necessário que o desequilíbrio entre as fases A , B e C seja reduzido. Para tanto, as componentes real e imaginária das correntes são consideradas iguais nas três fases. A forma de estabelecer este equilíbrio é detalhada na Seção 3.9.

2.3 Representação da rede

A rede é representada a partir de um modelo trifásico linearizado (ML), no qual a expressão para o cálculo da queda de tensão na fase ph do ramo que conecta os nós k e m é dada por:

$$V_{km,ph}^{ML} = V_{k,ph}^{ML} - V_{m,ph}^{ML} = K_{km,ph} R_{km,ph} f_{km,ph}^{Re} - X_{km,ph} f_{km,ph}^{Im}, \quad (3)$$

onde $V_{k,ph}^{ML}$ é a tensão da fase ph do nó k , $V_{m,ph}^{ML}$ é a tensão da fase ph do nó m , $K_{km,ph}$ é um fator de ajuste, $R_{km,ph}$ e $X_{km,ph}$ são, respectivamente, a resistência e a reatância da fase ph do ramo km e, por fim, $f_{km,ph}^{Re}$ e $f_{km,ph}^{Im}$ correspondem às componentes real e imaginária da corrente na fase ph do ramo km , respectivamente.

O fator de ajuste $K_{km,ph}$ é introduzido na parte real da queda de tensão, sendo calculado para cada fase ph de cada ramo km do sistema, de tal modo que a solução obtida pelo ML seja igual à solução exata do fluxo de carga não-linear (NL) do Caso Base ($V_{km,ph}^{NL}$), em torno do qual o ML está sendo desenvolvido. O cálculo de $K_{km,ph}$ é dado por:

$$K_{km,ph} = \frac{V_{km,ph}^{NL} + X_{km,ph} f_{km,ph}^{Im}}{R_{km,ph} f_{km,ph}^{Re}}. \quad (4)$$

Para facilitar a solução, as tensões nodais ($V_{k,ph}^{ML}$) da fase ph de cada nó k , são divididas em duas partes, denominadas P1 e P2, dadas por:

$$V_{k,ph}^{ML} = V_{k,ph}^{P1} + V_{k,ph}^{P2}. \quad (5)$$

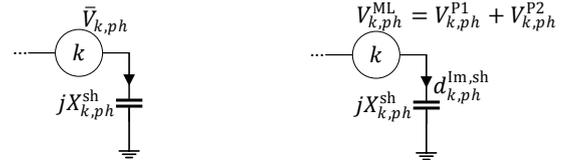
Ao considerar que as tensões nodais ($V_{k,ph}^{ML}$) podem ser calculadas como a soma de $V_{k,ph}^{P1}$ e $V_{k,ph}^{P2}$, é possível dividir a expressão (3) em duas partes. Desta forma, é possível chegar nas seguintes expressões de corrente real e imaginária no ramo km , calculadas para cada fase ph :

$$f_{km,ph}^{Re} = \frac{V_{k,ph}^{P1} - V_{m,ph}^{P1}}{K_{km,ph} R_{km,ph}}, \quad (6)$$

$$f_{km,ph}^{Im} = \frac{V_{k,ph}^{P2} - V_{m,ph}^{P2}}{-X_{km,ph}}. \quad (7)$$

2.4 Banco de capacitores

Os BCs são representados por meio de um modelo de impedância constante, ou seja, possuem a injeção de corrente dependente da tensão. No equacionamento, considera-se que os BCs estão conectados em estrela. Assim, a alocação de um capacitor na fase ph do nó k , é mostrada na Figura 2.4(a).



(a) Modelo Não-linear (NL). (b) Modelo Linearizado (ML).

Figura 2. Capacitor na fase ph do nó genérico k .

A impedância $jX_{k,ph}^{sh}$ (em pu) do capacitor em derivção da Figura 2.4(a), é definida por:

$$jX_{k,ph}^{sh} = \frac{|\bar{V}_{k,ph}|^2}{(jQ_{k,ph}^{sh})^*} = \frac{|\bar{V}_{k,ph}|^2}{-jQ_{k,ph}^{sh}}, \quad (8)$$

onde $jQ_{k,ph}^{sh}$ é a potência reativa nominal do capacitor na fase ph do nó k em pu e $\bar{V}_{k,ph}$ é o fasor de tensão da fase ph do nó k em pu. Dessa forma, caso a tensão na fase ph do nó k seja igual a $1\angle 0$ pu, tem-se que a reatância do BC será dada por:

$$X_{k,ph}^{sh} = \frac{1}{Q_{k,ph}^{sh}}. \quad (9)$$

Ao considerar as partes P1 e P2 da tensão nodal, como em (5), a parcela imaginária da corrente demandada pelo BC ($d_{k,ph}^{Im,sh}$) instalado na fase ph do nó k , como mostrado na Figura 2.4(b), pode ser obtida pela seguinte expressão (em pu):

$$d_{k,ph}^{Im,sh} = \frac{V_{k,ph}^{P1} + V_{k,ph}^{P2}}{-X_{k,ph}^{sh}}. \quad (10)$$

2.5 Reguladores de tensão

Neste trabalho, considera-se que os reguladores de tensão (RTs) estão conectados em estrela, embora seja possível

estender o modelo para outros tipos de conexão. Sem perda de generalidade, o modelo proposto para a representação do RT considera que: i) a transformação é ideal (sem perdas); ii) o regulador é do tipo *B*; iii) o regulador possui 32 degraus mais a posição neutra; iv) o tap do regulador é conhecido por fase; v) não é representado seu controle; e iv) pode operar com fluxo inverso. Desta forma, o ramo km , no qual existe um RT, será representado por um autotransformador ideal com relação $a_{km,ph} : 1$, conforme mostrado na Figura 3. O fato de o transformador km que aparece no modelo ser ideal implica perdas nulas. A relação de transformação $a_{km,ph}$ do regulador é determinada pela seguinte expressão:

$$a_{km,ph} = 1 - 0,00625t_{km,ph}, \quad (11)$$

onde $t_{km,ph}$ é a posição do tap do regulador para a fase ph , podendo variar dentro do intervalo $[-16, +16]$.

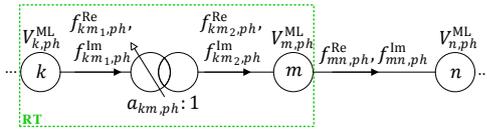


Figura 3. Trecho de rede com RT ideal na fase ph do ramo km .

Como mostrado na Figura 3, a diferença entre as tensões dos nós k e m é dada por:

$$\Delta V_{ph}^{ML} = V_{m,ph}^{ML} - V_{k,ph}^{ML}. \quad (12)$$

Ao considerar a relação de transformação $a_{km,ph} : 1$ e também as partes P1 e P2 da tensão nodal, como em (5), (12) pode ser reescrita e separada em duas expressões:

$$\Delta V_{ph}^{P1} = 0,00625t_{km,ph}V_{m,ph}^{P1}, \quad (13)$$

$$\Delta V_{ph}^{P2} = 0,00625t_{km,ph}V_{m,ph}^{P2}. \quad (14)$$

Também utilizando as relações do transformador ideal e as expressões de correntes nos ramos (6) e (7), tem-se que o efeito da inclusão do RT nas correntes pode ser representado por uma carga no nó m , calculada por:

$$\Delta f_{ph}^{Re} = f_{km,ph}^{Re} - f_{mn,ph}^{Re} = 0,00625t_{km,ph}J_{km,ph}^{Re}, \quad (15)$$

$$\Delta f_{ph}^{Im} = f_{km,ph}^{Im} - f_{mn,ph}^{Im} = 0,00625t_{km,ph}J_{km,ph}^{Im}. \quad (16)$$

Ao levar em consideração as equações desenvolvidas, o RT ideal pode ser representado no ramo pela inclusão de uma fonte ideal de tensão com amplitude dependendo do tap de operação do equipamento e pela inclusão de uma demanda de corrente com parte real e imaginária, também com valor dependente do tap de operação do RT. Sendo assim, o trecho de rede apresentado na Figura 3 pode ser representado conforme mostra a Figura 4. Devido à inclusão do RT ideal no ramo km , ΔV_{ph}^{ML} representa a variação de tensão na fase ph do nó m com relação ao nó k ; Δf_{ph}^{Re} representa a variação na parte real e Δf_{ph}^{Im} representa a variação na parte imaginária da corrente na fase ph .

3. FORMULAÇÃO MATRICIAL GERAL

Por meio da análise nodal de um sistema elétrico desbalanceado, obtém-se duas expressões para cada fase ph de cada nó k do sistema: a primeira, relaciona a parte 1

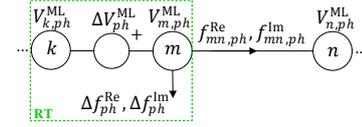


Figura 4. Trecho de rede com modelo linearizado de RT ideal na fase ph do ramo km .

das tensões nodais com a parte real das injeções líquidas nodais; e a segunda, relaciona a parte 2 das tensões nodais com a parte imaginária das injeções líquidas nodais. Na aplicação das equações de balanço de corrente (Lei de Kirchhoff das Correntes), o lado esquerdo será constituído pelo somatório dos fluxos que deixam o nó e o lado direito será constituído pela injeção líquida de corrente (geração menos demanda).

Desta forma, a aplicação da análise nodal resulta no seguinte sistema linear de equações, escrito para cada uma das fases da rede:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{E}_{ph} & \mathbf{0}_{ph} \\ \mathbf{F}_{ph} & \mathbf{H}_{ph} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_{ph}^{P1} \\ \mathbf{V}_{ph}^{P2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{g}_{ph}^{Re} - \mathbf{d}_{ph}^{Re} \\ \mathbf{g}_{ph}^{Im} - \mathbf{d}_{ph}^{Im} \end{bmatrix}. \quad (17)$$

O sistema linear de equações (17) pode ser resolvido em duas etapas. Na primeira etapa, determina-se \mathbf{V}_{ph}^{P1} , por intermédio da seguinte expressão:

$$\mathbf{E}_{ph} \mathbf{V}_{ph}^{P1} = \mathbf{g}_{ph}^{Re} - \mathbf{d}_{ph}^{Re}. \quad (18)$$

Na segunda etapa, conhecido o valor de \mathbf{V}_{ph}^{P1} , determina-se o valor de \mathbf{V}_{ph}^{P2} , pela seguinte expressão:

$$\mathbf{H}_{ph} \mathbf{V}_{ph}^{P2} = \mathbf{g}_{ph}^{Im} - \mathbf{d}_{ph}^{Im} - \mathbf{F}_{ph} \mathbf{V}_{ph}^{P1}. \quad (19)$$

A seguir, será estabelecida uma regra geral para a formação de cada um dos elementos de (17).

3.1 Submatriz \mathbf{E}_{ph}

Esta submatriz é quadrada e possui dimensão $n \times n$, n é igual ao número de nós do sistema nos quais a fase ph está presente, expressa por:

$$\mathbf{E}_{ph} = \begin{bmatrix} E_{11,ph} & E_{12,ph} & \cdots & E_{1n,ph} \\ E_{21,ph} & E_{22,ph} & \cdots & E_{2n,ph} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ E_{n1,ph} & E_{n2,ph} & \cdots & E_{nn,ph} \end{bmatrix}, \quad (20)$$

em que os elementos da diagonal são dados por:

$$E_{ii,ph} = \sum_{j \in \Omega_{i,ph}} \frac{1}{K_{ij,ph} R_{ij,ph}}, \quad (21)$$

sendo $\Omega_{i,ph}$ o conjunto de todos os nós da rede conectados ao nó i por intermédio da fase ph . Por outro lado, os elementos fora da diagonal de (20) são dados por:

$$E_{ij,ph} = \begin{cases} \frac{-1}{K_{ij,ph} R_{ij,ph}}, & \text{se } j \in \Omega_{i,ph} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (22)$$

3.2 Submatriz $\mathbf{0}_{ph}$

Esta submatriz é quadrada e possui dimensão igual ao número de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente, sendo todos seus elementos nulos.

3.3 Submatriz \mathbf{F}_{ph}

Esta submatriz é diagonal e possui dimensão $n \times n$, onde n é igual ao número de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente, sendo dada por:

$$\mathbf{F}_{ph} = \begin{bmatrix} F_{11,ph} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & F_{22,ph} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & F_{nn,ph} \end{bmatrix}, \quad (23)$$

em que:

$$F_{ii,ph} = \begin{cases} \frac{-1}{X_{i,ph}^{sh}}, & \text{se } X_{i,ph}^{sh} \neq 0 \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (24)$$

3.4 Submatriz \mathbf{H}_{ph}

Esta submatriz é quadrada e possui dimensão igual ao número de nós do sistema, onde a fase ph está presente, é dada por:

$$\mathbf{H}_{ph} = \begin{bmatrix} H_{11,ph} & H_{12,ph} & \cdots & H_{1n,ph} \\ H_{21,ph} & H_{22,ph} & \cdots & H_{2n,ph} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H_{n1,ph} & H_{n2,ph} & \cdots & H_{nn,ph} \end{bmatrix}, \quad (25)$$

onde os elementos da diagonal são dados por:

$$H_{ii,ph} = \sum_{j \in \Omega_{i,ph}} \frac{1}{X_{ij,ph}}. \quad (26)$$

Por outro lado, os elementos fora da diagonal de (25) são dados por:

$$H_{ij,ph} = \begin{cases} \frac{-1}{X_{ij,ph}}, & \text{se } j \in \Omega_{i,ph} \\ 0, & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (27)$$

3.5 Subvetores de \mathbf{V}_{ph}^{ML}

Os subvetores \mathbf{V}_{ph}^{P1} e \mathbf{V}_{ph}^{P2} possuem dimensão $n \times 1$, onde n é igual ao número de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente, e seus elementos são dados por:

$$\mathbf{V}_{ph}^{P1} = \begin{bmatrix} V_{1,ph}^{P1} \\ V_{2,ph}^{P1} \\ \vdots \\ V_{n,ph}^{P1} \end{bmatrix}, \quad (28a) \quad \mathbf{V}_{ph}^{P2} = \begin{bmatrix} V_{1,ph}^{P2} \\ V_{2,ph}^{P2} \\ \vdots \\ V_{n,ph}^{P2} \end{bmatrix}. \quad (28b)$$

3.6 Subvetores de \mathbf{I}_{ph}

Os subvetores $\mathbf{g}_{ph}^{\text{Re}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Re}}$ e $\mathbf{g}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Im}}$ possuem dimensão $n \times 1$, n é igual ao número de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente, sendo dados por:

$$\mathbf{g}_{ph}^{\text{Re}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Re}} = \begin{bmatrix} g_{1,ph}^{\text{Re}} - d_{1,ph}^{\text{Re}} \\ g_{2,ph}^{\text{Re}} - d_{2,ph}^{\text{Re}} \\ \vdots \\ g_{n,ph}^{\text{Re}} - d_{n,ph}^{\text{Re}} \end{bmatrix}, \quad (29a) \quad \mathbf{g}_{ph}^{\text{Im}} - \mathbf{d}_{ph}^{\text{Im}} = \begin{bmatrix} g_{1,ph}^{\text{Im}} - d_{1,ph}^{\text{Im}} \\ g_{2,ph}^{\text{Im}} - d_{2,ph}^{\text{Im}} \\ \vdots \\ g_{n,ph}^{\text{Im}} - d_{n,ph}^{\text{Im}} \end{bmatrix}. \quad (29b)$$

3.7 Alterações para consideração do nó de referência

No modelo proposto, um dos nós é escolhido para fechar o balanço de corrente, da mesma forma como ocorre para

fechar o balanço de potência no fluxo de carga convencional. Normalmente é escolhido o nó da subestação, no cálculo de fluxo de carga em redes de média tensão. Para considerar um valor conhecido para a tensão do nó de referência, para cada fase ph é atribuído o valor da tensão especificada para a parte 1 ($V_{k,ph}^{P1} = V_k^{\text{esp}}$) e um valor nulo para a parte 2 ($V_{k,ph}^{P2} = 0$). Esta consideração é realizada antes da resolução de (18) e (19).

3.8 Alterações para consideração dos nós de geração com tensão controlada

Para considerar as GDs no modo de operação PV, determina-se a parte 1 das tensões nodais ($V_{k,ph}^{P1}$), por intermédio de (18). Conhecida a parte 1, para o nó PV, calcula-se a parte 2 ($V_{k,ph}^{P2}$), de tal modo que seja igual a tensão especificada menos a parte 1 da tensão nodal, ou seja:

$$V_{k,ph}^{P2} = V_k^{\text{esp}} - V_{k,ph}^{P1}. \quad (30)$$

Esta consideração é realizada antes da resolução de (19).

3.9 Alterações para consideração dos nós com geração síncrona

No modelo proposto, as componentes real e imaginária da corrente injetada pelo gerador síncrono são consideradas iguais nas fases, pois estes geradores necessitam operar de modo equilibrado (caso contrário sua proteção atua). Em um primeiro momento, as tensões são calculadas considerando o gerador operando no modo PV, sem considerá-lo síncrono. Obtém-se o valor de potência reativa necessária em cada fase, para manter a tensão especificada. Ao verificar que se trata de um gerador síncrono trifásico, realiza-se um ajuste para igualar as injeções de corrente das três fases. Este ajuste é realizado atualizando o valor da potência reativa, com o valor médio ($Q_k^{\text{méd}}$) obtido entre as potências reativas das fases:

$$Q_k^{\text{méd}} = \frac{V_k^{\text{esp}} (g_{k,A}^{\text{Im}} + g_{k,B}^{\text{Im}} + g_{k,C}^{\text{Im}})}{3}. \quad (31)$$

Considerando este valor médio de injeção de potência reativa, tem-se que o valor médio da parte imaginária da injeção de corrente ($g_k^{\text{méd,Im}}$) será dado por:

$$g_k^{\text{méd,Im}} = \frac{-Q_k^{\text{méd}}}{V_k^{\text{esp}}}. \quad (32)$$

A determinação dos limites de injeção da parte imaginária pode ser facilmente realizada, para cada valor correspondente de injeção de potência ativa ($g_{k,ph}^{\text{Re}}$), conforme mostrado na Figura 1(b). Considerando os limites de injeção de potência do gerador, é possível determinar a parte imaginária da injeção por intermédio da seguinte expressão:

$$g_{k,ph}^{\text{Im}} = \begin{cases} g_k^{\text{mín,Im}}, & \text{se } g_k^{\text{méd,Im}} < g_k^{\text{mín,Im}} \\ g_k^{\text{méd,Im}}, & \text{se } g_k^{\text{mín,Im}} \leq g_k^{\text{méd,Im}} \leq g_k^{\text{máx,Im}} \\ g_k^{\text{máx,Im}}, & \text{se } g_k^{\text{méd,Im}} > g_k^{\text{máx,Im}}, \end{cases} \quad (33)$$

onde $g_k^{\text{mín,Im}}$ é o valor mínimo da parte imaginária da injeção de corrente, $g_k^{\text{máx,Im}}$ é o valor máximo da parte imaginária de injeção de corrente permitido para operação do gerador, determinados para a respectiva injeção ativa ($g_{k,ph}^{\text{Re}}$).

Após este procedimento, o nó passa a operar no modo PQ, com valores de potência ativa e reativa conhecidas. Aplicadas estas considerações, é possível recalculas as tensões terminais do gerador síncrono trifásico, obtendo-se valores diferentes para cada fase, mas próximas da tensão especificada (V_k^{esp}) em todas as fases.

4. ESTUDO DE CASO

Com o objetivo de validar o ML proposto, foram realizados estudos numéricos comparativos entre sua solução e a solução obtida com o FC não-linear (NL). O ML foi implementado em MATLAB (2018) e os resultados do FC NL foram obtidos com auxílio do *software* OpenDSS (Dugan and McDermott, 2011). Para representar as diferenças nas tensões, correntes e perdas foram utilizados índices de diferenças, conforme descrito a seguir.

4.1 Índices de diferenças

Índice de diferenças de tensões: o índice das diferenças (médias) das tensões da fase ph é dado por:

$$\bar{\varepsilon}_{ph}^V (\%) = \frac{\sum_{k=1}^{n_{ph}} \varepsilon_{k,ph}^V}{n_{ph}} 100, \quad (34)$$

onde n_{ph} é o número total de nós do sistema, nos quais a fase ph está presente e $\varepsilon_{k,ph}^V$ é o valor da diferença relativa das tensões, determinado para cada fase ph de cada nó k , pela expressão:

$$\varepsilon_{k,ph}^V = \left| \frac{V_{k,ph}^{\text{ML}} - V_{k,ph}^{\text{NL}}}{V_{k,ph}^{\text{NL}}} \right|, \quad (35)$$

sendo $V_{k,ph}^{\text{ML}}$ a tensão na fase ph do nó k resultante do ML e $V_{k,ph}^{\text{NL}}$ a tensão na fase ph do nó k resultante do FC NL.

Índice de diferenças de correntes: o índice médio das diferenças das correntes da fase ph é dado por:

$$\bar{\varepsilon}_{ph}^f (\%) = \frac{\sum_{km=1}^{n_{r,ph}} \varepsilon_{km,ph}^f}{n_{r,ph}} 100, \quad (36)$$

onde $n_{r,ph}$ é o número total de ramos do sistema, nos quais a fase ph está presente e $\varepsilon_{km,ph}^f$ é o valor da diferença relativa das correntes, determinado para cada fase ph de cada ramo km , pela expressão:

$$\varepsilon_{km,ph}^f = \left| \frac{\bar{f}_{km,ph} - \bar{f}_{km,ph}^{\text{NL}}}{\bar{f}_{km,ph}^{\text{NL}}} \right|, \quad (37)$$

sendo $\bar{f}_{km,ph}$ a corrente na fase ph do ramo km resultante do ML e $\bar{f}_{km,ph}^{\text{NL}}$ a corrente na fase ph do ramo km resultante do FC NL.

Índice de diferenças de perdas: a diferença nas perdas é obtida comparando-se as perdas totais do sistema obtidas usando o ML e o FC NL:

$$\varepsilon_{\text{loss}} (\%) = \frac{P_{\text{loss}}^{\text{ML}} - P_{\text{loss}}^{\text{NL}}}{P_{\text{loss}}^{\text{NL}}} 100, \quad (38)$$

onde $P_{\text{loss}}^{\text{ML}}$ são as perdas totais aproximadas, obtidas usando o ML, e $P_{\text{loss}}^{\text{NL}}$ são as perdas totais no sistema obtidas usando o FC NL. A expressão para o cálculo de $P_{\text{loss}}^{\text{ML}}$ pode ser obtida em Dalla Costa et al. (2019).

4.2 Descrição do sistema teste

O sistema IEEE de 34 nós opera em 24,9 kV, com uma carga nominal de 1,77 MW e 1,07 Mvar, distribuída de modo não uniforme entre as fases e os nós. A Figura 5 mostra o diagrama unifilar deste sistema, o qual possui dois RTs instalados. Os dados originais do sistema podem ser obtidos em Kersting (1991), no qual as cargas são modeladas com comportamento impedância constante (36,33%), corrente constante (32,91%) e potência constante (30,76%).

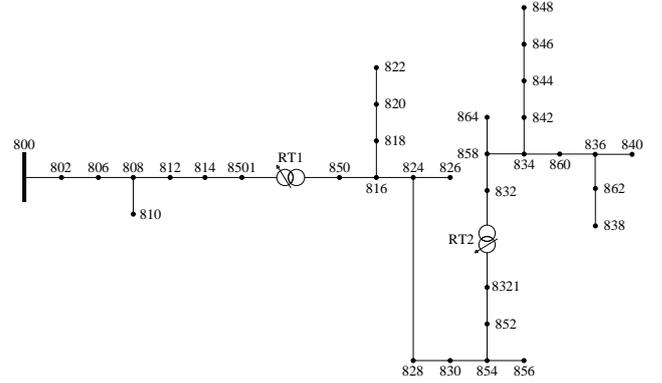


Figura 5. Sistema de distribuição de 34 nós modificado.

Para fins de validação do modelo, foram realizadas modificações em relação ao sistema original:

- as cargas com conexão entre fases foram substituídas por cargas equivalentes com conexão entre fase e neutro;
- o trecho composto pelo transformador rebaixador e pelos nós 888 e 890 foi removido e a carga deste trecho foi incluída no nó 832, para compensar;
- as cargas distribuídas foram conectadas com metade do valor em cada extremidade da linha na qual estava distribuída anteriormente;
- os valores das capacitâncias das linhas são baixos e por isso foram desconsiderados;
- os RTs foram representados por um RT ideal em série com uma impedância igual a $0,001 + j0,01$ pu.

A configuração do Caso Base do sistema de 34 nós modificado foi definida considerando que o regulador de tensão 1 (RT1) e o regulador de tensão 2 (RT2) operam com tap neutro nas fases A , B e C , nenhum banco de capacitor (BC) está alocado e não há gerações distribuídas (GDs) instaladas. Os fatores de ajuste $\bar{K}_{km,ph}$, calculados para o Caso Base deste sistema, são utilizados para todos os testes posteriores realizados, com o objetivo de demonstrar a flexibilidade da abordagem proposta. Os casos avaliados são descritos a seguir:

- Caso I – RT1 operando com os taps: +12, +5 e +5 nas fases A , B e C , respectivamente; o RT2 operando com os taps: +13, +11 e +12 nas fases A , B e C , respectivamente; alocação de um BC trifásico de 300 kvar no nó 844 e alocação de um BC trifásico de 450 kvar no nó 848. Neste caso, a compensação de potência reativa inserida e os taps dos reguladores de tensão (RTs) são os mesmos sugeridos em Kersting (1991);

- Caso II – ambos os RTs operando com tap na posição neutra nas fases *A*, *B* e *C*; uma GD síncrona conectada ao nó 830 operando no modo PV, com potência de geração igual a 1 MW e tensão especificada de 1 pu; alocação de um BC trifásico de 300 kvar no nó 844 e um BC trifásico de 450 kvar no nó 848.

4.3 Comparação de resultados

Com os resultados dos testes realizados, foram calculados os índices de diferenças percentuais, utilizando as equações apresentadas na Seção 4.1, os quais são mostrados nas Tabelas 1 e 2. A Tabela 1 refere-se aos índices de diferenças das tensões das fases *A*, *B* e *C*, respectivamente, e a Tabela 2, em suas colunas 2 a 4 refere-se aos índices de diferenças das correntes também das fases *A*, *B* e *C*, respectivamente, e a coluna 5 apresenta o resultado do índice de diferença das perdas. O índice de diferença das tensões ($\bar{\varepsilon}_{ph}^V(\%) \forall ph \in \{A, B, C\}$) e das correntes ($\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%) \forall ph \in \{A, B, C\}$) são sempre positivos, uma vez que se referem ao valor absoluto, enquanto o índice de diferença das perdas ($\varepsilon_{loss}(\%)$) pode ser positivo, o que significa que o ML sobrestimou as perdas, ou negativo, indicando que as perdas calculadas pelo ML são inferiores às perdas obtidas pelo FC NL. Quando o ML obtém a mesma resposta que o FC NL, o índice de diferença é igual a zero.

Tabela 1. Resultados – $\bar{\varepsilon}_{ph}^V(\%)$.

Caso	$\bar{\varepsilon}_A^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^V(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^V(\%)$
Base	0,000	0,000	0,000
I	0,532	0,067	0,720
II	0,330	0,045	0,033

Tabela 2. Resultados – $\bar{\varepsilon}_{ph}^f(\%)$ e $\varepsilon_{loss}(\%)$.

Caso	$\bar{\varepsilon}_A^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_B^f(\%)$	$\bar{\varepsilon}_C^f(\%)$	$\varepsilon_{loss}(\%)$
Base	5,576	6,290	5,474	-3,469
I	8,642	10,471	11,093	-3,763
II	4,412	6,033	6,775	-3,372

Em relação ao Caso Base, não existem diferenças entre as tensões nodais obtidas pelos dois modelos, ou seja, o índice de diferença das tensões é zero, pois o ML é desenvolvido no entorno do ponto de operação deste caso. Nos demais casos, cabe ressaltar a proximidade entre os valores de tensões nodais obtidos pelo ML e pelo FC NL, uma vez que os índices de diferenças de tensões são sempre inferiores a 0,72%. Observa-se que as diferenças nas tensões são maiores a medida que a condição de operação do sistema se afasta do ponto para o qual os fatores de ajuste $K_{km,ph}$ foram calculados. Vale destacar que, neste caso, o Caso Base não representa uma condição operacional adequada, uma vez que as tensões nodais são baixas, chegando a 0,85 pu em alguns nós.

Para ilustrar as soluções encontradas, foram comparados os perfis de tensão das fases *A*, *B* e *C* dos Casos I e II, obtidos com o ML e o FC NL, conforme ilustrados nas Figuras 6 e 7. As tensões do Caso Base (condição inicial) também são apresentadas nas Figuras 6 e 7, de modo a demonstrar as diferenças no perfil de tensão quando se

altera o tap do RT e quando BCs e GD são incluídos no sistema. Os espaços em que as linhas dos perfis de tensão foram interrompidas indicam que o nó entre a lacuna não possui circuito naquela fase. O circuito no qual estão instalados os RTs (com tap neutro no Caso II), os nós onde estão instalados os BCs e o nó onde está instalada a GD estão indicados nestas figuras.

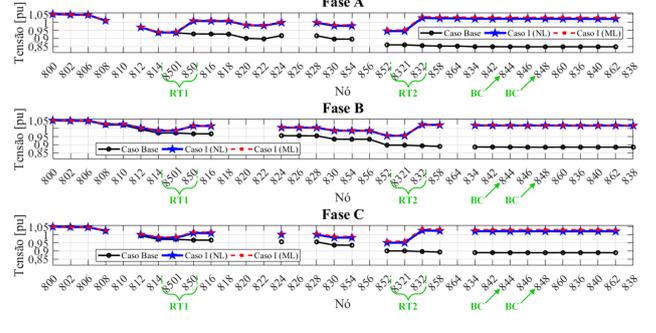


Figura 6. Perfis de tensão – Caso I.

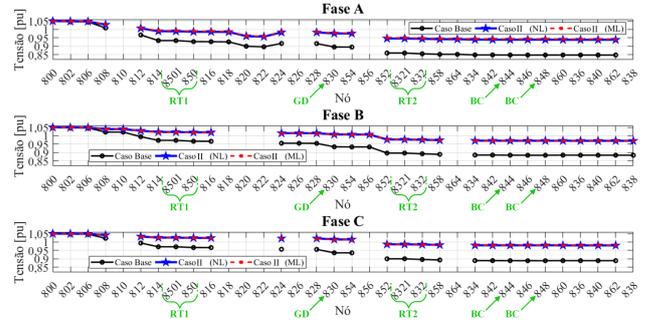


Figura 7. Perfis de tensão – Caso II.

Observa-se uma melhoria significativa nos níveis de tensão dos Casos I e II em relação ao Caso Base. Ainda, é verificada a proximidade entre os valores de tensão calculados pelo ML e pelo FC NL, sendo que a maior diferença ocorre no caso I, na fase *C* do nó 846 e é igual a 1,028%.

Na Figura 6, é possível visualizar o comportamento das tensões frente a mudanças nos taps dos RTs. Embora, dentre os casos avaliados, o Caso I tenha apresentado as maiores diferenças médias entre as tensões calculadas, verifica-se que os valores não são discrepantes, uma vez que os perfis de tensão se mantêm em conformidade.

Pode-se observar na Figura 7 que a tensão no nó 830 (onde está a GD síncrona operando no modo PV), se mantém de acordo com a tensão especificada de 1,00 pu, tendo uma variação muito pequena, em ambos modelos. A diferença de tensão calculada entre os dois modelos, no nó 830, é igual a 0,297% na fase *A*, 0,026% na fase *B* e 0,115% na fase *C*.

Ainda no Caso II, ao considerar que o fator de potência de 0,8 é mínimo para operação da GD síncrona de 1 MW, verifica-se que a potência reativa trifásica máxima é 750,00 kvar (logo, a injeção de reativos de cada fase deve estar entre -250,00 kvar e +250,00 kvar). O valor de potência reativa calculado pelo ML foi de $Q_k^{méd} = -26,35$ kvar (absorvendo potência reativa) e no FC NL foi de 1,3 kvar

(injetando potência reativa), para todas as fases. Sendo assim, não violam os limites estabelecidos em (33), sendo possível regular a tensão a partir do valor da potência reativa média.

Em uma análise relacionada com as perdas, observa-se que existe uma pequena diferença, inclusive no Caso Base, sendo seu valor $-3,469\%$. Vale destacar que, os fatores $K_{km,ph}$ são calculados para que não existam diferenças nas tensões do Caso Base, mas não são feitas correções para ajustar o cálculo das perdas. Em geral, o ML subestima as perdas em relação ao FC NL. O fato dos valores das perdas estarem próximos é um indicativo de que as correntes nos circuitos também são próximas, mesmo que os modelos utilizados para representar as cargas sejam diferentes nas duas ferramentas de cálculo.

Para avaliar o desempenho computacional, foram realizadas cem execuções em cada caso, sendo contabilizados os tempos de processamento de cada execução. Para todos os testes, foi utilizado um computador com processador Intel Core i7-5500U CPU 2,4 GHz e 8 GB de RAM, com sistema operacional 64 bits. Os valores médios dos tempos de processamento são apresentados na Tabela 3, onde é possível verificar um melhor desempenho computacional do ML.

Tabela 3. Tempo médio de processamento.

Caso	tempo ML (s)	tempo NL (s)
Base	0,0060	0,1073
I	0,0045	0,1081
II	0,0082	0,1072

5. CONCLUSÃO

De acordo com os resultados apresentados, é possível constatar que o ML proposto responde adequadamente frente às perturbações impostas, sendo seus resultados semelhantes aos obtidos com o uso do FC NL pelo *software* OpenDSS, o qual utiliza diferentes modelos de carga. Ressalta-se que os casos avaliados apresentam uma condição operacional consideravelmente diferente em relação ao Caso Base, que é a condição inicial utilizada para desenvolvimento do ML. Dessa forma, pode-se concluir que o modelo proposto apresenta precisão e potencial de aplicação para análise de sistemas de distribuição em condições de desequilíbrio.

Além disto, como o modelo linearizado não se baseia em um processo iterativo, sua solução é sempre garantida, mesmo quando são consideradas situações extremas. Tais situações são muito comuns quando são avaliados sistemas em condições de planejamento da expansão, para os quais o fluxo de carga não linear pode não convergir. O fato de várias alternativas de expansão implicarem a divergência no fluxo de carga não permite diferenciar uma alternativa da outra e isto dificulta os métodos que são baseados em melhorias sucessivas.

REFERÊNCIAS

Ahmadi, H. and Martí, J.R. (2015). Distribution system optimization based on a linear power-flow formulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 30(1), 25–33.

- Dalla Costa, A., Ferraz, B.P., Resener, M., and Haffner, S. (2019). Linear load-flow formulation for unbalanced distribution systems. In *IEEE PES Innovative Smart Grid Technologies Latin America (ISGT Latin America)*, 1–6. Gramado, RS, Brazil.
- Dalla Costa, A., Haffner, S., Resener, M., Pereira, L.A., and Ferraz, B.P. (2020). *Handbook of Optimization in Electric Power Distribution Systems*, chapter Linear Model to Represent Unbalanced Distribution Systems in Optimization Problems. Springer, Switzerland.
- Dugan, R.C. and McDermott, T.E. (2011). An open source platform for collaborating on smart grid research. In *IEEE Power and Energy Society General Meeting*, 1–7. Detroit, MI, USA.
- Fitzgerald, A., Kingsley, C., and Umans, S.D. (2006). *Máquinas elétricas: com introdução a eletrônica de potência*. Bookman, Porto Alegre, 6 edition. Tradução Anatólio Laschuk.
- Franco, J.F., Rider, M.J., Lavorato, M., and Romero, R. (2011). Optimal allocation of capacitors in radial distribution systems with distributed generation. In *IEEE PES Conference on Innovative Smart Grid Technologies Latin America (ISGT LATAM)*, 1–6. IEEE, Medellín, Colômbia.
- Gonçalves, R.R., Franco, J.F., and Rider, M.J. (2015). Short-term expansion planning of radial electrical distribution systems using mixed-integer linear programming. *IET Generation, Transmission Distribution*, 9(3), 256–266.
- Haffner, S., Pereira, L.F.A., Pereira, L.A., and Barreto, L.S. (2008). Multistage model for distribution expansion planning with distributed generation – part i: problem formulation. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 23(2), 915–923.
- Haffner, S., Pereira, L.A., Gasperin, V.L., and Barreto, L. (2009). Alocação de bancos de capacitores em redes de distribuição de energia visando eliminar violações de tensão. *SBA Controle e Automação*, 20, 546–563.
- Kersting, W.H. (1991). Radial distribution test feeders. *IEEE Transactions on Power Systems*, 6(3), 975–985.
- Martí, J.R., Ahmadi, H., and Bashualdo, L. (2013). Linear power-flow formulation based on a voltage-dependent load model. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 28(3).
- MATLAB (2018). *Version 9.4 (R2018a)*. The MathWorks Inc., Natick, Massachusetts, United States.
- Monticelli, A. (2003). *Introdução a sistemas de energia elétrica*. Editora da UNICAMP, Campinas.
- Resener, M., Haffner, S., and Pereira, L.A. (2013). Representação aproximada de sistemas de distribuição em problemas de otimização. In *Latin-American Congress on Electricity Generation and Transmission (CLAGTEE)*, 10. Viña del Mar, Chile.
- Resener, M., Haffner, S., Pereira, L.A., and Pardalos, P.M. (2016). Mixed-integer lp model for volt/var control and energy losses minimization in distribution systems. *Electric Power Systems Research*, 140, 895–905.