

## Aplicação de Controle PI e DMC Multivariável em Espessadores de Minério de Ferro <sup>\*</sup>

Alisson M. F. Pereira <sup>\*,\*\*</sup>, Wellington T. Martins <sup>\*\*\*\*,\*\*</sup>,  
Vinícius S. Moreira <sup>†</sup>, Márcio F. Braga <sup>\*\*\*,\*\*</sup>, Thiago A. M. Euzébio <sup>\*\*</sup>

<sup>\*</sup> Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração, Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) e Instituto Tecnológico Vale (ITV), Ouro Preto, MG, Brasil

<sup>\*\*</sup> Instituto Tecnológico Vale – ITV, Ouro Preto, MG, Brasil (e-mail: alisson.pereira@pq.itv.org, thiago.euzebio@itv.org).

<sup>\*\*\*</sup> Departamento de Engenharia Elétrica, Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas, Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, 35931-008, João Monlevade, MG, Brasil (e-mail: mfbraga@ufop.edu.br).

<sup>\*\*\*\*</sup> Departamento de Engenharia de Controle e Automação, Escola de Minas, Universidade Federal de Ouro Preto – UFOP, 35400-000, Ouro Preto, MG, Brasil (e-mail: wellinton-2011@live.com).

<sup>†</sup> Vale S.A. (e-mail: vinicius.silva.moreira@vale.com).

**Abstract:** The imminent demand to apply multivariable control techniques in processes of continuous thickening is due to numerous undesirable situations in ore treatment plants. This work presents results of a DMC (Dynamic Matrix Control) MIMO (Multiple Input – Multiple Output) controller compared to a PI controller, where the controlled variables are the density in the underflow and the interface level while the manipulated variables are the underflow flux and flocculant dosage. The nonlinear model is validated with real data from an iron ore thickener of a Vale S.A. mineral processing plant. It is possible to notice a better performance for the DMC controller as shown by the Integral Absolute Error index (IAE), which is used to evaluate the performance of the controllers.

**Resumo:** A iminente necessidade de aplicar técnicas de controle multivariável em processos de espessamento contínuo se dá devido ao fato de encontrar-se inúmeras situações indesejadas em plantas de tratamento de minério. No presente trabalho são apresentados os resultados de um Controle por Matriz Dinâmica (DMC, do inglês *Dynamic Matrix Control*) Múltiplas Entradas Múltiplas Saídas (MIMO, do inglês *Multiple Input Multiple Output*) em comparação com um controlador Proporcional-Integral (PI), em que as variáveis controladas são a densidade na descarga e a altura da interface, enquanto que as variáveis manipuladas são a vazão na descarga e a dosagem de floculante. O modelo não linear é validado com dados reais de um espessador de minério de ferro encontrado em uma usina de beneficiamento mineral da Vale S.A. Utiliza-se o índice da Integral do Erro Absoluto (IAE) para avaliar o desempenho dos controladores, sendo possível observar um melhor desempenho para o controlador DMC.

**Keywords:** Multivariable Control; Continuous Sedimentation; Thickeners; DMC; Mineral Treatment; Flocculant; Process Efficiency.

**Palavras-chaves:** Controle Multivariável; Sedimentação Contínua; Espessadores; DMC; Tratamento de Minérios; Floculante; Eficiência de Processos.

### 1. INTRODUÇÃO

O processo de espessamento contínuo é uma técnica amplamente utilizada em plantas industriais de mineração, uma vez que a maioria das plantas de beneficiamento mineral utilizam de recursos hídricos no processo (Luz et al., 2010). O método consiste na sedimentação do material particulado por meio de separação sólido-líquido a partir de espessadores, tanques que

recebem uma polpa com alto volume de água e entregam um adensado pela descarga, posicionada na parte inferior do equipamento.

Os espessadores, de acordo com Luz et al. (2010), são frequentemente utilizados: (I) na obtenção de material com altas concentrações para processos posteriores (espessador de concentrado); (II) transporte e descarte mais eficaz (espessadores de rejeito); (III) recuperação de água para reutilização industrial e (IV) recuperação de sólidos. A eficiência de um espessador está intimamente ligada à sua capacidade de produzir o líquido clarificado, que é geralmente reutilizado nas plantas de beneficiamento mineral, e pela produção do material espessado com elevada concentração de sólidos, em tempo hábil para o bom funcionamento da cadeia de processamento do minério. Um

<sup>\*</sup> Pelo apoio financeiro, os autores agradecem as agências Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), Código de Financiamento 001; o Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq), números 402759/2018-4 e 444425/2018-7; a Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de Minas Gerais (FAPEMIG); o Instituto Tecnológico Vale (ITV); a Universidade Federal de Ouro Preto, Número do Processo: 23109.004080/2019-88; e a Vale S.A.

importante insumo em usinas de beneficiamento mineral são os floculantes, pois reduzem o tempo de sedimentação das partículas sólidas e, aliados às crescentes mudanças tecnológicas, inovações dos espessadores e avanços de pesquisas no campo da química de floculantes, promovem a operação eficiente dos equipamentos espessantes (Jewell et al., 2002).

Geralmente, nas malhas de controle de um espessador, a polpa adensada é mantida em determinada concentração de sólidos, utilizando-se a vazão na *descarga* como variável manipulada (Betancourt et al., 2014). Um aumento da densidade favorece a redução na quantidade de água bombeada que retorna à planta industrial e, conseqüentemente, aumenta-se a eficiência energética dada pela redução da energia consumida do sistema de bombeamento (Gunson et al., 2012). Além disso, é possível reutilizar uma maior quantidade de água no processo, o que torna viável e promissor do ponto de vista ambiental.

Para a adição de floculante, Betancourt et al. (2014) classifica essa variável como independente, podendo ser ajustada para fins de controle, atuando diretamente no nível da interface de sedimentos. Em vista disso, é de suma importância que o nível de sedimentos seja mantido em um valor desejado, dado que há limitações mecânicas no rastelo (*rake*) do espessador e essa altura, se mantida relativamente próxima ao fundo do tanque, previne futuras falhas no equipamento, além de contribuir para redução de sólidos no transbordo (Betancourt et al., 2014). A concentração e a vazão adicionadas à alimentação são tratadas como variáveis dependentes e relevantes ao processo, porém, não são manipuláveis, pois antecedem toda a operação de sedimentação.

Neste artigo, são aplicados dois sistemas de controle a um simulador de espessador validado por dados de uma planta real: (1) DMC MIMO; e (2) PI. O texto está organizado da seguinte forma: na Seção 2 é detalhado o processo de espessamento e a revisão bibliográfica; na Seção 3, apresenta-se o modelo matemático de Betancourt et al. (2014) para espessadores considerando-se a adição de floculante; na Seção 4, mostra-se a formulação e os fundamentos do DMC para sistemas multivariáveis; simulações e resultados da aplicação dos métodos de controle e seus respectivos desempenhos, assim como a validação do modelo, são descritos na Seção 5 e, por fim, na Seção 6 apresenta-se a conclusão deste trabalho.

## 2. O PROCESSO DE ESPESAMENTO

O uso de recursos hídricos em usinas de tratamento de minérios demandam o emprego de etapas de separação sólido-líquido no processo (Wills e Finch, 2015). A polpa, proveniente de etapas de concentração, chega à primeira etapa de desaguamento com alto volume de água.

O espessador entrega, por meio de sedimentação, uma polpa com percentual de sólidos elevado às etapas subsequentes. Se a polpa for de concentrado de minério, ela passa por mais etapas de separação sólido-líquido – a filtragem e a secagem – de modo que custos sejam reduzidos com o transporte do produto. Nesse caso, é importante que a polpa adensada apresente um percentual de sólidos homogêneo para todo o período de funcionamento do equipamento, uma vez que a eficiência da filtragem depende disso (Luz et al., 2010). Quando a polpa é de rejeito, material sem valor para o mercado, o objetivo do espessador é reduzir ao máximo o percentual de água na polpa de saída, visto que, por uma questão financeira, o rejeito

normalmente não passa por mais etapas de desaguamento. Com isso, otimizar o processo de sedimentação em espessadores de rejeito significa reduzir o volume nas barragens de rejeitos.

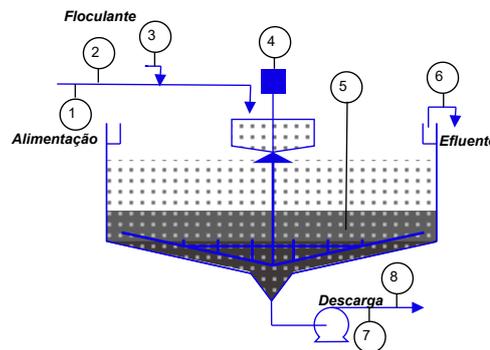


Figura 1. Representação ilustrativa da estrutura de um espessador convencional.

Os espessadores operam de forma contínua, produzindo uma descarga adensada e um efluente com baixa presença de partículas sólidas (Betancourt et al., 2014). A estrutura típica de um espessador convencional é apresentada na Figura 1, bem como as variáveis importantes do equipamento, as quais são detalhadas na Tabela 1. O fundo do equipamento possui uma inclinação e são usados os *rakes*, ou mecanismo de raspagem, para que a polpa adensada seja direcionada à descarga. Além disso, a alimentação do equipamento é realizada por meio do *feedwell*, local em que é feita a adição de floculante à polpa de entrada. O floculante é amplamente utilizado e tem o papel de formar flocos para que a velocidade de sedimentação das partículas sólidas aumente (Hogg, 2013).

Tabela 1. Variáveis Medidas no Espessador

$n^{\circ}$	Sigla	Nomenclatura
1	$Q_A$	Vazão Volumétrica na Alimentação ( $m^3/h$ )
2	$\phi_A$	Concentração Volumétrica de Sólidos na Alimentação [-]
3	$c_F$	Concentração de Floculante na Alimentação [g/ton]
4	—	Torque do <i>Rake</i> (N.m)
5	$Z_c$	Nível da Interface (m)
6	$Q_E$	Vazão Volumétrica no Sobrenadante (Efluente) ( $m^3/h$ )
7	$\phi_D$	Concentração Volumétrica de Sólidos na Descarga [-]
8	$Q_D$	Vazão Volumétrica na Descarga ( $m^3/h$ )

Com respeito ao controle de espessadores, atualmente várias abordagens são mencionadas na literatura científica. Por exemplo, em Magalhães e Euzébio (2018b), baseando-se no trabalho de Bürger et al. (2013), desenvolve-se um simulador de espessador contínuo associado a um sistema supervisor que utiliza controle *fuzzy* com o objetivo de limitar a concentração de sólidos, assim como a vazão na descarga, dentro de uma faixa restrita de operação. De modo similar, em Santos et al. (1995), desenvolve-se um controlador por lógica *fuzzy* aplicado em uma planta real em malha aberta. São manipuladas a dosagem de floculante para o controle da turbidez no efluente e a vazão na descarga para o controle da concentração na descarga. Em Magalhães e Euzébio (2018a), projeta-se um DMC linear e um DMC adaptativo para a concentração de sólidos na descarga, alterando-se a velocidade da bomba na saída do espessador. Em Tan et al. (2017), descreve-se o desenvolvimento de um controlador preditivo baseado em modelo (MPC) para a concentração de sólidos, sujeito a restrições com o objetivo de amenizar o alto torque de inclinação do *rake*. Além disso, o modelo de torque

de inclinação é validado com dados de plantas industriais e a concentração de sólidos no espessante é estimado por meio de filtros de *Kalman*. Em Zhang et al. (2016), apresenta-se um controlador preditivo por modelo econômico (EMPC) em um espessador de cone profundo para o beneficiamento de carvão. O controle proporcional – integral (PI), assim como um MPC, também são abordados neste estudo a fim de se obter comparações de resultados para um melhor desempenho na taxa de recuperação de água por meio de simulações dinâmicas. Antes de discutir-se as técnicas de controle aplicadas, é importante detalhar o modelo do espessador, descrito na seção subsequente.

### 3. O MODELO DO ESPESSADOR

Betancourt et al. (2014) desenvolve o seu modelo de espessadores baseando-se na teoria de Kynch (1952) para a sedimentação contínua de suspensões ideais (Concha, 2014). O espessador idealizado tem a forma cilíndrica, sendo modelado unidimensionalmente, como mostrado na Figura 2.

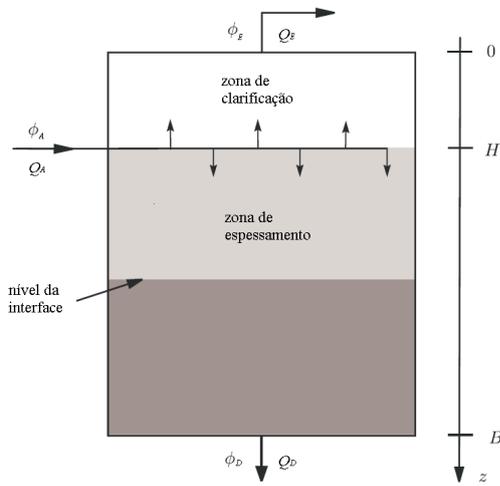


Figura 2. Modelo unidimensional de um espessador cilíndrico. Fonte: Adaptado de Betancourt et al. (2014).

As vazões e concentrações volumétricas são representadas por  $Q_{(\cdot)}$  e  $\phi_{(\cdot)}$  e os índices *A*, *D*, e *E* são utilizados para descrever, respectivamente, a alimentação, a descarga e o sobrenadante (efluente). Além disso, admite-se a seguinte relação  $Q_A = Q_D + Q_E$ . Com isso, o modelo matemático é expresso resumidamente pelas duas equações diferenciais parciais não lineares, dadas por (5) e (6), em que

- o termo  $S$  é a área da seção transversal;
- $\gamma$  é um escalar e indica se  $z$  é um nível dentro ( $\gamma = 1$ ) ou fora ( $\gamma = 0$ ) do espessador;
- $\delta$  é a função delta de Dirac, que modela a alimentação em  $z = 0$ ;
- $F$  é o fluxo de entrada e saída no tanque, dado por

$$F(\phi, k, z, t) = \begin{cases} -Q_E(t)\phi/S, & \text{se } z < 0 \\ kv_{hs}(\phi)\phi - Q_E(t)\phi/S, & \text{se } 0 < z < H \\ kv_{hs}(\phi)\phi + Q_D(t)\phi/S, & \text{se } H < z < B \\ Q_D(t)\phi/S, & \text{se } z > B, \end{cases}$$

em que  $v_{hs}(\phi)$  é a velocidade de sedimentação retardada, computada fazendo-se

$$v_{hs}(\phi) = kv_{sed}V(\phi), \quad (1)$$

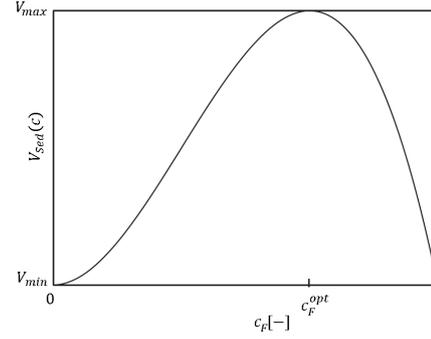


Figura 3. Curva relacional entre concentração de flocculante na alimentação e velocidade de sedimentação. Fonte: Adaptado de Betancourt et al. (2014).

cujo efeito retardante é modelado por

$$V(\phi) = (1 - \phi)^{n_{RZ}} \quad (2)$$

com  $n_{RZ} > 1$  e  $n_{RZ} = 12,62$  para o modelo desenvolvido;

- $D(\phi)$  é dada por  $D(\phi) = \int_0^\phi d(s)ds$ , em que  $d$  é definida como a função de modelagem da compressão dos sólidos em altas concentrações. A expressão para  $d$  é

$$d(\phi) = \frac{v_{hs}(\phi)\sigma'_e(\phi)}{(\rho_s - \rho_f)g}, \quad (3)$$

com  $\sigma'_e$  sendo a derivada de  $\sigma_e$ , ou função de tensão efetiva dos sólidos, dada por

$$\sigma_e(\phi) = \begin{cases} 0, & \text{para } \phi \leq \phi_c \\ \alpha e^{\beta\phi}, & \text{para } \phi > \phi_c, \end{cases} \quad (4)$$

em que  $\alpha$  e  $\beta$  são parâmetros ajustados e  $\phi_c$  é a concentração crítica, sendo que, no modelo desenvolvido, são fixados em 5,35 Pa, 16,78 e 0,23, respectivamente;

- A adição de flocculante é modelada pelo termo adimensional  $k$ , em (1), cuja variação no tempo na alimentação é descrita pelo termo  $k_A = k_A(t) \in [0, 1]$ ;
- Em (5) e (6), tem-se  $w$ , uma quantidade conservativa que descreve a concentração local de partículas sólidas que carregam a propriedade  $k$  consigo, dado por  $w(z, t) := k(z, t)\phi(z, t)$ , tendo-se, portanto, uma equação para a variação na profundidade e no tempo de  $k(z, t)$ .

O termo  $k$  pode ser convertido em concentração de flocculante adicionado à alimentação que, por sua vez, tem a relação apresentada na curva da Figura 3 com a velocidade de sedimentação. Na ausência de flocculante, a velocidade de sedimentação das partículas assume valor mínimo ( $V_{min}$ ). À medida que aumenta-se a concentração de flocculante,  $V_{sed}(c)$  varia positivamente até atingir  $V_{max}$  em  $c_F = c_F^{opt}$ . Com  $c_F > c_F^{opt}$ ,  $V_{sed}(c)$  tende a diminuir devido ao excesso de flocculante. Supõe-se que  $k = 1$  quando  $c_F = c_F^{opt}$ . Partindo-se de valores experimentais, utiliza-se  $V_{max} = 12,21 \times 10^{-4}$  m/s e  $V_{min} = 4,6 \times 10^{-4}$  m/s para o espessador da Vale S.A..

A solução numérica das EDP (5) e (6) é realizada por meio de um método que consiste em dois passos eulerianos que usa um operador para separar as parcelas lineares e não lineares dos fluxos, como apresentado em Betancourt et al. (2014). Para a integração numérica da função  $d(\phi)$ , apresentada em (3), utiliza-se o método trapezoidal (Bürger et al., 2013). Além disso, para a determinação do passo de tempo  $\Delta t$ , necessário para a resolução numérica de (5) e (6), que depende de um passo de profundidade  $\Delta z$  escolhido e das condições de conver-

$$\frac{\partial \phi(z,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} F(\phi, k, z, t) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \gamma(z) \frac{w(z,t)}{\phi(z,t)} \frac{\partial D(\phi)}{\partial z} \right) + \frac{Q_A(t) \phi_A(t)}{S} \delta(z), \quad (5)$$

$$\frac{\partial w(z,t)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{w(z,t)}{\phi(z,t)} F(\phi, k, z, t) \right) = \frac{\partial}{\partial z} \left( \gamma(z) \frac{w(z,t)^2}{\phi(z,t)^2} \frac{\partial D(\phi)}{\partial z} \right) + \frac{Q_A(t) w_A(t)}{S} \delta(z). \quad (6)$$

gência (*CFL conditions*), emprega-se o método de discretização proposto em Betancourt et al. (2014).

#### 4. CONTROLE POR MATRIZ DINÂMICA (DMC) PARA SISTEMAS MULTIVÁRIÁVEIS

A maioria das plantas industriais possui muitas variáveis que precisam ser controladas (saídas) e muitas variáveis que precisam ser manipuladas (entradas). Por esse motivo, o DMC é um sucesso na indústria devido à sua grande capacidade de lidar com processos multivariáveis (Camacho e Alba, 2013). O DMC é caracterizado pelo uso de um modelo de resposta ao degrau do processo linearizado e a minimização de uma função objetivo quadrática em um horizonte de predição para calcular as ações de controle futuras.

Para o DMC, os modelos lineares de resposta ao degrau podem ser generalizados para lidar com processos multivariáveis de  $n_u$  entradas e são representados da seguinte forma,

$$y_j(t) = \sum_{k=1}^{n_u} \sum_{i=1}^{N_k} g_i^{kj} \Delta u_k(t-i), \quad (7)$$

em que  $y_j(t)$  é a  $j$ -ésima saída do processo,  $g_i^{kj}$  é a resposta da saída  $j$  ao degrau na entrada  $k$ ,  $\Delta u_k$  é a  $k$ -ésima entrada do processo e  $N_k$  é o número de amostras em que a resposta ao degrau na entrada  $k$  atinge o seu estado estacionário. Sabendo que a predição ao longo do tempo é dada por

$$y(t+\mu|t) = \sum_{i=\mu-m+1}^{\mu} g_i \Delta u(t+\mu-i) + f(t+\mu), \quad (8)$$

com  $\mu = 1, 2, \dots, p$ , em que  $f(t+\mu)$  é a resposta livre do sistema, isto é, a parcela independente das ações de controle futuras,  $p$  e  $m$  são, respectivamente, os horizontes de predição e de controle. Note que (8) pode ser generalizada para sistemas lineares MIMO  $n_u \times n_y$  utilizando o princípio da superposição na obtenção das  $n_y$  saídas previstas provocadas pelas  $n_u$  entradas do sistema. Isso pode ser observado por meio do vetor de saídas previstas definido por

$$\hat{\mathbf{y}} = [y_1(t+1|t), \dots, y_1(t+p|t), \dots, y_{n_y}(t+1|t), \dots, \dots, y_{n_y}(t+p|t)]^T. \quad (9)$$

Do mesmo modo, os vetores dos futuros sinais de controle e da resposta livre podem, respectivamente, ser definidos como

$$\Delta \mathbf{u} = [\Delta u_1(t), \dots, \Delta u_1(t+m-1), \dots, \Delta u_{n_u}(t), \dots, \dots, \Delta u_{n_u}(t+m-1)]^T, \quad (10)$$

$$\mathbf{f} = [f_1(t+1|t), \dots, f_1(t+p|t), \dots, f_{n_y}(t+1|t), \dots, \dots, f_{n_y}(t+p|t)]^T. \quad (11)$$

Ressalta-se que a resposta livre independe das ações de controle futuras, porém, é dependente dos valores passados de  $y_i$  assim como das ações de controle passadas. A dinâmica total do processo é descrita pela matriz  $\mathbf{G}$ , que é composta por submatrizes  $G_{ij}$  que relacionam a  $i$ -ésima resposta ao degrau correspondente à  $j$ -ésima entrada.

A lei de controle é obtida a partir da minimização da função de custo, dada por

$$\mathbf{J} = (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w})^T R (\hat{\mathbf{y}} - \mathbf{w}) + \Delta \mathbf{u}^T Q \Delta \mathbf{u}, \quad (12)$$

em que  $R$  e  $Q$  são matrizes definidas positivas para ponderação nos incrementos do sinal de controle e do erro no segmento de referência de dimensões  $2n_u \times 2n_u$  e  $2n_y \times 2n_y$ , respectivamente. Ainda, tem-se que a sequência de referências futuras,  $\mathbf{w}$ , é dada por

$$\mathbf{w} = [w_1(t+1), \dots, w_1(t+p), \dots, w_{n_y}(t+1), \dots, \dots, w_{n_y}(t+p)]^T. \quad (13)$$

Neste trabalho não é considerada nenhuma restrição, portanto, a solução analítica matricial para a função custo matricial descrita por (12), é dada pela lei de controle

$$\Delta \mathbf{u} = (\mathbf{G}^T R \mathbf{G} + Q)^{-1} \mathbf{G}^T R (\mathbf{w} - \mathbf{f}). \quad (14)$$

O incremento de controle é calculado multiplicando-se a primeira linha de  $(\mathbf{G}^T R \mathbf{G} + Q)^{-1} \mathbf{G}^T R$  e a diferença entre o *set-point* e a resposta livre dada em (14).

#### 5. RESULTADOS

Os resultados do trabalho são subdivididos em dois tópicos. O primeiro deles consiste na etapa de validação do modelo matemático de espessadores descrito na Seção 3, em que é feita a parametrização do modelo para o espessador de concentrado de minério de ferro presente em planta da Vale S.A., em Carajás (PA). Em seguida, são apresentados os resultados da aplicação das distintas técnicas de controle para a densidade na descarga e para a altura da interface no espessador.

O espessador da Vale S.A. tem 35 m de diâmetro e 7 m de altura, com o poço de alimentação submerso a 2 m de profundidade. O histórico de densidade e vazão são obtidos para a descarga, mas não são mensurados na alimentação e no transbordo, o que dificulta a realização do balanço de massas do equipamento e faz com que se utilize valores constantes na alimentação ( $Q_A = 800 \text{ ton/h}$  e  $\phi_A = 1,64 \text{ g/cm}^3$ ), provenientes de testes de sedimentação. A densidade dos sólidos é considerada constante e igual a  $\rho_s = 4,7 \text{ g/cm}^3$ , bem como a concentração de floculante adicionada  $c_F(t) = 15 \text{ g/ton}$ , com  $c_F^{opt} = 20 \text{ g/ton}$  (dos testes de sedimentação).

##### 5.1 Validação do Modelo

Para iniciar a simulação, emprega-se o procedimento apresentado em Betancourt et al. (2014) para levantamento do perfil inicial de densidade ao longo do espessador. Na Figura 4, apresenta-se o perfil de densidade inicial usado para a simulação dinâmica do espessador modelado. Por limitações práticas, não é possível verificar se o perfil encontrado corresponde ao perfil de densidade do espessador real no instante inicial.

A validação do modelo é realizada com a seleção de duas janelas de tempo dos dados disponibilizados. Com uma delas, a janela 1, ajusta-se os parâmetros do modelo, conforme apresentado na seção 3. Na outra, janela 2, verifica-se a possibilidade de sobreparametrização. Os sinais de excitação do sistema são

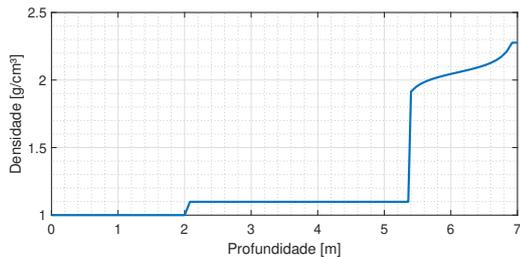


Figura 4. Perfil de densidade inicial para as simulações do modelo do espessador.

a vazão na descarga e a dosagem de floculante, sendo o último constante e igual a  $15 \text{ g/ton}$  para todo o intervalo de tempo, o que dificulta a validação da dinâmica do floculante. Os sinais de vazão na descarga são gerados por um controlador presente na planta e tem comportamento similar a sinais pseudoaleatórios.

Realiza-se uma análise comparativa entre os sinais de saída do modelo e do espessador real, ressaltando-se que só é possível comparar e, portanto, validar a densidade na descarga, uma vez que há uma incompatibilidade de definição entre os sinais de altura da interface medidos e altura da interface do modelo desenvolvido. Para Betancourt et al. (2014), altura da interface é a posição em que há a transição entre as regiões de espessamento e compactação, enquanto os dados obtidos apresentam a altura em que há a transição entre a zona de clarificação e a zona de espessamento.

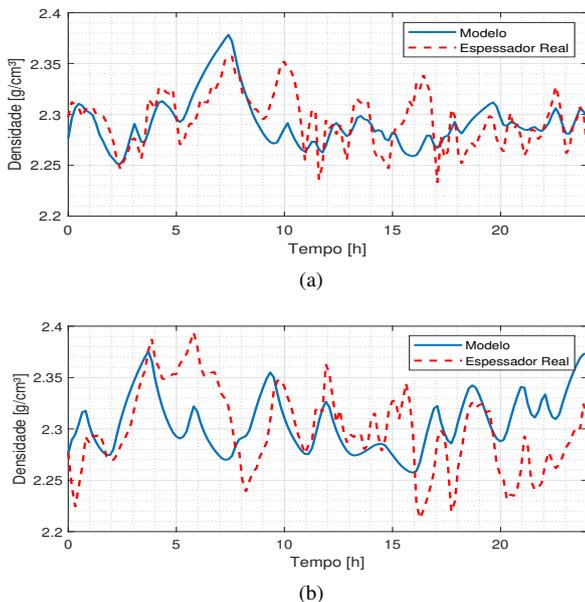


Figura 5. Sinais de densidade na descarga para (a) janela 1 e (b) janela 2.

Na Figura 5, apresentam-se os sinais de densidade na descarga para os dois intervalos de tempo. Com o intuito de mensurar a qualidade do modelo são utilizadas as métricas *Mean Squared Error* (MSE), *Root Mean Squared Error* (RMSE) e *Normalized Root Mean Squared Error* (NRMSE) para as duas janelas de tempo (Tabela 2). Avaliando-se os valores obtidos das métricas com a observação visual dos sinais de densidade, conclui-se que o modelo pode ser utilizado para o projeto de controladores para o sistema real, uma vez que todas as métricas apresentaram

valores pequenos para as duas janelas de tempo. Além disso, percebe-se que as curvas, conforme mostrado na Figura 5, possuem o mesmo comportamento dinâmico, com o maior erro absoluto igual a  $0,0708 \text{ g/cm}^3$  em  $t = 16\text{h}06\text{min}$  para a janela 1 e  $0,0898 \text{ g/cm}^3$  em  $t = 20\text{h}46\text{min}$  para a janela 2. Note também que não existem evidências de que ocorre sobreparametrização significativa dados os valores apresentados na Tabela 2 para os dados de validação (janela 2). Apresenta-se, ainda, o perfil de densidade e a altura da interface no espessador para a janela de tempo 1 na Figura 6, podendo-se perceber que há um acúmulo de sólidos no espessador no período de tempo analisado.

Tabela 2. Métricas de avaliação do modelo.

	MSE	RMSE	NRMSE
Intervalo 1	$6,48 \times 10^{-4}$	0,0255	0,2044
Intervalo 2	$20 \times 10^{-4}$	0,045	0,248

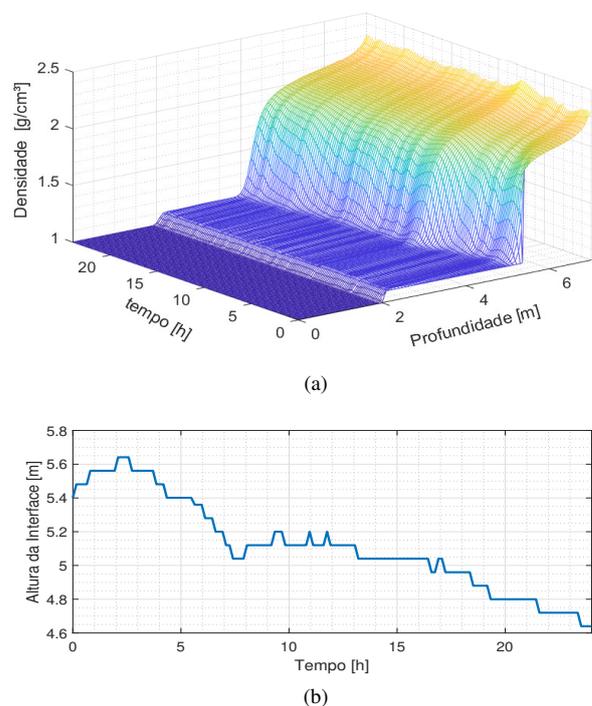


Figura 6. (a) Perfil de densidade no espessador e (b) sinal de altura da interface para a janela de tempo 1.

## 5.2 Implementação dos Controladores DMC MIMO e PI Descentralizado

Neste tópico, é apresentada a aplicação de duas metodologias de controle de processo de espessamento contínuo, sendo dois controladores PI descentralizados e um controlador DMC MIMO. O cenário de simulação proposto é ensaiado por um período de  $650 \text{ h}$ . O processo e os controladores são simulados por algoritmos no programa MATLAB. O índice IAE (*Integral of Absolute Error*), que é dado por

$$IAE = \sum_{k=0}^N |e(k)|, \quad (15)$$

sendo  $N$  o número total de amostras da simulação e  $e$  o erro entre a respectiva referência e a saída do processo, é utilizado para avaliar o desempenho dos controladores sintetizados neste trabalho.

Primeiramente, para a implementação do controlador DMC MIMO, realizou-se a identificação do sistema multivariável por meio do método da curva de reação nos pontos de operação em torno de  $2,18 \text{ g/cm}^3$  para a densidade na descarga e  $6,08 \text{ m}$  para a altura da interface de compactação com os respectivos valores nas variáveis de entrada do sistema de  $250 \text{ m}^3/\text{h}$  na vazão da descarga e  $6,704 \text{ g/ton}$  na dosagem de flocculante. Isso pode ser visualizado na seguinte matriz de funções de transferência

$$\begin{bmatrix} Y_1(s) \\ Y_2(s) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-1,969}{19500s + 1} & \frac{0,132e^{5,37 \times 10^4 s}}{43762s + 1} \\ \frac{-12,005e^{5,87 \times 10^3 s}}{15736s + 1} & \frac{2,608}{30792s + 1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_1(s) \\ U_2(s) \end{bmatrix}, \quad (16)$$

em que as variáveis manipuladas  $U_1(s)$  e  $U_2(s)$  são a vazão na descarga e a dosagem de flocculante, respectivamente. As variáveis controladas  $Y_1(s)$  e  $Y_2(s)$  são a densidade na descarga e a altura da interface de compactação, respectivamente.

Na Tabela 3, são apresentados os parâmetros de sintonia do controlador DMC MIMO.

Tabela 3. Parâmetros de sintonia DMC MIMO.

Parâmetros	$Y_1(s)$	$Y_2(s)$
Horizontes de Predição ( $p$ )	9	9
Horizontes de Controle ( $m$ )	3	3
Ponderação do Incremento de Controle ( $R$ )	5	450
Ponderação do Erro Predito ( $Q$ )	1	1
Período de Amostragem ( $T$ )	10 s	10 s

Em seguida, os controladores PI foram projetados em uma estrutura de controle descentralizada utilizando as funções de transferência de primeira ordem da diagonal principal  $G_{11}(s)$  e  $G_{22}(s)$  apresentadas em (16). A sintonia dos controladores PI escolhida para o trabalho foi o IMC (*Internal Model Control*) proposto por Rivera et al. (1986), cujos parâmetros podem ser visualizados na Tabela 4.

Tabela 4. Ganhos do controlador PI.

Ganhos	$K_p$	$T_i$	$\lambda$
Densidade na descarga	1,5	19500	66023
Nível na interface	0,05	30792	23613

Conforme a Tabela 4, a lei de controle do PI discreto com integração trapezoidal é dada por

$$u(k) = K_p e(k) + \frac{K_p T_s}{T_i} \left[ \frac{e(0) + e(k)}{2} + \sum_{i=1}^{k-1} e(i) \right], \quad (17)$$

em que  $T_s$  é o tempo de amostragem. Ressalta-se que  $\lambda$ , na Tabela 4, é o parâmetro de sintonia do método IMC que define o quão rápido se deseja que a saída do processo acompanhe o *setpoint*. Quanto maior o parâmetro  $\lambda$  mais lenta é a resposta.

Nas Figuras 7 e 8, apresenta-se um comparativo entre as simulações para a avaliação do desempenho de ambos os controladores. No cenário proposto, foi atingido o estado estacionário nos pontos de operação em aproximadamente  $2,18 \text{ g/cm}^3$  e  $6,08 \text{ m}$  para a densidade na descarga e o nível da interface, respectivamente. Depois de atingido o regime permanente, foram fechadas as malhas do sistema densidade e vazão, assim como o nível da interface e a dosagem de flocculante, em aproximadamente  $250 \text{ h}$ . Ambos os controladores foram operados com *setpoints*

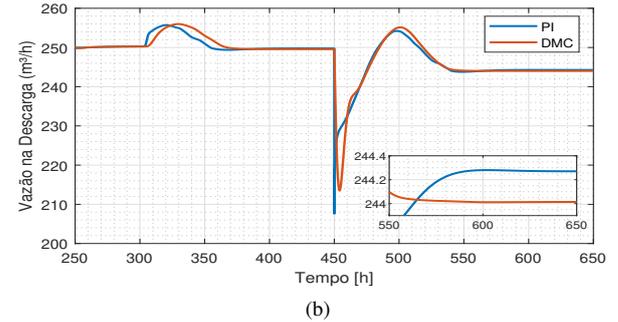
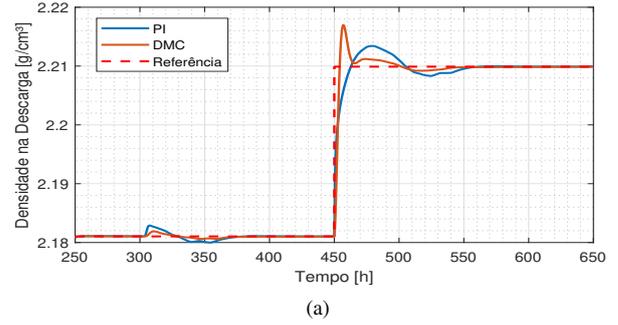


Figura 7. Malha de controle para a densidade na descarga (a) e a vazão na descarga (b).

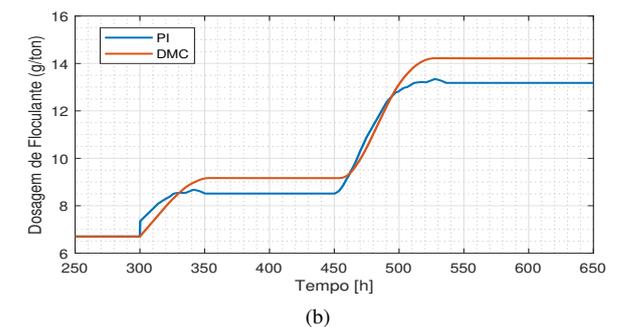
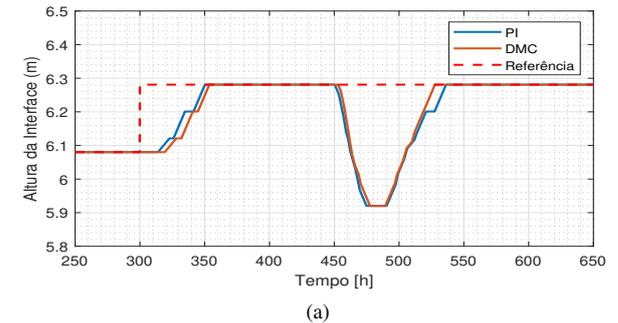


Figura 8. Malha de Controle para a altura da zona de compactação (a) e a dosagem de flocculante (b).

semelhantes, uma vez que um dos objetivos deste trabalho é a comparação dos métodos.

Para a análise, o experimento foi dividido em dois *setpoints* distintos. O primeiro *setpoint* efetua o rastreamento no nível da interface em  $6,28 \text{ m}$ , no instante igual a  $300 \text{ h}$ . Os controladores alcançam, nesse intervalo, o objetivo com ausência de sobressinal, porém, o controlador PI teve um tempo de resposta aproximado de  $50,2 \text{ h}$  ao passo que o controlador DMC atinge o

mesmo resultado em 53,8 h. Na Figura 7, é possível visualizar o distúrbio na malha da densidade e vazão na descarga no instante 300 h provocado pela alteração no *setpoint* da malha do nível da interface e dosagem de floculante.

O segundo *setpoint* ocorre na densidade na descarga em 2,21 g/cm<sup>3</sup>, no instante 450 h. A resposta do controlador DMC é suavemente acomodada a partir do instante 454,6 h, já o valor máximo de densidade correspondeu a 2,217 g/cm<sup>3</sup> e o valor mínimo foi de 2,209 g/cm<sup>3</sup>. Em contrapartida, para o controlador PI, a transição do regime transitório para o permanente ocorre logo após o instante 464,7 h, seu valor de densidade máximo e mínimo foi de 2,213 g/cm<sup>3</sup> e 2,208 g/cm<sup>3</sup>, respectivamente. O distúrbio provocado pela variação do *setpoint* na densidade na descarga pode ser observado na malha de altura da interface e de dosagem de floculante (Figura 8) no instante 450 h, em ambas as simulações dos controladores tem-se uma queda para altura da interface de apenas 0,38 m, porém com uma acomodação em 527,7 h para o DMC e 537,1 h para o PI.

Nota-se pela Tabela 5, na qual apresenta-se o critério de desempenho IAE para os controladores, que o erro acumulado para a densidade na descarga do controlador PI apresenta uma variação percentual de aumento de 48,3% em relação ao DMC. No que se refere ao nível da interface do controlador PI, o erro acumulado é 2,7% maior em contraste com DMC. Portanto, conforme exibido pelo IAE, o controlador DMC apresentou um melhor desempenho para as duas malhas de controle do espessador.

Tabela 5. Índice de desempenho IAE.

	DMC	PI	Diferença (%)
Densidade na descarga	5,8	8,6	48,3
Nível da interface	2703,0	2775,9	2,7

Contudo, é possível observar um acréscimo maior de floculante ao sistema para o DMC nas acomodações alcançadas. Essa diferença é compensada por uma menor saída de vazão na descarga, como pode ser observado na Figura 7(b). Com isso, pode-se perceber que o controlador PI apresenta, para o cenário estudado, uma maior economia do insumo floculante.

## 6. CONCLUSÃO

Este trabalho abordou o desenvolvimento e a aplicação de um controlador DMC multivariável e dois controladores PI descentralizados a uma simulação de espessador cilíndrico. O modelo proposto do equipamento foi baseado em Betancourt et al. (2014), no qual os parâmetros físicos foram validados mediante o uso de dados reais de um espessador de minério de ferro presente em uma planta da Vale S.A., localizada em Carajás (PA). O modelo desenvolvido possibilitou explorar as deficiências acerca dos espessadores em plantas de tratamento de minério, pois, em situações não ótimas, isso pode comprometer a eficiência das plantas de processamento mineral. Desse modo, com a presença dos controladores, notou-se a capacidade do espessador de entregar um material com um adensado e nível da interface satisfatório, mantendo uma maior qualidade para processos posteriores, além de ter-se maior controle para prevenção de futuros problemas na estrutura, por exemplo, evitando situações em que haja polpas com altas densidades na parte inferior do espessador que podem danificar o *rake*.

O experimento dos controladores demonstrou um melhor desempenho do DMC MIMO de acordo com o critério de desem-

penho IAE, tanto para a malha da densidade na descarga quanto no nível da interface. Porém, ambos os controladores alcançaram um bom desempenho no controle, com ausência de oscilação e pequeno sobressinal em torno do *setpoint*. Em trabalhos futuros, deseja-se aprimorar o modelo de espessadores levando em conta a geometria cilíndrico-cônica do equipamento, além de validar-se o modelo com dados de operação mais consistentes de espessadores da Vale S.A.. Embora consistente, o modelo apresenta limitações consideráveis que podem fazer com que a aplicação de controladores robustos seja necessária.

## REFERÊNCIAS

- Betancourt, F., Bürger, R., Diehl, S., e Faràs, S. (2014). Modeling and controlling clarifier-thickeners fed by suspensions with time-dependent properties. *Minerals Engineering*, 62, 91–101.
- Bürger, R., Diehl, S., Faràs, S., Nopens, I., e Torfs, E. (2013). A consistent modelling methodology for secondary settling tanks: A reliable numerical method. *Water Science and Technology*, 68(1), 192–208.
- Camacho, E.F. e Alba, C.B. (2013). *Model predictive control*. Springer Science & Business Media.
- Concha, F. (2014). *Solid-liquid separation in the mining industry*. Springer.
- Gunson, A., Klein, B., Veiga, M., e Dunbar, S. (2012). Reducing mine water requirements. *Journal of Cleaner Production*, 21(1), 71–82.
- Hogg, R. (2013). Bridging flocculation by polymers. *KONA Powder and Particle Journal*, 30, 3–14.
- Jewell, R., Fourie, A., Lord, E., e of Western Australia. Australian Centre for Geomechanics, U. (2002). *Paste and Thickened Tailings: A Guide*. Australian Centre for Geomechanics.
- Kynch, G.J. (1952). A theory of sedimentation. *Transactions of the Faraday Society*, 48, 166–176.
- Luz, A.B., Sampaio, J.A., e Almeida, S.L.M. (2010). *Tratamento de Minérios*. Centro de Tecnologia Mineral (CETEM).
- Magalhães, S.A.F. e Euzébio, T.A.M. (2018a). Controle DMC adaptativo aplicado ao processo de espessamento contínuo. In *XXII Congresso Brasileiro de Automática*. João Pessoa, Brasil.
- Magalhães, S.A.F. e Euzébio, T.A.M. (2018b). Supervisory fuzzy controller for thickener underflow solids concentration on a simulated platform. In *6th International Congress on Automation in Mining. GECAMIN*. Santiago, Chile.
- Rivera, D.E., Morari, M., e Skogestad, S. (1986). Internal model control: PID controller design. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 25(1), 252–265.
- Santos, R.R., Meech, J.A., e Ramos, L. (1995). Thickener operations at carajas using a fuzzy logic controller. In *1995 IEEE International Conference on Systems, Man and Cybernetics. Intelligent Systems for the 21st Century*, volume 2, 1636–1639. Vancouver, Canada.
- Tan, C.K., Bao, J., e Bickert, G. (2017). A study on model predictive control in paste thickeners with rake torque constraint. *Minerals Engineering*, 105, 52–62.
- Wills, B.A. e Finch, J. (2015). *Wills' mineral processing technology: an introduction to the practical aspects of ore treatment and mineral recovery*. Butterworth-Heinemann.
- Zhang, J., Yin, X., e Liu, J. (2016). Economic MPC of deep cone thickeners in coal beneficiation. *The Canadian Journal of Chemical Engineering*, 94(3), 498–505.