

MODELAGEM DE CONVERSOR CC-CC APLICADO A SISTEMAS FOTOVOLTAICOS

VIVIAN B. MARCELLO, VINÍCIUS M. PACHECO, SILVIA C. FERREIRA

*Departamento de Engenharia - Universidade Federal de Lavras
Campus Universitário - Caixa Postal 3037, Lavras, MG, Brasil*

*E-mails: vivianmarcello.eng@gmail.com, vinicius.pacheco@deg.ufla.br,
ferreira.silviac@gmail.com*

Abstract— This work proposes to perform mathematical modelling, using averaging state space model, of a DC-DC converter that provides voltage regulation and control of loading and unloading of battery. Due to its characteristics, the converter is an alternative for applications that use photovoltaic energy. A description of the DC-DC converter is presented and the operation stages are described and represented by their respective mathematical equations. Mathematical models are presented for two modes of operation. Simulations of the models are performed and their results compared with simulations of electrical circuit.

Keywords— averaging state space model, DC-DC converter, photovoltaic energy, buck, boost

Resumo— A proposta desse trabalho é realizar a modelagem matemática, utilizando o modelo médio no espaço de estados, de um conversor CC-CC que proporciona regulação da tensão de alimentação da carga e controle do carregamento e descarregamento de bateria. Em função de suas características, o conversor é uma alternativa para aplicações que utilizam energia fotovoltaica. Uma descrição do conversor CC-CC será apresentada e as etapas de operação serão descritas e representadas por suas respectivas equações matemáticas. Modelos matemáticos serão apresentados para dois modos de operação. Simulações dos modelos são realizadas e seus resultados comparados com simulações do circuito elétrico.

Palavras-chave— modelo médio no espaço de estados, conversores CC-CC, energia fotovoltaica, buck, boost

1 Introdução

O interesse em questões ambientais e o aumento da população mundial tem aumentado a demanda de produção de energias renováveis para reduzir a utilização de recursos naturais esgotáveis. A luz solar é uma fonte inesgotável e a geração de energia fotovoltaica tem diversas vantagens como pouca manutenção, nenhum ruído e poluição.

Em 2015, o Brasil contava com um número de 1,3 mil instalações fotovoltaicas, com potência instalada de 32 MW. Dois anos depois, até outubro de 2017, o esse valor cresceu para 15,7 mil instalações, com 438,3 MW de potência instalada. Esse valor sucedeu-se em razão de novas políticas de incentivo à produção fotovoltaica no país e a estimativa é que até 2026 a capacidade de geração dessa atividade alcance 13,6 GW (MME, 2017).

Apesar dos grandes benefícios da energia fotovoltaica, uma das suas desvantagens é a oscilação da potência gerada, uma vez que ela é dependente de condições ambientais, como temperatura ambiente e intensidade de radiação solar. Em sistemas elétricos isolados da rede, também conhecidos por sistemas *off grid*, essa desvantagem é mais evidente. Nesses sistemas, a energia gerada em determinados períodos pode não ser suficiente para atender a demanda dos consumidores ou a demanda ser menor que a energia gerada.

A fim de adequar a energia elétrica gerada pelos sistemas fotovoltaicos às necessidades do consumidor, bem como melhorar o desempenho, otimizar o aproveitamento da energia solar e elevar a confiabili-

dade e eficiência destes sistemas, conversores eletrônicos são amplamente utilizados. (Pacheco et al, 2002) propôs um conversor CC-CC composto por um regulador de tensão e uma unidade de armazenamento de energia em baterias, integrados em uma mesma estrutura, denominado VR-BESS (Voltage Regulator – Battery Energy Storage System), aplicável em sistema fotovoltaico. A partir deste conversor é possível fornecer uma tensão regulada à rede consumidora. A presença de um banco de baterias permite o armazenamento do excedente da energia produzida pela central geradora e, posteriormente, enviada à rede consumidora quando a energia gerada não é suficiente para atender a demanda.

Para o perfeito funcionamento de conversores eletrônicos, é indispensável um sistema de controle bem projetado. Isto somente é possível com o conhecimento do modelo dinâmico do sistema a ser controlado. Segundo (Barbi, 2015), entre os métodos utilizados para a modelagem matemática de conversores CC-CC, o modelo médio em espaço de estados apresentado por (Middlebrook e Cuk, 1976) é o mais aceito e utilizado. Este método foi utilizado por (Farias et al, 2014), (Chaves et al, 2015), (Sarwar et al, 2017), (Spier et al, 2017) em diversas aplicações.

Este trabalho tem a proposta de realizar a modelagem média em espaço de estados do conversor VR-BESS apresentado por (Pacheco et al, 2002), que pode ser utilizado em painéis solares fotovoltaicos para geração de energia elétrica em sistemas *off grid*. A modelagem matemática poderá servir como base para a realização futuros controles dos modos de funcionamento do conversor.

2 Descrição do Sistema

O conversor VR-BESS a ser modelado é apresentado na Figura 1. Este conversor é composto de duas chaves, três diodos, dois indutores, dois capacitores e uma bateria, onde são identificados três diferentes conversores:

- Conversor Boost (Regulador de Tensão): formado pelas chaves S_1 e S_2 , operando simultaneamente, fonte de tensão V_s , indutor L_s , diodo D_3 , capacitor C_o e a carga.
- Conversor Buck (Carregador da Bateria): formado pela fonte de tensão V_s , indutor L_s , chave S_1 , indutor L_{bat} , diodo D_3 , capacitor C_{bat} e a bateria. O conversor carrega a bateria com o excesso de energia gerada.
- Conversor Boost (Descarregador da Bateria): formado pela bateria, capacitor C_{bat} , indutor L_{bat} , chave S_2 , diodo D_1 , capacitor C_o e a carga. Este conversor boost fornece energia para carga, quando a fonte V_s não consegue fornecer toda a energia requerida.

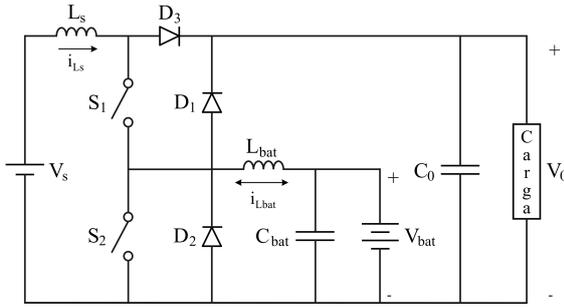


Figura 1. Circuito elétrico do conversor VR-BESS

Dependendo da energia disponível na fonte e da necessidade da carga, o conversor VR-BESS pode operar nos seguintes modos:

- Modo 1 (regulação de tensão e carregamento do banco de baterias): Neste modo a energia disponível na fonte de entrada é maior que a consumida pela carga. Desta forma, o excedente da energia é armazenado no banco de baterias.
- Modo 2 (regulação de tensão e compensador de potência da rede): Quando a energia disponível na fonte não é suficiente para suprir a carga, o banco de baterias complementa a energia requerida.

3 Modelo em Espaço de Estados

O modelo médio em espaço de estados permite a definição de equações dinâmicas que representam o sistema a partir da média ponderada das equações para cada uma das configurações dos estados das chaves de um conversor. Para a obtenção do modelo médio em espaço de estados deve-se, inicialmente, estabelecer as etapas de operação e, em seguida, obter as equações lineares de primeiro grau do circuito

nas respectivas etapas de operação. O VR-BESS, em condução contínua, possui três etapas de operação em cada modo. Considerando que o período de funcionamento de cada modo seja T_s , a primeira etapa funciona de 0 a t_1 , a segunda de t_1 a t_2 e a terceira de t_2 a t_3 , considerando que $t_3 = T_s$. Para a análise das etapas de operação, foram estabelecidas as seguintes definições:

$$D_1 = \frac{t_1}{T_s} \quad (1)$$

$$D_2 = \frac{t_2}{T_s} \quad (2)$$

$$\Delta D = \frac{t_2 - t_1}{T_s} = D_2 - D_1 \quad (3)$$

$$D'_1 = 1 - D_1 \quad (4)$$

$$D'_2 = 1 - D_2 \quad (5)$$

O modelo matemático desenvolvido neste trabalho considera todos os elementos como sendo ideais.

Modo 1

Nesse modo, para as análises, a bateria foi representada por uma resistência R_{bat} .

- Primeira etapa:

As duas chaves são fechadas, os diodos são bloqueados, a tensão no indutor L_s é $v_{Ls} = V_s$ e a tensão no indutor L_{bat} é $v_{Lbat} = -V_{bat}$. As tensões causam um aumento linear na corrente do indutor i_{Ls} e um decréscimo linear na corrente do indutor i_{Lbat} .

A Figura 2 ilustra o circuito equivalente desta etapa de funcionamento do conversor.

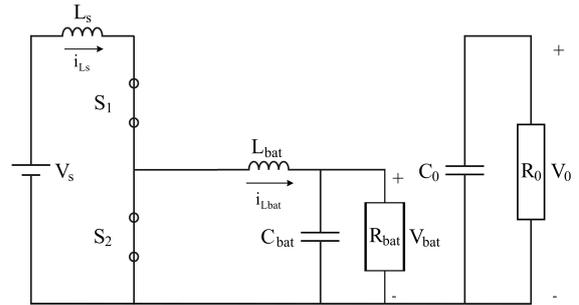


Figura 2. Circuito equivalente da primeira etapa do modo 1

Aplicando-se as leis de Kirchhoff das tensões e correntes no circuito equivalente do conversor, obtém-se as equações lineares para a primeira etapa de operação.

$$L_{bat} \dot{i}_{Lbat} = -v_{Cbat} \quad (6)$$

$$C_{bat} \dot{v}_{Cbat} = i_{Lbat} - \frac{v_{Cbat}}{R_{bat}} \quad (7)$$

$$L_s \dot{i}_{Ls} = V_s \quad (8)$$

$$C_o \dot{v}_{Co} = -\frac{v_{Co}}{R_o} \quad (9)$$

- Segunda etapa:

A chave S_2 é aberta. O diodo D_3 passa a conduzir a corrente $i_{L_s} - i_{L_{bat}}$. A tensão resultante é negativa $v_{L_s} = V_s - V_o$ sobre o indutor L_s e tensão positiva no indutor L_{bat} de $v_{L_{bat}} = V_o - V_{bat}$.

Nesta etapa, $i_{L_{bat}}$ decresce linearmente.

O circuito equivalente desta etapa de funcionamento do conversor é mostrado na Figura 3.

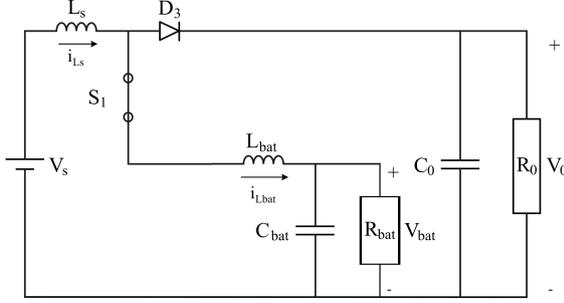


Figura 3. Circuito equivalente da segunda etapa do modo 1

As equações lineares para a segunda etapa de operação são obtidas aplicando-se as leis de Kirchhoff das tensões e correntes no circuito equivalente do conversor.

$$L_{bat} \dot{i}_{L_{bat}} = -v_{C_{bat}} + v_{C_o} \quad (10)$$

$$C_{bat} \dot{v}_{C_{bat}} = i_{L_{bat}} - \frac{v_{C_{bat}}}{R_{bat}} \quad (11)$$

$$L_s \dot{i}_{L_s} = -v_{C_o} + V_s \quad (12)$$

$$C_o \dot{v}_{C_o} = (i_{L_s} - i_{L_{bat}}) - \frac{v_{C_o}}{R_o} \quad (13)$$

- Terceira etapa:

A chave S_2 é aberta e a carga recebe energia do indutor L_s . A corrente $i_{L_{bat}}$ agora flui pelo diodo D_2 por causa da energia armazenada induzida. A tensão no indutor L_{bat} é $v_{L_{bat}} = -V_{bat}$.

Pode-se ver na Figura 4 o circuito equivalente desta etapa de funcionamento do conversor.

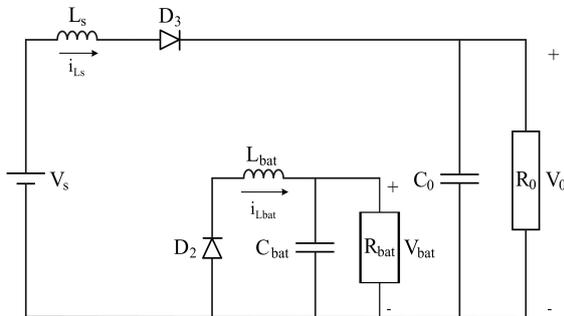


Figura 4. Circuito equivalente da terceira etapa do modo 1

Com a aplicação das leis de Kirchhoff das tensões e correntes no circuito equivalente do conversor, as equações lineares para a terceira etapa de operação são obtidas.

$$L_{bat} \dot{i}_{L_{bat}} = -v_{C_{bat}} \quad (14)$$

$$C_{bat} \dot{v}_{C_{bat}} = i_{L_{bat}} - \frac{v_{C_{bat}}}{R_{bat}} \quad (15)$$

$$L_s \dot{i}_{L_s} = -v_{C_o} + V_s \quad (16)$$

$$C_o \dot{v}_{C_o} = i_{L_s} - \frac{v_{C_o}}{R_o} \quad (17)$$

As equações (6) a (17) podem ser escritas na forma de equações de estado:

$$\dot{x}_{11} = \mathbf{A}_{11} x_{11} + \mathbf{B}_{11} u_1 \quad (18)$$

$$\dot{x}_{12} = \mathbf{A}_{12} x_{12} + \mathbf{B}_{12} u_1 \quad (19)$$

$$\dot{x}_{13} = \mathbf{A}_{13} x_{13} + \mathbf{B}_{13} u_1 \quad (20)$$

Para a representar o conversor somente por um único modelo que representa o seu comportamento durante todo o período de operação, as equações de estado são a média ponderada das equações em todas as etapas de operação, da forma:

$$\dot{x}_1 = D_1 \dot{x}_{11} + (D_2 - D_1) \dot{x}_{12} + D_2 \dot{x}_{13} \quad (21)$$

Resultando em:

$$\dot{x}_1 = \mathbf{A}_1 x_1 + \mathbf{B}_1 u_1 \quad (22)$$

onde:

$$\mathbf{A}_1 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L_{bat}} & 0 & \frac{\Delta D}{L_{bat}} \\ \frac{1}{C_{bat}} & \frac{-1}{C_{bat} R_{bat}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{D'_1}{L_s} \\ -\frac{\Delta D}{C_o} & 0 & \frac{D'_1}{C_o} & \frac{-1}{C_o R_o} \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$\mathbf{x}_1 = \begin{bmatrix} i_{L_{bat}} \\ v_{C_{bat}} \\ i_{L_s} \\ v_{C_o} \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$\mathbf{B}_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$u_1 = V_s \quad (26)$$

Neste modo existem duas saídas, que são a tensão na carga (v_o) e a tensão na bateria (v_{bat}). De acordo com os circuitos equivalentes, estas tensões são:

$$v_o = v_{C_o} \quad (27)$$

$$v_{bat} = v_{C_{bat}} \quad (28)$$

Representando na forma matricial, tem-se:

$$y_1 = \mathbf{C}_1 x_1 \quad (29)$$

ou:

$$\begin{bmatrix} v_{bat} \\ v_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Lbat} \\ v_{Cbat} \\ i_{Ls} \\ v_{Co} \end{bmatrix} \quad (30)$$

Modo 2

- Primeira etapa:

As duas chaves são fechadas, os diodos são bloqueados, isolando a carga. A fonte fornece energia ao indutor L_s e a bateria fornece energia ao indutor L_{bat} . A tensão nos indutores são $v_{Ls} = -V_s$ e $v_{Lbat} = -V_{bat}$. Essas tensões provocam um aumento linear nas correntes nos indutores i_{Ls} e i_{Lbat} .

A Figura 5 representa o circuito equivalente desta etapa de funcionamento.

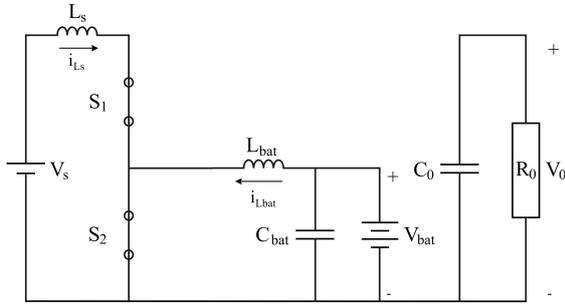


Figura 5. Circuito equivalente da primeira etapa do modo 2

A aplicação das leis de Kirchoff das tensões e correntes no circuito equivalente do conversor fornece que as equações lineares para a primeira etapa de operação:

$$L_{bat} \dot{i}_{Lbat} = V_{bat} \quad (31)$$

$$L_s \dot{i}_{Ls} = V_s \quad (32)$$

$$C_o \dot{v}_{Co} = -\frac{v_{Co}}{R_o} \quad (33)$$

- Segunda etapa:

A chave S_2 é aberta e o diodo D_3 passa a conduzir, a fonte e o indutor L_s alimentam a carga. A bateria carrega o indutor L_{bat} pela chave S_2 .

A segunda etapa de funcionamento tem o seu circuito ilustrado na Figura 6.

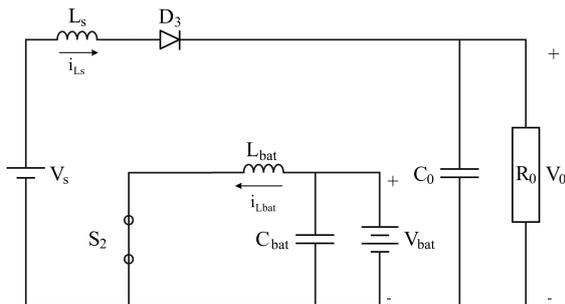


Figura 6. Circuito equivalente da segunda etapa do modo 2

As equações lineares para a segunda etapa de operação são:

$$L_{bat} \dot{i}_{Lbat} = V_{bat} \quad (34)$$

$$L_s \dot{i}_{Ls} = -v_{Co} + V_s \quad (35)$$

$$C_o \dot{v}_{Co} = i_{Ls} - \frac{v_{Co}}{R_o} \quad (36)$$

- Terceira etapa:

A chave S_2 é desligada e a carga recebe toda a energia dos indutores L_s e L_{bat} , além de receber energia da fonte e da bateria.

Esta etapa tem o circuito ilustrado pela Figura 7.

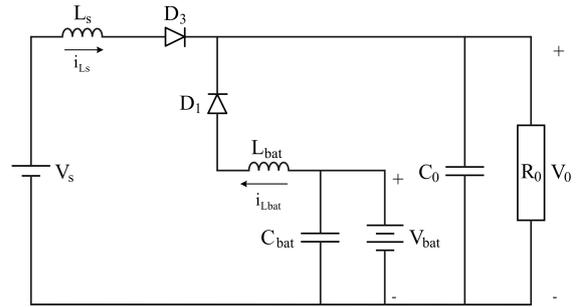


Figura 7. Circuito equivalente da terceira etapa do modo 2

As equações lineares para a terceira etapa de operação são:

$$L_{bat} \dot{i}_{Lbat} = -v_{Co} + V_{bat} \quad (37)$$

$$L_s \dot{i}_{Ls} = -v_{Co} + V_s \quad (38)$$

$$C_o \dot{v}_{Co} = i_{Lbat} + i_{Ls} - \frac{v_{Co}}{R_o} \quad (39)$$

As equações (31) a (39) podem ser escritas na forma de equações de estado:

$$\dot{x}_{21} = \mathbf{A}_{21} x_2 + \mathbf{B}_{21} u_2 \quad (40)$$

$$\dot{x}_{22} = \mathbf{A}_{22} x_2 + \mathbf{B}_{22} u_2 \quad (41)$$

$$\dot{x}_{23} = \mathbf{A}_{23} x_2 + \mathbf{B}_{23} u_2 \quad (42)$$

A representação do comportamento durante todo o período de operação é dada por:

$$\dot{x}_2 = D_1 \dot{x}_{21} + (D_2 - D_1) \dot{x}_{22} + D'_2 \dot{x}_{23} \quad (43)$$

Resultando em:

$$\dot{x}_2 = \mathbf{A}_2 x_2 + \mathbf{B}_2 u_2 \quad (44)$$

onde:

$$\mathbf{A}_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\frac{D'_2}{L_{bat}} \\ 0 & 0 & -\frac{D'_1}{L_s} \\ \frac{D'_2}{C_o} & \frac{D'_1}{C_o} & \frac{-1}{C_o R_o} \end{bmatrix} \quad (45)$$

$$\mathbf{x}_2 = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_{L_{bat}} \\ \dot{\mathbf{i}}_{L_s} \\ \mathbf{v}_{Co} \end{bmatrix} \quad (46)$$

$$\mathbf{B}_2 = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{bat}} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_s} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (47)$$

$$\mathbf{u}_2 = \begin{bmatrix} V_{bat} \\ V_s \\ 0 \end{bmatrix} \quad (48)$$

Analisando (45), observa-se que as duas primeiras linhas são linearmente dependentes. Isto significa que somente duas das três variáveis de estado são suficientes para descrever o comportamento do sistema. A partir deste fato, pode-se considerar que o conversor VR-BESS se comporta como dois conversores independentes.

Desta forma, somente duas etapas de operação são definidas e (31) à (39) podem ser reescritas, resultando nas equações de dois conversores.

- Primeira etapa:

Conversor 1:

$$L_{bat} \dot{\mathbf{i}}_{L_{bat}} = V_{bat} \quad (49)$$

$$C_o \dot{\mathbf{v}}_{Co} = -\frac{\mathbf{v}_{Co}}{R_o} \quad (50)$$

Conversor 2:

$$L_s \dot{\mathbf{i}}_{L_s} = V_s \quad (51)$$

$$C_o \dot{\mathbf{v}}_{Co} = -\frac{\mathbf{v}_{Co}}{R_o} \quad (52)$$

- Segunda etapa:

Conversor 1:

$$L_{bat} \dot{\mathbf{i}}_{L_{bat}} = -\mathbf{v}_{Co} + V_{bat} \quad (53)$$

$$C_o \dot{\mathbf{v}}_{Co} = \mathbf{i}_{L_{bat}} - \frac{\mathbf{v}_{Co}}{R_o} \quad (54)$$

Conversor 2:

$$L_s \dot{\mathbf{i}}_{L_s} = -\mathbf{v}_{Co} + V_s \quad (55)$$

$$C_o \dot{\mathbf{v}}_{Co} = \mathbf{i}_{L_s} - \frac{\mathbf{v}_{Co}}{R_o} \quad (56)$$

As equações (49) a (56) podem ser escritas na forma de equações de estado:

$$\dot{\mathbf{x}}_{bat1} = \mathbf{A}_{bat1} \mathbf{x}_{bat1} + \mathbf{B}_{bat1} V_{bat} \quad (57)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{bat2} = \mathbf{A}_{bat2} \mathbf{x}_{bat2} + \mathbf{B}_{bat2} V_{bat} \quad (58)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{s1} = \mathbf{A}_{s1} \mathbf{x}_s + \mathbf{B}_{s1} V_s \quad (59)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_{s2} = \mathbf{A}_{s2} \mathbf{x}_s + \mathbf{B}_{s2} V_s \quad (60)$$

As saídas dos conversores são a mesma e valem:

$$\mathbf{v}_o = \mathbf{v}_{Co} \quad (61)$$

Calculando a média ponderada das equações em todas as etapas de operação, da forma:

$$\dot{\mathbf{x}}_{bat} = D_2 \dot{\mathbf{x}}_{bat1} + D'_2 \dot{\mathbf{x}}_{bat2} \quad (62)$$

$$\dot{\mathbf{x}}_s = D_1 \dot{\mathbf{x}}_{s1} + D'_1 \dot{\mathbf{x}}_{s2} \quad (63)$$

Resultando em:

$$\dot{\mathbf{x}}_{bat} = \mathbf{A}_{bat} \mathbf{x}_{bat} + \mathbf{B}_{bat} V_{bat} \quad (64)$$

$$\mathbf{v}_o = \mathbf{C}_{bat} \mathbf{x}_{bat} \quad (65)$$

onde:

$$\mathbf{A}_{bat} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'_2}{L_{bat}} \\ \frac{D'_2}{C_o} & \frac{-1}{C_o R_o} \end{bmatrix} \quad (66)$$

$$\mathbf{x}_{bat} = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_{L_{bat}} \\ \mathbf{v}_{Co} \end{bmatrix} \quad (67)$$

$$\mathbf{B}_{bat} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_{bat}} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (68)$$

$$\mathbf{C}_{bat} = [0 \ 1] \quad (69)$$

e:

$$\dot{\mathbf{x}}_s = \mathbf{A}_s \mathbf{x}_s + \mathbf{B}_s V_s \quad (70)$$

$$\mathbf{v}_o = \mathbf{C}_s \mathbf{x}_s \quad (71)$$

onde:

$$\mathbf{A}_s = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'_1}{L_s} \\ \frac{D'_1}{C_o} & \frac{-1}{C_o R_o} \end{bmatrix} \quad (72)$$

$$\mathbf{x}_s = \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{i}}_{L_s} \\ \mathbf{v}_{Co} \end{bmatrix} \quad (73)$$

$$\mathbf{B}_s = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (74)$$

$$\mathbf{C}_s = [0 \ 1] \quad (75)$$

3.1 Análise CC

Após a operação do conversor entrar em regime permanente, o valor de $\dot{\mathbf{x}}$ é igual a zero, obtendo-se a resposta CC em regime estacionário.

Modo 1

Reescrevendo (22) para operação em regime permanente, tem-se:

$$\mathbf{X}_1 = -\mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{B}_1 \mathbf{U}_1 \quad (76)$$

A saída, considerando (29), é dada por:

$$\mathbf{Y}_1 = -\mathbf{C}_1 \mathbf{A}_1^{-1} \mathbf{B}_1 \mathbf{U}_1 \quad (77)$$

A partir de (77), obtém-se:

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{1-D_1} \quad (78)$$

$$\frac{V_{bat}}{V_o} = \Delta D \quad (79)$$

Observa-se de (78) que no modo 1 o conversor VR-BESS se comporta como um conversor boost, com tensão de entrada V_s e tensão de saída V_o , operando com um ciclo de chaveamento D_1 .

De (79) nota-se que o conversor VR-BESS se comporta como um conversor buck, com tensão de entrada V_o e tensão de saída V_{bat} , operando com um ciclo de chaveamento ΔD .

Modo 2

Em regime permanente, quando $\dot{\mathbf{x}}_{bat} = 0$ e $\dot{\mathbf{x}}_s = 0$, (64), (65), (70) e (71) se tornam:

$$\mathbf{X}_{bat} = -\mathbf{A}_{bat}^{-1} \mathbf{B}_{bat} \mathbf{U}_{bat} \quad (80)$$

$$V_o = -\mathbf{C}_{bat} \mathbf{A}_{bat}^{-1} \mathbf{B}_{bat} \mathbf{U}_{bat} \quad (81)$$

$$\mathbf{X}_s = -\mathbf{A}_s^{-1} \mathbf{B}_s \mathbf{U}_s \quad (82)$$

$$V_o = -\mathbf{C}_s \mathbf{A}_s^{-1} \mathbf{B}_s \mathbf{U}_s \quad (83)$$

A partir de (81) e (83), obtém-se:

$$\frac{V_o}{V_s} = \frac{1}{1-D_1} \quad (84)$$

$$\frac{V_o}{V_{bat}} = \frac{1}{1-D_2} \quad (85)$$

Pode ser visto em (84) e (85) que, no modo 2, o conversor VR-BESS se comporta como dois conversores boost em paralelo, um com tensão de entrada V_s e tensão de saída V_o , operando com um ciclo de chaveamento D_1 e outro com tensão de entrada V_{bat} e tensão de saída V_o , operando com um ciclo de chaveamento D_2 .

É importante destacar que esta análise, considerando dois conversores independentes, é possível uma vez que, neste modo de operação, V_s é maior que V_{bat} e D_2 é maior que D_1 .

3.2 Análise CA

O comportamento do conversor VR-BESS frente a variações de pequenos sinais pode ser obtido aplicando-se pequenas perturbações em torno do ponto de operação em regime permanente.

Na análise CA, as equações dinâmicas podem ser descritas por:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{X} + \hat{\mathbf{x}} \quad (86)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{U} + \hat{\mathbf{u}} \quad (87)$$

$$\mathbf{d}_1 = \mathbf{D}_1 + \hat{\mathbf{d}}_1 \quad (88)$$

$$\mathbf{d}_2 = \mathbf{D}_2 + \hat{\mathbf{d}}_2 \quad (89)$$

onde \mathbf{X} , \mathbf{U} , \mathbf{D}_1 e \mathbf{D}_2 representam os valores em regime permanente e os termos $\hat{\mathbf{x}}$, $\hat{\mathbf{u}}$, $\hat{\mathbf{d}}_1$ e $\hat{\mathbf{d}}_2$ representam as perturbações de pequeno sinal.

Modo 1

Neste modo, o sistema de equações que representa o conversor VR-BESS com variações de pequenos sinais é obtido inserindo as perturbações em (21), resultando em:

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{X}}_1 + \dot{\hat{\mathbf{x}}}_1 = & \{(\mathbf{D}_1 + \hat{\mathbf{d}}_1)\mathbf{A}_{11} + [(\mathbf{D}_2 + \hat{\mathbf{d}}_2) \\ & - (\mathbf{D}_1 + \hat{\mathbf{d}}_1)]\mathbf{A}_{12} + [1 - (\mathbf{D}_2 + \hat{\mathbf{d}}_2)]\mathbf{A}_{13}\}(\mathbf{X}_1 + \hat{\mathbf{x}}_1) \\ & + \{(\mathbf{D}_1 + \hat{\mathbf{d}}_1)\mathbf{B}_{11} + [(\mathbf{D}_2 + \hat{\mathbf{d}}_2) - (\mathbf{D}_1 + \hat{\mathbf{d}}_1)]\mathbf{B}_{12} \\ & + [1 - (\mathbf{D}_2 + \hat{\mathbf{d}}_2)]\mathbf{B}_{13}\}(\mathbf{U}_1 + \hat{\mathbf{u}}_1) \end{aligned} \quad (90)$$

Reescrevendo (90), eliminando os termos CC e termos não lineares de segunda ordem, as equações de estado são expressas por:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{\mathbf{x}}}_1 = & \mathbf{A}_1 \hat{\mathbf{x}}_1 + \mathbf{B}_1 \hat{\mathbf{u}}_1 \\ & + [(\mathbf{A}_{11} - \mathbf{A}_{12})\mathbf{X}_1 + (\mathbf{B}_{11} - \mathbf{B}_{12})\mathbf{U}_1] \hat{\mathbf{d}}_1 \\ & + [(\mathbf{A}_{12} - \mathbf{A}_{13})\mathbf{X}_1 + (\mathbf{B}_{12} - \mathbf{B}_{13})\mathbf{U}_1] \hat{\mathbf{d}}_2 \end{aligned} \quad (91)$$

Da mesma forma, inserindo as perturbações em (29), obtém-se a equação que representa a saída do conversor com variações de pequenos sinais.

$$\hat{\mathbf{y}}_1 = \mathbf{C}_1 \hat{\mathbf{x}}_1 \quad (92)$$

Modo 2

No modo 2, as equações de estado que representam os dois conversores boost no VR-BESS, quando submetidos a pequenas perturbações, são obtidas a partir de (62), (63), (65) e (71).

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_{bat} = \mathbf{A}_{bat} \hat{\mathbf{x}}_{bat} + \mathbf{B}_{bat} \hat{\mathbf{v}}_{bat} \quad (93)$$

$$\begin{aligned} & + [(\mathbf{A}_{bat1} - \mathbf{A}_{bat2})\mathbf{X}_{bat}] \hat{\mathbf{d}}_2 \\ \hat{\mathbf{v}}_o = & \mathbf{C}_{bat} \hat{\mathbf{x}}_{bat} \end{aligned} \quad (94)$$

$$\dot{\hat{\mathbf{x}}}_s = \mathbf{A}_s \hat{\mathbf{x}}_s + \mathbf{B}_s \hat{\mathbf{v}}_s \quad (95)$$

$$\begin{aligned} & + [(\mathbf{A}_{s1} - \mathbf{A}_{s2})\mathbf{X}_s] \hat{\mathbf{d}}_1 \\ \hat{\mathbf{v}}_o = & \mathbf{C}_s \hat{\mathbf{x}}_s \end{aligned} \quad (96)$$

4 Simulação

A fim de confirmar a modelagem, simulações foram realizadas no Matlab/Simulink utilizando os parâmetros listados na Tabela 1.

Tabela 1. Parâmetros utilizados na simulação.

Tensão de entrada V_s	300 V
Tensão da bateria V_{bat}	120 V
Tensão de saída V_o	400 V
Indutor L_s	1 mH
Indutor L_{bat}	1,1 mH
Capacitor C_o	220 μ F
Capacitor C_{bat}	330 μ F
Resistor R_o	80 Ω
Resistor R_{bat}	29 Ω
Ciclo de chaveamento D_1 no modo 1	0,25
Ciclo de chaveamento D_2 no modo 1	0,55
Ciclo de chaveamento D_1 no modo 2	0,25
Ciclo de chaveamento D_2 no modo 2	0,7

Diagramas de blocos representando (91) a (96) foram simulados conforme Figuras 8 e 9.

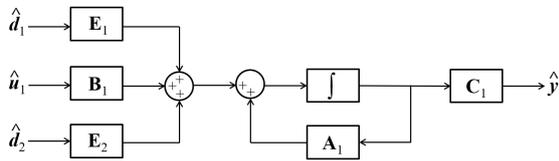


Figura 8. Diagrama de blocos do modelo matemático no modo 1

Na figura 8, os blocos A_1 , B_1 e C_1 representam as matrizes dadas em (23), (25) e (30), respectivamente. Os blocos E_1 e E_2 , obtidos a partir de (91), são dados por:

$$E_1 = (A_{11} - A_{12})X_1 + (B_{11} - B_{12})U_1 \quad (97)$$

$$E_2 = (A_{12} - A_{13})X_1 + (B_{12} - B_{13})U_1 \quad (98)$$

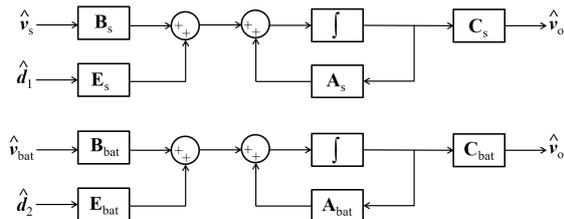


Figura 9. Diagrama de blocos do modelo matemático no modo 2

Na figura 9, os blocos A_{bat} , B_{bat} , C_{bat} , A_s , B_s e C_s representam as matrizes dadas em (66), (68), (69), (72), (74) e (75), respectivamente. Os blocos E_{bat} e E_s , obtidos a partir de (93) e (95), são dados por:

$$E_{bat} = (A_{bat1} - A_{bat2})X_{bat} \quad (99)$$

$$E_s = (A_{s1} - A_{s2})X_s \quad (100)$$

Para validar os modelos médio em espaço de estados foram realizadas simulações dos circuitos elétricos do conversor VR-BESS mostrados nas Figuras 10 e 11.

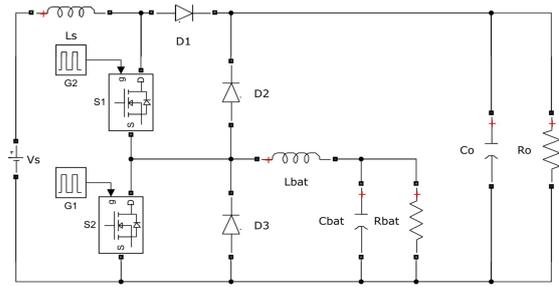


Figura 10. Circuito do conversor no modo 1

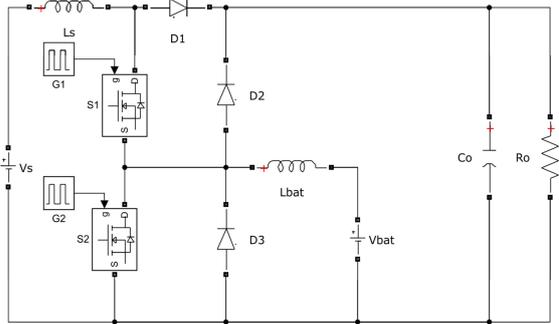


Figura 11. Circuito do conversor no modo 2

Os resultados das simulações do modelo matemático e do conversor no modo 1 são mostrados na Figura 12. Pode-se ver a resposta de \hat{y} (\hat{v}_o , \hat{v}_{bat}) às perturbações, de 5% do valor nominal, \hat{u}_1 (\hat{v}_s), \hat{d}_1 e \hat{d}_2 em 0,15 s, 0,22 s e 0,3 s, respectivamente.

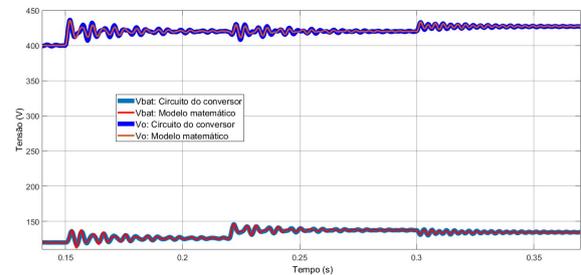


Figura 12. Simulações no modo 1 com perturbação \hat{u}_1 , \hat{d}_1 e \hat{d}_2

A Figura 13 mostra os resultados das simulações do modelo matemático e do conversor no modo 2, na qual é apresentada a resposta de \hat{v}_o às perturbações, de 5% do valor nominal, \hat{v}_s e \hat{d}_1 em 0,4 s e 0,6 s, respectivamente.

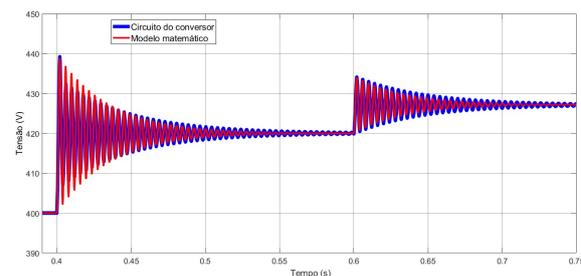


Figura 13. Simulações no modo 2 com perturbações \hat{v}_s e \hat{d}_1

A Figura 14 mostra os resultados das simulações do modelo matemático e do conversor no modo 2, na qual é apresentada a resposta de \hat{v}_o às perturbações, de 5% do valor nominal, \hat{v}_{bat} e \hat{d}_2 em 0,4 s e 0,6 s, respectivamente.

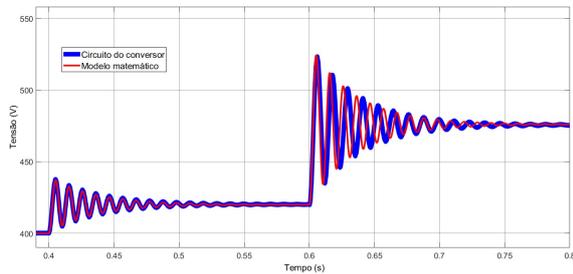


Figura 14. Simulações no modo 2 com perturbações \hat{v}_{bat} e \hat{d}_2

5 Conclusão

Este artigo apresentou uma proposta de um modelo matemático de um sistema regulador de tensão e armazenamento de energia em bateria.

As equações matemáticas foram descritas para cada etapa de operação e para dois modos de operação do conversor VR-BESS.

Para a modelagem, este trabalho utilizou o modelo médio por espaço de estados, por ser um método amplamente utilizado na comunidade científica.

Simulações do modelo matemático e do circuito elétrico do conversor foram realizadas, validando a modelagem.

Referências Bibliográficas

- Barbi, I. (2015). Modelagem de Conversores CC-CC Empregando Modelo Médio em Espaço de Estados. Edição do autor. Florianópolis - SC.
- Chaves, E. N.; Vilefort, L. S.; Carvalho, H. T. M.; Coelho, E. A. A.; Freitas, L. C. G.; Júnior, J. B. V.; Freitas, L. C. (2015). Projeto de Controlador Baseado no Modelo Interno Utilizado em P&O-MPPT e Conversor CC-CC Boost Quadrático. *Eletrônica de Potência, Campo Grande*, v. 20, n. 4, pp. 383-394.
- Farias, E.; Pinto, V. P.; Lima, A. S. e Siqueira, W. L. A. (2014). Regulador Linear Quadrático (LQR) com Ação Integral Aplicado ao Conversor Boost com Carga não Linear. *XX Congresso Brasileiro de Automática*, pp. 4159-4165.
- Middlebrook, R. D. and Cuk, S. (1976). A General Unified Approach to Modelling Switching-Converter Power Stages. *IEEE Power Electronics Specialists Conference Record*, pp. 18-34.
- MME - Secretaria de Planejamento e Desenvolvimento Energético (2017). *Energia Solar no Brasil e Mundo*.
- Pacheco, V. M.; Freitas, L. C.; Vieira Jr., J. B.; Coelho, E. A. A. and V. J. Farias, (2002). A DC-DC Converter Adequate for Alternative Supply System Applications. *IEEE 17th Applied Power Electronics Conference and Exposition (APEC)*, vol. 2, pp. 1074-1080.
- Sarwar, A.; Shahid, A.; Hudaif, A.; Gupta, U. and Wahab, M. (2017). Generalized State-Space Model for an n-Phase Interleaved Buck-Boost Converter. *4th IEEE Uttar Pradesh Section International Conference on Electrical, Computer and Electronics (UPCON)*, pp. 62-67.
- Spier, D. W.; Oggier, G. G. and Silva, S. A. O. (2017). Modeling and Analysis of a DC-DC Boost-Buck Converter for Renewable Energy Applications. *2017 Brazilian Power Electronics Conference (COBEP)*, pp. 1-9.