

PRINCÍPIO DO EQUIVALENTE CERTO NO PLANEJAMENTO DA OPERAÇÃO ENERGÉTICA DE SISTEMAS HIDROTÉRMICOS DE POTÊNCIA

THAYZE D’MARTIN COSTA*, MÔNICA DE SOUZA ZAMBELLI*, SECUNDINO SOARES*

**Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação, UNICAMP, Campinas, SP*

Emails: `thayze@cose.fee.unicamp.br`, `monica@cose.fee.unicamp.br`,
`dino@cose.fee.unicamp.br`

Abstract— This paper assesses the extent to which the Principle of the Certainty Equivalence (PEC) is valid in the planning of the energy operation (POE) of hydrothermal power systems through the study of the steady state operation of a hydrothermal system constituted by a hydroelectric plant with accumulation reservoir and a thermoelectric plant that meet a stationary load. Without the limitations of the curse of dimensionality, operational policies based on stochastic and deterministic dynamic programming could be applied to the system without simplifications. The study begins by changing the original POE model to ensure the theoretical conditions of the PEC and proving the equivalence between the deterministic and stochastic approaches. Subsequently, these changes are progressively eliminated, returning to the original model while monitoring impacts on the two approaches. The conclusion is that POE is a problem that although it does not satisfy the theoretical conditions of the PEC it is close enough that operational policies based on deterministic optimization present performance comparable to the policies based on stochastic optimization.

Keywords— Dynamic programming, optimal control, power planning, hydropower systems.

Resumo— Este artigo avalia em que medida o Princípio do Equivalente Certo (PEC) é válido no planejamento da operação energética (POE) de sistemas hidrotérmicos de potência através do estudo da operação em regime permanente de um sistema hidrotérmico constituído por uma usina hidrelétrica com reservatório de acumulação e uma usina termelétrica que atendem uma carga estacionária. Sem as limitações advindas da maldição da dimensionalidade, políticas operativas baseadas em programação dinâmica estocástica e determinística puderam ser aplicadas ao sistema sem simplificações. O estudo começa alterando o modelo de POE original para assegurar as condições teóricas do PEC e comprovando a equivalência entre as abordagens determinística e estocástica. Posteriormente, essas alterações são progressivamente eliminadas retornando ao modelo original e monitorando os impactos nas duas abordagens. A conclusão é que POE é um problema que, embora não atenda as condições teóricas do PEC, está próximo o suficiente para que políticas operativas baseadas em otimização determinística apresentem desempenho comparável às políticas baseadas em otimização estocástica.

Palavras-chave— Programação dinâmica, controle ótimo, planejamento energético, sistemas de energia hidrelétrica.

1 Introdução

O planejamento da operação energética a longo prazo de sistemas hidrotérmicos de potência (POE) busca encontrar uma política (regra de decisão, lei de controle) para o despacho de geração em cada mês, minimizando o custo total esperado de operação durante um certo horizonte de planejamento e respeitando as restrições operacionais do sistema. Este problema é complexo devido à não linearidade e não convexidade da função objetivo e à estocasticidade, principalmente associada à incerteza das vazões (Yeh, 1985) (Labadie, 2004).

A Programação Dinâmica Estocástica (PDE) é a técnica tradicionalmente empregada para resolver este problema (Stedinger et al., 1984), pois permite modelar explicitamente a incerteza das vazões por meio de funções de distribuição de probabilidade e representar a não linearidade inerente ao problema. No entanto, não pode ser diretamente aplicada a um sistema de grande porte devido à “maldição da dimensionalidade”, a qual acarreta um crescimento exponencial do esforço computacional com o número de variáveis de estado.

Para superar essa desvantagem da PDE, algumas estratégias foram propostas, tais como a agregação de sistemas multi-reservatórios em reservatórios compostos para reduzir o tamanho do problema (Arvanitidis and Rosing, 1970) (Duran et al., 1985), e aproximações lineares da função de custo futuro e da função de produção hidrelétrica para simplificar o procedimento de otimização (Gjelsvik et al., 2010). Essas simplificações causam redução de desempenho das políticas operativas baseadas em PDE não devidamente estimado.

Embora não existam avaliações dos impactos dessas simplificações de modelagem nas políticas baseadas em PDE, elas são a grande maioria das abordagens propostas para o POE (Lamond, 1996). Mas para justificar simplificações de modelagem que permitem o uso da PDE em sistemas de múltiplos reservatórios, os benefícios da PDE em relação às políticas operativas baseadas em otimização determinística, que não são restritas pela maldição da dimensionalidade, precisam ser avaliados.

Poucos trabalhos na literatura se ocuparam da comparação de desempenho entre abordagem estocástica e determinística para o POE. Em

(Araripe Neto et al., 1985), a PDE foi comparada a programação dinâmica determinística em aplicação ao sistema equivalente do Sudeste (Sul) brasileiro durante planejamento de 60 meses de horizonte. Embora o resultado das simulações para 1000 séries sintéticas tenha apontado melhor desempenho da PDE, a conclusão fica prejudicada pela equívoco de não considerar na análise o estado final de armazenamento do sistema. O mesmo equívoco é cometido na comparação realizada em (Maceira et al, 2003), e na maioria das comparações realizadas com sistemas reais e em regime transitório. Políticas mais agressivas gastam mais a água dos reservatórios, para o mesmo estado de volume armazenado no sistema, que políticas mais conservadoras que adotam a estratégia oposta, razão pela qual é fundamental incluir na comparação os estados finais de volume armazenado segundo as diferentes políticas.

Neste artigo, o POE será considerado para sistemas com um único reservatório, uma vez que o objetivo é analisar o desempenho das políticas baseadas em programação dinâmica sem simplificações devidas à dimensionalidade do problema. Apesar de ser o sistema mais simples do ponto de vista da dimensão, ele preserva toda a natureza estocástica do POE. Por outro lado, vários sistemas hidrotérmicos no Brasil e no mundo são constituídos de um único reservatório, seja porque contam com diversas usinas à fio d'água e apenas uma usina com reservatório a montante, ou porque são sistemas modelados de forma agregada por um único reservatório equivalente.

2 Formulação

O POE para um sistema de um único reservatório pode ser formulado como o seguinte problema não linear de otimização estocástica sequencial:

$$\min_{u_t} J_\infty(u) = \mathbb{E}_w \left[\sum_{t=0}^{\infty} f(x_t, u_t) \right] \quad (1)$$

sujeito a

$$x_{t+1} = x_t + (w_t - u_t)\beta_t \quad (2)$$

$$f := c \cdot (d_t - g(x_t, u_t))^2 \quad (3)$$

$$g := k \cdot h(x_t, u_t) \cdot \min\{u_t, q^{max}\} \quad (4)$$

$$h := p^{mon}(x_t) - p^{jus}(u_t) - p^{per} \quad (5)$$

$$x^{min} \leq x_t \leq x^{max} \quad (6)$$

$$u_t \geq u^{min} \quad (7)$$

$$t = 0, 1, 2, \dots$$

$$x_0 \text{ dado}$$

t : estágio (meses);

x_t : armazenamento no início do estágio t (hm^3);

u_t : vazão defluente em t (m^3/s);

w_t : vazão afluyente em t (m^3/s);

d_t : demanda de carga em t (MW);

f : custo da geração termelétrica complementar (\$);

g : função de geração hidrelétrica (MW);

h : função queda líquida (m);

p^{mon} : função polinomial cota montante (m);

p^{jus} : função polinomial cota jusante (m);

p^{per} : perda hidráulica média (m);

β_t : fator de conversão de m^3/s para $hm^3/mês$;

k : produtividade específica ($MW/m^3/s/m$);

c : fator de custo de geração termelétrica ($\$/MW^2$);

x^{min}, x^{max} : limites de armazenamento (hm^3);

q^{max} : vazão turbinada máxima (m^3/s);

u^{min} : vazão defluente mínima (m^3/s).

A defluência u e o armazenamento x são as variáveis de controle e de estado, respectivamente, enquanto que a vazão afluyente w é a variável aleatória do problema. A equação dinâmica discreta (2) descreve o balanço hídrico do reservatório. A função g descreve a geração de energia hidrelétrica a partir da queda líquida e da vazão defluente. A partir de g , o custo f da complementação da demanda com energia termelétrica pode ser determinado. Por fim, a função objetivo J_∞ representa o custo total esperado da operação do sistema para um horizonte infinito (regime permanente).

A notação $t(m, y)$ é usada para enfatizar o mês m e o ano y do estágio t . O objetivo do problema é obter a lei de controle ótimo $u_{t(m,y)}^* = u^m(x_{t(m,y)}, w_{t(m,y)-1})$ que minimize o custo total esperado J_∞ . É assumido que a demanda de carga seja estacionária, podendo ter sazonalidade mensal assim como as afluências, para que seja possível a obtenção de uma política em regime permanente. Dessa forma, 12 políticas u^m serão obtidas, uma para cada mês do ano.

3 Programação dinâmica

A Programação Dinâmica Estocástica Markoviana (PDEM) é uma das técnicas utilizadas para obter políticas para o problema da Seção 2. Trata-se de uma técnica baseada na resolução da equação (8), no sentido regressivo dos estágios ($t = T, T-1, \dots, 2, 1, 0$), atendendo ao princípio de otimalidade de Bellman (Bellman, 1957) e respeitando as restrições e a dinâmica do sistema.

$$V_t(x_t, w_{t-1}) = \min_{u_t} \{f(x_t, u_t) + \mathbb{E}_{w_t}[V_{t+1}(x_{t+1}, w_t)]\} \quad (8)$$

Denominando V_t como a função de custo futuro esperado, o controle ótimo u_t^* correspondente é aquele que busca o compromisso ótimo entre o custo presente (imediatamente) e o custo futuro esperado.

No contexto do POE, como (1) considera um horizonte infinito, a equação recursiva (8) deve ser resolvida até que as regras de decisões u^m para cada mês do ano não se alterem mais, dentro de uma dada tolerância. Em uma abordagem discreta da PDEM, x e w são discretizados

em $\{x^1, x^2, \dots, x^M\}$ e $\{w^1, w^2, \dots, w^N\}$, respectivamente.

O valor esperado em (8) é estimado por

$$\mathbb{E}_{w_t}\{\cdot\} = \sum_{j=1}^N \left[\mathbb{P}(w_t = w^j | w_{t-1}) V_{t+1}(x_{t+1}, w_t) \right], \quad (9)$$

onde a probabilidade \mathbb{P} é estimada usando uma função de distribuição acumulada condicionada a w_{t-1} , na faixa correspondente à vazão w^j .

O processo iterativo se inicia considerando o custo terminal $V_T(x_T, w_T) = 0$. A variável u_t pode ser tratada como contínua e ser calculada por alguma técnica de busca unidimensional. Para cada t , registra-se u_t^* e V_t^* para cada par (x_t^i, w_{t-1}^j) , $i = 1, 2, \dots, M$, $j = 1, 2, \dots, N$.

A função densidade de probabilidade condicionada de $w_{t(m,y)}$ pode ser estimada segundo uma distribuição normal $N(\mu_{m|m-1}, \sigma_{m|m-1})$, com os parâmetros estimados por (10) e (11), onde μ_m e σ_m representam a média e o desvio padrão das vazões do mês m e ρ_m representa a correlação entre as vazões dos meses $m-1$ e m .

$$\mu_{m|m-1} = \mu_m + \rho_m \frac{\sigma_m}{\sigma_{m-1}} (w_{t-1} - \mu_{m-1}), \quad (10)$$

$$\sigma_{m|m-1} = \sigma_m \sqrt{1 - \rho_m^2} \quad (11)$$

Para assumir uma distribuição lognormal, basta estimar os parâmetros acima sobre a série de vazões transformada $\hat{w}_t = \ln(w_t - \tau_m)$, com o parâmetro de deslocamento τ_m estimado conforme sugerido em (Stedinger, 1980).

Neste artigo outras duas abordagens baseadas em PD são estudadas. A primeira é a Programação Dinâmica Estocástica Independente (PDEI). Esta abordagem ignora a correlação temporal das vazões ($\rho_m = 0, m = 1, \dots, 12$) utilizando apenas um modelo independente de distribuição de probabilidades lognormal. Consequentemente, a equação recursiva da PDEI utiliza probabilidades não condicionadas para o cálculo do valor esperado.

A segunda abordagem é a Programação Dinâmica Determinística (PDD), onde assume-se que a correlação e o desvio padrão são nulos ($\rho_m = \sigma_m = 0, m = 1, \dots, 12$). Neste caso, ignora-se a incerteza das aflúncias assumindo que as vazões são iguais as médias mensais ($w_{t(m,y)} = \mu_m, \forall y$). O valor esperado em (8) é calculado deterministicamente baseado no volume do final do estágio resultante da ocorrência da vazão média durante o estágio.

A variável de estado na PDD e PDEI é reduzida a somente o armazenamento x_t , resultando em políticas mensais $u^m(x_{t(m,y)})$ dependentes apenas do volume.

3.1 Princípio do equivalente certo (PEC)

O PEC (Bryson and Ho, 1975) estabelece que a lei do controle ótimo para problemas de controle

estocástico tem a mesma estrutura da lei de controle ótimo para o problema determinístico (equivalente certo) associado. A única diferença é que na lei de controle estocástico as verdadeiras variáveis de estado, desconhecidas, são substituídas por seus valores esperados.

A validade deste princípio foi inicialmente provada para sistemas do tipo linear-quadrático-gaussiano (Joseph and Tau, 1961) (Gunckel and Franklin, 1963) com controle ilimitado, custo quadrático e ruído branco gaussiano, assumindo o padrão clássico de informação (Van de Water and Willems, 1981). A prova mais tarde foi estendida para alguns outros casos lineares com diferentes estatísticas (Bar-Shalom and Tse, 1974). Para casos práticos, na maioria das vezes o PEC não pode ser comprovado. Em tais casos, na falta de evidência contrária, experimentos com simulações são adequados para inferir se um sistema particular é equivalente certo ou próximo disso (Bar-Shalom, 1981).

Resumindo, a equivalência certa é garantida quando as seguintes condições são satisfeitas:

- (a) Não há restrições de desigualdade ativas nas variáveis de controle e de estado;
- (b) As entradas incertas são independentes e normalmente distribuídas;
- (c) O desempenho (custos ou benefícios) é medido por função quadrática;
- (d) A dinâmica do sistema é linear.

Em particular, o POE não atende a esses requisitos, entretanto, se o modelo estiver próximo à equivalência certa, a otimização determinística produz políticas de controle próximas as da otimização estocástica. Apesar de, para um grande conjunto de problemas de controle em reservatórios, a equivalência certa não valer, sistemas cujo principal propósito consiste na geração hidrelétrica podem ser uma exceção. Isto porque os reservatórios são mantidos em altos níveis para prover uma queda hidráulica ótima, a capacidade do reservatório não restringe significativamente a operação e o critério de desempenho é aproximado por uma função quadrática do armazenamento e da turbinagem (Philbrick Jr. and Kitanidis, 1999).

Os procedimentos reportados neste artigo avaliam a validade do PEC no POE em estudos de caso com um único reservatório em regime permanente no contexto de PD.

4 Simulação

Para avaliar o desempenho das três políticas baseadas em PD no POE, foram realizadas simulações sobre um longo cenário de aflúncias $W = \{w_1, \dots, w_T\}$. Após tomar uma decisão de defluência u_t , a vazão w_t se torna conhecida (simulação decisão-acaso) e então o armazenamento seguinte x_{t+1} é determinado de acordo com a equação (2).

O desempenho de cada política é quantificado

de acordo com as médias de custo, geração, ver-timento e produtividade. A produtividade em t é dada pela razão entre geração e a defluência do estágio t .

5 Procedimento

Como o POE não atende teoricamente às condições do PEC, o impacto da violação de cada uma de suas condições foi avaliado a partir da criação de um modelo ligeiramente modificado que atende ao PEC, por meio das seguintes alterações no modelo original:

1) Apesar de f em (1) ser usualmente bem aproximada por uma função quadrática, a função objetivo do problema não é exatamente quadrática devido à não linearidade de g . Uma maneira de assegurar a condição de critério quadrático do PEC é tornando g linear pela fixação da queda num valor constante $h(\cdot) = h_{med}$.

2) Apesar das vazões não serem variáveis aleatórias com distribuição normal e apresentarem correlação temporal, foram geradas séries sintéticas de vazões independentes temporalmente e normalmente distribuídas, a partir das médias e variâncias mensais amostrais da série histórica, que foram então usadas no cálculo das políticas e na realização das simulações para avaliação de desempenho.

3) Apesar de existirem as restrições de desigualdade em (6) e (7), os limites máximos foram alterados o suficiente para evitar que essas restrições ficassem ativas na solução.

O modelo modificado com essas três alterações e que portanto atende todas as condições do PEC compõe o primeiro estudo de caso. A partir desse modelo foram feitas alterações progressivas retornando ao modelo original do POE, podendo ser identificado o impacto específico de cada condição.

Para o sistema hidrotérmico considerado nos estudos foram usados dados da usina hidrelétrica de Furnas, localizada no rio Grande, com capacidade instalada de 1312 MW. Uma usina termelétrica de custo de geração quadrático e mesma capacidade foi também considerada.

Para cada estudo de caso, uma série sintética de 2000 anos foi gerada. No estudo de caso correspondente ao modelo original as séries sintéticas foram geradas por um modelo periódico autorregressivo de ordem 1 (Stedinger and Taylor, 1982). Uma metade foi usada para ajustar a política e a outra foi usada para simular a operação. As vazões e o armazenamento foram discretizados em $N = 20$ e $M = 100$ faixas, respectivamente, para a solução da equação recursiva. A variável u_t foi calculada por uma busca unidimensional por razão áurea. A tolerância de convergência das políticas foi de 10^{-4} . As funções de custo futuro e as políticas foram aproximadas por interpolação

cúbica de valores discretos. Nas simulações, o armazenamento x_0 foi sempre considerado em 50% de volume útil.

Foi assumido $c = 106.6$ para a função de custo. A queda líquida média de Furnas é de $h_{med} = 89.8 m$. A demanda D_t no problema foi assumida igual a potência instalada para todo estágio t . A Tabela 1 contém outras constantes presentes no modelo. Os coeficientes dos polinômios da cota volume e da cota montante e os dados estatísticos das vazões de Furnas estão disponíveis no Apêndice.

Tabela 1: Dados da usina de Furnas

k	u^{min}	q^{max}	x^{min}	x^{max}	p^{per}
$(\frac{MW}{(m^3/s)m})$	(m^3/s)	(m^3/s)	(hm^3)	(hm^3)	(m)
0.008633	204	1402	5733	22950	0.979

6 Resultados

Para cada estudo de caso, políticas ótimas foram obtidas por PD. Logo depois, foram feitas comparações por meio de simulações. Nos casos de 6.1 a 6.3, as simulações ocorreram sobre séries sintéticas com distribuição normal não correlacionadas e nos outros casos foram usadas séries correlacionadas com distribuição lognormal.

6.1 Estudo de caso 1

No estudo de caso 1, foram consideradas todas as três alterações no modelo de POE original de modo a satisfazer todas as condições do PEC. Na prática, a PD não pode ser aplicada a variáveis ilimitadas, então os limites foram suficientemente modificados para permitir a conjectura do que acontece no caso ilimitado. Foram adotadas as seguintes constantes:

$$x^{max} = 74600 hm^3, \quad q^{max} = 2100 m^3/s,$$

$$x^{min} = u^{min} = 0.$$

A Figura 1 mostra as regras de decisão dos meses de janeiro e julho obtidas por PDD e PDEI em regime permanente. As duas abordagens forneceram políticas muito similares, sendo que, em ambas, a turbinagem ótima converge para a vazão anual média ($926 m^3/s$) para todos os meses e para qualquer volume entre, aproximadamente, 20% e 80% da capacidade útil do reservatório. Decisões diferentes nas regiões fora desse intervalo ocorrem devido ao risco de violar os limites de volume.

É importante destacar que a PDD, por considerar um único cenário hidrológico de aflúências médias mensais, altera sua política bruscamente à medida que o volume se aproxima dos limites, ao passo que a PDEI, por considerar vários cenários com diferentes probabilidades, altera sua política

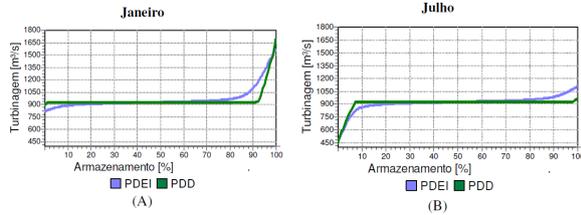


Figura 1: Políticas PDD e PDEI para o estudo 1.

de forma lenta e gradual. Isso proporciona à PDEI uma decisão mais arrojadada na região próxima ao armazenamento máximo, e uma decisão mais conservadora na região próxima ao armazenamento mínimo.

Os resultados indicam que, se não existissem limites de armazenamento, a decisão ótima seria turbinar um mesmo valor constante para todos os níveis de armazenamento em todos os meses. Realmente, com um reservatório infinito, a política ótima seria turbinar o valor médio das vazões, deixando que o reservatório absorva as diferenças entre a afluência e a defluência, assegurando uma geração hidrelétrica constante, e como a demanda é constante, consequentemente uma complementação termelétrica constante e mínima. É importante lembrar que nesse modelo que atende o PEC a função de geração hidrelétrica, que só depende da turbinagem, é linear, não havendo benefício em se operar o reservatório com um armazenamento maior, e portanto com maior queda e produtividade.

Ambas as políticas obtiveram o mesmo custo médio de operação e a mesma geração hidrelétrica média de $717.5 MW$. A produtividade média foi de $0.775 MW/m^3/s$, a qual corresponde a uma queda constante assumida de $89.8 m$. Este estudo de caso mostra que, sob as alterações consideradas, o POE satisfaz o PEC, e a política baseada na otimização determinística é equivalente à política baseada na otimização estocástica.

6.2 Estudo de caso 2

O segundo estudo de caso considera o POE somente com as duas primeiras alterações, retornando aos valores originais os limites das restrições de desigualdade, ou seja, os valores da Tabela 1.

As políticas de operação correspondentes estão apresentadas na Figura 2. Comparando com as políticas obtidas no estudo de caso anterior, nota-se a redução da faixa intermediária de armazenamento onde a decisão das duas políticas era constante e igual ao valor da vazão média.

Agora, as faixas inferior e superior de volume armazenado onde as decisões são afetadas pelos limites operacionais do reservatório predominam sobre todo o espaço de estado.

Surgem agora duas regiões do espaço de estado em cada mês do ano. A primeira região, in-

ferior, onde a PDEI é mais conservadora que a PDD, e a segunda região, superior, onde a PDEI é mais agressiva que a PDD. Essas duas regiões estão separadas em 30% do volume útil no mês de Janeiro, e 50% no mês de Julho.

Nota-se também que a restrição de turbinagem em janeiro esta ativa na política PDD a partir de 89 % de armazenamento, e na política PDEI a partir de 85%. Além disso, a faixa estável da política PDD foi reduzida, enquanto que na política PDEI ela desapareceu completamente.

A Tabela 2 contém os resultados médios de simulação.

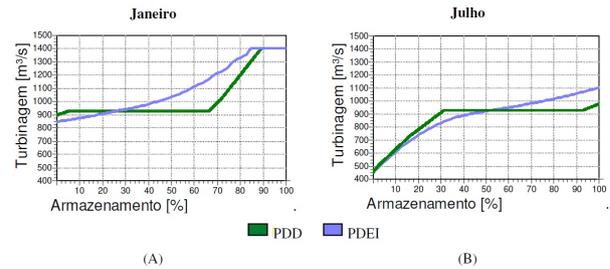


Figura 2: Políticas PDD e PDEI para o estudo 2

Tabela 2: Resultados da simulação do estudo 2

	Custo ($10^3\$$)	Geração (MW)	Vertimento (m^3/s)
PDD	38709	712.8	6.8
PDEI	38090	717.5	0.8

Apesar das diferenças nas políticas da Figura 2, observadas em todos os meses do ano, os resultados da simulação continuam próximos. A PDEI obteve um desempenho levemente melhor, com uma redução de custo de 1.6% e um aumento de 0.6% de geração hidrelétrica em relação à PDD. A PDD mostrou um vertimento médio de $6 m^3/s$, maior que da PDEI, devido ao seu comportamento mais conservador quando o volume está próximo do máximo. Baseado neste estudo, está claro que as restrições ativas interferem nas soluções ótimas do POE e que o problema não é equivalente certo. No entanto, observando os resultados da simulação, a diferença nos desempenhos não foram significativas.

6.3 Estudo de caso 3

No estudo de caso 3, além dos limites reais na variáveis de estado e controle, a queda líquida é considerada variável segundo a equação (5), e consequentemente a função objetivo deixa de ser quadrática, causando a violação de mais uma condição do PEC.

As políticas resultantes são apresentadas na Figura 3. Nota-se que o intervalo estável da PDD desaparece, sendo substituído por uma reta inclinada, padrão observado em todos os meses do ano. As políticas agora se preocupam com o impacto

que a queda tem na produtividade da usina hidrelétrica, reduzindo a turbinagem presente para obter ganhos futuros de produtividade decorrentes de operar o reservatório com maior volume armazenado. O risco de vertimento foi potencializado, tornando a PDD mais conservadora que a PDEI sobre todo o espaço de estados, em todos os meses do ano. Os resultados de simulação são apresentados na Tabela 3.

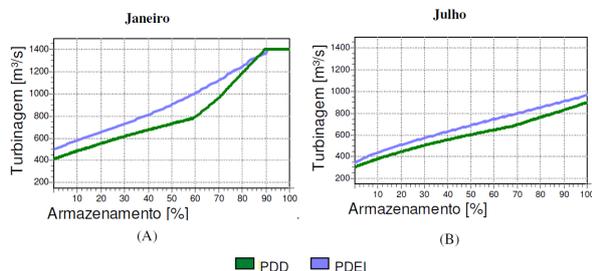


Figura 3: Políticas PDD e PDEI para o estudo 3.

Tabela 3: Resultados da simulação do estudo 3

	Custo (10 ³ \$)	Geração (MW)	Vertim. (m ³ /s)	Product. ($\frac{MW}{m^3/s}$)
PDD	39916	711.8	30.9	0.795
PDEI	38573	718.6	9.5	0.783

Nota-se que, em média, as diferenças aumentaram. A PDEI registrou 3.4% de redução no custo e 1% de aumento na geração se comparada com a PDD. Estas diferenças ocorrem devido a diferenças no vertimento, uma vez que a PDD verteu três vezes mais que a PDEI. Esta é uma consequência da PDD ser mais conservadora e manter o reservatório mais cheio que a PDEI. Por outro lado, a PDD provocou um aumento de 1.5% de produtividade média. Embora maior produtividade tenha acarretado aumento na geração, tal aumento não compensou as perdas por vertimento.

Em geral, pode-se dizer que o efeito queda afasta o POE da equivalência certa, sendo uma consequência das diferentes estratégias de evitar vertimentos segundo as abordagens determinística e estocástica.

6.4 Estudo de caso 4

Finalmente, para chegar a formulação original do POE proposta na Seção 2, as incertezas das afluências foram modeladas de acordo com uma aproximação de cadeia de Markov discreta com distribuição lognormal. Assim, a PDEM é agora incluída na análise.

Para ilustrar a modelagem das vazões, a função distribuição de probabilidade da lognormal condicionada ajustada para os meses de janeiro e julho aparecem na Figura 4(A)-(B). Para facilitar a visualização, somente 10 das 20 distribuições estão incluídas na figura, juntamente com a distribuição normal em negrito. As estatísticas mensais

das vazões aparecem na Figura 6 para uma melhor análise. Durante o período úmido, as vazões

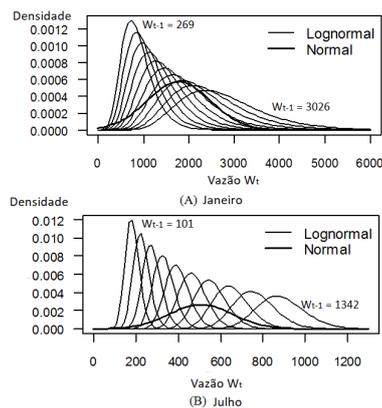


Figura 4: Funções densidade de probabilidade condicionadas das vazões de Furnas.

médias são altas, mas as correlações são baixas, resultando em distribuições como em (A), onde as variâncias são grandes. Por outro lado, durante o período seco as vazões são menores, mas as correlações são maiores, resultando distribuições como em (B), onde as variâncias são pequenas.

As políticas obtidas por PDD, PDEI e PDEM sobre a série sintética markoviana de 1000 anos aparece na Figura 5 para janeiro (A) e julho (B). Tal série sintética preserva as correlações temporais das vazões, diferentemente das séries usadas nas simulações anteriores.

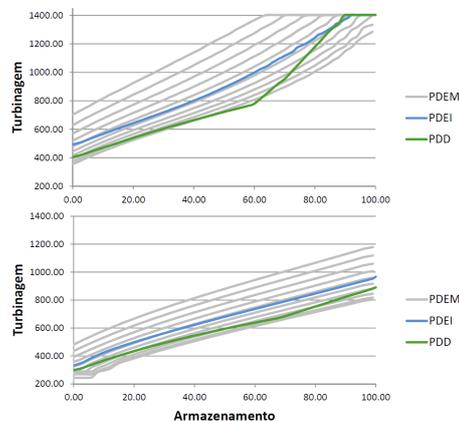


Figura 5: Políticas PDD, PDEI e PDEM de janeiro e julho para o estudo 4.

Na PDEM, cada política é associada a uma função de distribuição de probabilidade da Figura 4, de acordo com a vazão do estágio anterior. Observe que a política da PDEI não corresponde à posição central das políticas da PDEM, consequência da assimetria da distribuição lognormal. Os resultados da simulação para este estudo de caso são resumidos na Tabela 4.

Em decorrência do uso das correlações temporais entre as vazões, a PDEM proporciona redução de 0.5% no custo de operação em relação

Tabela 4: Resultados de simulação do estudo 4

	Custo ($10^3\$$)	Geração (MW)	Vertimento (m^3/s)	Produtiv. ($\frac{MW}{m^3/s}$)
PDD	45688	677.7	49.1	0.789
PDEI	44425	684.8	27.9	0.751
PDEM	44208	690.5	18.1	0.771

à PDEI, mostrando que as correlações existentes na série hidrológica não têm grande influência no POE, como indica a média de apenas 0.64 nas correlações ponderadas pelas médias mensais.

O custo médio da PDEI foi 2.8% mais baixo que o da PDD, uma pequena redução em relação ao estudo de caso anterior. A diferença de geração entre PDD e PDEM foi de 1%, e de 0.8% entre PDEI e PDEM. O vertimento médio resultante das abordagens estocásticas continuou menor que o da PDD. A PDEM obteve o menor vertimento médio, no entanto, sua produtividade foi reduzida.

6.5 Vertimentos turbináveis

Durante a simulação com as políticas baseadas em PD, do tipo decisão-acaso, observa-se a ocorrência de vertimentos turbináveis. Como todo vertimento turbinável é anti-econômico, uma estratégia operativa consiste em eliminá-los durante a simulação, como se o processo fosse acaso-decisão. As políticas operativas que trabalham com o reservatório mais cheio se beneficiam mais dessa eliminação, que é uma medida corretiva de bom senso uma vez que não tem sentido verter se for possível turbinar.

A Tabela 5 apresenta os resultados da simulação das políticas operativas, mas desta vez eliminando os vertimentos turbináveis.

Tabela 5: Resultados de simulação do estudo 4 eliminando vertimentos turbináveis

	Custo ($10^3\$$)	Geração (MW)	Vertim. (m^3/s)
PDD	44402	691.9	31.5
PDEI	43996	691.1	20.1
PDEM	43986	693.2	14.8

Nota-se que os custos operacionais reduziram significativamente para todas as políticas, redução de 2.8% para a PDD, 0.97% para a PDEI e 0.5% para a PDEM. Os benefícios foram maiores para a PDD, levando-a a um desempenho somente 1% abaixo da PDEM.

Os resultados indicam que, embora o POE seja um modelo de otimização estocástica sequencial que não atende as condições do PEC, ele se aproxima de satisfazê-las, assegurando pequena subotimalidade em relação às políticas baseadas em otimização determinística.

Este artigo avaliou o Princípio do Equivalente Certo (PEC) no planejamento da operação energética a longo prazo (POE) no contexto de programação dinâmica (PD). Os resultados mostraram que no modelo POE ligeiramente modificado onde as condições teóricas são satisfeitas, a equivalência certa ocorre entre as PDs determinística e estocástica. Posteriormente, os testes indicaram que, conforme cada condição deixa de ser atendida retornando ao modelo original, os modelos se afastam do PEC, mas continuam próximos dele.

A abordagem determinística determinou políticas mais conservadoras que as estocásticas, conduzindo a uma operação com queda líquida e produtividade média mais altas, ocasionando maiores vertimentos que nas políticas baseadas em otimização estocástica. Quando vertimentos turbináveis foram eliminados durante a simulação, a política determinística foi a mais beneficiada, ficando somente 1% abaixo de desempenho das políticas estocásticas.

Explorar as correlações das vazões na programação dinâmica estocástica markoviana resultou em pouco benefício na simulação. Isto se deve ao fato das correlações serem pequenas em períodos úmidos.

Portanto, embora não atenda as condições teóricas do PEC, o POE neste estudo de caso está próximo o suficiente para que políticas operativas baseadas em otimização determinística apresentem desempenho comparável às políticas baseadas em otimização estocástica. Em trabalhos futuros, deve-se verificar se esta afirmação é verdadeira para outras usinas e para sistemas de maior porte.

8 Apêndice

A Figura 6 contém as estatísticas da série de vazões e a Tabela 6 contém os coeficientes dos polinômios p^{mon} e p^{jus} , que são da forma $a_0 + a_1z + a_2z^2 + a_3z^3 + a_4z^4$.

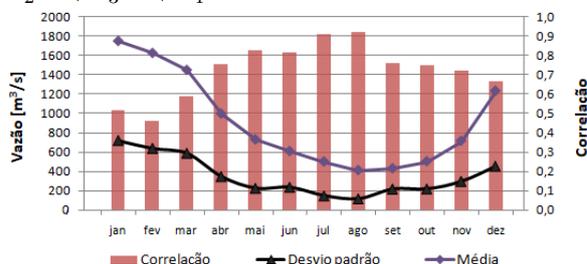


Figura 6: Médias, desvios padrões e correlações mensais das vazões de Furnas.

Agradecimentos

Agradecemos à Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior (CAPES), à Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

Tabela 6: Coeficientes das funções polinomiais da cota de montante e de jusante de Furnas

	a_0	$10^{-3}a_1$	$10^{-7}a_2$	$10^{-12}a_3$	$10^{-17}a_4$
p^{mon}	735.2	3.497	-1.974	6.917	-9.773
p^{jus}	671.6	1.017	-1.800	0.251	0

(FAPESP) e ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo suporte financeiro.

Referências

- Araripe Neto, T. A., Cotia, C. B., Pereira, M. V. F. and Kelman, J. (1985). Comparison of stochastic and deterministic approaches in hydrothermal generation scheduling, *IFAC Proceedings Volumes* **18**(7): 175–180.
- Arvanitidits, N. V. and Rosing, J. (1970). Composite representation of a multireservoir hydroelectric power system, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* (2): 319–326.
- Bar-Shalom, Y. (1981). Stochastic dynamic programming: Caution and probing, *IEEE Transactions on Automatic Control* **26**(5): 1184–1195.
- Bar-Shalom, Y. and Tse, E. (1974). Dual effect, certainty equivalence, and separation in stochastic control, *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**(5): 494–500.
- Bellman, R. (1957). *Dynamic programming*, Princeton University Press.
- Bryson, A. E. and Ho, Y. C. (1975). *Applied Optimal Control*, Hemisphere Publishing Corp, Washington, DC.
- Duran, H., Puech, C., Diaz, J. and Sanchez, G. (1985). Optimal operation of multireservoir systems using an aggregation-decomposition approach, *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems* (8): 2086–2092.
- Gjelsvik, A., Mo, B. and Haugstad, A. (2010). Long and medium-term operations planning and stochastic modelling in hydro-dominated power systems based on stochastic dual dynamic programming, *Handbook of power systems I*, Springer, pp. 33–55.
- Gunckel, T. F. and Franklin, G. F. (1963). A general solution for linear, sampled-data control, *Journal of Basic Engineering* **85**(2): 197–201.
- Joseph, P. D. and Tau, J. T. (1961). On linear control theory, *Transactions of AIEE* **80**(18): 193–196.
- Labadie, J. W. (2004). Optimal operation of multireservoir systems: state-of-the-art review, *Journal of water resources planning and management* **130**(2): 93–111.
- Lamond, Bernard F e Boukhtouta, A. (1996). Optimizing long-term hydro-power production using markov decision processes, *International Transactions in Operational Research* **3**(3-4): 223–241.
- Philbrick Jr., C. R. and Kitanidis, P. K. (1999). Limitations of deterministic optimization applied to reservoir operations, *Journal of Water Resources Planning and Management* **125**(3): 135–142.
- Stedinger, J. R. (1980). Fitting log normal distributions to hydrologic data, *Water Resources Research* **16**(3): 481–490.
- Stedinger, J. R., Sule, B. F. and Loucks, D. P. (1984). Stochastic dynamic programming models for reservoir operation optimization, *Water resources research* **20**(11): 1499–1505.
- Stedinger, J. R. and Taylor, M. R. (1982). Synthetic streamflow generation: 1. model verification and validation, *Water resources research* **18**(4): 909–918.
- Van de Water, H. and Willems, J. (1981). The certainty equivalence property in stochastic control theory, *IEEE Transactions on Automatic Control* **26**(5): 1080–1087.
- Yeh, W. W. G. (1985). Reservoir management and operations models: A state-of-the-art review, *Water resources research* **21**(12): 1797–1818.