

UMA FORMULAÇÃO PARA O PROBLEMA DE PLANEJAMENTO DE USINAS HIDRELÉTRICAS A CURTO PRAZO

PAULO CESAR FERREIRA F.^{*}, ADRIANO CHAVES L.[†], RODNEY REZENDE S. [‡]

^{*}*Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais - Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901, Belo Horizonte, MG, Brasil*

[†]*ENACOM Handcrafted Technologies, Rua Prof. José Vieira de Mendonça 770, 31310-260 Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil*

[‡]*Universidade Federal de Minas Gerais, Av. Antônio Carlos 6627, 31270-901 Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil*

Emails: pc_freitas@yahoo.com.br, adriano.lisboa@gaiasd.com, rodney@cpdee.ufmg.br

Abstract— This paper proposes a multiobjective formulation for the short term planning problem of the operation of a cascade system of hydroelectric plants. The level of the reservoirs, and the generation of electrical energy are optimized simultaneously. The generation function takes into account the effect of reservoir level, which has been modeled as a function of volume, the effect of elevation of tailrace level and hydraulic losses. Due to the time horizon considered, one day, demand and natural inflows were considered deterministic. Due to the non-linearity of the objective function and formulation containing integer and positive real variables, the techniques of nonlinear mixed integer programming and heuristics are applied to solve this problem.

Keywords— multiobjective optimization, short-term scheduling, hidropower generation, cascaded reservoirs

Resumo— Este trabalho propõe uma formulação multiobjetivo para o problema de planejamento a curto prazo da operação de um sistema em cascata de usinas hidrelétricas. O nível dos reservatórios e a geração de energia elétrica são otimizados simultaneamente. A função de geração leva em consideração o efeito do nível do reservatório, que foi modelado em função do volume, o efeito da elevação do nível do canal de fuga e as perdas hidráulicas. Devido ao horizonte de tempo considerado de um dia, a demanda e afluências naturais foram consideradas determinísticas. Com a não linearidade da função objetivo e a formulação contendo variáveis inteiras e reais positivas, aplicam-se para solução deste problema as técnicas de programação não linear inteira mista e heurísticas.

Palavras-chave— otimização multiobjetivo, planejamento a curto-prazo, planejamento da geração hidrelétrica, sistema em cascata

1 Introdução

O planejamento da geração em cascata das usinas hidrelétricas consiste em maximizar o aproveitamento do recurso hídrico enquanto satisfaz as várias restrições impostas ao sistema, como: capacidade de armazenamento dos reservatórios, capacidade de geração de energia elétrica dos geradores, limites de vazão, entre outros. No Brasil, com 81,7 % da energia oriundas das hidrelétricas, o problema vem sendo amplamente estudado devido a sua tamanha importância e complexidade (Vieira et al., 2015) (Guedes et al., 2017).

Devido à dificuldade de resolução do problema global, o problema de planejamento da operação é dividido nos horizontes de curto, médio e longo prazo (Encina, 1999). Os problemas de médio e longo prazo são geralmente tratados como estocásticos, pois há incertezas como demanda e fluxo natural de entrada e, por isso, faz-se necessário uso de técnicas distintas do problema a curto-prazo (Catalão et al., 2009). No horizonte de curto-prazo entretanto, não existem tais incertezas e o problema é usualmente tratado como determinístico. Por outro lado, neste horizonte faz-se necessário um detalhamento maior das características do sistema (Oliveira et al., 2005).

Na literatura, para resolução do problema de planejamento a curto prazo, modelos baseados em programação matemática foram amplamente discutidos. Estes se dividem em programação linear e programação não linear.

Neste contexto, sendo a função de geração conhecida por ser não linear, a formulação de um modelo de programação linear impõe uma garantia de otimalidade teórica e diversos algoritmos conhecidos da literatura podem ser aplicados (Oliveira et al., 2005). Entretanto, a linearização do problema pode levar a soluções que não representam o ótimo do problema original (Encina, 1999). Por outro lado, os modelos não lineares representam a função de geração e efeito de queda líquida com maior fidelidade. Estes podem ainda ter uma formulação convexa, onde diversos algoritmos da literatura podem garantir a otimalidade da solução, e não-convexo, onde não há garantia de otimalidade. As limitações computacionais devido à complexidade foram os principais empecilhos para utilização do modelo não linear nas últimas décadas (Oliveira et al., 2005).

Um dos primeiros trabalhos encontrados na literatura, Gagnon et al. (1974) formula o problema através de programação não linear para minimizar o déficit entre geração hidrelétrica e demanda.

Foi empregado o método de direções viáveis aplicado ao relaxamento Lagrangiano. Devido ao fato de não conseguir estabelecer a propriedade de convexidade na formulação proposta, os autores esclarecem o fato de que a solução encontrada pode compreender um ponto que não represente de fato o ótimo do problema de planejamento.

Em Catalão et al. (2009) é proposto uma abordagem não linear para o problema de planejamento a curto-prazo que considera o efeito da dependência na altura de queda líquida. A formulação monoobjetivo desenvolvida tem como objetivo maximizar a soma da energia produzida com o volume final armazenado nos reservatórios. O problema foi tratado como determinístico, ou seja, entradas naturais conhecidas, devido ao horizonte de tempo considerado de sete dias.

Em Vieira et al. (2015) a função objetivo consiste em minimizar o déficit entre potência gerada e demanda, sendo o problema resolvido a partir de programação não linear inteira mista. No trabalho, o nível do canal de fuga e as perdas hidráulicas são consideradas constantes. Assim, a partir de certas condições, a função de geração é fortemente crescente e algumas propriedades matemáticas podem ser impostas de forma a garantir a otimalidade na solução do problema.

Tong et al. (2013) e Guedes (2016) formularam o problema para resolução por programação linear inteira mista (MILP). Tong et al. (2013) resolveu o problema a curto-prazo por programação linear inteira mista. Desta forma, a produção de energia, assim como a função de altura de queda líquida, foram linearizadas por parte. De forma complementar, um estudo do efeito desta linearização foi realizado sob perspectiva da viabilidade da solução, que demonstrou a efetividade do método proposto.

Guedes (2016) propõe um modelo de MILP com poucas variáveis inteiras e uma função de geração linear por partes. A resolução se dá em duas fases. Na primeira, a descarga de cada unidade é determinada levando em consideração o nível do reservatório, o fluxo total rio abaixo de cada planta, os limites de descarga, a eficiência e a zona de operação, que é linearizada por partes. Posteriormente, resolve-se o MILP com poucas variáveis inteiras e função de geração linear por partes.

A utilização de técnicas baseadas em algoritmos evolutivos também foram abordadas, podendo citar: *Particle Swarm Optimization-PSO* (Fakhar et al., 2015) (Zhang et al., 2016), *Differential Evolution-DE* (Qin et al., 2010) (Guedes et al., 2015) e algoritmos genéticos-AG (Leite et al., 2002) (Fang et al., 2014). A utilização destas técnicas podem ser uma boa alternativa para tratar o problema de não convexidade do problema em questão. O desenvolvimento de estratégias para sair de ótimos locais do problema devem ser consideradas em sua aplicação.

Este trabalho apresenta uma formulação original multiobjetivo para o problema de planejamento a curto prazo de usinas hidrelétricas. A formulação busca representar de forma mais fiel as características do problema por meio de uma formulação não linear, que tem como objetivo maximizar o nível dos reservatórios e a geração de energia elétrica simultaneamente. Para avaliar a formulação, foi implementado o algoritmo *Differential Evolution for Multiobjective Optimization-DEMO* proposto por (Robic and Filipie, 2005).

A Tabela 1 apresenta uma revisão da literatura. A segunda coluna define se o problema foi formulado como um problema mono-objetivo (mono) ou multiobjetivo (multi). A terceira coluna (afluência) indica se o fluxo natural de entrada foi considerada determinístico ou estocástico. A coluna Nível indica as variáveis utilizadas para determinação do efeito de queda líquida, onde: V é o volume do reservatório e Q a vazão turbinada ou defluída.

Tabela 1: Revisão Bibliográfica

Artigo	Objetivo	Afluência	Nível
(Pereira and Pinto, 1991)	mono	estoc.	-
(Lyra and Ferreira, 1995)	multi	det.	V,Q
(Fleten and Kristoffersen, 2008)	mono	estoc.	V,Q
(Catalão et al., 2009)	mono	det.	V
(Qin et al., 2010)	multi	det.	-
(Cerisola et al., 2012)	mono	estoc.	V,Q
(Tong et al., 2013)	mono	det.	V,Q
(He et al., 2014)	mono	det.	-
(Vieira et al., 2015)	mono	det.	V
(Guedes et al., 2017)	mono	det.	V,Q

2 Construção da formulação

2.1 Função de Geração

A energia produzida por unidade de tempo de uma máquina geradora instalada na hidrelétrica é determinada através de (Encina, 1999) :

$$P = \eta_t \eta_g g \rho h Q_T \quad (1)$$

onde η_t é a eficiência da turbina (%), η_g é a eficiência do gerador (%), g é a aceleração da gravidade (m/s^2), ρ é a densidade da água, h é a altura de queda líquida (m) e Q_T é a vazão turbinada (m^3/s).

A aceleração da gravidade g e a densidade da água ρ são constantes, e podem ser comprimidas em uma constante k .

O rendimento é usualmente expresso em função do produto $\eta_t \times \eta_g$. Assim, o rendimento do conjunto pode ser definido por:

$$\eta = \eta_t \eta_g \quad (2)$$

A eficiência do conjunto η depende da vazão turbinada e da altura de queda líquida, e é expressa por uma função não linear. Devido às características da sua forma de onda, é conhecida como curva colina (Guedes et al., 2015).

A altura de queda líquida h corresponde a diferença entre o nível do reservatório h' e o nível do canal de fuga h'' , subtraídas as perdas hidráulicas h''' . Assim, a expressão pode ser expressa por:

$$h = h' - h'' - h''' \quad (3)$$

A perda hidráulica h''' é causada pelo atrito da água ao longo do seu percurso com as paredes da tubulação. Esta foi considerada constante para cada planta.

O nível do reservatório h' pode ser representado por uma função exponencial ou polinomial (Encina, 1999). Entretanto, para o planejamento a curto prazo, o nível do reservatório está sujeito a pequenas variações, sendo assim, este pode ser assumido constante neste cenário.

A função que descreve o nível do canal de fuga h'' tem características não linear e é dependente das vazões turbinada Q_T e vertida Q_V . Esta é usualmente expressa por uma função polinomial (Guedes et al., 2017). Desta forma, a potência fornecida por uma máquina pode então ser expressa por:

$$P = k\eta(h, Q_T)(h'(V) - h''(Q_T, Q_V) - h''')Q_T \quad (4)$$

onde V é o volume do reservatório.

Devido às características construtivas de alguns reservatórios, o vertimento ocorre distante do ponto de descarga das máquinas. Sendo assim, a vazão vertida Q_V exerce pouca influência no nível do canal de fuga, podendo sua parcela ser desprezada na equação 4. Desta forma, temos: $h''(Q_T)$.

2.2 Objetivos

O problema de despacho ótimo proposto neste trabalho é formulado como um problema multiobjetivo. Este consiste em maximizar o aproveitamento do recurso hídrico, maximizando a potência gerada ao mesmo tempo em que preserva o volume de água armazenado nos reservatórios. Isto, satisfazendo ainda um conjunto de restrições impostas ao problema.

2.2.1 Eficiência da Geração

A primeira função objetivo consiste em maximizar a razão entre potência gerada e vazão defluída (turbinada mais vertida), ou seja:

$$\max \sum_{i=1}^{n_u} \frac{\sum_{t=1}^T P_{t,i}}{\sum_{t=1}^T (Q_{T,t,i} + Q_{V,t,i})} \quad (5)$$

onde n_u é a quantidade de usinas hidrelétricas, T o horizonte de tempo do planejamento, $Q_{T,t,i}$ representa a vazão turbinada na planta i no período t , $Q_{V,t,i}$ representa a vazão vertida na planta i no período t , e $P_{t,i}$ a potência gerada pela planta i no período t .

Conforme a equação 5, a razão do somatório da potência em cada instante t pelo respectivo somatório das vazões nos respectivos instantes de tempo, fornece um valor de eficiência total no horizonte de planejamento avaliado.

2.2.2 Volume dos Reservatórios

A segunda função objetivo consiste em maximizar o montante de água armazenado nos n_u reservatórios, e pode ser expreso por:

$$\max \sum_{i=1}^{n_u} V_{T,i} \quad (6)$$

onde $V_{T,i}$ representa o volume armazenado no reservatório da planta i no final do horizonte de planejamento. Ou seja: dado um problema de planejamento diário, $T=24$, com subintervalo t de 0,5h, a função corresponde ao valor armazenado no período final, T .

2.3 Restrição da Demanda

Cada planta possui uma quantidade n_g de unidades geradoras. Sendo assim, a potência produzida pela planta i no período t , é dado por:

$$P_{t,i} = \sum_{j=1}^{n_g} P_{t,i,j} \quad (7)$$

A demanda de potência D_t no período t deve ser no mínimo equivalente ao montante total gerado por todas as unidades geradoras j de todas as plantas, ou seja:

$$\sum_{i=1}^{n_u} P_{t,i} \geq D_t \quad (8)$$

2.4 Restrição das Descargas

Sabe-se que a quantidade de descarga vertida por uma planta i deve ser um número positivo, caso contrário, o vertimento se daria à montante, o que não é possível, sendo assim:

$$Q_{V,t,i} \geq 0 \quad (9)$$

Devido às limitações da turbina e do gerador para uma determinada altura de queda líquida, pode-se definir uma zona de operação da forma:

$$Q_{T,\min,i,j} \leq Q_{T,t,i,j} \leq Q_{T,\max,i,j} \quad (10)$$

Para cada unidade geradora j de uma planta i , o fluxo turbinado máximo $Q_{T,\max,i,j}$ é definido

como sendo o fluxo que leva a máxima potência gerada para um valor específico de queda líquida $h_{i,j}$ (Guedes et al., 2017), e pode ser definido por:

$$Q_{T,\max,i,j} = Q_{T,\text{non},i,j} \left(\frac{h_{i,j}}{h_{,\text{non},i,j}} \right)^{\alpha_j} \quad (11)$$

onde $h_{,\text{nom},i,j}$ representa o valor nominal de queda líquida da unidade j da planta i , $Q_{T,i,j}$ representa o valor nominal de vazão turbinada da unidade j da planta i e α_j uma constante que depende do tipo da turbina, Pelton ou Kaplan. Sendo $\alpha_j \in [-1, 1]$ (Guedes et al., 2017).

Além da definição da vazão, descrita na equação 10, uma variável inteira z para definição de quais unidades estarão em operação pode ser adicionada. Desta forma, temos:

$$z_{t,i,j} Q_{T,\min,i,j} \leq Q_{T,t,i,j} \leq z_{t,i,j} Q_{T,\max,i,j}, \quad \forall t, i, j \quad (12)$$

$$z_{t,i,j} \in \{0, 1\}, \quad \forall t, i, j \quad (13)$$

A equações 12 e 13 podem atender tanto a questão de disponibilidade das máquinas devido a manutenção, quanto às restrições do ponto de operação não desejável para a unidade geradora. Nesse caso, em ambas situações, $z_{t,i,j}$ deve ser zero.

2.5 Restrição da Defluência

Uma planta i está sujeita a restrição ambiental que limita a elevação do canal de fuga (Guedes, 2016). Para isso, o montante defluído deve ser limitado a um valor máximo $Q_{D\max}$. Por outro lado, para manter o abastecimento de água das populações à jusante, deve-se manter um valor mínimo de defluência $Q_{D\min}$. Sendo assim, para uma planta i no período t , temos:

$$Q_{D\min} \leq Q_{D,t,i} \leq Q_{D\max} \quad (14)$$

2.6 Restrição de balanço hídrico

Considerando uma planta i com reservatório que pertence a um sistema em cascata que utilizam a mesma bacia hidrográfica. Desta forma, o montante de água defluída por uma planta que está imediatamente rio acima da planta i (à montante) deve ser considerada e somada ao fluxo de entrada natural. Assim, tem-se que:

$$\frac{1}{\Delta t} (V_{t,i} - V_{t-1,i}) + Q_{D,t,i} - \sum_{\Omega_i} Q_{D,t,i} = Q_{N,t,i} \quad (15)$$

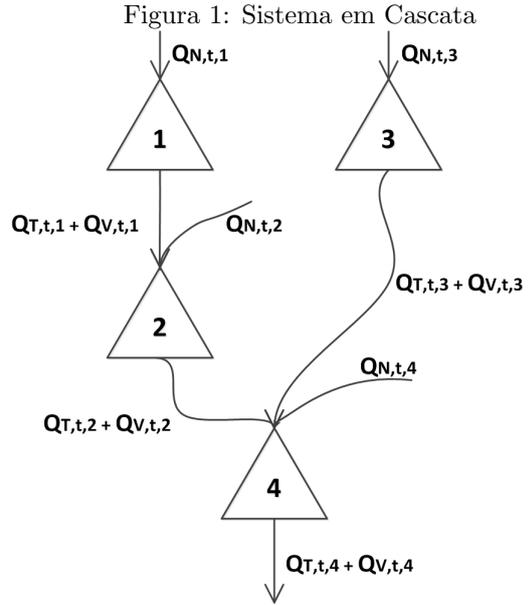
onde Δt corresponde ao período de tempo dos subintervalos do problema de planejamento, definido pelo intervalo $[t-1, t]$, $Q_{N,t,i}$ corresponde ao fluxo

natural de entrada no instante t na planta i e Ω_i corresponde ao conjunto de plantas que estão imediatamente acima da planta i .

No caso de plantas sem reservatório, a afluência deve ser igual ao montante defluído pela planta. Desta forma, a primeira parte de equação 15 deve ser desconsiderada. Sendo assim, a equação de balanço hídrico pode ser expresso por:

$$Q_{D,t,i} - \sum_{\Omega_i} Q_{D,t,i} = Q_{N,t,i} \quad (16)$$

A Figura 2 ilustra o modelo em cascata e as relações de balanço hídrico.



$Q_{T,t}$ é a vazão turbinada no instante t ; $Q_{V,t}$ é a vazão vertida no instante t ; e $Q_{N,t}$ é a vazão natural no instante t .

2.7 Restrição do capacidade dos reservatórios

O volume máximo $V_{\max,i}$ que pode ser armazenado em um reservatório i é definido pela capacidade física da barragem, e o volume mínimo $V_{\min,i}$ pode ser definido como o menor volume capaz de produzir uma certa quantidade de potência ativa. Assim, temos:

$$V_{\min,i} \leq V_{t,i} \leq V_{\max,i} \quad (17)$$

Com base nas equações de balanço hídrico 15 e 16, o volume do reservatório em um instante $V_{t,i}$, pode ser expresso como a soma do volume anterior $V_{t-1,i}$ com as afluências e defluências em um determinado intervalo Δt . Desta forma, tem-se:

$$V_{t,i} = V_{t-1,i} + \left(\sum_{\Omega_i} Q_{D,t,i} + Q_{N,t,i} \right) \Delta t \quad (18)$$

3 Formulação do Problema

A partir das equações descritas na seção 2, pode ser formulado o problema multiobjetivo para o planejamento a curto prazo da operação de um sistema em cascata de usinas hidrelétricas. Este consiste em maximizar o nível dos reservatórios e a geração de energia elétrica, simultaneamente. A formulação é dada por:

maximize

$$f_1 = \sum_{i=1}^{n_u} \frac{\sum_{t=1}^T P_{t,i}}{\sum_{t=1}^T (Q_{T,t,i} + Q_{V,t,i})} \quad (19)$$

$$f_2 = \sum_{i=1}^{n_u} V_{T,i} \quad (20)$$

sujeito a:

$$P_{t,i} = \sum_{j=1}^{n_g} k\eta(h_{t,i}, Q_{T,t,i,j})h_{t,i}Q_{T,t,i,j}, \quad \forall t, i \quad (21)$$

$$h_{t,i} = h'_{t,i}(V_{t,i}) - h''_{t,i}(Q_{T,t,i}) - h''', \quad \forall t, i \quad (22)$$

$$\sum_{i=1}^{n_u} P_{t,i} \geq D_t \quad \forall t \quad (23)$$

$$Q_{D,t,i} = \sum_{j=1}^{n_g} Q_{T,t,i,j} + Q_{V,t,i} \quad \forall t, i \quad (24)$$

$$z_{t,i,j}Q_{T,\min,i,j} \leq Q_{T,t,i,j} \leq z_{t,i,j}Q_{T,\max,i,j}, \quad \forall t, i, j \quad (25)$$

$$Q_{V,t,i} \geq 0 \quad \forall t, i \quad (26)$$

$$V_{\min,i} \leq V_{t,i} \leq V_{\max,i} \quad \forall t, i \quad (27)$$

$$\frac{1}{\Delta t}(V_{t,i} - V_{t-1,i}) + Q_{D,t,i} - \sum_{\Omega_i} Q_{D,t,i} = Q_{N,t,i} \quad \forall t, i \quad (28)$$

$$z_{t,i,j} \in \{0, 1\}, \quad \forall t, i, j \quad (29)$$

Conforme pode ser visto nas equações 19–29, o modelo contém variáveis reais positivas Q_V e Q_T , e variáveis inteiras z , para uma representação mais fiel do problema de planejamento da operação. Desta forma, esta observação quanto as variáveis de decisão devem ser levada em conta no método proposto para solução.

4 Simulações

Para avaliação do modelo proposto foi utilizado o sistema de plantas em cascata instalado no rio Araguari. Este consiste em quatro usinas: Nova Ponte (N.P.), Miranda, Capim Branco I (C.B.I) e Capim Branco II (C.B.II). O valor de α_j , apresentado na equação 11 é igual a 0,5 para h menor que h_{nom} e 1 caso contrário. O volume inicial dos reservatórios foi definido como sendo seu volume máximo. Os valores das vazões naturais e as demandas avaliadas neste trabalho estão disponíveis em (ENACOM, 2018).

A tabela 2 apresenta os parâmetros das usinas e seus respectivos geradores. As tabelas 3 e 4 apresentam os coeficientes do polinômio de grau quatro da função correspondente ao nível do reservatório $h(V)$ e o nível do canal de fuga $h''(Q_T, Q_V)$, respectivamente.

Tabela 2: Parâmetros: Plantas e Geradores

Parâmetros	N.P	Miranda	C.B.I	C.B.II
À Montante	-	N.P	Miranda	C.B.I
V_{\min}	2412	974	241	879
V_{\max}	12792	1120	241	879
$Q_{D\min}$	55	135	68	72
$Q_{D\max}$	2000	3000	880	1300
Geradores	3	3	3	3
Q_{Tnom}	192	225	165	179
h_{nom}	96	66,4	55	44,4
h'''	0,93	2,4	1,8	1,2

Fonte: (Guedes et al., 2017)

Tabela 3: Coeficientes para $h'(V)$

Grau	N.P	Miranda	C.B.I	C.B.II
Zero	752,15	684,70	594,02	527,36
Um	1,23E-2	-4E-3	3,5E-1	1,1E-1
Dois	-1,26E-6	-7,94E-7	-2,2E-3	-1,89E-4
Três	7,85E-11	2,79E-8	7,36E-6	1,93E-7
Quatro	-1,98E-15	-1,42E-11	-9,60E-9	-7,45E-11

Fonte: (Guedes et al., 2017)

Tabela 4: Coeficientes para $h''(Q_T, Q_V)$

Grau	N.P	Miranda	C.B.I	C.B.II
Zero	693,30	624,52	564,64	517,20
Um	1,26E-2	-1,8E-3	5,6E-3	4,5E-3
Dois	-1,27E-5	-5,98E-7	-1,85E-6	-2,47E-6
Três	8,51E-9	1,6E-10	3,25E-10	1,06E-9
Quatro	-2,148E-12	-1,99E-14	-2,09E-14	-1,87E-13

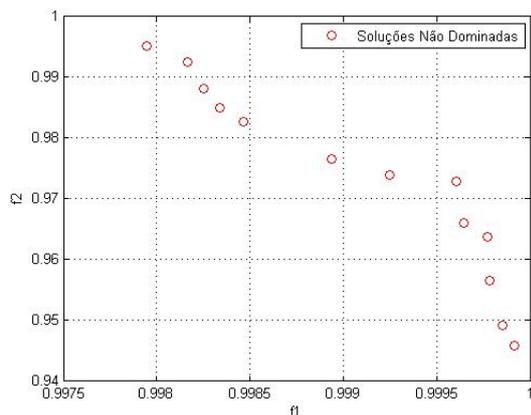
Fonte: (Guedes et al., 2017)

Os resultados obtidos foram gerados a partir do algoritmo *Differential Evolution for Multiobjective Optimization* (DEMO) proposto em (Robic and Filipie, 2005). O algoritmo *Differential Evolution* tem obtido excelentes resultados para o problema de planejamento da geração (Guedes et al., 2015).

4.1 Resultados Numéricos

A Figura 2 apresenta os resultados encontrados para uma instância de 24h, a mesma apresentada em (Guedes et al., 2017) e utilizada para validar a formulação apresentada neste trabalho. Entretanto, com a formulação multiobjetivo proposta, os resultados compreendem um conjunto de soluções que são apresentadas na Figura 2.

Figura 2: Conjunto de Soluções não Dominadas para instância de 24h normalizada



De forma a validar os resultados encontrados neste trabalho com os resultados da referência (Guedes et al., 2017), que apresenta uma formulação mono-objetivo, foi aplicado como critério de seleção a melhor avaliação da função f_2 (equação 20), ou seja, maximização do volume final dos reservatórios. Desta forma, a solução encontrada aplicando o critério de seleção deve ser equivalente à referência. A Figura 3 apresenta o resultado da curva de demanda e potência gerada para uma instância de 24h e a Figura 4 apresenta os valores de vazão turbinada aplicado o critério de seleção obtido através da formulação proposta e da referência.

Figura 3: Demanda e Geração para uma instância de 24h

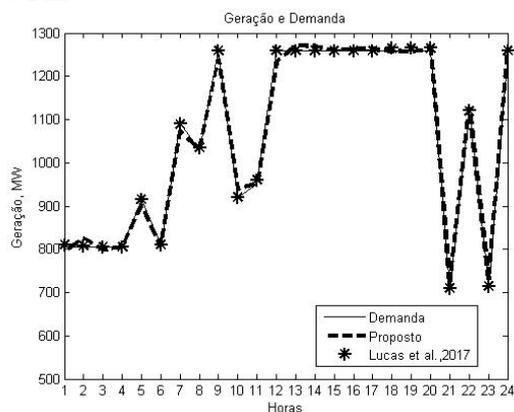
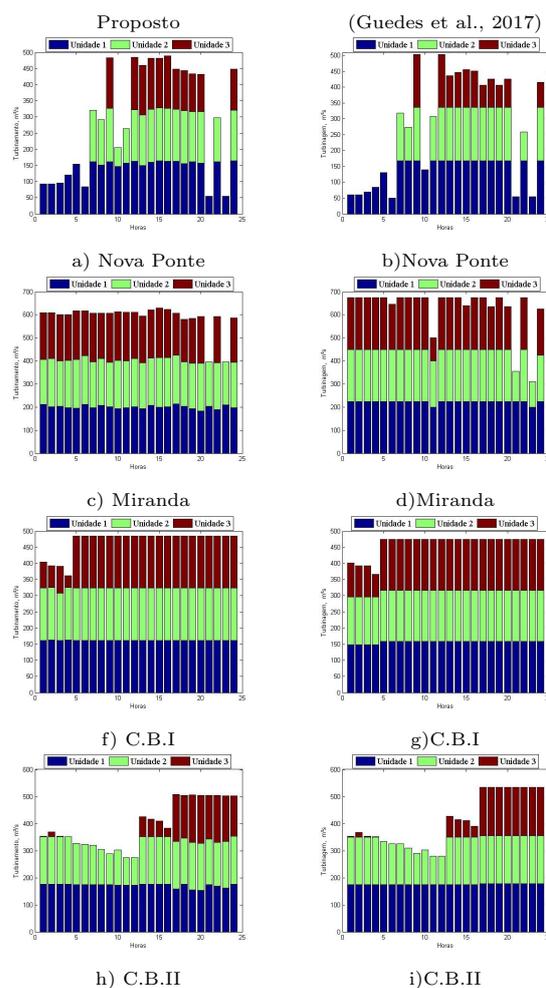


Figura 4: Vazões Turbinadas (m/s^2) para uma instância de 24h



Através dos resultados apresentados na Figura 4, percebe-se que o resultado alcançado com a formulação multiobjetivo proposta se aproxima suficientemente da referência aplicando o critério de seleção, validando assim, a formulação proposta neste trabalho. As diferenças encontradas podem ser explicadas devido a natureza estocástica do algoritmo utilizado para solução aplicado a formulação proposta, frente ao método exato utilizado pela referência. A Tabela 5 apresenta a quantidade de variáveis binárias e variáveis reais positivas para cada formulação.

Tabela 5: Quantidade de Variáveis

Variáveis	Proposto		(Guedes et al., 2017)	
	Binária	Reais	Binária	Reais
24h	288	288	1920	288
48h	576	576	3840	576

Conforme descrito na Tabela 5, as variáveis reais são equivalentes, entretanto, o número de variáveis binárias da referência é superior justificado

pela linearizações realizadas e definições de zonas de operação que fizeram-se necessárias a utilização de variáveis binárias.

5 Conclusões

O problema de planejamento a curto prazo exige uma representação mais fiel das características do problema de planejamento da geração por meio das hidrelétricas. A formulação proposta neste trabalho tenta aproximar o modelo a realidade do problema em questão.

Considerando a não linearidade da função objetivo, a presença de variáveis reais positivas e variáveis inteiras na formulação do problema, faz-se necessária a utilização de métodos de programação não linear inteira mista- MINLP.

Devido à complexidade e custo computacional, a utilização de métodos clássicos de MINLP em problemas de grande dimensão a partir da formulação proposta pode ser inviável.

A solução de MINLP pode ser realizada através de algoritmos de aproximação externa, algoritmo de branch-and-bound para PNL, algoritmos híbridos a partir das duas técnicas, entre outros. Algoritmos de aproximação externa se mostraram mais eficientes em diversas instâncias avaliadas por Wendel (de Melo, 2012).

A utilização de Metaheurísticas são boas opções para resolução do problema, conforme demonstrado no seção 4. Outras técnicas como algoritmos genéticos (GA) e otimização por enxame de partículas (PSO) também podem apresentar resultados satisfatórios (Zhang et al., 2016).

O desenvolvimento de heurísticas específicas para solução deste problema também podem ser considerada. Isso é possível a partir de observações do comportamento do sistema que levam a solução ótima, como posição da planta no sistema em cascata que leva a um melhor aproveitamento do recurso hídrico, eficiência da planta, entre outros (Lund and Guzman, 1999). Um estudo e desenvolvimento destas heurísticas específicas e regras podem ser encontradas em Soares and Carneiro (1991) e Lund and Guzman (1999). A utilização destas heurísticas reduzem o custo computacional requerido por meio de regras que simplificam o problema. Sendo assim, pode-se aplicar o modelo proposto aqui proposto a problema de dimensões maiores.

Desta forma, a partir do modelo proposto, podem-se aplicar diversas técnicas conhecidas da literatura para a resolução do problema, preservando as características particulares do problema a curto prazo.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com o apoio financeiro da CAPES - Brasil. Os autores agrade-

cem a FAPEMIG e o CNPq pelo apoio ao desenvolvimento desta pesquisa.

Referências

- Catalão, J. P. S., Mariano, S. J. P. S., Mendes, V. M. F. and Ferreira, L. A. F. M. (2009). Scheduling of head-sensitive cascaded hydro systems: A nonlinear approach, **24**: 337–346.
- Cerisola, S., Latorre, J. M. and Ramos, A. (2012). Stochastic dual dynamic programming applied to nonconvex hydrothermal models, *ELSEVIER* pp. 687–697.
- de Melo, W. A. X. (2012). *Algoritmos para programação não linear inteira mista*, Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Rio de Janeiro-RJ.
- ENACOM (2018). Araguari and madeira river cascade data. <http://www.enacom.com.br/files/Guedes2016-dispatch.zip>. Accessed: 2018-06-25.
- Encina, A. S. A. (1999). *Um modelo de otimização do despacho de máquinas em usinas hidrelétricas*, Master's thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas-SP.
- Fakhar, M. S., Kashif, S., Saqib, M. and Hassan, T. (2015). Non cascaded short-term hydro thermal scheduling using fully-informed particle swarm optimization, *ELSEVIER* **73**: 483–990.
- Fang, N., Zhou, J., Zhang, R., Liu, Y. and Zhang, Y. (2014). A hybrid of real coded genetic algorithm and artificial fish swarm algorithm for short-term optimal hydrothermal scheduling, *ELSEVIER* pp. 617–629.
- Fleten, S.-E. and Kristoffersen, T. K. (2008). Short-term hydropower production planning by stochastic programming, *ELSEVIER* pp. 2656–2671.
- Gagnon, C. R., Hicks, R. H., Jacoby, S. and Kowalik, J. (1974). A nonlinear programming approach to a very large hydroelectric system optimization, **6**: 28–41.
- Guedes, L. S. M. (2016). *Propriedades matemáticas para o problema de planejamento da geração hidrelétrica*, Master's thesis, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte- MG.
- Guedes, L. S. M., D.A.G.Vieira, Saldanha, R. R. and Lisboa, A. (2015). A continuous compact model for cascaded hydro-power generation and preventive maintenance scheduling, *Electrical Power and Energy Systems* **73**: 702–710.

- Guedes, L., Vieira, D. A. G., Lisboa, A. C. and Saldanha, R. R. (2017). A unit commitment algorithm and a compact milp model for short-term hydro-power generation scheduling, **32**: 3381–3390.
- He, Y., Xu, Q., Yang, S. and Yang, L. (2014). A novel chaotic differential evolution algorithm for short-term cascaded hydroelectric system scheduling, *ELSEVIER* **61**: 455–462.
- Leite, P. T., de França Mendes Carneiro, A. A. and de Ponce Leon Ferreira de Carvalho, A. C. (2002). Energetic operation planning using genetic algorithms, pp. 173–179.
- Lund, J. R. and Guzman, J. (1999). Derived operating rules for reservoirs in series or in parallel, *Journal of Water Resources Planning and Management* **125**: 143–153.
- Lyra, C. and Ferreira, L. R. M. (1995). A multi-objective approach to the short-term scheduling of a hydroelectric power system, **4**: 1750–1755.
- Oliveira, A. R., Soares, S. and Nepomuceno, L. (2005). Short term hydroelectric scheduling combining network flow and interior point approaches, *ELSEVIER* **27**: 91–99.
- Pereira, M. V. F. and Pinto, L. M. V. G. (1991). Multi-stage stochastic optimization applied to energy planning, *Mathematical Programming* **52**(1): 359–375.
- Qin, H., Zhou, J., Lu, Y., Wang, Y. and Zhang, Y. (2010). Multi-objective differential evolution with adaptive cauchy mutation for short-term multi-objective optimal hydro-thermal scheduling, *ELSEVIER* pp. 788–794.
- Robic, T. and Filipie, B. (2005). Demo: Differential evolution for multiobjective optimization, **3410**: 520–533.
- Soares, S. and Carneiro, A. A. F. M. (1991). Optimal operation of reservoirs for electric generation, **6**: 1101–1107.
- Tong, B., Zhai, Q. and Guan, X. (2013). An milp based formulation for short-term hydro generation scheduling with analysis of the linearization effects on solution feasibility, **23**: 3588–3599.
- Vieira, D. A. G., Guedes, L. S. M., Lisboa, A. C. and Saldanha, R. R. (2015). Formulations for hydroelectric energy production with optimality conditions, *ELSEVIER* **89**: 781–788.
- Zhang, J., Tang, Q., Chen, Y. and Lin, S. (2016). A hybrid particle swarm optimization with small population size to solve the optimal short-term hydro thermal unit commitment problem, *ELSEVIER* pp. 765–780.