

CONTROLADORES COMPLEXOS APLICADOS A VETORES ESPACIAIS: CARACTERÍSTICAS E VANTAGENS

RAFAEL C. NETO*, HELBER E. P. DE SOUZA†, FRANCISCO A. S. NEVES*, GUSTAVO M. S. AZEVEDO*, LEONARDO R. LIMONGI*

**Universidade Federal de Pernambuco
Recife/PE, Brasil*

†*Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Pernambuco
Pesqueira/PE, Brasil*

Emails: rafael.cavalcantineto@ufpe.br, helberelias@pesqueira.ifpe.edu.br,
fneves@ufpe.br, gustavo.msazevedo@ufpe.br, leonardo.limongi@ufpe.br

Abstract— Este trabalho apresenta as características e vantagens de utilizar-se controladores complexos aplicados a vetores espaciais. Uma fundamentação matemática é apresentada para demonstrar que o espectro harmônico de um vetor espacial exibe a sequência de fases de cada componente harmônica que compõe este vetor. Por consequência, um referencial vetorial pode ser utilizado para aplicações em que os sinais de referência do sistema de controle são trifásicos. Esta abordagem permite a implementação de controladores complexos que apresentam menor ordem, demandam menos elementos de memória e que podem apresentar menor tempo de resposta, quando comparados aos controladores reais já consolidados na literatura. Duas aplicações experimentais distintas são utilizados para avaliar o desempenho dos controladores complexos.

Keywords— Sistemas de Controle, Controlador complexo, Vetores espaciais, Compensação de harmônicas

Resumo— This work presents the characteristics and advantages of using complex controllers applied to space-vectors. A mathematical background is presented to show that the harmonic spectrum of a space-vector exhibits the phase sequence of each harmonic component that composes this vector. Consequently, a space-vector reference can be used for applications in which the control system has three-phase reference signals. This approach allows the implementation of complex controllers that present lower order, require less memory elements and have a faster response time than real controllers already consolidated in the literature. Two distinct experimental applications are used to evaluate the performance of the complex controllers.

Palavras-chave— Control systems, Complex controller, Space-vector, Harmonic compensation.

1 Introdução

Devido à crescente demanda por fontes renováveis de energia, tais como solar e eólica, um aumento significativo da quantidade de inversores trifásicos conectados à rede tem sido observado nas últimas décadas. A maioria das aplicações desses inversores apresenta uma estrutura de controle que contempla uma malha interna de corrente. Logo, a performance desses sistemas depende fortemente da estratégia de controle aplicada em suas malhas de corrente (Kazmierkowski and Malesani, 1998).

Diversas estratégias de controle foram propostas na literatura com o objetivo de controlar as correntes de saída em inversores trifásicos, ainda que esses sinais apresentem alto conteúdo harmônico. De forma geral, essas soluções são estruturas de controle que apresentam ganho infinito em um conjunto de frequências selecionado pelo projetista, sendo assim aplicáveis a sistemas em que se deseja compensar correntes com componentes harmônicas de ordens conhecidas.

Quando as referências de correntes são puramente senoidais, resultados satisfatórios são obtidos ao utilizar apenas um integrador generalizado de segunda ordem (*second order generalized integrator* – SOGI) (Zmood and Holmes, 2003), também conhecido como controla-

dor ressonante. Alternativamente, o controlador proporcional-integral (PI) aplicado em um referencial síncrono dq também pode ser utilizado para controlar sinais de referência senoidal (PI-SRF) (Bhattacharya et al., 1996).

Para aplicações em que se deseja controlar múltiplas componentes harmônicas, diversos trabalhos propuseram estruturas de controle cuja implementação é realizada em referencial estacionário, tais como múltiplos SOGIs em paralelo (Yuan et al., 2002) e controladores repetitivos (*repetitive controller* – RC) (Hara et al., 1988). Contudo, assim como feito para PI-SRF, referenciais síncronos podem ser utilizados com o objetivo de diminuir o número de controladores necessários (Bojoi et al., 2005). Por consequência, essas estratégias de controle passam a apresentar seletividade em sequência ao custo de utilizar transformadas rotacionais (Limongi et al., 2009).

Neste cenário, controladores complexos podem ser aplicados ao vetor espacial gerado por sinais de referência trifásicos. Ao fazer isso, o projetista obtém estruturas de controle que apresentam seletividade em frequência e sequência, sem requerer transformações rotacionais (Neves et al., 2014).

Neste artigo, são apresentadas as características e vantagens da utilização de vetores espaciais em coordenadas estacionárias como referências

para sistemas de controle. Além disso, é demonstrado que os controladores complexos propostos na literatura podem ser decompostos de soluções reais. Por fim, são comparados os desempenhos de alguns controladores reais e complexos.

2 Vetores Espaciais como Referências Complexas para Sistemas de Controle

2.1 Fundamentação Matemática

Dado um conjunto de sinais trifásicos periódicos desbalanceados e distorcidos, é possível representá-los em coordenadas abc através das seguinte equações:

$$s_a = \sum_{h=0}^{\infty} s_a^{(h)}; \quad s_b = \sum_{h=0}^{\infty} s_b^{(h)}; \quad s_c = \sum_{h=0}^{\infty} s_c^{(h)}, \quad (1)$$

em que a h -ésima componente harmônica das fases a , b e c , é descrita por

$$s_i^{(h)} = \begin{aligned} & S_i^{(h)} \cos(h\omega_1 t + \varphi_i^{(h)}) + \\ & S_o^{(h)} \cos(h\omega_1 t + \varphi_o^{(h)}) \end{aligned}, \quad (2)$$

para $i = a, b, c$. Nesta equação, as variáveis $S_i^{(h)}$, ω_1 e $\varphi_i^{(h)}$ representam a amplitude da componente harmônica h , a frequência fundamental e a fase dos sinais, respectivamente. O índice “ o ” é utilizado para representar a componente homopolar.

Conforme demonstrado em (Neves et al., 2009), ao utilizar a expansão de Euler nos termos não homopolares, a Equação (2) é reescrita por

$$s_i^{(h)} = \begin{aligned} & S_i^{(h)} \frac{e^{j(h\omega_1 t + \varphi_i^{(h)})} + e^{-j(h\omega_1 t + \varphi_i^{(h)})}}{2} \\ & + S_o^{(h)} \cos(h\omega_1 t + \varphi_o^{(h)}) \end{aligned}. \quad (3)$$

Logo, o vetor espacial de sinais trifásicos (avaliado a partir de um referencial abc) é calculado por

$$\vec{s}_{\alpha\beta} = \frac{2}{3} (s_a + s_b e^{j\frac{2\pi}{3}} + s_c e^{-j\frac{2\pi}{3}}). \quad (4)$$

A Equação (4) pode ser utilizada para representar as componentes harmônicas de (3) no referencial $\alpha\beta$. Ao fazer isso as componentes homopolares são eliminadas, resultando em

$$\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h)} = \frac{1}{3} \times \left[\begin{aligned} & e^{jh\omega_1 t} (S_a^{(h)} e^{j\varphi_a^{(h)}} + S_b^{(h)} e^{j\varphi_b^{(h)}} e^{j\frac{2\pi}{3}} + \\ & S_c^{(h)} e^{j\varphi_c^{(h)}} e^{-j\frac{2\pi}{3}}) + \\ & e^{-jh\omega_1 t} (S_a^{(h)} e^{-j\varphi_a^{(h)}} + S_b^{(h)} e^{-j\varphi_b^{(h)}} e^{j\frac{2\pi}{3}} + \\ & S_c^{(h)} e^{-j\varphi_c^{(h)}} e^{-j\frac{2\pi}{3}}) \end{aligned} \right]. \quad (5)$$

Ao analisar a expansão da exponencial complexa pela fórmula de Euler, e sabendo que $\cos(\theta)$ é uma função par e $\sin(\theta)$ é uma função ímpar, é possível representar $e^{-j\theta}$ pelo seu conjugado (representado por um asterisco sobrescrito):

$$e^{-j\theta} = (e^{j\theta})^*. \quad (6)$$

Utilizando essa propriedade, é possível manipular a Equação (5) de forma a obter

$$\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h)} = e^{jh\omega_1 t} \left[\frac{1}{3} (S_a^{(h)} e^{j\varphi_a^{(h)}} + S_b^{(h)} e^{j\varphi_b^{(h)}} e^{j\frac{2\pi}{3}} + S_c^{(h)} e^{j\varphi_c^{(h)}} e^{-j\frac{2\pi}{3}}) \right] + e^{-jh\omega_1 t} \left[\frac{1}{3} (S_a^{(h)} e^{j\varphi_a^{(h)}} + S_b^{(h)} e^{j\varphi_b^{(h)}} e^{-j\frac{2\pi}{3}} + S_c^{(h)} e^{j\varphi_c^{(h)}} e^{j\frac{2\pi}{3}}) \right]^*. \quad (7)$$

Considerando uma representação fasorial das componentes harmônicas, tem-se que

$$\tilde{S}_i^{(h)} = S_i^{(h)} e^{j\varphi_i^{(h)}}, \quad \text{para } i = a, b, c, \quad (8)$$

em que $S_i^{(h)}$ e $\varphi_i^{(h)}$ representam os valores de magnitude e ângulo de fase de $\tilde{S}_i^{(h)}$, respectivamente. Ao substituir a Equação (8) em (7), obtém-se

$$\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h)} = \begin{aligned} & \overbrace{e^{jh\omega_1 t} \left[\frac{1}{3} (\tilde{S}_a^{(h)} + \tilde{S}_b^{(h)} e^{j\frac{2\pi}{3}} + \tilde{S}_c^{(h)} e^{-j\frac{2\pi}{3}}) \right]}^{\tilde{S}_{\alpha\beta+}^{(h)}} \\ & + e^{-jh\omega_1 t} \left[\frac{1}{3} (\tilde{S}_a^{(h)} + \tilde{S}_b^{(h)} e^{-j\frac{2\pi}{3}} + \tilde{S}_c^{(h)} e^{j\frac{2\pi}{3}}) \right]^* \end{aligned} \underbrace{\hspace{10em}}_{\tilde{S}_{\alpha\beta-}^{(h)}}. \quad (9)$$

Os termos entre colchetes são os fasores de sequência positiva e negativa de Fortescue. Dessa forma, a Equação (9) pode ser observada como

$$\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h)} = e^{jh\omega_1 t} \tilde{S}_{\alpha\beta+}^{(h)} + e^{-jh\omega_1 t} \tilde{S}_{\alpha\beta-}^{(h)*}. \quad (10)$$

Assim, de forma genérica, um vetor espacial referente a uma componente harmônica qualquer de sequência positiva ou negativa é representado por

$$\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)} = \tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)} e^{jh_s \omega_1 t}, \quad (11)$$

em que

$$h_s = \begin{cases} h, & \text{para sequência positiva} \\ -h, & \text{para sequência negativa} \end{cases}.$$

Visto que $e^{jh_s \omega_1 t}$ (para $h_s \in \mathbb{Z}$) forma uma base ortogonal, é possível representar um conjunto de sinais trifásicos periódicos qualquer, sem componentes homopolares, através da soma de vetores de componentes harmônicas $\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}$.

2.2 Espectro Harmônico de um Vetor Espacial

A transformada de Fourier pode ser utilizada para possibilitar a análise no domínio da frequência do vetor espacial (Neves et al., 2009). Logo,

$$\mathfrak{F}\{\vec{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}\} = \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)} e^{jh_s \omega_1 t} \cdot e^{-j\omega t} dt, \quad (12)$$

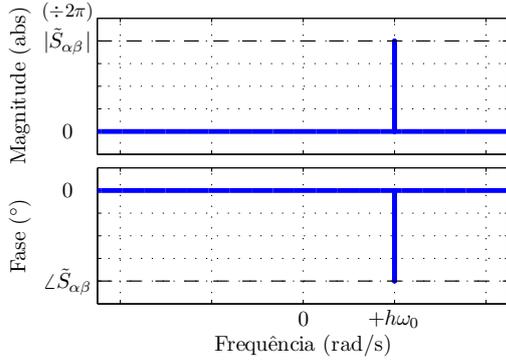


Figura 1: Resposta em frequência de $\mathfrak{F}\{\tilde{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}\}$ com harmônica h_s de sequência positiva.

que, como $\tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)}$ é um número complexo constante, pode ser reescrita por

$$\mathfrak{F}\{\tilde{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}\} = \tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j(\omega - h_s\omega_1)t} dt,$$

$$\mathfrak{F}\{\tilde{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}\} = 2\pi \cdot \tilde{S}_{\alpha\beta}^{(h_s)} \cdot \delta(\omega - h_s\omega_1), \quad (13)$$

em que $\delta(\omega - h_s\omega_1)$ representa um impulso unitário deslocado em $h_s\omega_1$.

Os gráficos de magnitude e fase do espectro de um vetor espacial $\tilde{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}$ (para componente harmônica h_s de sequência positiva) são exibidos na Figura 1. A partir destes gráficos, observa-se que o espectro de um vetor espacial não apresenta simetria em relação ao eixo das ordenadas. Esta característica é observada porque o vetor espacial $\tilde{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}$ é representado por um sinal complexo no domínio do tempo. É importante destacar que frequências positivas representam componentes harmônicas de sequência positiva, enquanto as frequências negativas representam sequência negativa.

2.3 Vetores Espaciais como Referências Complexas para Sistemas de Controle

Ao considerar um sistema em que um filtro ativo de potência (APF) em paralelo deve compensar as componentes harmônicas de corrente requeridas por um retificador trifásico a diodos, os sinais de referência em abc apresentam todas as componentes harmônicas da família $(6k \pm 1, k \in \mathbb{N})$. De fato, independentemente de qual seja a sequência de fase (positiva ou negativa) das correntes consumidas pelo retificador, as correntes de fase (i_a , i_b e i_c) possuirão elevado conteúdo harmônico nas componentes $(6k \pm 1, k \in \mathbb{N})$, conforme exibido no espectro harmônico da corrente fase a (Figura 2).

Considerando a aplicação supracitada, as correntes i_a , i_b e i_c são representadas por sinais reais. Por consequência, controladores reais sintonizados nas frequências $(6k \pm 1, k \in \mathbb{N})$ podem ser aplicados em referenciais abc ou $\alpha\beta$ para compensar ambas as sequências positiva e negativa.

Contudo, ao utilizar a notação de vetores espaciais, torna-se possível distinguir as componentes harmônicas de sequência positiva e sequência

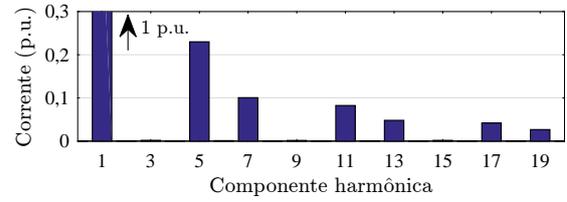


Figura 2: Espectro harmônico da corrente da fase a de um retificador trifásico.

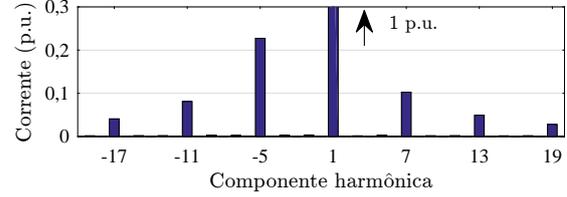


Figura 3: Espectro harmônico do vetor espacial das correntes de um retificador trifásico.

negativa das correntes trifásicas, conforme apresentado na subseção anterior. A Figura 3 apresenta o espectro harmônico do vetor espacial obtido a partir das correntes de entrada medidas nas entradas de um retificador trifásico. De fato, esse vetor espacial é calculado por

$$\vec{s}_{\alpha\beta} = \sum_h \tilde{s}_{\alpha\beta}^{(h_s)}, \quad (14)$$

em que $h_s = (6k + 1, k \in \mathbb{Z})$, ou seja, $h_s = \{\dots, -17, -11, -5, 1, 7, 13, 19, \dots\}$.

Dessa forma, um controlador complexo pode ser aplicado ao vetor espacial do erro em um sistema de controle. Ao fazer isso, obtém-se uma solução seletiva em sequência que permite regular apenas as componentes harmônicas necessárias. Além disso, o sistema de controle real com múltiplas entradas e múltiplas saídas (MIMO) em referencial estacionário pode ser simplificado em um sistema complexo com única entrada e única saída (SISO) (Luo et al., 2016).

3 Controladores Complexos Aplicados a Vetores Espaciais

Um controlador complexo é caracterizado por exibir uma resposta em frequência assimétrica em relação ao eixo das ordenadas. Visto que esta característica também é observada na representação de sinais trifásicos através de vetores espaciais, os controladores complexos representam uma alternativa eficiente para este tipo de aplicação.

De acordo com o princípio do modelo interno (Francis and Wonham, 1975), se o sistema de controle for estável e sua função de transferência em malha aberta (FTMA) possuir um par de polos complexos conjugados alocados no eixo imaginário na frequência ω_1 , o controlador garante erro nulo em regime permanente para rastreamento de referências senoidais com frequência ω_1 . Essa definição pode ser estendida para controladores complexos ao considerar que um polo pode ser alocado sem seu complexo conjugado. Contudo, se esse controlador é aplicado a vetores espaciais, as

harmônicas negativas representam componentes de sequência negativa. Logo, controladores complexos atuam de forma seletiva em sequência.

Por consequência, estes controladores podem ser classificados em: soluções que alocam um único polo imaginário, como o integrador generalizado de ordem reduzida (*reduced order generalized integrator* – ROGI) (Busada et al., 2012); estruturas de controle que alocam mais de um polo imaginário de forma independente, como múltiplos ROGIs em paralelo (Zeng et al., 2014); e controladores que alocam múltiplos polos, aplicando ganho infinito em um conjunto periódico de componentes harmônicas, como o controlador repetitivo de ordem $nk + m$ (Luo et al., 2016). Para selecionar a estratégia adequada para a sua aplicação, o projetista deve avaliar o espectro harmônico do vetor espacial que representa suas referências trifásicas.

A seguir, três estruturas de controle são apresentadas para ilustrar as três classes de controladores complexos mencionadas acima.

3.1 ROGI

Conforme proposto em (Busada et al., 2012) e ampliado em (Zeng et al., 2014), um integrador implementado em um referencial síncrono dq , pode ser descrito por

$$\vec{U}_{dq}(s) = \vec{E}_{dq}(s) \cdot \frac{K_i}{s}. \quad (15)$$

em que $\vec{E}(s)$ e $\vec{U}(s)$ representam entrada e saída do integrador no domínio de Laplace, respectivamente, e seus índices indicam se o referencial é síncrono (dq) ou estacionário ($\alpha\beta$). Contudo, visto que $\vec{e}_{dq} = \vec{e}_{\alpha\beta} \cdot e^{-j\omega_0 t}$ e $\vec{u}_{dq} = \vec{u}_{\alpha\beta} \cdot e^{-j\omega_0 t}$, a Equação (15) pode ser reescrita como

$$\vec{U}_{\alpha\beta}(s + j\omega_0) = \vec{E}_{\alpha\beta}(s + j\omega_0) \cdot \frac{K_i}{s}. \quad (16)$$

Dessa forma, o ROGI é obtido ao fazer a substituição $s \rightarrow s - j\omega_0$:

$$\frac{\vec{U}_{\alpha\beta}(s)}{\vec{E}_{\alpha\beta}(s)} = \vec{C}_{ROGI}^{(+\omega_0)}(s) = \frac{K_i}{s - j\omega_0}. \quad (17)$$

Alternativamente, a função de transferência do ROGI pode ser obtida a partir da decomposição do SOGI em frações parciais (Zeng et al., 2014). De fato, ao utilizar dois ROGIs com mesmo ganho integral em paralelo, atuando nas componentes de sequência positiva e negativa de uma mesma frequência, obtém-se uma estrutura equivalente ao SOGI. Ou seja,

$$\vec{C}_{SOGI}^{(\omega_0)}(s) = \frac{2K_i s}{s^2 + \omega_0^2} = \underbrace{\frac{K_i}{s + j\omega_0}}_{\vec{C}_{ROGI}^{(-\omega_0)}(s)} + \underbrace{\frac{K_i}{s - j\omega_0}}_{\vec{C}_{ROGI}^{(+\omega_0)}(s)}. \quad (18)$$

Enquanto o SOGI atua em ambas as componentes positivas e negativas, o ROGI atua em apenas uma. Essa característica pode ser observada ao

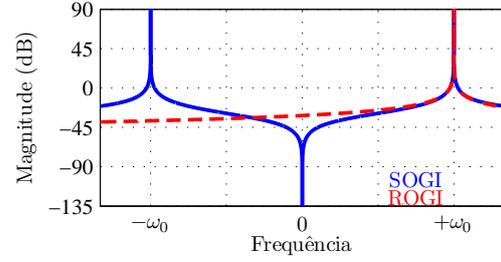


Figura 4: Gráfico de magnitude da resposta em frequência dos SOGI e ROGI.

comparar o gráfico de magnitude da resposta em frequência dos integradores (Figura 4). É importante destacar que dois ROGIs podem ser utilizados em paralelo para atuar nas mesmas frequências que o SOGI. Ao fazer isso o projetista pode selecionar ganhos distintos para componentes de seqüências positiva e negativa.

A utilização desta estratégia de controle em tempo discreto exige a compensação do atraso computacional, visto que este pode instabilizar o sistema de controle. Assim, justamente para esse tipo de aplicação, um ROGI discreto com compensação de fase foi proposto em (Xie et al., 2017). Sua função de transferência é definida por

$$\vec{C}_{ROGI}^{(+\omega_0)}(z) = K_i T_s \cdot \frac{z \cdot e^{-j\phi_h}}{z - e^{j h \omega_0 T_s}}, \quad (19)$$

em que T_s é o período de amostragem, h a harmônica controlada e ϕ_h o ângulo de avanço de fase.

3.2 Múltiplos ROGIs em Paralelo

Em aplicações em que muitas componentes harmônicas devem ser controladas, múltiplos ROGIs podem ser utilizados em paralelo. Uma ação proporcional é geralmente acrescida em paralelo com os ROGIs, de modo a possibilitar a seleção da banda passante do sistema de controle. A Figura 5 exhibe o diagrama de blocos desta estratégia.

Como na estratégia anterior, o atraso computacional pode ser compensado implementando cada ROGI discreto com compensação de fase (Xie et al., 2017), conforme exibido na Equação (19).

3.3 Controlador Repetitivo de Ordem $nk + m$

Após avaliar o espectro harmônico do vetor espacial de referência, caso o projetista perceba a necessidade de controlar componentes harmônicas

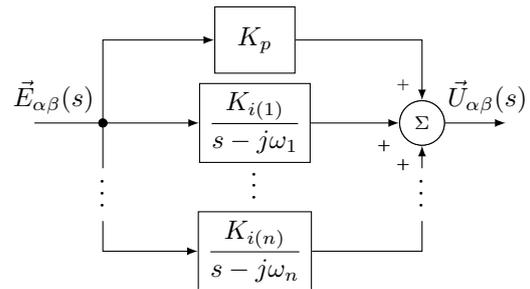


Figura 5: Estrutura de controle baseada em múltiplos ROGIs em paralelo.

de uma família periódica do tipo $(nk + m, k \in \mathbb{Z})$, resultados satisfatórios podem ser obtidos ao utilizar um RC complexo aplicado ao vetor espacial do erro (Luo et al., 2016), nomeado *space-vector repetitive controller* (SV-RC).

A solução proposta em (Luo et al., 2016) apresenta a seguinte função de transferência:

$$\vec{C}_{SV-RC}^{(nk+m)}(s) = \frac{1 + e^{j\frac{m}{n}2\pi} \cdot e^{-s\frac{T_1}{n}}}{1 - e^{j\frac{m}{n}2\pi} \cdot e^{-s\frac{T_1}{n}}}, \quad (20)$$

em que $n > m \geq 0$ e T_1 representa o período da fundamental. O diagrama de blocos deste controlador complexo é exibido na Figura 6. O gráfico de magnitude da resposta em frequência deste controlador é apresentado na Figura 7.

Visto que esta estrutura de controle é baseada no RC convencional (Hara et al., 1988), é importante destacar que, para aumentar a estabilidade relativa do sistema, um filtro de resposta finita ao impulso (FIR) pode ser utilizado junto ao atraso do núcleo gerador de sinais periódicos ($e^{-s\frac{T_1}{n}}$). Isso é feito porque, ao aplicar um alto ganho nas componentes harmônicas de frequência elevada, o sistema pode tornar-se instável.

Na literatura é possível encontrar propostas de RCs reais que atuam na família $(nk \pm m, k \in \mathbb{N})$. Assim como feito para o ROGI, os SV-RCs podem ser obtidos a partir da decomposição de um $nk \pm m$ RC em SV-RCs em paralelo que atuam nas componentes $nk + m$ e $nk - m$ separadamente.

De fato, ao decompor o $nk \pm m$ RC proposto em (Lu and Zhou, 2011), apresentado na Figura 8 e com função de transferência calculada por

$$C_{RC}^{(nk \pm m)}(s) = \frac{K_{rc} \cdot \left(1 - e^{-2s\frac{T_1}{n}}\right)}{1 - 2\cos\left(\frac{m}{n}2\pi\right) e^{-s\frac{T_1}{n}} + e^{-2s\frac{T_1}{n}}}, \quad (21)$$

obtem-se

$$C_{RC}^{(nk \pm m)}(s) = \frac{K_{rc}}{2} \cdot \underbrace{\frac{1 + e^{j\frac{m}{n}2\pi} \cdot e^{-s\frac{T_1}{n}}}{1 - e^{j\frac{m}{n}2\pi} \cdot e^{-s\frac{T_1}{n}}}}_{\vec{C}_{SV-RC}^{(nk+m)}(s)} + \frac{K_{rc}}{2} \cdot \underbrace{\frac{1 + e^{-j\frac{m}{n}2\pi} \cdot e^{-s\frac{T_1}{n}}}{1 - e^{-j\frac{m}{n}2\pi} \cdot e^{-s\frac{T_1}{n}}}}_{\vec{C}_{SV-RC}^{(nk-m)}(s)}. \quad (22)$$

Assim como nas estratégias anteriores, faz-se necessário compensar o efeito do atraso computacional. Uma forma simples de mitigar este efeito é obtido ao utilizar um avanço de fase em cascata com o controlador repetitivo (Neto et al., 2018).

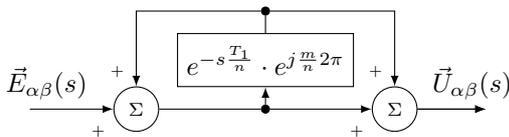


Figura 6: Diagrama de blocos do $nk + m$ SV-RC, proposto por Luo et al. (2016).

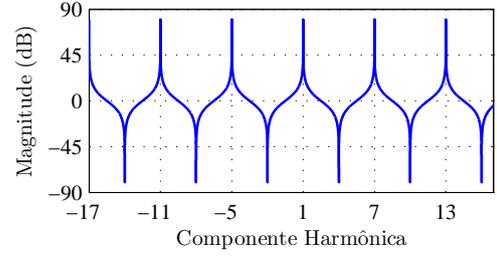


Figura 7: Gráfico de magnitude da resposta em frequência do SV-RC, proposto por Luo et al. (2016), para compensar a família $(6k + 1, k \in \mathbb{Z})$.

4 Características dos Controladores Complexos

4.1 Acoplamento do Referencial Estacionário $\alpha\beta$

Uma vez que um número complexo pode ser representado por uma matriz da seguinte forma:

$$a + jb \Rightarrow \begin{bmatrix} a & -b \\ b & a \end{bmatrix}, \quad (23)$$

ao manipular a função de transferência de um controlador complexo para implementação escalar, os polos, zeros e ganhos complexos resultam em um acoplamento entre os eixos α e β .

Tomando o ROGI como exemplo, a Equação (17) pode ser reescrita por

$$\begin{aligned} \vec{U}_{\alpha\beta}(s) \cdot (s - j\omega_0) &= \vec{E}_{\alpha\beta}(s) \cdot K_i, \\ \vec{U}_{\alpha\beta}(s) \cdot s &= \vec{E}_{\alpha\beta}(s) \cdot K_i + \vec{U}_{\alpha\beta}(s) \cdot j\omega_0. \end{aligned} \quad (24)$$

Assim, utilizando notação matricial, tem-se

$$\begin{bmatrix} U_\alpha(s) \\ U_\beta(s) \end{bmatrix} \cdot s = \begin{bmatrix} E_\alpha(s) \\ E_\beta(s) \end{bmatrix} \cdot K_i + \begin{bmatrix} U_\alpha(s) \\ U_\beta(s) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & -\omega_0 \\ \omega_0 & 0 \end{bmatrix},$$

ou seja,

$$\begin{cases} U_\alpha(s) = 1/s \cdot [E_\alpha(s) \cdot K_i - U_\beta(s) \cdot \omega_0] \\ U_\beta(s) = 1/s \cdot [E_\beta(s) \cdot K_i + U_\alpha(s) \cdot \omega_0] \end{cases}. \quad (25)$$

Dessa forma, $U_\alpha(s)$ depende de $U_\beta(s)$ e vice-versa. Essa mesma característica pode ser observada no $nk + m$ SV-RC proposto em (Luo et al., 2016).

Ao considerar um vetor espacial como sinal de referência, os controladores complexos são projetados considerando um sistema complexo SISO. Dessa forma, o acoplamento entre os eixos α e β não interfere na performance do sistema. Contudo, a implementação em processadores de sinais digitais (DSP) ainda depende de uma representação MIMO, conforme exibido na Equação (25).

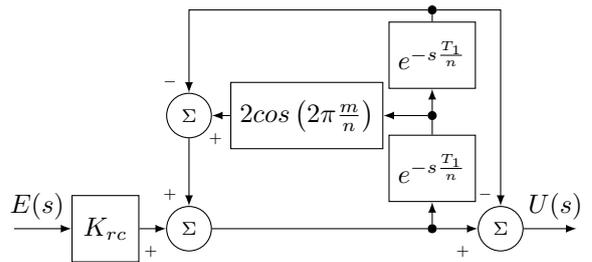


Figura 8: Diagrama de blocos do $nk \pm m$ RC, proposto por Lu e Zhou (2011).

4.2 Análise de Estabilidade para Espectro Positivo e Negativo

Para analisar a estabilidade de sistemas de controle complexos, o projetista deve realizar a análise para os espectros positivo e negativo, separadamente, e adotar a pior dentre elas. Esta condição decorre de cada uma dessas faixas do espectro apresentarem respostas em frequência com magnitude e fase distintas. Este fato é evidenciado pela falta de simetria do diagrama de Nyquist da FTMA ($T(z)$) de sistemas de controle complexos, conforme exemplificado na Figura 9.

Assim, o sistema de controle será estável apenas se ambos os seus espectros positivo e negativo apontarem a estabilidade absoluta do sistema. Quanto à estabilidade relativa, deve-se avaliar as margens de fase (MF) e de ganho (MG) considerando separadamente os espectros positivo (MF_+ e MG_+) e negativo (MF_- e MG_-). Em seguida, adotam-se como margens de fase e de ganho do sistema os seguintes valores:

$$\begin{aligned} MF &= \min(MF_+, MF_-) \\ MG &= \min(MG_+, MG_-) \end{aligned} \quad (26)$$

em que $\min(A_1, A_2)$ denota o menor valor dentre A_1 e A_2 . Para o exemplo considerado na Figura 9, tem-se $MF = MF_-$ e $MG = MG_-$.

Alternativamente, a estabilidade relativa pode ser avaliada para todo o espectro harmônico, em um único passo, através da avaliação da função sensibilidade (Yepes et al., 2011). Este indicador de estabilidade é exibido na Figura 9 como η , e representa a mínima distância entre o diagrama de Nyquist da FTMA e o ponto crítico $(-1, 0)$.

4.3 Menor Ordem e Tempo de Resposta

Quando se deseja controlar referências trifásicas que apresentam componentes harmônicas diferentes de sequências distintas, por exemplo o conjunto $h_s = \{-17, -11, -5, +1, +7, +13\}$, o uso de

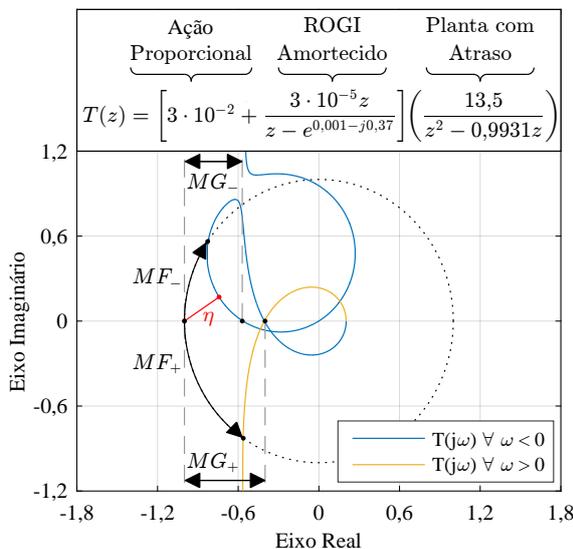


Figura 9: Diagrama de Nyquist da FTMA $T(z)$, considerando um sistema de controle complexo de fase mínima.

controladores complexos aplicados a vetores espaciais reduz em até duas vezes a ordem da estratégia de controle. Assim, para estas situações, incluir um controlador real no referencial estacionário não acarreta em benefícios adicionais de performance e aumenta a ordem do controlador.

Caso seja necessário controlar uma referência vetorial que apresenta apenas frequência fundamental e sequência positiva $h_s = \{+1\}$ (FFPS), obtém-se resultados satisfatórios utilizando apenas um ROGI. Logo, se um SOGI for utilizado para mesma aplicação, a estrutura de controle tem sua ordem aumentada desnecessariamente.

Caso seja preciso controlar uma referência que contém harmônicas da família $(nk + m, k \in \mathbb{Z})$, para implementar o $nk + m$ SV-RC (Luo et al., 2016) são necessários $2 \cdot N/n$ elementos de memória e o controlador apresentará ordem N/n (N é o número de amostras por ciclo da fundamental). Por outro lado, para implementar o $nk \pm m$ RC (Lu and Zhou, 2011) são necessários $2 \cdot N/n$ elementos de memória por eixo estacionário e o controlador passa a apresentar ordem $2 \cdot N/n$.

Em aplicações em que se deseja controlar as mesmas componentes harmônicas de sequência positiva e negativa, por exemplo o conjunto $h_s = \{-7, -5, -1, +1, +5, +7\}$, a utilização de controladores complexos em paralelo reduz o tempo de resposta do sistema ao mais lento dos controladores utilizados em paralelo. Um exemplo dessa característica é apresentada em (Lu et al., 2013), em que o autor utiliza RCs complexos em paralelo para diminuir o tempo de resposta do RC convencional (Hara et al., 1988).

5 Resultados Experimentais

Duas aplicações foram utilizadas para obtenção de resultados experimentais e avaliação dos controladores complexos. Todas as estratégias de controle avaliadas foram implementadas em dSPACE, modelo DS1005 com processador de 1 GHz.

5.1 Aplicação 1: Injeção de Potência Ativa Constante em uma Rede Trifásica

A Figura 10 apresenta o diagrama de blocos da Aplicação 1, enquanto que a Tabela 1 exibe os parâmetros do protótipo. Os blocos Ts1, Ts2 e Ts3 representam os transformadores monofásicos utilizados em Y-Y para conexão do inversor à rede, com relação de espiras N_T e indutância de dispersão L_T . Utilizou-se frequência de amostragem e chaveamento f_s , frequência fundamental da rede e

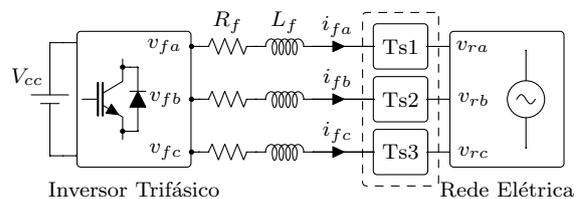


Figura 10: Diagrama de blocos da Aplicação 1.

Tabela 1: Parâmetros dos protótipos utilizados.

Aplicação 1 e 2						Aplicação 1				Aplicação 2					
V_{cc} (V)	$V_r(f_f)$ (V _{eff})	L_f (mH)	R_f (mΩ)	f_s (kHz)	f_1 (Hz)	K_p	K_i	N_T	L_T (mH)	K_p	K_{rc}	R_r (mΩ)	L_r (μH)	L_l (mH)	R_l (Ω)
500	220	2,56	307,5	17,28	60	0,0125	0,3	1 : 1	1,48	0,025	0,027	31,7	186,2	1,48	48,5

de referência f_1 . Os controladores avaliados foram utilizados em uma malha de controle de corrente, de modo a controlar as variáveis i_{fa} , i_{fb} e i_{fc} .

Inicialmente, os integradores ROGI e SOGI foram utilizados com uma ação proporcional (P) para injetar potência ativa constante em uma rede trifásica balanceada. Por consequência, o vetor espacial do sinal de referência apresentava apenas componente FFPS (Figura 11), sendo assim implementados: (a) P + ROGI^{+1}, sintonizado em $h_s = \{+1\}$; e (b) P + SOGI^{±1}.

Em seguida, a relação de espiras do transformador Ts3 foi alterada para simular um desbalanço nas tensões da rede. Dessa forma, o vetor espacial do sinal de referência (\vec{i}_f^*) passa a apresentar as componentes $h_s = \{-1; +1\}$ (Figura 11). Para essa nova configuração, foram avaliadas as performances dos controladores: (c) P + ROGI^{+1}, sintonizado em $h_s = \{+1\}$; (d) P + ROGI^{±1}, sintonizados nas componentes $h_s = \{-1; +1\}$; e (e) P + SOGI^{±1}, que compensa as componentes $h_s = \{-1; +1\}$.

Todas as estratégias foram implementadas com os mesmos ganhos proporcional e integral. Além disso, tanto o ROGI quanto o SOGI foram discretizados utilizando o método "Tustin w/ pre-warping", de modo a assegurar que os picos de ressonância estarão nas frequências desejadas para o sistema discreto (Yepes et al., 2010). A avaliação da estabilidade e sintonia dos controladores foram feitas utilizando o índice de sensibilidade (Yepes et al., 2011). O módulo do erro $\vec{e}_{\alpha\beta}$, para os controladores avaliados, estão exibidos na Figura 12.

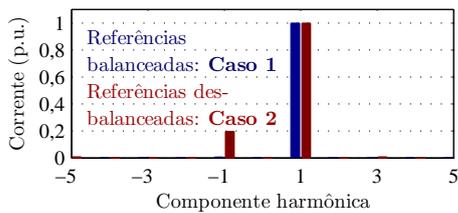
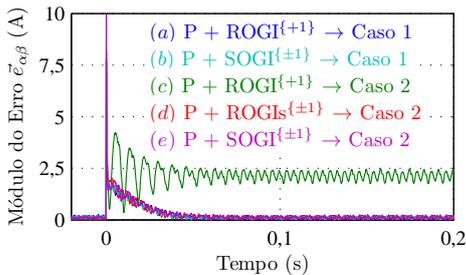
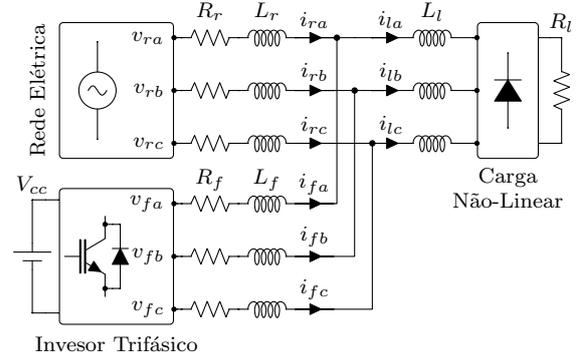
Figura 11: Espectro harmônico do vetor espacial de referência (\vec{i}_f^*), com e sem desbalanço.Figura 12: Módulo do erro $\vec{e}_{\alpha\beta}$ dos controladores avaliados na Aplicação 1, para referências balanceadas (Caso 1) e desbalanceadas (Caso 2). Transitório avaliado para variação em degrau de 1 p.u. na corrente de referência.

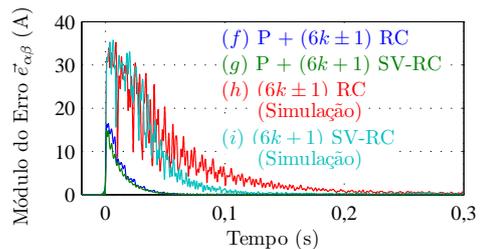
Figura 13: Diagrama de blocos da Aplicação 2.

Para os resultados (a) e (d), os ROGIs são sintonizados nas componentes harmônicas cujo espectro harmônico do vetor espacial da referência apresenta alto conteúdo harmônico. Assim, obteve-se um desempenho similar ao obtido com SOGIs em (b) e (e), contudo, o resultado (a) apresenta menor ordem. Para o resultado (c), como o sinal de referência possui as componentes $h_s = \{-1; +1\}$ e foi implementado apenas um ROGI sintonizado em $h_s = \{+1\}$, não foi possível eliminar o erro em regime permanente.

5.2 Aplicação 2: Mitigação de Distorção Harmônica Gerada por Carga Não-Linear

A Figura 13 apresenta o diagrama de blocos da Aplicação 2, enquanto que a Tabela 1 exibe os parâmetros do protótipo. Utilizou-se frequência de amostragem e chaveamento f_s , frequência da rede f_1 . Os controladores avaliados foram utilizados em uma malha de controle de corrente, de modo a controlar as variáveis i_{fa} , i_{fb} e i_{fc} .

Para avaliar quais componentes harmônicas de corrente o APF deve controlar, fez-se necessário obter o espectro harmônico das correntes da carga (i_{la} , i_{lb} e i_{lc}). A Figura 2 exibe o espectro harmônico da corrente i_{la} . Assim, para implementação do controlador nas grandezas de fase, faz-se necessário controlar a família $(6k \pm 1, k \in \mathbb{N})$. Por outro lado, a Figura 3 exibe o espectro harmônico do vetor espacial obtido a partir das correntes de

Figura 14: Módulo do erro $\vec{e}_{\alpha\beta}$ para os controladores avaliados na Aplicação 2. Transitório avaliado para variação em degrau de 1 p.u. na corrente de referência.

carga (\vec{i}_i). Logo, para implementação do controlador no referencial vetorial, deve-se controlar apenas as componentes ($6k + 1, k \in \mathbb{Z}$).

Visando estes cenários, duas estratégias de controle distintas foram utilizadas: (*f*) P + ($6k \pm 1$) RC (Lu and Zhou, 2011), implementada separadamente para os eixos α e β - Equação (22); e (*g*) P + ($6k + 1$) SV-RC (Luo et al., 2016) - Equação (20), implementada considerando um referencial de vetores espaciais. Ambas as estratégias foram implementadas com mesmos ganhos proporcional e repetitivo e avanço de fase, projetados conforme a metodologia apresentada em (Neto et al., 2018).

A Figura 14 apresenta o módulo do erro vetorial para os controladores avaliados. A ação proporcional é sintonizada para escolher a banda de passagem do controlador e, por consequência, seu tempo de acomodação. Por outro lado, a solução (*f*) apresenta ordem $2 \cdot N/n = 96$, enquanto (*g*) apresenta ordem $N/n = 48$. Quando avaliados sem ação proporcional, casos (*h*) e (*i*) da Figura 14 (resultados de simulação), o SV-RC apresenta menor tempo de resposta devido ao menor número de atrasos necessários para sua implementação.

6 Conclusões

Este artigo apresenta uma abordagem vetorial para implementação de sistemas de controle com referências trifásicas. A viabilidade desta é avaliada matematicamente, sendo possível observar que controladores complexos aplicados a vetores espaciais apresentam desempenho transitório similar (ou melhor) e menor ordem que controladores reais. Os experimentos confirmam que esta abordagem é efetiva para aplicações práticas, especialmente quando se deseja controlar múltiplas componentes harmônicas com um SV-RC.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao CNPq e a FACEPE, pelo suporte financeiro.

Referências

Bhattacharya, S. et al. (1996). Parallel active filter system implementation and design issues for utility interface of adjustable speed drive systems, *31th IEEE IAS*, Vol. 2, pp. 1032–39.

Bojoi, R. I. et al. (2005). Current control strategy for power conditioners using sinusoidal signal integrators in synchronous reference frame, *IEEE Trans. Power Electron.* **20**(6): 1402–1412.

Busada, C. A. et al. (2012). Current controller based on reduced order generalized integrators for distributed generation systems, *IEEE Trans. Ind. Electron.* **59**(7): 2898–2909.

Francis, B. and Wonham, W. (1975). The internal model principle for linear multivariable regulators, *Appl. Math. Opt.* **2**(2): 170–194.

Hara, S. et al. (1988). Repetitive control system: a new type servo system for periodic exogenous signals, *IEEE Trans. Automatic Control* **33**(7): 659–668.

Kazmierkowski, M. P. and Malesani, L. (1998). Current control techniques for three-phase voltage-source pwm converters: a survey, *IEEE Trans. Ind. Electron.* **45**(5): 691–703.

Limongi, L. R. et al. (2009). Digital current-control schemes, *IEEE Ind. Electron. Magazine* **3**(1): 20–31.

Lu, W. and Zhou, K. (2011). A novel repetitive controller for $nk \pm m$ order harmonics compensation, *30th Chinese Control Conf.*, pp. 2480–2484.

Lu, W. et al. (2013). General parallel structure digital repetitive control, *Inter. Journal of Control* **86**(1): 70–83.

Luo, Z. et al. (2016). A repetitive control scheme aimed at compensating the $6k + 1$ harmonics for a three-phase hybrid active filter, *Energies* **9**(10): 787.

Neto, R. C. et al. (2018). Design of repetitive controllers through sensitivity function, *2018 IEEE ISIE*, pp. 495–501.

Neves, F. A. S. et al. (2009). A space-vector discrete fourier transform for detecting harmonic sequence components of three-phase signals, *35th IEEE IECON*, pp. 3631–3636.

Neves, F. et al. (2014). The SVFT-based control, *IEEE Trans. Ind. Electron.* **61**(8): 4152–60.

Xie, C. et al. (2017). Reduced order generalized integrators with phase compensation for three-phase active power filter, *2017 IEEE APEC*, pp. 2759–2766.

Yepes, A. G. et al. (2010). Effects of discretization methods on the performance of resonant controllers, *IEEE Trans. Power Electron.* **25**(7): 1692–1712.

Yepes, A. G. et al. (2011). Analysis and design of resonant current controllers for voltage-source converters by means of nyquist diagrams and sensitivity function, *IEEE Trans. Ind. Electron.* **58**(11): 5231–5250.

Yuan, X. et al. (2002). Stationary-frame generalized integrators for current control of active power filters with zero steady-state error for current harmonics of concern under unbalanced and distorted operating conditions, *IEEE Trans. Ind. App.* **38**(2): 523–532.

Zeng, Z. et al. (2014). Reduced order generalized integrators based selective harmonic compensation current controller for shunt active power filters, *2014 IEEE ECCE*, pp. 1650–55.

Zmood, D. N. and Holmes, D. G. (2003). Stationary frame current regulation of pwm inverters with zero steady-state error, *IEEE Trans. Power Electron.* **18**(3): 814–822.