IDENTIFICAÇÃO ESTOCÁSTICA NO ESPAÇO DE ESTADO POR ANÁLISE DE CORRELAÇÕES CANÔNICAS: TEORIA, APLICAÇÃO E VALIDAÇÃO

Angie J. Forero* J. Andres Puerto Acosta* Celso P. Bottura*

*Laboratório de Controle e Sistemas Inteligentes -LCSI-DSIF-FEEC-UNICAMP
Av. Albert Einstein - 400, Cidade Universitária Zeferino Vaz
Distrito Barão Geraldo
Campinas, SP, 13083-852, Brasil

Email: aforero@dsif.fee.unicamp.br, japa1@dsif.fee.unicamp.br, bottura@fee.unicamp.br

Abstract— In this paper, we treat the stochastic realization problem with exogenous inputs, which is to find a state vector x and calculate the state space model in the innovative form. The state vector x is given by the base vector of the predictor space calculated using the canonical correlation analysis. This method is applied to experimental identification of a vibrational rotary electromechanical system. Finally by the step forward prediction by the Kalman filter, is validated the identification due to the CCA method.

Keywords— State space identification, Multivariate stochastic system, CCA method, Kalman filter.

Resumo— Neste trabalho é abordado o problema da realização estocástica com entradas exógenas, o qual consiste em encontrar um vetor de estado x e calcular o modelo no espaço de estado na forma inovativa. O vetor de estado x é dado pelo vetor base do espaço preditor, calculado usando a análise de correlação canônica (CCA). O método é aplicado na identificação experimental de um sistema eletromecânico giratório vibracional. Finalmente pela predição de um passo a frente através do filtro de Kalman, valida-se a identificação devido ao método CCA.

Palavras-chave— Identificação no espaço de estado, Sistema estocástico multivariável, Método CCA, Filtro de Kalman.

1 INTRODUÇÃO

Neste trabalho apresenta-se um método que faz uma abordagem ao problema de realização estocástica de sistemas estacionários lineares com entrada exógena, usando as relações canônicas condicionais entre o passado e o futuro do conjunto de dados finitos de entrada e saída em um processo estocástico estacionário (Picci and Katayama, 1996), (Lindquist and Picci, 1996), (Larimore, 1983),(Chiuso, 2007) o qual é baseado no trabalho de Akaike(1974, 1975, 1976). O método CCA[1] apresentado por Picci e Katayama(1996) usa dita correlação canônica para construir o vetor de estado e derivar as matrizes (A, B, C, D, K) que descrevem o modelo de Markov com entrada exógena.

No conteúdo do trabalho apresenta-se o problema de realização estocástica com entradas exógenas seguido de uma breve revisão do método de identificação por espaço de estado CCA. Depois apresenta-se uma aplicação prática em uma bancada de vibração torcional. Finalmente é apresentada na Seção 5 uma validação que inclui o uso do filtro de Kalman de um passo a frente e o erro de predição calculado a partir de dito filtro. A validação é baseada no método apresentado em (Barreto, 2002) para séries temporais e estendido neste trabalho para sistemas com entrada exógena.

[1]Do inglês: "Correlation Canonical Analysis"

2 PROBLEMA DE REALIZAÇÃO ESTOCÁSTICA COM ENTRADAS EXÓGENAS

Considere um conjunto de dados finitos de entrada e saída de um processo. O problema de realização estocástica é encontrar um modelo matemático no espaço de estado que possa descrever adequadamente a dinâmica do sistema desconhecido. O modelo no espaço de estado inovativo é dado por:

$$\begin{aligned} x(t+1) &= Ax(t) + Bu(t) + Ke(t) \\ y(t) &= Cx(t) + Du(t) + e(t) \end{aligned} \tag{1}$$

onde, $x(t) \in R^n$ é o vetor de estado, $u(t) \in R^m$ é a entrada exógena e $y(t) \in R^p$ é a saída do processo, $e(t) \in R^p$ é o processo estocástico de inovação, $A \in R^{n\times n}$ é a matriz de estado, $B \in R^{n\times m}$ é a matriz de entradas , $C \in R^{p\times m}$ é a matriz de saída, $D \in R^{p\times m}$ é a matriz de transmissão direta, $K \in R^{n\times p}$ é a matriz do ganho de Kalman.

Para a consideração estocástica do problema, são definidas as matrizes de covariâncias do conjunto entrada-saída w, como segue:

$$\begin{aligned} \Lambda_{ww}(l) &= E\left\{w(t+l)w^T(t)\right\} \\ &= \begin{bmatrix} \Lambda_{yy}(l) & \Lambda_{yu}(l) \\ \Lambda_{uy}(l) & \Lambda_{uu}(l) \end{bmatrix}, \quad l = 0, \pm 1, \ldots\ldots \end{aligned} \tag{2}$$

onde $E\{.\}$ representa a esperança matemática e $w \in R^d$ é definido por:

$$w := \begin{bmatrix} u(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \tag{3}$$

A matriz de densidade espectral é dada por:

$$\Phi_{ww}(z) = \sum_{l=-\infty}^{\infty} \Lambda_{ww}(l) z^{-l} = \begin{bmatrix} \Phi_{yy}(z) & \Phi_{yu}(z) \\ \Phi_{uy}(z) & \Phi_{uu}(z) \end{bmatrix} \quad (4)$$

Para resolver este problema de realização estocástica com entradas exógenas é usado o método de análise de correlação canônica, descrito na seguinte seção.

3 MÉTODO CCA

Para um conjunto de dados finitos de entrada u e de saída y de um processo, dados da forma:

$$\{u(t), y(t) \quad \text{com} \quad t = 0, 1, \ldots N + 2k - 2\} \quad (5)$$

onde N é o número de dados disponíveis para a identificação e k é o numero de linhas das matrizes bloco de Hankel (6) e (7) e de Toeplitz (8) de dados; k é escolhido com o critério de $k \gg n$, onde n é a ordem do sistema obtida na identificação. O valor inicial de k é escolhido suficientemente grande e de forma arbitrária.

Com os vetores de entrada e saída são construídas as matrizes de Hankel de dados, da seguinte forma:

$$U_{k|2k-1} = \begin{bmatrix} u(k) & \cdots & u(k+N-1) \\ u(k+1) & \cdots & u(k+N) \\ \vdots & & \vdots \\ u(2k-1) & \cdots & u(N+2k-2) \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{km \times N} \quad (6)$$

e

$$Y_{k|2k-1} = \begin{bmatrix} y(k) & \cdots & y(k+N-1) \\ y(k+1) & \cdots & y(k+N) \\ \vdots & & \vdots \\ y(2k-1) & \cdots & y(N+2k-2) \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{kp \times N} \quad (7)$$

As notações $U_{k|2k-1}$ e $Y_{k|2k-1}$ representam os dados futuros de entrada e saída respectivamente, começando desde o instante k até o instante $2k-1$.

Com a matriz w de (3) é construída a matriz Toeplitz de dados de entrada-saída, na forma:

$$\check{W}_{0|k-1} = \begin{bmatrix} w(k-1) & \cdots & w(k+N-2) \\ w(k-2) & \cdots & w(k+N-3) \\ \vdots & & \vdots \\ w(0) & \cdots & w(N-1) \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{kd \times N} \quad (8)$$

A notação $\check{W}_{0|k-1}$ representa os dados do passado de entrada-saída, começando no instante 0 até $k-1$

A técnica CCA para identificação de sistemas estocásticos multivariáveis no espaço de estado baseia-se na busca da correlação canônica condicional entre o futuro e o passado dadas as entradas futuras, com a qual é possível obter as matrizes de observabilidade e controlabilidade estendidas, (Katayama, 2005).

As matrizes de covariância entre futuro e passado são definidas por:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_{uu} & \Sigma_{up} & \Sigma_{uf} \\ \Sigma_{pu} & \Sigma_{pp} & \Sigma_{pf} \\ \Sigma_{fu} & \Sigma_{fp} & \Sigma_{ff} \end{bmatrix} = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} U_{k|2k-1} \\ \check{W}_{0|k-1} \\ Y_{k|2k-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{k|2k-1} \\ \check{W}_{0|k-1} \\ Y_{k|2k-1} \end{bmatrix}^T = \bar{L}\bar{L}^T \quad (9)$$

onde $\bar{L}$ representa a matriz bloco triangular inferior. Dita matriz é obtida através da decomposição LQ da matriz conjunta das matrizes bloco de Hankel e Toeplitz, como é mostrado na equação a seguir:

$$\frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} U_{k|2k-1} \\ \check{W}_{0|k-1} \\ Y_{k|2k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1^T \\ Q_2^T \\ Q_3^T \end{bmatrix} = \bar{L}Q^T \quad (10)$$

De acordo com a teoria da decomposição LQ, obtém-se matrizes triangulares inferiores $\bar{L}$ com um bloco zero na parte superior direita, e matrizes Q ortogonais tais que $Q_i^T Q_j = I\delta_{ij}$.

Desta forma substituindo a matriz $\bar{L}$ em (10) na equação (9), obtém-se:

$$\Sigma = \begin{bmatrix} \Sigma_{uu} & \Sigma_{up} & \Sigma_{uf} \\ \Sigma_{pu} & \Sigma_{pp} & \Sigma_{pf} \\ \Sigma_{fu} & \Sigma_{fp} & \Sigma_{ff} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{11} & 0 & 0 \\ L_{21} & L_{22} & 0 \\ L_{31} & L_{32} & L_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_{11}^T & L_{21}^T & L_{31}^T \\ 0 & L_{22}^T & L_{32}^T \\ 0 & 0 & L_{33}^T \end{bmatrix} \quad (11)$$

De (11) pode-se obter cada uma das matrizes de covariância de Σ, como:

$$\begin{aligned} &\Sigma_{uu} = L_{11}L_{11}^T, \qquad \Sigma_{pu} = L_{21}L_{11}^T, \\ &\Sigma_{fu} = L_{31}L_{11}^T, \Sigma_{pp} = L_{21}L_{21}^T + L_{22}L_{22}^T, \\ &\Sigma_{fp} = L_{31}L_{21}^T + L_{32}L_{22}^T, \\ &\Sigma_{ff} = L_{31}L_{31}^T + L_{32}L_{32}^T + L_{33}L_{33}^T \end{aligned} \quad (12)$$

Sejam

$$f(t) = \begin{bmatrix} y(t) \\ y(t+1) \\ \vdots \\ y(t+k-1) \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{kp}, \qquad u_+(t) = \begin{bmatrix} u(t) \\ u(t+1) \\ \vdots \\ u(t+k-1) \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{km} \quad (13)$$

respectivamente os vetores de saídas e entradas futuras.

Para o passado os vetores de saídas e entradas de dimensão infinita são:

$$y_- = \begin{bmatrix} y(t-1) \\ y(t-2) \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad u_-(t) = \begin{bmatrix} u(t-1) \\ u(t-2) \\ \vdots \end{bmatrix} \tag{14}$$

Para o passado entrada-saída definimos os vetores de dimensão infinita:

$$\begin{aligned} p(t) &= \begin{bmatrix} w(t-1) \\ w(t-2) \\ \vdots \end{bmatrix}, \\ w(t) &= \begin{bmatrix} y(t) \\ u(t) \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^d \quad \text{com} \quad d = p + m \end{aligned} \tag{15}$$

Usando os vetores (13), (14) e (15) define-se a correlação canônica condicional das saídas futuras dadas as entradas futuras:

$$\Sigma_{ff|u} := E\left\{\hat{E}(f|u_+^\perp)\hat{E}(f|u_+^\perp)^T\right\} \tag{16}$$

onde $\hat{E}(f|u_+^\perp)$ indica a projeção ortogonal do futuro sobre o complemento ortogonal de u; a projeção ortogonal pode ser expressa mediante esperanças como:

$$\hat{E}(f|u) = E\left\{fu^T\right\} E\left\{uu^T\right\}^\dagger u = \Sigma_{fu}\Sigma_{uu}^\dagger u \tag{17}$$

e

$$\hat{E}(f|u^\perp) = f - \hat{E}(f|u) = f - \Sigma_{fu}\Sigma_{uu}^\dagger u \tag{18}$$

onde $\dagger$ é a pseudo-inversa.

Então, a covariância condicional do futuro dada a entrada futura é dada por:

$$\begin{aligned} \Sigma_{ff|u} &= E\left\{\hat{E}(f|u_+^\perp)\hat{E}(f|u_+^\perp)^T\right\} \\ &= \Sigma_{ff} - \Sigma_{fu}(\Sigma_{uu})^\dagger \Sigma_{uf} \end{aligned} \tag{19}$$

Da mesma forma são obtidas as matrizes de covariâncias condicionais $\Sigma_{pp|u}$ e $\Sigma_{fp|u}$.

Assim, usando as covariâncias de (12) e as definições anteriores, obtem-se as covariâncias condicionais como:

$$\begin{aligned} \Sigma_{ff|u} &= \Sigma_{ff} - \Sigma_{fu}\Sigma_{uu}^{-1}\Sigma_{uf} \\ &= L_{32}L_{32}^T + L_{33}L_{33}^T \end{aligned} \tag{20}$$

$$\Sigma_{pp|u} = \Sigma_{pp} - \Sigma_{pu}\Sigma_{uu}^{-1}\Sigma_{up} = L_{22}L_{22}^T \tag{21}$$

$$\Sigma_{fp|u} = \Sigma_{fp} - \Sigma_{fu}\Sigma_{uu}^{-1}\Sigma_{up} = L_{32}L_{22}^T \tag{22}$$

As matrizes com os autovetores canônicos são obtidas mediante os cálculos das raízes quadradas inversas das matrizes de covariâncias condicionais $\Sigma_{ff|u}$ e $\Sigma_{pp|u}$, da forma:

$$\Sigma_{ff|u} = LL^T \qquad \Sigma_{pp|u} = MM^T \tag{23}$$

Mediante a decomposição em valores singulares das matrizes L e M e da matriz de covariância condicional do futuro e do passado dadas as entradas futuras $\Sigma_{fp|u}$, são obtidas as matrizes de observabilidade e controlabilidade estendidas como:

$$\begin{aligned} &L^{-1}\Sigma_{fp|u}M^{-T} = U\Sigma V^T, \\ &\mathcal{O} = LU\Sigma^{1/2} \quad \mathcal{C} = \Sigma^{1/2}V^T M^T \end{aligned} \tag{24}$$

As equações acima são obtidas pela decomposição em valores singulares da matriz de Hankel normalizada, ver (Akaike, 1976):

$$\begin{aligned} &L^{-1}HM^{-T} = U\Sigma V^T \\ &H = LU\Sigma V^T M^T \\ &H = (LU\Sigma^{1/2})(\Sigma^{1/2}V^T M^T = \mathcal{O}\mathcal{C} \end{aligned} \tag{25}$$

O vetor de estado estimado $\hat{X}_k$, é calculado usando a controlabilidade estendida, da forma:

$$\hat{X}_k = \mathcal{C}_k\Sigma_{pp|u}^{-1}\check{W}_{0|k-1} \tag{26}$$

A partir de (1) obtem-se:

$$\begin{bmatrix} \hat{X}_{k+1} \\ \hat{Y}_{k|k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{X}_k \\ U_{k|k} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Ke \\ e \end{bmatrix} \tag{27}$$

onde $\hat{X}_{k+1}$ é o vetor de estado estimado no instante $k+1$.

Resolvendo o sistema sobredeterminado (27) e usando o método de regressão linear, obtém-se o conjunto de matrizes (A, B, C, D).

De aqui para frente para facilitar a notação Ke é chamado de ϱ.

Para calcular o ganho de Kalman K e a solução da equação algébrica de Riccati (ARE) do filtro de Kalman P, é necessário calcular as matrizes de covariâncias do erro de predição, dadas por:

$$\begin{bmatrix} Q & S \\ S^T & R \end{bmatrix} = \frac{1}{N-1}\begin{bmatrix} \varrho\varrho^T & \varrho e^T \\ e\varrho^T & ee^T \end{bmatrix} \tag{28}$$

O ganho de Kalman é dado por:

$$K = (APC^T + S)(CPC^T + R)^{-1} \tag{29}$$

onde a ARE do filtro de Kalman, é dada por:

$$\begin{aligned} &P = APA^T - \\ &(APC^T + S)(CPC^T + R)^{-1}(APC^T + S)^T + Q \end{aligned} \tag{30}$$

Assim, encontrando as matrizes do sistema (A, B, C, D, K) chegamos no modelo inovativo (1)

4 APLICAÇÃO

O método de identificação CCA apresentado neste artigo é aplicado em um sistema eletromecânico rotacional que sera chamado de bancada de vibração torcional, a qual está composta de um servo motor, um acoplamento, um disco, um encoder e dois freios eletromagnéticos. Na Figura 1 é apresentada uma foto da bancada. Na figura pode-se observar que o eixo do motor está ligado com um disco de 3 mm de espessor, através de um acoplamento. O motor fornece um torque no eixo do disco e o torque aplicado gera uma mudança na posição angular e na velocidade no disco.

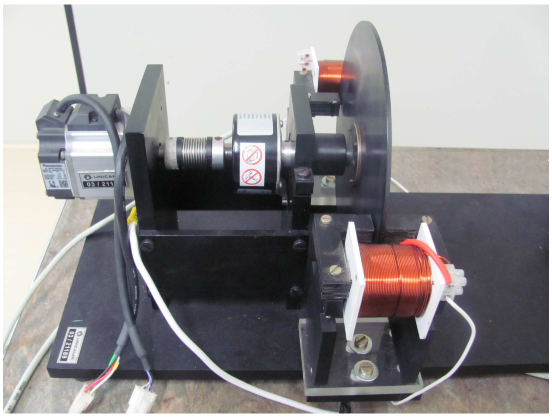

Figura 1: Bancada de vibração torcional.

4.1 *Modelo analítico considerando o acoplamento como um corpo rígido.*

Na Figura 2 apresenta-se a representação esquemática da bancada de vibração torcional da Figura 1.

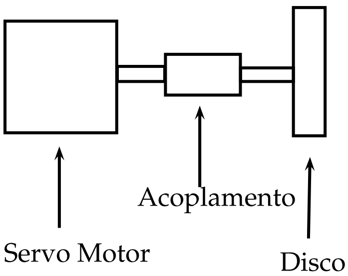

Figura 2: Representação esquemática do sistema eletromecânico de um grau de liberdade.

Na Figura 3 apresenta-se o diagrama de corpo livre do sistema da Figura 2 considerando o acoplamento como um corpo com rigidez infinita, que para simplificar a notação será chamado de acoplamento rígido. No diagrama de corpo livre da Figura 3, $T(t)$ em Nm representa o torque aplicado no eixo do servo motor, J_{eq} em Kgm^2 é a inércia equivalente; T_d representa o atrito no disco e é expresso como $T_d = C\dot{\theta}(t)$, onde C em Nms/rad é o coeficiente de amortecimento.

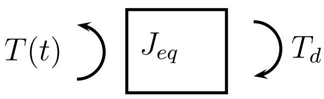

Figura 3: Diagrama de corpo livre considerando que o acoplamento é um corpo rígido.

4.2 *Sinal de excitação e de saída*

O sinal de excitação é um sinal seno-chirp (Pintelon et al., 2011) de 320×10^{-3} $N.m$ de amplitude e um período de $20s$, na faixa de frequência de $500{\times}10^{-3}$ Hz até 15 Hz. O sinal de torque de referência é chamado de $Tref$, e é adquirido com a placa de captura da dSpace, modelo DS1104. O sinal de saída é um sinal de velocidade angular denominado $Venc1$. Os sinais de entrada-saída tem frequência de amostragem de $1{\times}10^3$ Hz e sete períodos de $20s$ de duração cada um.

4.3 *Identificação pelo método CCA*

Na identificação usando o método CCA, foi obtido um modelo no espaço de estado discreto de primeira ordem, dado por:

$$\begin{aligned} &\hat{x}(t+1) \\ &= (0,99)\hat{x}(t) - 2,55\times 10^{-4}u(t) - 2,88\times 10^{-5}e(t) \\ &y(t) = (-3,10\times 10^{3})\hat{x}(t) + (3,32)u(k) + e(t) \end{aligned} \tag{31}$$

Na figura 4 é mostrada a comparação gráfica do sinal de velocidade medido na bancada de vibração torcional e a velocidade estimada pelo método de identificação CCA.

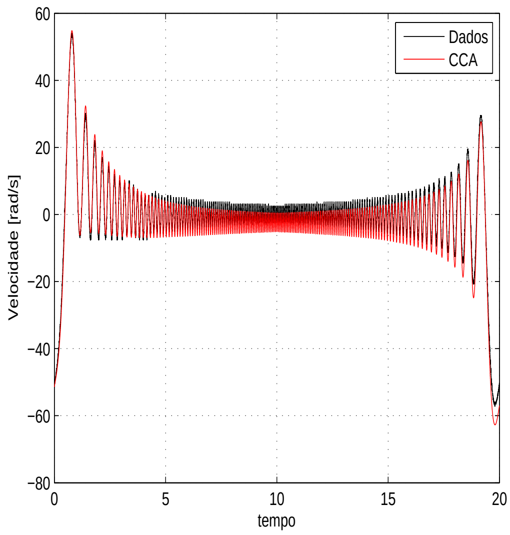

Figura 4: Comparação entre Velocidade Medida e Velocidade Estimada pelo Método CCA.

5 VALIDAÇÃO USANDO O FILTRO DE KALMAN

O processo de validação usando o filtro de Kalman é descrito a seguir.

5.1 Método de Validação

1. Dividir os vetores de dados de entrada-saída em dois subconjuntos. O primeiro subconjunto é usado para a identificação e o segundo subconjunto é usado na validação; o subconjunto de validação é subdividido em n conjuntos.

2. Com os n subconjuntos de validação dados por $\{u1, u2, u3, \ldots, u_n\}$ entradas e $\{y1, y2, y3, \ldots, y_n\}$ saídas, são realizados os n modelos de estado dados por

   $$\{(A_1, B_1, C_1, D_1, K_1), \ldots, (A_n, B_n, C_n, D_n, K_n)\}$$

   .

3. Calcula-se o n-filtro de Kalman para cada n-conjunto de dados e n-realização como:

   Filtro de um passo à frente :

   Calcula-se o n-filtro de Kalman como:

   $$\begin{aligned} \hat{x}_n(t+1) &= A_n\hat{x}_n(t) + B_nu_n(t) + K_ne_n(t) \\ \hat{x}_n(t \mid t) &= \hat{x}_n(t) + K_{fn}e_n(t) \\ e_n(t) &= y_n(t) - C_n\hat{x}_n(t) \end{aligned} \tag{32}$$

   Ganho do filtro:

   $$\begin{aligned} K_n &= (A_nP_nC_n^T + S_n)(C_nP_nC_n^T + R_n)^{-1} \\ K_{fn} &= P_nC_n^T(C_nP_nC_n^T + R_n)^{-1} \end{aligned} \tag{33}$$

   Matrizes de covariância do erro:

   $$\begin{aligned} P_n(t+1) &= A_nP_n(t)A_n^T \\ &\quad - K_n(C_nP_n(t)C_n^T + R_n)K_n^T + Q_n \\ P_n(t \mid t) &= P_n(t) \\ &\quad - P_n(t)C_n^T[C_nP_n(t)C_n^T + R_n]^{-1}C_nP_n(t) \end{aligned} \tag{34}$$

   Condições iniciais: Usando o método CCA estima-se Q_n, R_n, S_n como em (28), e o estado inicial $X(0)_n$ é obtido do vetor de estado estimado em (26). Assim as Q_n, R_n, S_n estimações das covariâncias e o estado $X(0)_n$, são usados como valores iniciais no n-filtro de Kalman.

4. Calcula-se a saída estimada $\hat{y}_n(t+1)$ a partir do n-filtro de Kalman.

5. Calcula-se a n-matriz de covariância de inovação de Kalman $\mathcal{E}_n$ dada por:

   $$\mathcal{E}_n = C_nP_nC_n^T + R_n \tag{35}$$

6. Calcula-se o n-erro de predição $\phi_n(t)$ dado pela diferença entre a saída real e a saída estimada como é mostrado a seguir:

   $$\phi_n(t) = y_n(t) - \hat{y}_n(t+1) \tag{36}$$

   e a matriz de covariância do erro de predição como:

   $$\Xi_n = E\{\phi_n(t)\phi_n(t)^T\} \tag{37}$$

7. Comparam-se o traço da matriz de covariância de inovação R_n obtido usando o método CCA em (28) com o traço da matriz de covariância do n-processo de inovação de Kalman $\mathcal{E}_n$ e com o traço da matriz de covariância do erro de predição Ξ_n. Se os traços das matrizes de covariâncias calculados para cada caso são aproximadamente iguais, pode-se concluir que o modelo estimado nos n-conjuntos representa o sistema.

5.2 Resultados numéricos

O conjunto de dados tem 120000 amostras, as quais foram divididas em 60000 amostras para identificação e uma quantidade igual para validação. O conjunto de validação foi dividido em 6 subconjuntos com os quais é aplicado o método apresentado na Subsecção 5.1. Assim obteve-se 6 conjuntos de realizações (A, B, C, D, K) e suas respetivas matrizes de covariâncias.

Na Tabela 1, apresentam-se os traços $Tr\{.\}$, das matrizes R_n de (28), $\mathcal{E}_n$ de (35) e Ξ_n de (37) para cada subconjunto de realizações $(A_n, B_n, C_n, D_n, K_n)$.

Tabela 1: Comparação dos traços das matrizes das covariâncias.

# da realização	$Tr\{\mathcal{E}_n\}$	$Tr\{R_n\}$	$Tr\{\Xi_n\}$
1	0,0864	0,0832	0,0864
2	0,0917	0,0881	0,0917
3	0,0869	0,0837	0,0869
4	0,0903	0,0871	0,0903
5	0,0849	0,0786	0,0849
6	0,0915	0,0852	0,0915

6 Conclusões

Obteve-se um modelo da bancada de vibração torcional com o método de identificação em espaço de estado CCA a partir de dados experimentais.

Apresenta-se uma metodologia de validação do modelo estocástico (obtido a partir do método de identificação CCA), que faz uso do filtro de Kalman de um passo a frente e do cálculo das matrizes de covariâncias do erro, para determinar o ajuste do modelo de estado na forma inovativa. A validação da identificação de sistemas estocásticos é um processo que implica ir para além da comparação da resposta temporal, já que em diversos casos essa resposta temporal pode ser aparentemente diferente, dada a sua estocásticidade.

Portanto o aporte deste trabalho inclui além da breve revisão teórica do método CCA, e a sua aplicação prática a um sistema experimental, o uso do filtro de Kalman para a validação do modelo estocástico de forma convincente.

Referências

Akaike, H. (1974). Stochastic theory of minimal realization., *IEEE Trans. Automatic control* **AC-19**: 667–674.

Akaike, H. (1975). Markovian representation of stochastic processes by canonical variables, *SIAM J. control* **13**: 162–173.

Akaike, H. (1976). Canonical correlation analysis of time series and the use of an information criterion., *System identication: Advances and case studies (R. Mehra and D.Lainiotis, eds)* pp. 27–96.

Barreto, G. (2002). *Modelagem Computacional Distribuída e Paralela de Sistemas e de Séries Temporais Multivariáveis no Espaço de Estado*, PhD thesis, Universidade Estadual de Campinas.

Chiuso, A. (2007). On the relation between cca and predictor-based subspace identification, *Automatic Control, IEEE Transactions on* **52**(10): 1795–1812.

De Moor, B., Moonen, M., Vandenberghe, L. and Vandewalle, J. (1988). Identification of linear state space models with svd using canonical correlation analysis, *Singular value decomposition and signal processing (E. Deprettere,ed)* pp. 161–169.

Grewal, M. and Andrews, A. (1993). *Kalman Filtering - Theory and Practice*, Prentice-Hall.

Ho, B. and Kalman, R. (1966). Effective construction of linear, state-variable models from input/output functions, *Regelungstechnik* **14**: 545–548.

Kalman, R. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems, *Trans. ASME J. Basic Engineering* **82D**: 34–45.

Katayama, T. (2005). *Subspace Methods for System Identification*, Springer.

Katayama, T. and Picci, G. (1999). Realization of stochastic systems with exogenous inputs and subspace identification methods, *Automatica* **35**(10): 1635 – 1652.

Larimore, W. (1990). Canonical variate analysis in identification, filtering, and adaptive control, *Decision and Control, 1990., Proceedings of the 29th IEEE Conference on*, pp. 596–604 vol.2.

Larimore, W. E. (1983). System identification, reduced-order filtering and modeling via canonical variate analysis, *American Control Conference, 1983*, pp. 445–451.

Lindquist, A. and Picci, G. (1996). Canonical correlation analysis, approximate covariance extension, and identification of stationary time series, *Automatica* **32**(5): 709–733.

Picci, G. and Katayama, T. (1996). Stochastic realization with exogenous inputs and subspace methods identification, *Signal Processing* **52**: 145–160.

Pintelon, R., Barbé, K., Vandersteen, G. and J., S. (2011). Improved (non-)parametric identification of dynamics systems exited by periodic signals, *Mechanical systems and Signal Processing* **25**: 2683–2704.