ESTUDO DA GÊNESE DE INSTABILIDADES EM SISTEMAS DE CONVERSORES ESTÁTICOS EM CASCATA

Rodrigo Paz França*, Fabricio Hoff Dupont†, José Renes Pinheiro*

* *Grupo de Eletrônica de Potência - GEPOC,*
Universidade de Santa Maria - UFSM
Santa Maria, Rio Grande do Sul, Brasil

† *Grupo de Desenvolvimento Tecnológico - GDT*
Universidade Comunitária Regional de Chapecó - Unochapecó
Chapecó, Santa Catarina, Brasil

Emails: rodrigopazfranca@gmail.com, fhd@ieee.org, renes@gepoc.ufsm.br

Abstract— Distributed Energy Generation Systems (DEG) are formed by several interconnected stages, which are constituted by filters, energy storage elements, converters and others. The interactions between the stages can produce instabilities, and this work investigates the genesis of this problem through the analysis of the roots and the Extra Element Theorem (EET). In addition, the stability of the system is analyzed through the Middlebrook criterion. Based on this study, the virtual impedance technique is used to guarantee the system stability. A system composed of a cascade LC filter with a BUCK converter is used as a case study,and theoretical analysis is validated by means of simulation results.

Keywords— Distributed power generation, stability, cascaded system, Middlebrook.

Resumo— Sistemas de Geração Distribuída de Energia (GDE) são formados por diversos estágios interconectados, que são constituídos por filtros, elementos armazenadores de energia, conversores e entre outros. As interações entre os estágios podem produzir instabilidades, assim este trabalho investiga a gênese desse problema por meio da análise das raízes e do Teorema do Elemento Extra (TEE). Além disso através do critério de Middlebrook analisa-se a estabilidade do sistema. Baseado nesse estudo a técnica da impedância virtual é utilizada para garantir a estabilidade do sistema. Um sistema composto por um filtro LC de entrada em cascata com um conversor BUCK é utilizado como estudo de caso, e por meio de simulações comprovam-se as analises realizadas.

Palavras-chave— Geração distribuida de energia, estabilidade, sistema em cascata, Middlebrook.

1 Introdução

Nos últimos anos os sistemas de Geração Distribuída de Energia (GDE) têm apresentado um excelente desempenho na regulação de cargas e uma alta tolerância a falhas (Sudhoff and Glover, 2000). Esse tipo de sistema é formado por diversos módulos interconectados, onde a conexão em cascata é uma das mais utilizadas (Luo, 2005). Contudo, as interações entre os subsistemas, podem gerar problemas de estabilidade, mesmo quando projetados adequadamente para operação autônoma (Wildrick et al., 1995). Entre as possíveis instabilidades que podem ocorrer, pode-se citar o comportamento de resistência negativa ($-R$) na entrada dos conversores que operam em malha fechada (Céspedes et al., 2010), e a presença de incertezas, como dinâmicas não modeladas em algum(ns) subsistema(s) (Erickson and Maksimovic, 2007).

Middlebrook desenvolveu um critério para analisar a estabilidade de um sistema em cascata (Middlebrook, 1976), o qual divide o sistema em estágio fonte (EF) e estágio carga (EC). Segundo o autor, se ambos os sistemas são estáveis individualmente, a estabilidade do sistema em cascata pode ser averiguada por meio do diagrama de *Nyquist* da relação entre as impedâncias de entrada do EF e saída do EC, denominado como *minor loop gain* $Z_{o\_\mathrm{F}}(s)/Z_{in\_\mathrm{C}}(s)$. Middlebrook também constatou que o sistema em cascata será estável se $||Z_{o\_\mathrm{F}}|| << ||Z_{in\_\mathrm{C}}||$ em toda a faixa de frequências. Tal critério é de fácil aplicação, já que são necessárias apenas $Z_{o\_\mathrm{F}}(s)$ e $Z_{in\_\mathrm{C}}(s)$ do sistema para realizar a análise. Contudo este método pode não mostrar alguns fenômenos físicos que podem ser importantes para o projeto do controlador, como po exemplo a margem de fase e ganho do sistema. Por esse motivo, torna-se interessante utilizar outros métodos em conjunto com o critério de Middlebrook para obter uma análise mais completa, e assim poder definir a técnica de controle adequada.

Entre esses outros métodos pode-se destacar o Teorema do Elemento Extra (TEE) (Middlebrook, 1989) e a análise das raízes (Dorf and Bishop, 2011). O TEE foi desenvolvido por Middlebrook e mostra como a adição de um novo elemento no sistema original afeta a sua dinâmica. Na análise das raízes do sistema a estabilidade é ditada pelo valor das raízes (polos) do polinômio característico da função de transferência (FT), sendo que o sistema será estável quando todas as raízes forem negativas (os polos se encontrarem no semi plano esquerdo - SPE).

Para garantir a estabilidades e o desempenho de sistemas que possuem conversores interconectados foram desenvolvidas muitas técnicas,

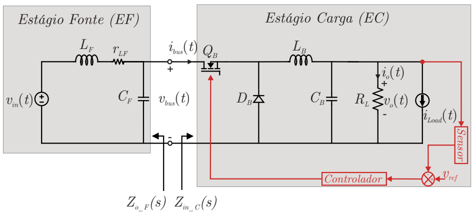


Figura 1: Sistema de conversores em cascata.

sendo grande parte delas focadas em remodelar as impedâncias do sistema, de modo a satisfazer o critério de Middlebrook (Céspedes et al., 2010). Tais abordagens podem ser divididas em passivas (Céspedes et al., 2010) ou ativas (Rahimi and Emadi, 2009). Os métodos de estabilização passivos inserem componentes como resistores, capacitores e indutores, gerando desvantagens, como o aumento de perdas, maior custo, entre outros (Rahimi and Emadi, 2009). Já, os métodos de estabilização ativa apresentam técnicas de controle (soluções em software) para alterar a impedâncias do sistema (Zhang et al., 2015). Dentre eles, um dos mais empregados é o método da impedância virtual, como o apresentado por (Zhang et al., 2015), que tem como objetivo alterar $Z_{in\_\mathrm{C}}(s)$.

Nesse contexto, este trabalho analisa a estabilidade e realiza um estudo da origem do fenômeno da instabilidade (oscilações) do sistema apresentado na Figura 1. Esse sistema é um exemplo de um módulo de um sistema GDE formado pela conexão em cascata de um filtro de entrada LC com um conversor BUCK (Weichel et al., 2010). Esse estudo será conduzida por meio do critério de Middlebrook, do TEE e da análise dos polos e zeros. Por fim, utiliza-se uma a técnica de impedância virtual para garantir a estabilidade do sistema.

2 Modelagem Matemática

Foram utilizadas duas abordagens diferentes para modelagem. A primeira consiste na abordagem convencional, modelando os subsistemas separadamente, ou seja, considerando o estágio fonte e carga, e assim determinar as funções de transferência de cada estágio. Na segunda abordagem o objetivo foi determinar o modelo do sistema completo, ou seja o sistema integrado, filtro de entrada LC mais conversor BUCK.

2.1 Modelagem dos Sistemas Fonte e Carga

Para determinar a FT da impedância de saída $Z_{o\_\mathrm{F}}(s) = V_{bus}(s)/i_{bus}(s)$ do EF (filtro LC) utilizou-se o teorema de Thevenin. Desse modo analisando o circuito chega-se que a impedância equivalente de Thevenin é $Z_{eq} = (L_f + r_{lf})||C_f$. Logo, aplicando a transformada de Laplace em Z_{eq} e sabendo que $Z_{eq} = v_{bus}(s)/i_{bus}(s)$, chega-se na definição da impedância de saída do estágio fonte:

$$Z_{o\_\mathrm{F}}(s) = \frac{sL_f + r_{lf}}{s^2 L_f C_f + sC_f r_{lf} + 1} \tag{1}$$

Por meio do modelo médio no espaço de estados, e da linearização para pequenos sinais no entorno de um ponto de operação definido por D, V_{bus} e I_{Load}, conforme descrito por (Erickson and Maksimovic, 2007) e da aplicação da transformada de Laplace tem-se as FTs do EC, definidas por

$$Z^{-1}_{in\_\mathrm{C}}(s) = \frac{C_b L_b R_L s^2 + L_b s + R_L}{D^2(C_b R_L s + 1)} \tag{2}$$

$$G_{vg\_\mathrm{C}}(s) = \frac{R_L D}{C_b L_b R_L s^2 + L_b s + R_L} \tag{3}$$

$$G_{vd\_\mathrm{C}}(s) = \frac{R_L V bus}{C_b L_b R_L s^2 + L_b s + R_L} \tag{4}$$

$$Z_{o\_\mathrm{C}}(s) = -\frac{L_b R_L s}{C_b L_b R_L s^2 + L_b s + R_L} \tag{5}$$

$$G_{ibusd\_\mathrm{C}}(s) = I_{Load} + \frac{V_{bus}}{R_L} + \frac{V_{bus} D (C_b R_L s + 1)}{C_b L_b R_L s^2 + L_b s + R_L} \tag{6}$$

em que, $Z^{-1}_{in\_\mathrm{C}}(s)$, $G_{vg\_\mathrm{C}}(s)$, $G_{vd\_\mathrm{C}}(s)$, $Z_{o\_\mathrm{C}}(s)$ e $G_{ibusd\_\mathrm{C}}(s)$ respectivamente são as FT da impedância de saída, da tensão de saída $\bar{v}_o(s)$ por $\bar{v}_{bus}(s)$, da tensão de saída $\bar{v}_o$ por $\bar{d}$, da impedância de saída, e da corrente $\bar{i}_{bus}$ pela razão cíclica $\bar{d}$. Logo, segundo (Ahmadi et al., 2010) pode-se representar o conversor BUCK (EC) em malha aberta através das funções de transferência e por meio da Figura 2, na qual é representado também o estágio carga com compensador na tensão de saída $\bar{v}_o(s)$. Ainda na Figura 2, $S(s)$, $G_c(s)$ e $G_M(s)$ representam respectivamente as funções de transferência do sensor de tensão, do compensador e do modulador PWM.

A FT da impedância de entrada em malha fechada $Z_{in\_\mathrm{C\_CL}}(s)$ é necessária para a análise de Middlebrook. Desse modo $Z_{in\_\mathrm{C\_CL}}(s)$ é definida respectivamente por $Z_{in\_C\_CL}(s) = \bar{v}_{bus}(s)/\bar{i}_{Load}(s)$, quando $\bar{i}_{Load}(s) = 0$ e $\bar{v}_{ref}(s) = 0$. Então aplicando essas definições na Figura 2, chega-se em um diagrama de blocos cuja análise resulta em

$$Z_{in\_\mathrm{C\_CL}}(s) = \frac{Z_{in\_\mathrm{C}}(s)(1 + T_{v\_\mathrm{C}}(s))}{1 + T_{v\_\mathrm{C}}(s) - Z_{in\_\mathrm{C}}(s) G_{ibusd\_\mathrm{C}}(s) T_{vg\_\mathrm{C}}(s)}, \tag{7}$$

sendo, T_{v_C} e T_{vg_C} são os ganhos em malha aberta do EC definidos:

$$T_{v\_\mathrm{C}}(s) = S(s) G_c(s) G_M(s) G_{vd\_\mathrm{C}}(s) \tag{8}$$

$$T_{vg\_\mathrm{C}} = G_c(s) S(s) G_{vg\_\mathrm{C}}(s) G_M(s) \tag{9}$$

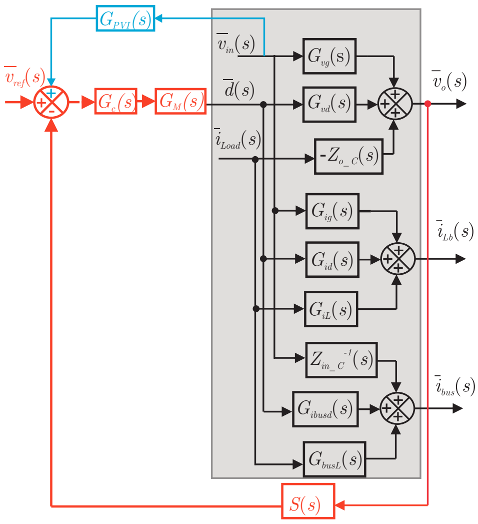


Figura 2: Modelo do conversor carga baseado em FTs, com compensador na tensão de saída $v_o(t)$ e com a técnica de estabilização $G_{PVI}(s)$.

2.2 Modelagem do Sistema Completo

Para determinar o modelo do sistema completo composto pelo filtro de entrada LC e o conversor Buck foi utilizada a mesma metodologia usada para o modelo do EC. Assim, foram obtidas as FT definidas em (14) até (16). Sendo α, β, γ e δ definidas por

$$\alpha = r_{LF}D^2 + R_L, \tag{10}$$

$$\beta = C_B C_F L_B L_F R_L \tag{11}$$

$$\gamma = V_{in} - D I_{Load} r_{LF}, \tag{12}$$

$$\delta = 2 R_L I_{Load} r_{LF} D \tag{13}$$

Com as FTs, o sistema completo também foi representado através de diagramas de blocos como o apresentado na Figura 2, e aplicando-se o teorema da superposição e a álgebra de diagrama de blocos foi possível obter as seguintes funções de transferência em malha fechada

$$G_{vd\_\mathrm{FB\_CL}}(s) = \frac{T_{v\_\mathrm{FB}}(s)}{1 + T_{v\_\mathrm{FB}}(s)}; \tag{19}$$

$$G_{vg\_\mathrm{FB\_CL}}(s) = \frac{G_{vg\_\mathrm{FB}}(s)}{1 + T_{v\_\mathrm{FB}}(s)}; \tag{20}$$

$$Z_{o\_\mathrm{FB\_CL}}(s) = \frac{Z_{o\_\mathrm{FB}}(s)}{1 + T_{v\_\mathrm{FB}}(s)}, \tag{21}$$

sendo, $T_{v\_\mathrm{FB}}(s)$ o ganho em malha aberta considerando as funções de transferência do sistema completo. É definido por

$$T_{v\_\mathrm{FB}(s)} = S(s) G_c(s) G_M(s) G_{vd\_\mathrm{FB}}(s) \tag{22}$$

3 Análise da Estabilidade

Para analisar a estabilidade do sistema em cascata empregou-se um arranjo, cujo os parâmetros são definidos por $L_f = 530\ \mu$H, $C_f = 470\ \mu$F, $r_{Lf} = 0.01\ \Omega$, $L_b = C_b = 100\ \mu$H, $R_L = 3\ \Omega$, $V_{in} = 30$ V, $V_o = 15$ V e a frequência de chaveamento utilizada foi de $f_{sw} = 30$ kHz. Para o controlador do EC $G_c(s)$ foi utilizado um compensador proporcional integral derivativo (PID) com uma margem de fase 60°, uma frequência de corte de $f_c = f_{sw}/10$. Logo, chegou-se nos seguintes valores $K = 0,4103$, $z_{c,1} = 5052$, $z_{c,2} = 1884$ e $P_{c,1} = 7,035e^4$.

$$G_c(s) = K\frac{(s + z_{c,1})(s + z_{c,2})}{s(s + P_{c,1})} \tag{23}$$

3.1 Análise pelo Método de Middlebrook

Na Figura 3(a) e 3(b) respectivamente é apresentado, o diagrama de Bode da comparação entre as impedâncias de saída do EF Z_{o_F} e de entrada em malha fechada do EC $Z_{in\_\mathrm{C\_CL}}$ e o diagrama de Nyquist do *minor loop gain* T_{MLG}. Segundo o critério de Middlebrook o sistema será estável se $||Z_{o\_\mathrm{F}}|| << ||Z_{in\_\mathrm{C}}||$, ou $||T_{MLG}|| = ||Z_{o\_\mathrm{F}}||/||Z_{in\_\mathrm{C}}|| << 1$. Na Figura 3(a) pode-se notar que $||Z_{o\_\mathrm{F}}(s)||$ não é menor que $||Z_{in\_\mathrm{C\_CL}}(s)||$ em todo o espectro de frequências. A impedância de entrada $Z_{in\_\mathrm{C\_CL}}(s)$ intersecta a impedância de saída $Z_{o\_\mathrm{F}}(s)$ nas frequências $f_1 = 311$Hz e $f_2 = 327$Hz . O contorno de Nyquist do T_{MLG} circunda o ponto $(-1, 0)$ não satisfazendo o critério apresentado por Middlebrook. Conclui-se, assim que o sistema em cascata é instável.

3.2 Análise das Raízes

Na Figura 4 são apresentados os diagramas de bode das FTs em malha fechada $G_{vd\_\mathrm{FB\_CL}}(s)$, $G_{vg\_\mathrm{FB\_CL}}(s)$ e $Z_{o\_\mathrm{FB\_CL}}(s)$. Ao analisar esses diagramas de Bode é possível identificar que existe um pico (sinalizado através do círculo pontilhado) na magnitude aproximadamente na frequência de $f_1 = 311$Hz . Para complementar a análise, na Figura 5 mostram-se os diagramas de polos e zeros das funções de transferência da malha fechada para o sistema completo. No mapa de polos e zeros é possível identificar que existe um par de polos e zeros complexos no semi plano direito (SPD), os quais são destacados pelo circulo pontilhado. Os polos complexos no SPD estão na frequência de aproximadamente $f_1 \approx 311$Hz e os zeros na $f \approx 317$Hz . Destaca-se que a interconexão dos sistemas EF e EC resultou em um sistema instável e de fase não mínima.

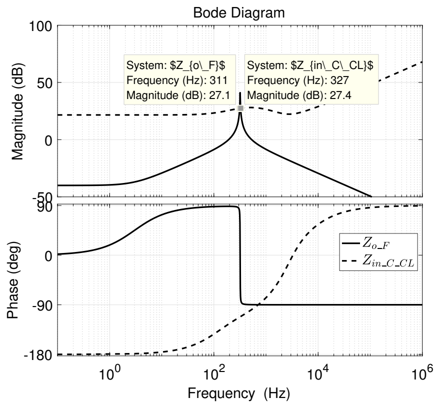
$$G_{vg\_\mathrm{FB}}(s) = \frac{DR_L}{Num_{\mathrm{FB}}}, \tag{14}$$

$$G_{vd\_\mathrm{FB}}(s) = \frac{\frac{\beta R_L}{C_B L_B}\left(\gamma s^2 + (-(V_{in}(\frac{D^2}{C_F R_L} - \frac{r_{LF}}{L_F}) + I_{Load} D(\frac{r_{LF}^2}{L_F} + \frac{1}{C_F})))s\right) - R_L(V_{in}(r_{LF} D^2 - R_L) + \delta)}{Num_{\mathrm{FB\_2}}}, \tag{15}$$

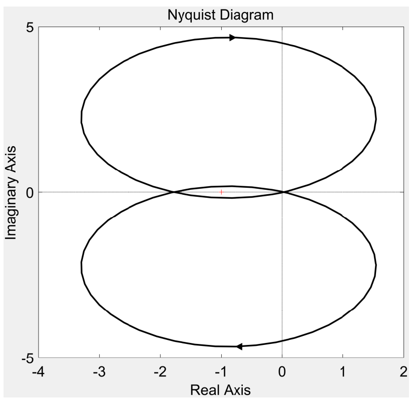
$$Z_{o\_\mathrm{C\_FB}}(s) = \frac{(-C_F L_B L_F R_L)s^3 + (-C_F L_B R_L r_{LF})s^2 + (-R_L(L_F D^2 + L_B))s - D^2 R_L r_{LF}}{Num_{\mathrm{FB}}} \tag{16}$$

$$\begin{aligned} Num_{\mathrm{FB}} =& \beta\left(s^4 + (\frac{1}{C_B R_L} + \frac{r_{LF}}{L_F})s^3 + (\frac{1}{C_F}(\frac{D^2}{L_B} + \frac{1}{LF}) + \frac{1}{C_B}(\frac{1}{L_B} + \frac{r_{LF}}{L_F R_L}))s^2\right) \\ &+ (L_B + D^2 L_F + \frac{\beta r_{LF}}{L_B L_F}(\frac{1}{C_B} + \frac{D^2}{C_F}))s + \alpha, \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned} Num_{\mathrm{FB\_2}} =& (\beta\alpha)\left(s^4 + (\frac{1}{C_B R_L} + \frac{r_{LF}}{L_F})s^3 + (\frac{D^2}{C_F L_B} + \frac{1}{C_F L_F} + \frac{1}{C_B L_B} + \frac{r_{LF}}{C_B L_F R_L})s^2\right) \\ &+ (\alpha(L_B + D^2 L_F + \frac{\beta^* r_{LF}}{L_B L_F}(\frac{1}{C_B} + \frac{D^2}{C_F})))s + \alpha^2, \end{aligned} \tag{18}$$



(a)



(b)

Figura 3: Diagrama de Bode: (a) Z_{o_F} e $Z_{in\_\mathrm{C\_CL}}$, (b) Nyquist do T_{MLG}.

4 Análise da Origem Física da Instabilidade

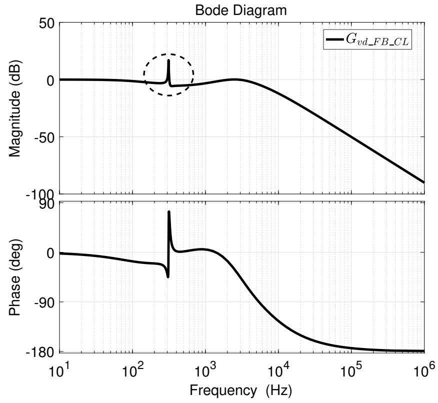
Pelos dois métodos, concluiu-se que o sistema, cujos estágios independentes são estáveis, tornaram-se instáveis quando da sua interconexão. O método de Middlebrook indicou que o sistema possui oscilações nas frequências $f_1 = 311$ Hz e $f_2 = 327$Hz. Pela análise dos polos e zeros viu-se que o sistema possui polos complexos no SPD na frequência $f_1 \approx 311$Hz e zeros complexos em $f \approx 327$Hz . Isto sugere que no presente estudo de caso a origem física do problema estaria associada à mudança na dinâmica do conversor Buck, ocasionada pelo acoplamento do filtro. Tais modificações na dinâmica do conversor Buck podem tornar o sistema instável.

Dessa forma, faz-se necessário detectar qual é a dinâmica associada ao acoplamento do filtro que afeta o funcionamento do conversor Buck. Para isso foi utilizado o TEE, que define a função de transferência $G_{vd\_\mathrm{FB\_TEE}}(s)$ modificada pelo adição de um elemento extra neste caso um filtro LC por meio de

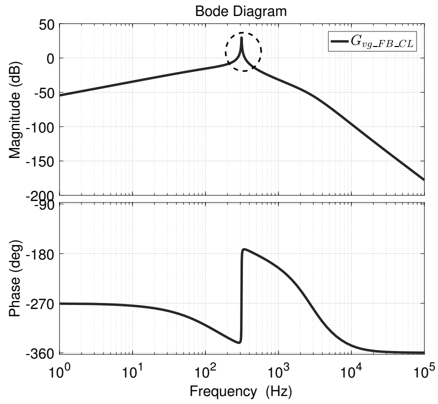
$$G_{vd\_\mathrm{FB\_TEE}}(s)=(G_{vd\_\mathrm{C}}|_{z_o(s)=0})\frac{\left(1+\frac{Z_o(s)}{Z_N(s)}\right)}{\left(1+\frac{Z_o(s)}{Z_D(s)}\right)}, \tag{24}$$

em que, $Z_D(s) = Z_{in\_\mathrm{C}}(s)$ (2), $Z_o(s) = Z_{o\_\mathrm{F}}(s)$ (1), $G_{vd\_\mathrm{C}}|_{z_o(s)=0}$ é a função de transferência do conversor BUCK não modificada pelo filtro (4). A grandeza $Z_N(s)$ é igual a impedância de entrada do estágio carga sob a condição de que o controlador *feedback* opere idealmente, ou seja varie $\bar{d}(s)$ para manter $\bar{v}_o$ igual a zero. Assim o valor de $Z_N(s)$ foi retirada de (Erickson and Maksimovic, 2007) que para o conversor Buck $Z_N(s) = -R_L/D^2$. A equação (24) revela a dinâmica do conversor Buck é modificado pelo fator de correção

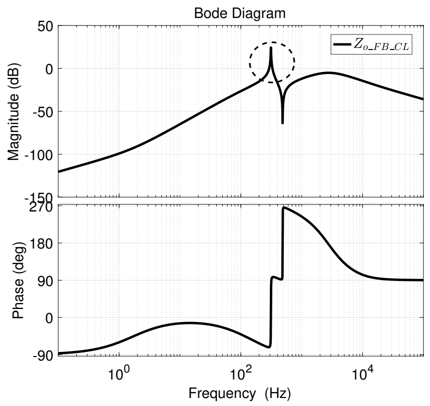
$$G_{C\mathrm{Fact}}(s) = \frac{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_N(s)}\right)}{\left(1 + \frac{Z_o(s)}{Z_D(s)}\right)} \tag{25}$$



(a)

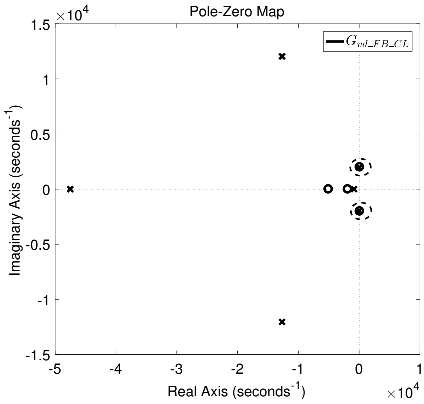


(b)

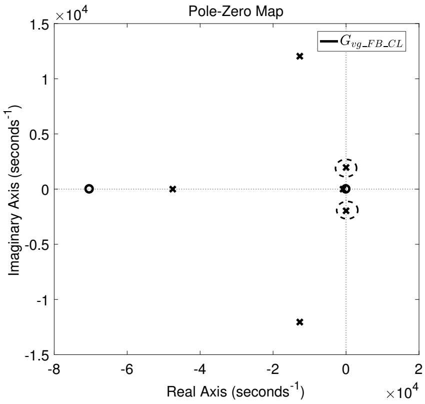


(c)

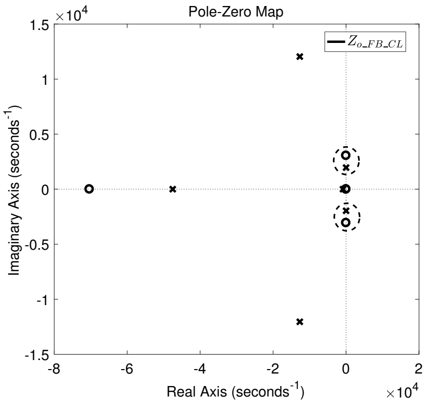
Figura 4: Diagrama de Bode: (a) $G_{vd\_\mathrm{FB\_CL}}$, (b) $G_{vg\_\mathrm{FB\_CL}}$ e (c) $Z_{o\_\mathrm{FB\_CL}}$.



(a)



(b)



(c)

Figura 5: Diagrama de Bode: (a) $G_{vd\_\mathrm{FB\_CL}}$, (b) $G_{vg\_\mathrm{FB\_CL}}$ e (c) $Z_{o\_\mathrm{FB\_CL}}$.

Os diagramas de Bode da $G_{vd\_B}(s)$ (4), modificada pelo filtro $G_{vd\_\mathrm{FB\_TEE}}(s)$ (24), do fator de correção $G_{CFact}(s)$ (25) e do sistema completo G_{vd_FB} (15) são apresentados na Figura 6. Nela 6 pode-se ver que a $G_{vd\_B}(s)$ possui polos complexos que levam a sua fase até $-180°$ em altas frequências. A FT $G_{vd\_\mathrm{FB\_TEE}}(s)$ apresentou na magnitude uma anomalia de pequenas variações na frequência de ressonância do filtro LC ($318,8$Hz), um avanço na fase de $360°$ e um par de polos complexos e par de zeros complexos no SPD. Esses pares de polos complexos e zeros complexos do SPD estão associados com a dinâmica do filtro como é mostrado na Figura 6. Já que o fator de correção $G_{CFact}(s)$ (que indica qual é a dinâmica adicionada pelo filtro) possui um par de polos complexos e um par de zeros complexos no SPD, os quais são responsáveis pela anomalia de pequenas variações na magnitude do $G_{CFact}(s)$ e contribui com um deslocamento de $360°$ em sua fase. Então, quando a contribuição do fator de correção de $360°$ é adicionada com a contribuição em altas frequências de $-180°$ dos dois polos complexos da $G_{vd\_B}(s)$, um deslocamento de fase de

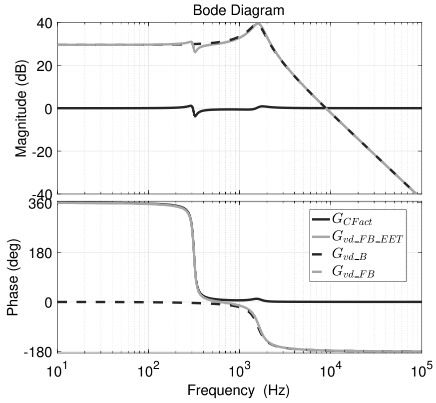


Figura 6: Comparação dos diagramas de Bode de $G_{vd\_\mathrm{B}}(s)$, $G_{vd\_\mathrm{FB\_TEE}}(s)$, $G_{CFact}(s)$ e G_{vd_FB}.

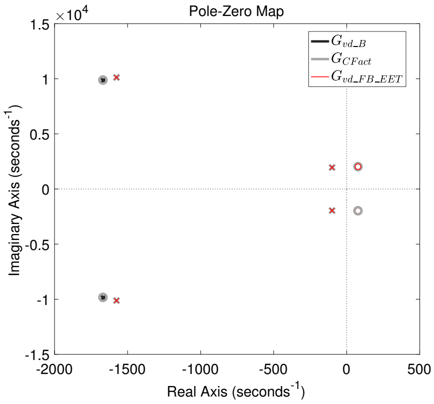


Figura 7: Comparação entre os polos e zeros de $G_{vd\_B}(s)$, $G_{CFact}(s)$ e $G_{vd\_FB\_EET}(s)$.

540° surge.

Através da Figura 6 pode-se observar que $G_{vd\_\mathrm{FB\_TEE}}(s)$ é praticamente idêntica a $G_{vd\_\mathrm{FB}}(s)$. Logo, a nova função de transferência $G_{vd\_\mathrm{FB\_EET}}$ possui um par de polos complexos e um par de zeros complexos no SPD adicionais, associados com a dinâmica do filtro de entrada LC.

Para confirmar essa teoria basta analisar o diagrama de polos e zeros da Figura 7, que em cinza mostra os polos e zeros adicionados pelo acoplamento do filtro de entrada e em preto mostra os polo complexos do conversor Buck. Nota-se que o par de polos complexos da $G_{vd\_B}(s)$ são anulados por um par de zeros complexos do filtro, assim a $G_{vd\_\mathrm{FB\_EET}}(s)$ possui dois pares de polos complexos e um par de zeros complexos como pode ser visto na Figura 7 (em vermelho).

5 Método de Estabilização

Para solucionar o problema de oscilações optou-se por uma técnica de estabilização ativa, denominada *Parallel Virtual Impedance* (PVI) que foi desenvolvia por (Zhang et al., 2015). Essa técnica de controle adiciona uma ação *feed-forward* na tensão de entrada $\bar{v}_{in}(s)$ como é apresentado na Figura 2. Esse método tem como objetivo modificar a impedância de entrada do estágio carga, e $G_{PVI}(s)$ é por

$$G_{PVI}(s) = G_Z(s)P_oG_{FPB}(s) \tag{26}$$

em que, $P_o = 75\mathrm{W}$ é a potência de saída do EC, $G_Z(s)$ é representado por:

$$G_Z(s) = \frac{2S(s)R_L}{V_{bus}V_o[s^2L_fC_f + s(R_LC_f + L_f/R_L) + 2]} \tag{27}$$

Para implementar o método PVI é necessário utilizar um filtro passa banda $G_{FPB}(s)$ como é demonstrado por (Zhang et al., 2015), o qual é representado por

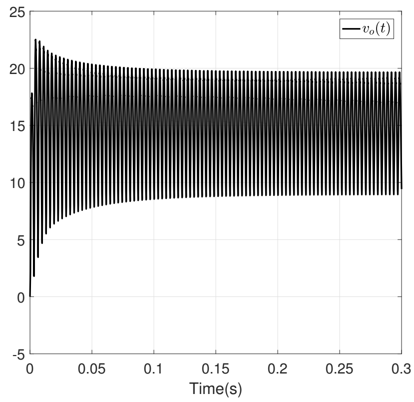
$$G_{FPB}(s) = \frac{s^2}{s^2 + \left(\dfrac{\omega_1}{Q_H}\right)s + \omega_1^2} \cdot \frac{\omega_2^2}{s^2 + \left(\dfrac{\omega_2}{Q_L}\right)s + \omega_2^2} \tag{28}$$

onde $\omega_1 = 2\pi f_1$ e $\omega_2 = 2\pi f_2$ são as frequências angulares características. Já $Q_H = Q_L = 0,707$ são os fatores de qualidade do filtro.

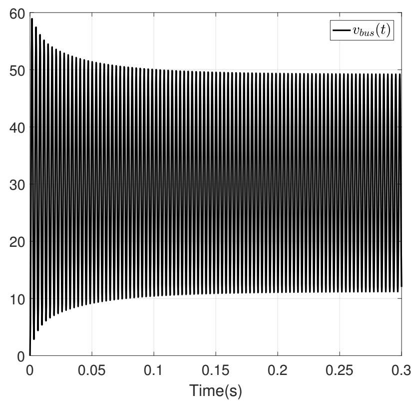
6 Resultados

Para validar as análises teóricas apresentadas foram realizadas simulações em Matlab/Simulink, utilizando-se a saturação física da razão cíclica, tanto para o circuito elétrico quanto para o sinal $\tilde{d}$ do modelo dinâmico da Figura 2. Assim na Figura 8 são apresentadas as formas de onda de $v_o(t)$ e $v_{bus}(t)$ para carga nominal $R_L = 3\ \Omega$. Pode-se notar que o sistema é instável, mas não divergente, devido a ação do saturador da razão cíclica. Possui uma oscilação na frequência de aproximadamente 311 Hz, como foi apresentado nas seções anteriores.

A Figura 8 mostrou que o sistema é criticamente estável, mas a análise da estabilidade a partir dos polos e zeros apresentou polos no SPD, os quais deveriam originar uma oscilação tendendo ao infinito. Para estudar esse fenômeno duas hipóteses foram levantadas, uma que o modelo completo do sistema poderia estar errado. A outra hipótese é que a saturação da ação de controle $u(t)$ estaria originando efeitos não representados, já que o modulador PWM é capaz de representar fisicamente apenas um sinal limitado no intervalo [01], e não um sinal ilimitado, conforme é assumido para os modelos SISO LTI. A hipótese de que o modelo completo do sistema acoplado esteja errado é descartada, já que o mesmo foi validado. A fim de estudar o efeito da saturação de $u(t)$ foi feita uma comparação entre as formas de onda da tensão de saída $v_o(t)$ e da ação de controle $u(t)$ do circuito, do modelo sem saturação e do modelo com saturação e os resultados são apresentados na Figura 9.

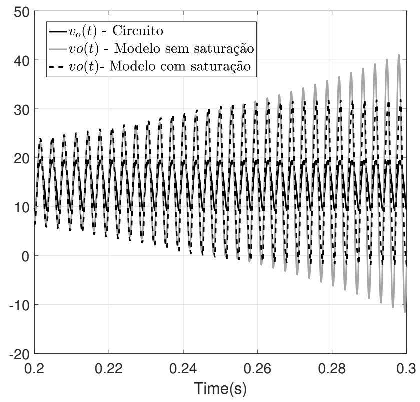


(a)

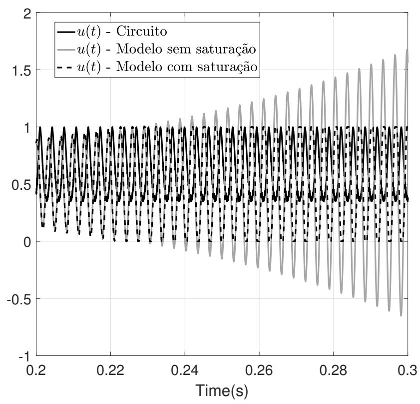


(b)

Figura 8: Formas de onda obtidas da tensão de saída $v_o(t)$ e da tensão do barramento $v_{bus}(t)$.



(a)



(b)

Figura 9: Comparação das formas de onda: (a) da tensão de saída $u(t)$ e (b) do sinal de controle $u(t)$.

Ao analisar a Figura 9(a) nota-se que o modelo sem saturação apresenta uma forma de onda oscilatória que tende ao infinito e o modelo com saturação apresenta uma resposta oscilatória sustentada tal como o circuito. Logo, pode-se observar que $v_o(t)$ na Figura 9(b) possui uma oscilação constante devido a saturação da ação de controle $u(t)$. Em decorrência dessa saturação o sistema começa a funcionar em malha aberta, atingindo um novo ponto de equilíbrio. Após, o sinal de controle retorna à faixa linear, saindo da saturação e atuando novamente. Esse ciclo se repete e desse modo as oscilações tornam-se sustentadas. Essa influência da saturação não é representada nos modelos lineares utilizados.

Na Figura 10 são apresentados os resultados obtidos com a técnica de impedância virtual (seção 5). Pode ser observado na Figura 10 que as tensões de saída $v_o(t)$ e do barramento $v_{bus}(t)$ deixaram de ser oscilatórias, e a tensão de saída ficou regulada no valor desejado.

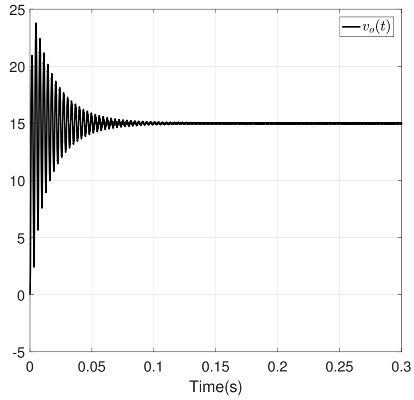
7 Conclusão

Neste trabalho foi demonstrado que a origem da instabilidade do sistema em cascata está relacionada com as dinâmicas não-modeladas que surgem com o acoplamento dos sistemas. Para o caso de estudo as dinâmicas não modeladas tornam o sistema de fase não-mínima, ou seja, surgem zeros no SPD e que estão localizados na frequência de ressonância do filtro. Assim ao fechar a malha do EC com o controlador projetado levando em consideração apenas o modelo do conversor Buck, o sistema em cascata tornou-se instável. Essas instabilidade foram caracterizadas por oscilações com frequência de 311Hz. Por fim para estabilizar o sistema em cascata utilizou-se a técnica PVI.

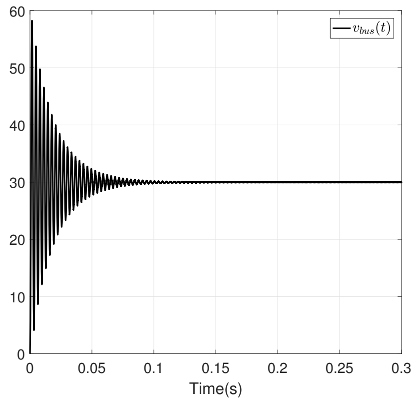
Referências

Ahmadi, R., Paschedag, D. and Ferdowsi, M. (2010). Closed-loop input and output impedances of dc-dc switching converters operating in voltage and current mode control, *IECON 2010-36th Annual Conference on IEEE Industrial Electronics Society*, IEEE, pp. 2311–2316.

Céspedes, M., Beechner, T., Xing, L. and Sun, J. (2010). Stabilization of constant-power loads by passive impedance damping, *Applied Power Electronics Conference and Exposition*



(a)



(b)

Figura 10: Formas de onda da tensão de saída $v_o(t)$ e da tensão do barramento $v_{bus}(t)$ com $G_{PVI}(s)$.

(APEC), 2010 Twenty-Fifth Annual IEEE, IEEE, pp. 2174–2180.

Dorf, R. C. and Bishop, R. H. (2011). *Modern control systems*, Pearson.

Erickson, R. W. and Maksimovic, D. (2007). *Fundamentals of power electronics*, Springer Science & Business Media.

Luo, S. (2005). A review of distributed power systems part i: Dc distributed power system, *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine* **20**(8): 5–16.

Middlebrook, R. (1989). Null double injection and the extra element theorem, *IEEE Transactions on Education* **32**(3): 167–180.

Middlebrook, R. D. (1976). Input filter considerations in design and application of switching regulators, *IAS'76* .

Rahimi, A. M. and Emadi, A. (2009). Active damping in dc/dc power electronic converters: A novel method to overcome the problems of constant power loads, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **56**(5): 1428–1439.

Sudhoff, S. and Glover, S. (2000). Three-dimensional stability analysis of dc power electronics based systems, *Power Electronics Specialists Conference, 2000. PESC 00. 2000 IEEE 31st Annual*, Vol. 1, IEEE, pp. 101–106.

Weichel, R., Wang, G., Mayer, J. and Hofmann, H. (2010). Active stabilization of dc-dc converters with input lc filters via current-mode control and input voltage feedback, *Energy Conversion Congress and Exposition (ECCE), 2010 IEEE*, IEEE, pp. 3409–3413.

Wildrick, C. M., Lee, F. C., Cho, B. H. and Choi, B. (1995). A method of defining the load impedance specification for a stable distributed power system, *IEEE Transactions on power Electronics* **10**(3): 280–285.

Zhang, X., Ruan, X. and Zhong, Q.-C. (2015). Improving the stability of cascaded dc/dc converter systems via shaping the input impedance of the load converter with a parallel or series virtual impedance, *IEEE Transactions on Industrial Electronics* **62**(12): 7499–7512.

Agradecimentos

Os autores gostariam de agradecer ao projeto INCT-GD e aos órgãos financiadores (CNPq processo 465640/2014-1, CAPES processo no. 23038.000776/2017-54, PROEX-CAPES processo no. 23038.008338/2017-34 e FAPERGS 17/2551-0000517-1).