

ESTIMAÇÃO DE PRESSÃO DE FUNDO DE POÇO UTILIZANDO SVR E UKF

DECIO HARAMURA JUNIOR*, UBIRAJARA FRANCO MORENO*

**Departamento de Automação e Sistemas
Centro Tecnológico, Universidade Federal de Santa Catarina
Florianópolis, Santa Catarina, Brasil*

Emails: d.haramura@posgrad.ufsc.br, ubirajara.f.moreno@ufsc.br

Abstract— The purpose of this article is to use a data-driven soft sensor to estimate the bottomhole pressure, p_{wf} , of an offshore oil well using Support Vector Machines for Regression, SVR, and Unscented Kalman Filter, UKF. The approach proposed on this article uses SVR models based on historic data of a real industrial plant. These models are employed in an UKF filter to correct the estimations in real time. The experimental results indicate improvement at using seabed variables rather than platform variables and improvement when using a closed-loop Kalman Filter rather than an open-loop.

Keywords— SVR, UKF, PDG, oil well.

Resumo— A proposta deste artigo é a implementação de *soft sensors*, baseados em modelos empíricos, para a estimação da pressão de fundo, p_{wf} , de um poço de petróleo *offshore* utilizando *Support Vector machines for Regression*, SVR, e *Unscented Kalman Filter*, UKF. A abordagem proposta baseia-se em modelos SVR construídos a partir do treinamento com dados históricos de sensores de uma planta industrial real. Estes modelos são utilizados juntamente com filtros baseados no UKF em uma implementação em malha fechada, para corrigir a estimação com dados em tempo real. Os resultados indicam melhorias ao utilizar variáveis de fundo em relação às de topo e ao utilizar malha fechada em relação à malha aberta.

Palavras-chave— SVR, UKF, PDG, poço de petróleo.

1 Introdução

Um dos métodos mais utilizados de elevação artificial é o de injeção de gás (*gás lift*). Este método consiste em injetar gás no poço para diminuir a densidade do fluido e, conseqüentemente, aumentar a diferença de pressão entre o fundo do poço e a plataforma. Esta diferença de pressão deve ser suficientemente grande para que o fluido percorra toda a tubulação até a plataforma.

A tubulação que leva o petróleo do poço até o vaso separador da plataforma tem monitoração por sensores, dentre eles o PDG (*Permanent Downhole Gauge*). O PDG é um sensor de fundo de poço que mede pressão e temperatura e tem um papel muito importante na otimização da produção de petróleo utilizando *gás lift*. De acordo com Eck (1999), conhecer a pressão de fundo de poço permite o cálculo da vazão de produção, estudo do desempenho do poço e otimização da produção.

Por se localizar no fundo do poço, este equipamento fica exposto a altas pressões e temperaturas e não é rara a ocorrência de falhas. Em caso de falhas do PDG, sua substituição pode não ser viável, dado o elevado custo operacional da troca, bem como, o risco mecânico envolvido nesta operação Eck (1999). Portanto, diante da possibilidade de falha do PDG e da dificuldade de sua manutenção e substituição, a implementação de estimadores da pressão de fundo do poço aumenta a tolerância a falhas das operações de *gas lift*.

Soft sensors são uma alternativa para realizar a estimação de sensores através de outros. De acordo com Fortuna et al. (2010), *soft sensor* é

um modelo matemático para inferir medições de uma dada variável de processo, a partir de medições de outras variáveis. Os *soft sensors* podem ser do tipo *model-driven* quando utilizam um modelo fenomenológico ou *data-driven* quando utilizam dados históricos para criação do modelo.

Na literatura, diversas abordagens para a estimação da pressão de fundo de poço são propostas. Em Teixeira et al. (2012), os autores utilizam um banco de filtros IMM (*Interacting Multiple Model*) com UKF (*Unscented Kalman Filter*) e três modelos diferentes de NARX (*Nonlinear Autoregressive with Exogenous Input*) e MLP (*Multi-Layer Perceptron*) NARX. A continuação deste trabalho pode ser lida em Aguirre et al. (2017), onde os autores apresentam o sistema desenvolvido para a criação de modelos e relatam os progressos que obtiveram com a seleção de variáveis, expectativa de validade do modelo, frequência de calibração do modelo e dificuldades com a variação temporal do processo.

Em Antonelo e Camponogara (2015) e Antonelo et al. (2017), o mesmo problema foi abordado, porém utilizando *Echo State Networks* (ESN) para fazer a estimação da pressão de fundo de poço.

Neste artigo é proposto um *soft sensor* que utiliza um modelo baseado em SVR (*Support Vector machines for Regression*) juntamente com um filtro UKF com o objetivo de estimar a pressão de fundo de um poço *offshore*. Para efeito de comparação, são propostos e avaliados dois modelos de *soft sensor* em malha aberta e um modelo em malha fechada com UKF. Vale ressaltar que os dados

utilizados neste trabalho são dados reais e foram disponibilizados pela Petrobras assim como para o trabalho de Teixeira et al. (2012).

Os métodos baseados em SVR são algoritmos de aprendizado de máquinas que criam um modelo baseado em uma função *kernel* não linear e vetores suporte escolhidos a partir de uma base de dados de treinamento. Esta abordagem tem sido utilizada com sucesso na indústria como pode ser visto no trabalho de Chitrakha e Shah (2010). O SVR também já foi utilizado com sistemas não lineares em Ma et al. (2003), na indústria química em M Balabin e Lomakina-Rumyantseva (2011) e com estimações *on-line* em Ma et al. (2003).

Neste trabalho, é proposta a utilização conjunta de um algoritmo SVR com filtros baseados no UKF. O UKF, conforme proposto em J. Julier e K. Uhlmann (1999), é uma expansão do filtro de Kalman para sistemas não lineares, porém com abordagem diferente em relação ao *Extended Kalman Filter* (EKF). O EKF se baseia na linearização do sistema não linear em torno de um ponto de operação, enquanto o UKF utiliza a transformada *unscented* para inferir a média e a covariância das saídas do sistema. A média e a covariância são utilizadas para calcular o ganho do filtro de Kalman.

O artigo está organizado da seguinte maneira: na seção 2 detalha-se o processo no qual o *soft sensor* está inserido. Em seguida, na seção 3 expõe-se os algoritmos utilizados para realizar a estimação. Por fim, na seção 4 discute-se os resultados obtidos para se chegar às conclusões dispostas na seção 5.

2 Descrição do Processo

A figura 1 mostra um típico arranjo de válvulas e sensores de um poço com injeção de gás *lift*. Como dito na seção 1, para produzir petróleo é necessária a injeção de gás no poço através da tubulação representada pela linha inferior da figura 1. Já a linha superior representa a tubulação por onde flui o petróleo extraído do poço para a plataforma.

O controle da produção do poço é feito a partir da modulação das válvulas *chokes* nas linhas de gás *lift* e de produção. As válvulas SDV (*shut-down valve*) são do tipo *on-off* e, como o próprio nome diz, são válvulas utilizadas em situações de emergência para fechar rapidamente tanto a injeção de gás quanto a produção de petróleo. As outras válvulas representadas na figura 1 estão localizadas no equipamento conhecido como Árvore de Natal Molhada (ANM). A ANM fica no leito do fundo do mar e sua função é interligar as tubulações da plataforma e o poço de petróleo. As válvulas da ANM são utilizadas para manobras de manutenção do poço e, portanto não terão as suas funções descritas neste artigo.

Na figura 1 também estão representados os

sensores do poço do tipo pressão (PT), temperatura (TT) e vazão (FT). Os sensores PT1 e TT1 pertencem ao PDG, que foi explicado na seção 1. Os sensores PT2 e TT2 são sensores do equipamento TPT e ficam localizados na ANM na cabeça do poço. O PT3 mede a pressão de óleo a montante da SDV, o PT4 e TT4 são sensores a montante do choke e o PT5 é a pressão a jusante do *choke* de produção. O PT6 mede a pressão a jusante da SDV de gás *lift*, enquanto que os sensores PT7 e TT7 estão a montante da mesma SDV. Por fim, FT8 mede a vazão de injeção de gás *lift*.

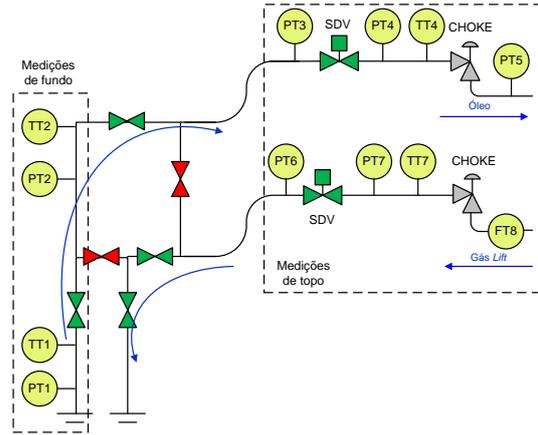


Figura 1: Esquemático simplificado de um poço com injeção de gás *lift*.

3 Metodologia

Esta seção contém a apresentação matemática do problema e detalhes sobre as ferramentas utilizadas, SVR e UKF.

3.1 Definição matemática do problema

Como definido em Teixeira et al. (2012), considere um sistema não linear definido pelo sistema de equações 1:

$$\begin{cases} \mathbf{x}_k = f(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}^f) + \mathbf{w}_{k-1} \\ \mathbf{y}_k = h(\mathbf{x}_k, \mathbf{u}_k^h) + \mathbf{v}_k \end{cases} \quad (1)$$

onde $f : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{p_f} \rightarrow \mathbb{R}^n$ é o modelo de processo, $h : \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^{p_h} \rightarrow \mathbb{R}^m$ é o modelo de observação, $\mathbf{x}_k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $\mathbf{y}_k \in \mathbb{R}^m$ é o vetor de medições, $\mathbf{u}_k \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{k-1}^f \\ \mathbf{u}_k^h \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^p$, $p = p_f + p_h$, $\mathbf{w}_{k-1} \in \mathbb{R}^n$ é um ruído gaussiano de média zero e covariância dada pela matriz \mathbf{Q} , $\mathbf{v}_k \in \mathbb{R}^m$ é um ruído gaussiano de média zero e covariância dada pela matriz \mathbf{R} . O nosso objetivo é obter uma estimativa de estados $\hat{\mathbf{x}}_k$ e matriz de covariância \mathbf{P}_k tal que minimize o erro de estimação.

A figura 2 mostra como é o procedimento de desenvolvimento dos modelos e a divisão da base de dados. Para os modelos não lineares de processo, f , e de observação, h , foram desenvolvidos

modelos *data-driven* com o algoritmo SVR e dados de treinamento referenciados como f_{SVR} e h_{SVR} . De posse dos modelos SVR e de medições do sistema, aplica-se o filtro de Kalman UKF, representado por g_{UKF} , para gerar a estimativa de estados, \hat{x}_k , corrigida pela medição. É importante ressaltar que a variável estimada só é considerada conhecida nos dados de treinamento. Mais detalhes das variáveis utilizadas como entradas e estados estão na seção 4.

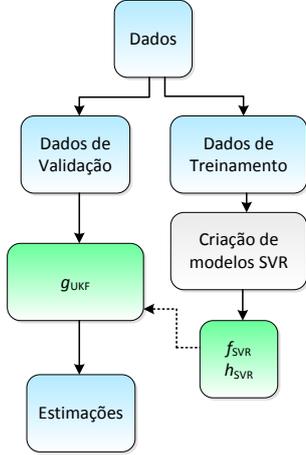


Figura 2: Diagrama da divisão da base de dados para desenvolvimento dos modelos f_{SVR} e h_{SVR} e da estimação via g_{UKF} .

3.2 Support Vector machine for Regression (SVR)

No trabalho de Vapnik (1995), foi proposto um algoritmo de vetores suportes para regressão conhecido como ε -SV Regression. Define-se um conjunto de dados de treinamento $\{(x_1, y_1), \dots, (x_l, y_l)\} \subset \mathcal{X} \times \mathbb{R}$, onde \mathcal{X} representa o espaço de entradas. O objetivo do algoritmo é encontrar uma função $F(x)$ que tenha um desvio máximo ε em relação aos alvos y_i para todos os dados de treinamento ($i = 1, 2, \dots, l$). Ao mesmo tempo a função deve ser a mais plana possível.

No trabalho de Smola e Schölkopf (2004), os autores consideram uma função linear F segundo a equação 2.

$$F(x) = \langle w, x \rangle + b, \text{ com } w \in \mathcal{X}, b \in \mathbb{R}, \quad (2)$$

onde $\langle \cdot, \cdot \rangle$ é o produto escalar em \mathcal{X} . A planicidade de acordo com a equação 2 significa que procura-se por w pequeno. Ou seja, deseja-se minimizar a norma Euclidiana $\|w\|^2$. Formalmente pode-se escrever o problema como um problema de otimização convexa segundo o sistema 3.

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \|w\|^2 \\ \text{sujeito a:} \quad & \begin{cases} y_i - \langle w, x_i \rangle - b \leq \varepsilon, \\ \langle w, x_i \rangle + b - y_i \leq \varepsilon. \end{cases} \end{aligned} \quad (3)$$

O problema de otimização dado pelo sistema 3 assume que existe uma função F que aproxima todos os pares (x_i, y_i) com precisão de ε , ou seja, que o problema de otimização convexa seja factível. No entanto, pode ser que não exista solução para este problema de otimização, então são adicionadas duas variáveis de folga ξ_i, ξ_i^* para cobrir restrições infactíveis. O problema passa a ser enunciado como em Vapnik (1995) pelo sistema 4.

$$\begin{aligned} \min \quad & \frac{1}{2} \|w\|^2 + C \sum_{i=1}^l (\xi_i + \xi_i^*) \\ \text{sujeito a} \quad & \begin{cases} y_i - \langle w, x_i \rangle - b \leq \varepsilon + \xi_i \\ \langle w, x_i \rangle + b - y_i \leq \varepsilon + \xi_i^* \\ \xi_i, \xi_i^* \geq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (4)$$

A constante $C > 0$ determina o balanço entre a planicidade de F e a quantidade de desvios maiores que ε são tolerados. A formulação do problema 4 utiliza a função de perda ε -insensitiva definida pela equação 5.

$$|\xi|_\varepsilon := \begin{cases} 0 & \text{se } |\xi| \leq \varepsilon, \\ |\xi| - \varepsilon & \text{caso contrário.} \end{cases} \quad (5)$$

A figura 3 mostra o gráfico da função de perda. É importante notar que para amostras dentro da região $F(x) \pm \varepsilon$ tem valor igual a zero e fora desta região a função segue um perfil linear.

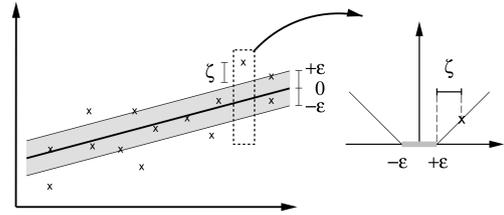


Figura 3: Gráfico da função de perda, $|\xi|_\varepsilon$.

O problema de otimização do sistema 4 é mais facilmente resolvido na sua forma dual dada pelo sistema 6.

$$\max \begin{cases} -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) \langle x_i, x_j \rangle \\ -\varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{sujeito a:} \begin{cases} \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0, \\ \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C], \end{cases}$$

onde α_i e α_i^* são multiplicadores de Lagrange. De acordo com o sistema 6, w e $F(x)$ são definidos conforme as equações 7 e 8.

$$w = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) x_i \quad (7)$$

$$F(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) \langle x_i, x \rangle + b. \quad (8)$$

O algoritmo apresentado até o momento encontra uma função F linear, porém é possível tornar F não linear utilizando o conceito de *kernel*. Um *kernel*, Φ , mapeia os dados x_i do espaço de treinamento \mathcal{X} para um espaço de característica, conforme mostra a equação 9.

$$\Phi : \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{F}. \quad (9)$$

Ou seja, o produto escalar $\langle x_i, x_j \rangle$ passa a ser $k(x_i, x_j) = \langle \Phi(x_i), \Phi(x_j) \rangle$. Em seguida é aplicado o algoritmo padrão de SV e o problema de otimização 6 passa a ser dado pelo sistema 10.

$$\max \begin{cases} -\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*)k(x_i, x_j) \\ -\varepsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i(\alpha_i - \alpha_i^*) \end{cases} \quad (10)$$

sujeito a:
$$\begin{cases} \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) = 0, \\ \alpha_i, \alpha_i^* \in [0, C]. \end{cases}$$

Desta forma, w e $F(x)$ das equações 7 e 8 são redefinidos pelas equações 11 e 12.

$$w = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)\Phi(x_i) \quad (11)$$

$$F(x) = \sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)k(x_i, x) + b. \quad (12)$$

Neste trabalho foi utilizado o kernel de função de base radial dado pela equação 13.

$$k(x_i, x) = \exp \{-\gamma|x_i - x|^2\}, \quad (13)$$

onde γ é um parâmetro de ajuste da função.

3.3 Unscented Kalman Filter (UKF)

O *Unscented Kalman Filter* é uma extensão do filtro de Kalman para sistemas não lineares, desenvolvido por J. Julier e K. Uhlmann (1999). Ao invés de linearizar o sistema em um ponto de operação específico, abordagem do EKF (*Extended Kalman Filter*), o UKF utiliza o princípio de que um conjunto discreto de amostras de um ponto pode ser usado para parametrizar a média e a covariância após a aplicação de uma função não linear.

A transformada *unscented* é um método para calcular as estatísticas de uma variável aleatória após uma transformação não linear. Considere uma variável aleatória \mathbf{x} com dimensão L , como entrada em uma função não linear $g(\mathbf{x})$. Seja $\bar{\mathbf{x}}$ a média de \mathbf{x} e \mathbf{P}_x a matriz de covariância. É necessário formar uma matriz \mathcal{X} de $2L + 1$ vetores sigma, \mathcal{X}_i , definidos pelo sistema de equações 14.

$$\begin{aligned} \mathcal{X}_0 &= \bar{\mathbf{x}} \\ \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} + \theta \cdot (\sqrt{\mathbf{P}_x})_i, \quad i = 1, \dots, L \\ \mathcal{X}_i &= \bar{\mathbf{x}} - \theta \cdot (\sqrt{\mathbf{P}_x})_{i-L}, \quad i = L + 1, \dots, 2L. \end{aligned} \quad (14)$$

onde $\theta = \sqrt{(L + \lambda)}$ e $\lambda = \alpha_u^2(L + \mathcal{K}) - L$, é um parâmetro variável. O parâmetro α_u determina quão espalhados os pontos sigma estão de $\bar{\mathbf{x}}$ e normalmente é igual a um número positivo pequeno, como 10^{-3} . O parâmetro \mathcal{K} é secundário e normalmente é igual a zero ou $3 - L$. A definição destes parâmetros está baseada em Wan e Merwe (2000). O termo $(\sqrt{\mathbf{P}_x})_i$ é a i -ésima coluna da matriz $\sqrt{\mathbf{P}_x}$.

Os vetores sigma são propagados através da função não linear pela equação 15.

$$\mathbf{y}_i = f(\mathcal{X}_i), \quad i = 0, 1, \dots, 2L. \quad (15)$$

A média dos vetores sigma é calculada pela equação 16 e a matriz de covariância de \mathbf{y} pela equação 17. Nota-se que estas estatísticas são definidas a partir dos pontos sigma a *posteriori* com pesos definidos, W_i , em 18.

$$\bar{\mathbf{y}} \approx \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathbf{y}_i \quad (16)$$

$$\mathbf{P}_y \approx \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} \{\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}\} \{\mathbf{y}_i - \bar{\mathbf{y}}\}^T \quad (17)$$

$$\begin{aligned} W_0^{(m)} &= \lambda / (L + \lambda), \\ W_0^{(c)} &= \lambda / (L + \lambda) + (1 - \alpha_u^2 + \beta), \\ W_i^{(m)} &= 1 / \{2(L + \lambda)\}, \quad i = 1, \dots, 2L, \\ W_i^{(c)} &= 1 / \{2(L + \lambda)\}, \quad i = 1, \dots, 2L. \end{aligned} \quad (18)$$

onde β é usado para inserir conhecimento *a priori* da distribuição de \mathbf{x} (em uma distribuição gaussiana é igual a 2).

Em resumo, dado um vetor de estados é possível estimar a média e a covariância de uma função não linear sem linearizá-la. Ao aplicar este conceito a um filtro de Kalman com funções não lineares, chegaremos a formulação do UKF recursivo.

Neste artigo a função g_{UKF} da figura 4 foi usada como o algoritmo UKF descrito a seguir. A inicialização do UKF é feita a partir das equações 19 e 20.

$$\hat{\mathbf{x}}_0 = \mathbb{E}[\mathbf{x}_0], \quad (19)$$

$$\mathbf{P}_0 = \mathbb{E}[(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)(\mathbf{x}_0 - \hat{\mathbf{x}}_0)^T]. \quad (20)$$

Para $k \in \{1, \dots, \infty\}$, calcula-se os pontos sigma pela equação 21 utilizando o sistema de equações 14.

$$\mathcal{X}_{k-1} = \left[\hat{\mathbf{x}} \quad \hat{\mathbf{x}} + \theta \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}} \quad \hat{\mathbf{x}} - \theta \sqrt{\mathbf{P}_{k-1}} \right]. \quad (21)$$

A seguir, propaga-se os pontos sigmas pela função não linear f_{SVR} na equação 22, similarmente à equação 15 porém com a incorporação de um vetor de entrada \mathbf{u}_{k-1}^f . A função f_{SVR} é um modelo SVR não linear desenvolvido a partir dos dados de treinamento.

Então, calcula-se a estimativa a *priori* através da equação 23 e a matriz de covariância a *priori* através da equação 24 com pesos W_i definidos pela equação 18.

$$\mathbf{x}_{k|k-1} = f_{\text{SVR}}(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{u}_{k-1}^f) \quad (22)$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathbf{x}_{k|k-1,i} \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathbf{x}_{k|k-1,i} - \hat{\mathbf{x}}_k^-] [\mathbf{x}_{k|k-1,i} - \hat{\mathbf{x}}_k^-]^T + \mathbf{Q}, \quad (24)$$

onde \mathbf{Q} é a matriz de covariância do ruído de processo.

Os pontos sigmas também são passados pela função h_{SVR} como mostra a equação 25 de maneira similar à equação 15. A média é calculada utilizando a equação 26 com pesos W_i definidos pela equação 18.

$$\mathbf{y}_{k|k-1} = h_{\text{SVR}}(\mathbf{x}_{k|k-1}, \mathbf{u}_{k-1}^h) \quad (25)$$

$$\hat{\mathbf{y}}_k^- = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(m)} \mathbf{y}_{k|k-1,i}. \quad (26)$$

Por fim, atualiza-se a estimativa a *priori* a partir das medições, \mathbf{y}_k , chegando a estimativa a *posteriori*, $\hat{\mathbf{x}}_k$, utilizando a equação 27. A matriz de covariância a *posteriori*, \mathbf{P}_k , também é definida na mesma etapa utilizando a equação 28. Para isto, são definidas as variáveis nas equações 29, 30 e 31.

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \hat{\mathbf{y}}_k^-) \quad (27)$$

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_k^- - \mathbf{K}_k \mathbf{P}_{yy} \mathbf{K}_k^T \quad (28)$$

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{xy} \mathbf{P}_{yy}^{-1} \quad (29)$$

$$\mathbf{P}_{yy} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathbf{y}_{k|k-1,i} - \hat{\mathbf{y}}_k^-] [\mathbf{y}_{k|k-1,i} - \hat{\mathbf{y}}_k^-]^T + \mathbf{R} \quad (30)$$

$$\mathbf{P}_{xy} = \sum_{i=0}^{2L} W_i^{(c)} [\mathbf{x}_{k|k-1,i} - \hat{\mathbf{x}}_k^-] [\mathbf{y}_{k|k-1,i} - \hat{\mathbf{y}}_k^-]^T, \quad (31)$$

onde \mathbf{K}_k é o ganho do filtro de Kalman, \mathbf{P}_{yy} é a matriz de covariância de $\hat{\mathbf{y}}_k^-$, \mathbf{P}_{xy} é a matriz de correlação cruzada de $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ e $\hat{\mathbf{y}}_k^-$ e \mathbf{R} é a covariância do ruído de medição.

A equação 32 referencia as entradas e saídas do algoritmo g_{UKF} estimando o estado, \mathbf{x}_k , e a matriz de covariância, \mathbf{P}_k .

$$\begin{aligned} [\hat{\mathbf{x}}_k, \mathbf{P}_k] = g_{\text{UKF}} & \left(\mathbf{x}_{k-1}, \mathbf{P}_{k-1}, \mathbf{y}_k, \mathbf{u}_{k-1}^f, \dots \right. \\ & \left. \dots, \mathbf{u}_{k-1}^h, f_{\text{SVR}}, h_{\text{SVR}}, \mathbf{Q}, \mathbf{R}, \gamma, \alpha_u, \beta, \mathcal{K} \right) \end{aligned} \quad (32)$$

A figura 4 apresenta a função g_{UKF} em diagrama de blocos utilizando modelos SVR como as funções não lineares f_{SVR} e h_{SVR} .

Considerando um vetor de estado, \mathbf{x}_{k-1} , são gerados os pontos sigma \mathbf{x}_{k-1} através da equação 21. Os pontos sigma são representados por uma seta cheia. Então, os pontos sigmas \mathbf{x}_{k-1} são propagados através da função f_{SVR} gerando pontos sigmas das estimativas a *priori*, $\mathbf{x}_{k|k-1}$, referenciados pela equação 22.

A partir de $\mathbf{x}_{k|k-1}$ são gerados o vetor de estimativa a *priori* $\hat{\mathbf{x}}_k^-$ (equação 23) e $\mathbf{y}_{k|k-1}$ (equação 25). A média ponderada dos pontos sigma que permite a estimativa do vetor $\hat{\mathbf{y}}_k^-$ (equação 26). O algoritmo continua como um filtro de Kalman clássico somando a estimativa a *priori* à inovação (equação 27). Inovação que é definida pela multiplicação entre o ganho do filtro de Kalman (equação 29) o erro de medição. Na figura 4 as entradas \mathbf{u}_{k-1}^f e \mathbf{u}_{k-1}^h são iguais e denominadas simplesmente como \mathbf{u}_{k-1} .

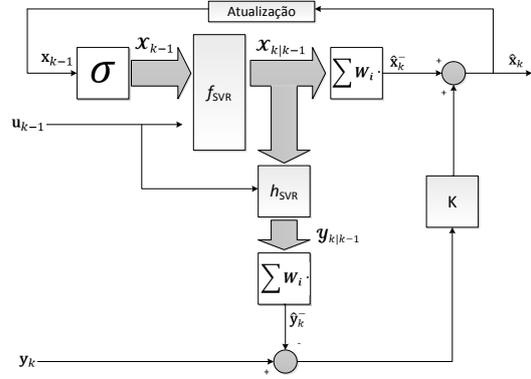


Figura 4: Representação de g_{UKF} por diagrama de blocos.

4 Resultados Experimentais

Foram realizados experimentos com dados reais obtidos com período de amostragem um minuto durante aproximadamente 37 dias. Foram usadas 2250 amostras (37,5 horas) para treinamento e o resto para validação.

A figura 5 contém os dados de 53000 amostras da pressão do fundo do poço (PT1) na unidade de kgf/cm^2 . A região entre as linhas pontilhadas vermelhas é o conjunto de treinamento e o conjunto de validação são todas as amostras. Para os es-

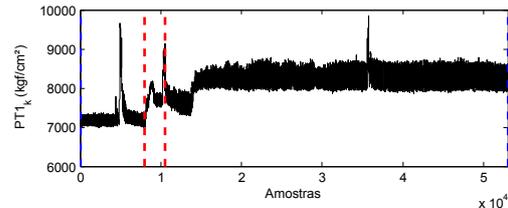


Figura 5: Série temporal da pressão de fundo de poço (PT1_k).

timadores criados foram selecionadas as entradas

que tinham maior correlação com a PT1 e divididas em dois grupos distintos: variáveis de fundo e de topo. As variáveis de fundo têm a vantagem de serem mais correlacionadas com a PT1 em comparação com as de topo. Porém, os sensores de fundo são de difícil acesso e, portanto, mais difíceis de realizar manutenção.

Neste artigo são apresentados três estimadores para a pressão de fundo de poço, PT1. Dois estimadores são em malha aberta (f_{fundo} e f_{topo}) e um em malha fechada (g_{UKF}).

Para todos os SVRs deste artigo utilizou-se a biblioteca LIBSVM do trabalho de Chang e Lin (2011). Os parâmetros das SVRs foram: $C = 1$, $\varepsilon = 0,1$ e $\gamma = 1/L$ onde L é o número de entradas do SVR. Para o UKF utilizou-se $\alpha_u = 0,001$, $\beta = 2$ e $\mathcal{K} = 1$. O método de escolha dos parâmetros foi o *grid search*. Os ruídos utilizados foram gaussianos: $\mathbf{Q} = 0,031I_{11}$ e $R = 0,252$.

4.1 Estimadores SVR em malha aberta

Os estimadores f são compostos por uma SVR cujas entradas são apenas variáveis de topo (f_{topo}) ou também com variáveis de fundo (f_{fundo}). As entradas destes SVRs são dadas, respectivamente, pelas equações 33 e 34.

$$\mathbf{u}_{\text{topo},k} = [\text{TT}4_k \text{FT}8_k \text{TT}7_k \text{PT}7_k]^T. \quad (33)$$

$$\mathbf{u}_{\text{fundo},k} = [\text{PT}2_k \text{FT}8_k \text{TT}7_k \text{PT}7_k]^T \quad (34)$$

Nota-se que a diferença entre as duas entradas é apenas a variável de topo TT4 para a f_{topo} ao invés da PT2 para f_{fundo} . A série temporal destas duas variáveis estão descritas na figura 6. As demais variáveis de topo e suas séries temporais estão representadas na figura 7. A região de treinamento das SVRs está delimitada pelas linhas tracejadas em vermelho.

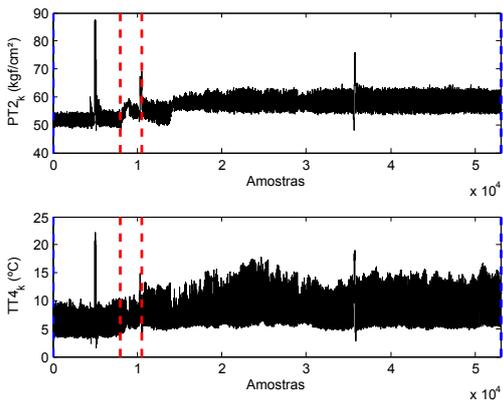


Figura 6: Séries temporais da variável de fundo, PT2, e da variável de topo, TT4.

4.2 Estimador SVR com UKF em malha fechada

O estimador g_{UKF} é um filtro UKF, em malha fechada, com dois modelos SVR utilizando apenas

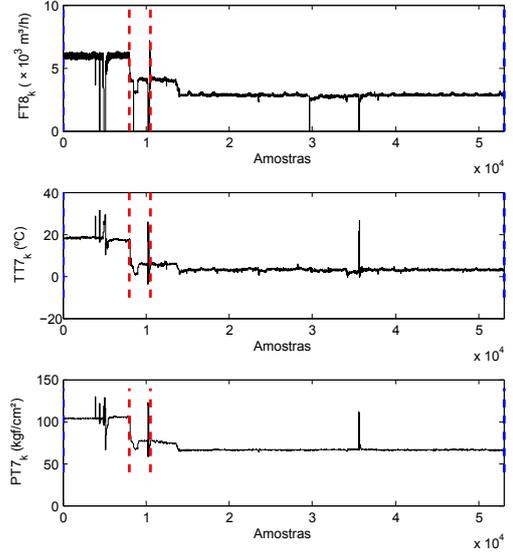


Figura 7: Séries temporais das variáveis de entrada em comum de f_{fundo} e f_{topo}

variáveis de topo. O filtro UKF, g_{UKF} , é formulado conforme apresentado na seção 3.3.

A estimação de PT1 é dada por $\hat{\mathbf{x}}_k$ a partir de entradas de topo e corrigidas pela medição da variável de topo TT4, y_k . Para tanto, g_{UKF} utiliza dois modelos SVR (f_{SVR} e h_{SVR}), como mostrado na figura 4. O vetor de estado do UKF é definido pela equação 35 e os vetores de entradas pela equação 36.

$$\mathbf{x}_k = [\text{PT}1_k \text{PT}1_{k-2} \cdots \text{PT}1_{k-10}]^T \quad (35)$$

$$\mathbf{u}_k^f = \mathbf{u}_k^h = [\text{TT}4_k \text{FT}8_k \text{TT}7_k \text{PT}7_k]^T. \quad (36)$$

É importante notar que as entradas do algoritmo SVR são tanto o vetor de estado, \mathbf{x}_k , quanto o vetor \mathbf{u}_k . A saída de f_{SVR} é $\hat{\mathbf{x}}_{k|k-1}$ e a de h_{SVR} é $\hat{y}_{k|k-1}$, como também mostrado na figura 4.

4.3 Discussão dos resultados

Na tabela 1, estão listados os erros de treinamento dos quatro SVRs desenvolvidos neste artigo. O método utilizado para cálculo do erro foi o MAPE (*Mean Absolute Percentage Error*).

Tabela 1: Erros de treinamento dos estimadores SVR.

Estimador	MAPE (%)
f_{fundo}	0,48
f_{topo}	1,23
f_{SVR} de g_{UKF}	0,05
h_{SVR} de g_{UKF}	1,19

Nota-se que o MAPE de treinamento f_{fundo} é menor do que o de f_{topo} . Isto se dá pela maior correlação da variável de fundo com a saída. O

MAPE de f_{SVR} de g_{UKF} também é menor do que o de f_{topo} , por utilizar como entrada os dados de pressão de fundo de poço anteriores ($k - 2$ a $k - 10$). Porém, o MAPE de h_{SVR} é mais alto do que os demais, evidenciando um treinamento não tão efetivo quanto os da função f .

Na figura 8, está exposto o resultado da estimação da pressão de fundo de poço, $PT1$, dos três estimadores a partir das amostra 13001. Na tabela 2 estão calculados os erros RMSE (*Root Mean Square Error*) para toda a região de validação. A região foi dividida em trechos menores para facilitar a análise dos resultados.

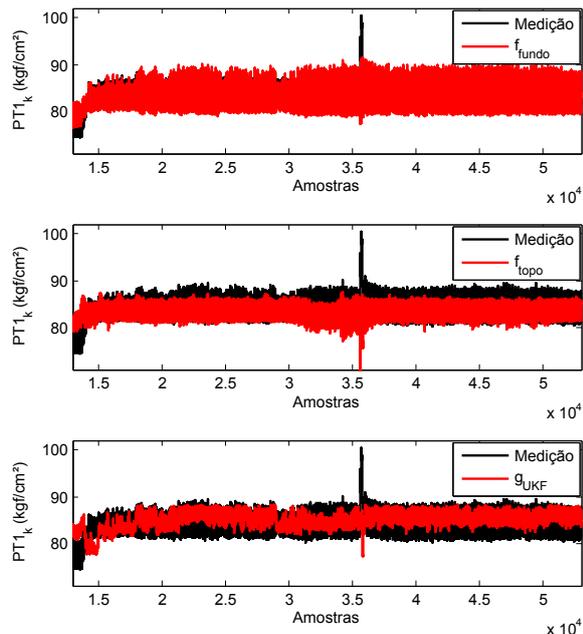


Figura 8: Estimações de f_{fundo} , f_{topo} e g_{UKF}

Diante dos resultados, nota-se que o estimador f_{fundo} teve desempenho superior do que o f_{topo} , explicado por utilizar dados mais correlatos. A única diferença entre os dois algoritmos é a utilização da variável $PT2_k$ pelo f_{fundo} no lugar de $TT4_k$ pelo f_{topo} .

Os estimadores f_{topo} e g_{UKF} receberam as mesmas entradas de topo, porém g_{UKF} utiliza a medição de $TT4$ para fechar a malha pelo filtro UKF. Percebe-se que g_{UKF} obteve erros menores do que f_{topo} em todos os trechos por este motivo.

Entre f_{fundo} com g_{UKF} , f_{fundo} tem desempenho melhor nos três primeiros trechos, pois estes trechos estão contidos na região de treinamento do algoritmo. No entanto a partir do quarto trecho (a partir da amostra 17001), as amostras não fazem mais parte do conjunto de treinamento e o g_{UKF} apresenta melhores resultados do que f_{fundo} , exceto pelo quinto trecho onde f_{fundo} tem um desempenho pouco melhor. Ou seja, ao fechar a malha com UKF consegue-se resultados mais robustos para regiões fora da região em que os SVRs foram treinados.

Entre as amostras 35500 e 36000, o sistema entra em regime transitório e nenhum dos algoritmos conseguiu um desempenho satisfatório, ver figura 9.

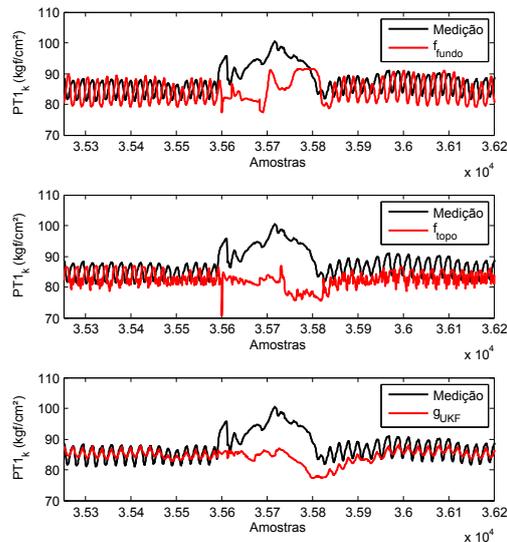


Figura 9: Estimações de f_{fundo} , f_{topo} e g_{UKF} durante transitório.

Em Teixeira et al. (2012) são utilizados os algoritmos NARX e MLP NARX com UKF e um banco de filtros IMM para estimar os mesmos dados deste artigo. Ao comparar os resultados individuais de g_{UKF} com cada UKF de Teixeira et al. (2012), verifica-se que o modelo proposto neste artigo tem resultados inferiores ao MLP NARX e ao banco de filtros IMM, porém similares aos dos modelos NARX. Portanto entende-se que a configuração SVR-UKF também possa ser utilizado dentro do banco de filtros IMM proposto.

5 Conclusões

Dado o problema de criação de um *soft sensor* para estimar a pressão de fundo de poço por indisponibilidade do PDG, desenvolveram-se três algoritmos de estimação para análise.

Os algoritmos são: SVR em malha aberta utilizando variável de fundo, SVR em malha aberta utilizando somente variáveis de topo e, por fim, UKF composto por dois modelos em SVR utilizando somente variáveis de topo.

Ao considerar os algoritmos de malha aberta, houve resultados melhores utilizando variável de fundo como entradas em relação a utilização de somente variáveis de topo. Isto se deve ao fato das variáveis de fundo terem maior correlação com a pressão de fundo de poço. Para regiões operacionais contidas dentro do conjunto de treinamento, os SVRs em malha aberta já alcançam resultados comparáveis e até melhores do que o algoritmo com UKF. Porém para pontos fora da região de treinamento o UKF apresenta, de maneira geral,

Tabela 2: Erros de validação dos estimadores SVR.

Conjunto de amostras	RMSE (kgf/cm ²)		
	f_{fundo}	f_{topo}	g_{UKF}
1 a 7500	2,16	3,04	2,87
7501 a 12000	0,70	2,11	2,65
12001 a 17000	1,43	2,97	3,93
17001 a 34000	1,89	2,50	1,67
34001 a 37000	3,31	4,79	3,36
37001 a 52000	1,99	2,31	1,73
52001 a 53000	1,91	2,06	1,83
<i>Média</i>	1,63	2,31	2,03

melhores resultados do que os SVRs em malha aberta, mostrando que a malha fechada aumenta a robustez dos estimadores.

O algoritmo SVR-UKF tem resultados inferiores aos algoritmos MLP NARX-UKF e IMM, porém resultados similares aos modelos NARX-UKF, todos propostos no trabalho de Teixeira et al. (2012). Portanto, entende-se que seria possível utilizar o algoritmo deste artigo dentro do banco de filtros IMM.

Para trabalhos futuros, pretende-se realizar uma avaliação de sensibilidade dos parâmetros escolhidos dos algoritmos e propor soluções para estimação de regime transitório fora dos pontos de operação em que o algoritmo foi treinado.

Agradecimentos

A Petrobras e ao CENPES pela orientação técnica e disponibilização dos dados utilizados.

Referências

- Aguirre, L., Teixeira, B., Barbosa, B., F. Teixeira, A., Cesar Mello Massa de Campos, M. e Mendes, E. (2017). Development of soft sensors for permanent downhole gauges in deepwater oil wells, **65**: 83–99.
- Antonelo, E. A. e Camponogara, E. (2015). An echo state network-based soft sensor of downhole pressure for a gas-lift oil well, in L. Iliadis e C. Jayne (eds), *Engineering Applications of Neural Networks*, Springer International Publishing, Cham, pp. 379–389.
- Antonelo, E. A., Camponogara, E. e Foss, B. (2017). Echo state networks for data-driven downhole pressure estimation in gas-lift oil wells, *Neural Networks* **85**: 106–117.
- Chang, C.-C. e Lin, C.-J. (2011). LIBSVM: A library for support vector machines, *ACM Transactions on Intelligent Systems and Technology* **2**: 27:1–27:27.
- Chitralkha, S. B. e Shah, S. L. (2010). Application of support vector regression for developing soft sensors for nonlinear processes, *The Canadian Journal of Chemical Engineering* **88**(5): 696–709.
- Eck, J. (1999). Downhole monitoring: The story so far, *Oilfield Review* **3**: 18–29.
- Fortuna, L., Graziani, S., Rizzo, A. e Xibilia, M. G. (2010). *Soft Sensors for Monitoring and Control of Industrial Processes*, 1st edn, Springer Publishing Company, Incorporated.
- J. Julier, S. e K. Uhlmann, J. (1999). A new extension of the kalman filter to nonlinear systems.
- M Balabin, R. e Lomakina-Rumyantseva, E. (2011). Support vector machine regression (svr/lsvm) - an alternative to neural networks (ann) for analytical chemistry? comparison of nonlinear methods on near infrared (nir) spectroscopy data, **136**: 1703–12.
- Ma, J., Theiler, J. e Perkins, S. (2003). Accurate on-line support vector regression, *Neural Computation* **15**(11): 2683–2703.
- Smola, A. e Schölkopf, B. (2004). A tutorial on support vector regression, *Statistics and computing* **14**(3): 199–222.
- Teixeira, B. O., Barbosa, B. H., Gomes, L. P., Teixeira, A. F. e Aguirre, L. A. (2012). Ukf-based data-driven soft sensing: A case study of a gas-lifted oil well*, *IFAC Proceedings Volumes* **45**(16): 918 – 923. 16th IFAC Symposium on System Identification.
- Vapnik, V. N. (1995). *The nature of statistical learning theory*, Springer-Verlag New York, Inc., New York, NY, USA.
- Wan, E. A. e Merwe, R. V. D. (2000). The unscented kalman filter for nonlinear estimation, *Proceedings of the IEEE 2000 Adaptive Systems for Signal Processing, Communications, and Control Symposium (Cat. No.00EX373)*, pp. 153–158.