Algoritmo para Estimação de Estado pelo Critério de Máxima Correntropia com Novo Ajuste das Janelas de Parzen

Gustavo da S. P. Rondon * **Eduardo C. Gibara** *
Jose Alejandro E. Riveros * **João Bosco A. London Jr** *

* *Departamento de Engenharia Elétrica e de Computação, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos-SP (e-mail: gustavosprondon@usp.br, edgibara@usp.br, encinasriveros@usp.br, jbalj@sc.usp.br).*

Abstract: State estimation in power systems is a crucial tool in the context of real-time operation, responsible for providing estimates regarding the current operational state of the system. In the search for robust and accurate estimators in the face of gross errors in measurements and non-Gaussian noise, estimators based on the maximum correntropy criterion emerge as an alternative to the traditional least squares method. Grounded in information theory and using non-parametric models for estimating the probability density of measurement errors, maximum correntropy estimators are resilient in the face of outlier data. In this context, this paper proposes a new algorithm for estimation using the maximum correntropy criterion, employing a new technique for adjusting Parzen windows, used as an approximation of the distribution of measurement residuals. Results obtained from tests conducted on the IEEE 30-bus system show that the proposed estimator demonstrated the ability to find accurate estimates even in the presence of spurious measurements, across various scenarios and measurement noises, without measurement removal.

Resumo: A estimação de estado em sistemas elétricos de potência é uma ferramenta crucial no contexto da operação em tempo real, responsável por fornecer estimativas acerca do atual estado operativo do sistema. Na busca por estimadores robustos e precisos diante de erros grosseiros nas medidas e ruídos não-gaussianos, surgem os estimadores baseados no critério de máxima correntropia, como uma alternativa ao tradicional método de mínimos quadrados. Fundamentados na teoria da informação e utilizando modelos não-paramétricos para estimação da densidade de probabilidade dos erros de medição, os estimadores de máxima correntropia são resilientes diante de dados discrepantes. Nesse contexto, esse trabalho propõe um novo algoritmo para estimação pelo critério de máxima correntropia, empregando uma nova técnica para ajuste das janelas de Parzen, utilizadas como uma aproximação da distribuição dos resíduos de medição. Resultados obtidos mediante testes realizados no sistema IEEE 30 barras revelam que o estimador proposto se mostrou capaz de encontrar estimativas precisas mesmo na presença de medidas espúrias, diante de diversos cenários e ruídos de medição, sem a remoção de medidas.

Keywords: Maximum Correntropy Criterion, State Estimation, Bad Data Identification, Parzen Window, Power Systems.

Palavras-chaves: Critério de Máxima Correntropia, Estimação de Estado, Identificação de Dados Ruins, Janela de Parzen, Sistemas Elétricos de Potência.

1. INTRODUÇÃO

Os Sistemas Elétricos de Potência (SEPs) precisam ser continuamente monitorados com o intuito de manter as condições operacionais em limites seguros. Dessa forma, a Estimação de Estado em Sistemas Elétricos de Potência (EESEP) constitui o núcleo das funções de análise de segurança. Assim sendo, os estimadores atuam como um filtro entre as medidas disponíveis no sistema e as funções de aplicativos que requerem uma base de dados mais confiável a respeito do atual estado operativo da rede (Bretas et al., 2021).

Muitos dos programas de estimação de estado são formulados como sistemas de equação não-lineares sobredeterminados, resolvidos como problemas de otimização que utilizam o critério dos Mínimos Quadrados Ponderados (MQP) (Monticelli, 1999). Tais estimadores determinam os valores prováveis das variáveis de estado do sistema, as quais, normalmente, correspondem às tensões complexas nas barras da rede, baseados nas quantidades medidas. Sob a premissa de que os erros das medidas são gaussianos, o critério MQP, por sua vez, garante um estado estimado que maximiza a função de verossimilhança, atuando, portanto, como o melhor estimador diante de tal suposição acerca dos erros de medição (Bretas et al., 2021).

Entretanto, na presença de erros grosseiros (EGs)[1] e ruídos não-gaussianos, os valores estimados pelo critério MQP serão contaminados e, possivelmente, não estarão conforme o real estado operativo da rede (Miranda et al., 2009; Ascari and Costa, 2022). Dessa maneira, estimadores que utilizam o método MQP requerem etapas adicionais de detecção, identificação e tratamento de EGs, baseadas na análise de propriedades dos resíduos das medidas (Bretas et al., 2021).

Nesse cenário, surgem os estimadores de estado baseados no Critério de Máxima Correntropia (CMC), fundamentados na aplicação de conceitos da teoria da informação (Freitas, 2020). Esse novo paradigma para EESEP é baseado na maximização da informação que pode ser extraída das medidas disponíveis, utilizando-se uma métrica que quantifica a similaridade entre duas variáveis aleatórias (Miranda et al., 2009).

Empregando-se o método das janelas de Parzen para estimação da função densidade de probabilidade (fdp) dos resíduos de medição, os estimadores pelo CMC não dependem de qualquer suposição acerca da distribuição de probalidade dos erros das medidas. A largura das janelas de Parzen, por sua vez, definem o tamanho da janela de observação dentro da qual a similaridade entre as variáveis aleatórias é observada (Liu et al., 2007). Portanto, a técnica empregada para o ajuste dessas janelas é fundamental no desempenho dos estimadores por CMC (Massignan et al., 2020; Ascari and Costa, 2022).

Nesse contexto, o objetivo desse artigo consiste em expor um algoritmo para EESEP pelo CMC, utilizando-se uma nova técnica para o ajuste das janelas de Parzen. Será apresentado um embasamento teórico acerca do estimador convenvional por MQP e da aplicação da correntropia no cenário da EESEP. Ademais, serão discutidos algumas formas de atualização das janelas de Parzen apresentadas na literatura, além da técnica proposta. Mediante testes realizados no sistema IEEE 30 barras, por fim, serão comparados os desempenhos dos estimadores MQP e CMC, considerando os diferentes métodos apontados para ajuste da largura das janelas de Parzen.

2. ESTIMAÇÃO DE ESTADO EM SISTEMAS ELÉTRICOS DE POTÊNCIA

Partindo-se da premissa de que as medidas disponíveis na rede estão sujeitas a ruídos provenientes de diferentes fontes, os estimadores de estado buscam encontrar as melhores estimativas para as variáveis de estado. Para isso, as grandezas medidas e as variáveis de estado são relacionadas mediante o seguinte modelo de medição (Bretas et al., 2021):

$$z = h(x) + e \tag{1}$$

Onde z corresponde ao vetor de medidas, de dimensão $m \times 1$, sendo m o número de medições disponíveis; $h(x)$ representa o vetor de dimensão $m \times 1$, composto pelas equações não-lineares que relacionam as grandezas medidas às variáveis de estado; x equivale ao vetor de variáveis de estado de dimensão $n \times 1$, normalmente correspondendo às tensões complexas nas barras; e simboliza o vetor de erros aleatórios das medidas, de dimensão $m \times 1$.

[1] Uma medida é classificada como portadora de erro grosseiro quando o desvio, em relação ao seu valor verdadeiro, exceder um determinado limiar, o qual, normalmente, é adotado como três vezes o desvio padrão da medida.

2.1 Estimador por MQP

A resolução do problema de EESEP pelo critério de MQP consiste na busca do vetor x que minimize a seguinte função objetivo:

$$J_{MQP}(x) = (z - h(x))^T R_{\sigma_m}^{-1} (z - h(x)). \tag{2}$$

Em que $R_{\sigma_m} = diag\left\{\sigma_{m,1}^2, \sigma_{m,2}^2, \ldots, \sigma_{m,i}^2\right\}$ representa a matriz de covariância do vetor e, enquanto $\sigma_{m,i}$ corresponde ao desvio padrão da *i-ésima* medida.

A solução é dada pelo vetor $\hat{x}$ que satisfaça a condição de otimalidade de primeira ordem, definida por $\left.\frac{\partial J_{MQP}(x)}{\partial x}\right|_{x=\hat{x}} = 0$. Contudo, uma vez que a equação (2) corresponde a uma função quadrática e não-linear, a solução é geralmente encontrada mediante um processo iterativo, em que a cada iteração k é definido, por meio da solução de um problema linear, um termo de correção do vetor x:

$$x^{k+1} = x^k + \Delta x^k. \tag{3}$$

A partir da linearização da função $h(x)$ em torno do ponto x^k, além de uma série de manipulações algébricas, o termo Δx^k pode então ser calculado, a cada iteração, mediante resolução da seguinte equação, conhecida como "equação normal" do estimador MQP resolvido pelo método de Gauss-Newton (Monticelli, 1999):

$$\left[H(x^k)^T R_\sigma^{-1} H(x^k)\right] \Delta x^k = H(x^k)^T R_\sigma^{-1} \Delta z(x^k). \tag{4}$$

Onde $H(x)$ corresponde à matriz Jacobiana, composta pelas derivadas parciais das funções que compõe o vetor $h(x)$ em relação às variáveis de estado; $\Delta z(x^k)$ é dado por $\Delta z(x^k) = z - h(x^k)$.

O processo iterativo é então finalizado quando o seguinte critério de convergência é satisfeito:

$$max|\Delta x^k| \leq \epsilon \tag{5}$$

Em que ϵ simboliza uma tolerância pré-estabelecida.

2.2 Análise dos resíduos

Diante de medidas portadoras de EG, contudo, tais medidas espúrias precisam ser identificadas e eliminadas. Esse processo é tradicionalmente realizado a partir do processamento do vetor de resíduos das medidas, obtido após a convergência do estimador (Bretas et al., 2021):

$$r = z - h(\hat{x}) \tag{6}$$

O resíduo normalizado da *i-ésima* medida, por sua vez, é calculado a partir da seguinte expressão:

$$r_{Ni} = \frac{r_i}{\sqrt{\Omega_{ii}}} \tag{7}$$

Sendo Ω a matriz de covariância dos resíduos.

Diante da hipótese de erros gaussianos, o resíduo normalizado pode ser considerado como uma variável aleatória com distribuição normal de média zero e variância unitária. Portanto, mediante um processo de teste de hipóteses, as medidas que apresentarem um resíduo normalizado acima de um limiar[2] são eliminadas, uma a uma, e o processo de estimação é reinicializado.

[2] Adota-se normalmente o valor de três.

3. CORRENTROPIA NO CONTEXTO DA ESTIMAÇÃO DE ESTADO

3.1 Janelas de Parzen

Em contextos práticos, a determinação de expressões analíticas para a fdp de uma variável aleatória y se torna desafiadora. A partir de uma amostra discreta, contudo, a estimação da fdp pode ser realizada a partir do método das Janelas de Parzen (Parzen, 1962). Para tal, é preciso adotar uma função kernel centrada em um ponto de observação y_i, sendo a função kernel gaussiana a mais utilizada, definida por (Liu et al., 2006, 2007):

$$G_\sigma(y - y_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(y-y_i)^2}{2\sigma^2}} \tag{8}$$

Sendo σ o desvio padrão, que controla a largura do kernel.

A fdp $\hat{p}(y)$ pode então ser estimada a partir da agregação das funções kernel centradas em cada amostra y_i:

$$\hat{p}(y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} G_\sigma(y - y_i) \tag{9}$$

Sendo N o número total de amostras de y.

Tal aproximação é tão mais precisa quanto mais σ tende a zero e N tende ao infinito (Liu et al., 2007).

3.2 Correntropia

Considerando agora duas variáveis aleatórias, u e y, a correntropia constitui um conceito fundamental que está relacionado com a probabilidade dessas variáveis serem similares (Liu et al., 2006). Formalmente, a correntropia entre duas variáveis aleatórias, também conhecida como "correntropia cruzada", é definida por (Liu et al., 2006):

$$V(u, y) = E[G_\sigma(u - y)] \tag{10}$$

Sendo E o operador que representa a esperança matemática.

Adotando-se uma variável de erro dada por $\overline{e} = u - y$, a correntropia, conforme apresentada em (10), pode ser entendida como o valor da fdp no ponto $\overline{e} = 0$, utilizando (9) como aproximação para a fdp de $\overline{e}$. Portanto, quanto maior a correntropia, maior a probabilidade das variáveis u e y serem iguais. Conforme discutido em Liu et al. (2007), matematicamente, a correntropia é aproximadamente equivalente à integral da fdp conjunta de u e y ao longo da reta $u = y$.

A janela de observação dentro da qual essa similaridade é observada, por sua vez, está diretamente associada ao valor empregado para σ.

3.3 Estimação de estado pelo CMC

Dada a característica não-paramétrica da correntropia, sua aplicação se torna atrativa no contexto de EESEP, por não se sustentar em qualquer hipótese acerca da distribuição dos erros de medição. Assim sendo, pode-se definir a correntropia entre as medidas e as estimativas das quantidades medidas da seguinte forma:

$$V\left(z, h(\hat{x})\right) = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{m} G_\sigma\left(z_i - h_i(\hat{x})\right) \tag{11}$$

Encontrar o vetor $\hat{x}$ que maximize a correntropia definida por (11) é, portanto, equivalente a maximizar o valor da fdp do erro de medição no ponto zero (Miranda et al., 2009). A função objetivo do estimador por CMC pode então ser definida por (Freitas, 2020; Freitas et al., 2020):

$$J_{CMC}(x) = \sum_{i=1}^{m} R^{-1}_{\sigma_{m,ii}} e^{-\frac{(z_i - h_i(x))^2}{2\sigma_i^2}} \tag{12}$$

O inverso da diagonal da matriz de covariância do vetor de erros, $R^{-1}_{\sigma_{m,ii}}$, é utilizado para ponderar o termo associado a cada medida. Além disso, um σ_i é adotado individualmente para a *i-ésima* medida. A adoção de larguras das janelas de Parzen específicas para cada medição contribui para a resiliência do estimador no tratamento de medidas espúrias (Freitas, 2020).

Considerando a não-linearidade da função objetivo, a otimização se torna um processo iterativo, assim como no estimador MQP, que pode ser resolvido pelo método de Gauss-Newton. A matriz Hessiana de J_{CMC} na *k-ésima* iteração é dada por (Freitas, 2020):

$$\begin{aligned} \nabla^2 J_{CMC} &= -G_{CMC} \\ &= -H(x^k)^T D\left[I - R_W\right] H(x^k) \end{aligned} \tag{13}$$

Sendo G_{CMC} a matriz ganho do estimador por CMC, de dimensão $m \times m$; I a matriz identidade de ordem $m \times m$ e D e R_W matrizes diagonais de ordem $m \times m$, cujos elementos da diagonal principal são calculados pelas seguintes expressões:

$$D_{ii} = \frac{R^{-1}_{\sigma_{m,ii}}}{{\sigma_i}^2} e^{-\frac{\left(z_i - h_i\left(x^k\right)\right)^2}{2\sigma_i^2}} \tag{14}$$

$$R_{W,ii} = \frac{1}{{\sigma_i}^2} \left(z_i - h_i\left(x^k\right)\right)^2 \tag{15}$$

O termo de correção Δx^k, por sua vez, é atualizado a cada iteração mediante a solução da "equação normal" do CMC, similarmente à equação (4) do critério de MQP, expressa por (Freitas, 2020):

$$G_{CMC} \cdot \Delta x^k = H(x^k)^T W \Delta \tilde{z}(x^k) \tag{16}$$

Em que:

$$W = D\left[I - R_W\right] \tag{17}$$

$$\Delta \tilde{z}(x^k) = \left[I - R_W\right]^{-1} \Delta z(x^k) \tag{18}$$

A matriz W, em (17), pode ser entendida como a matriz de ponderação do estimador por CMC. A partir das expressões (17), (15) e (14), é possível constatar que os elementos da diagonal principal da matriz W são ajustados a cada iteração conforme o atual resíduo das medidas. Essa alteração se dá de tal forma que as medições com resíduos suficientemente altos, em comparação com a respectiva largura da janela de Parzen, σ_i, tenham suas ponderações reduzidas e seus efeitos no processo de otimização suprimidos. Essa importante característica torna o estimador por CMC resiliente diante de EGs.

Com propósito de tornar o algoritmo de solução mais robusto numericamente, a equação (16) é resolvida utilizando-se a fatoração ortogonal pelo método de rotações de Givens (Freitas et al., 2020; Gentleman, 1973). O critério de parada, por fim, é o mesmo empregado no estimador MQP, apresentado em (5).

4. AJUSTES DAS JANELAS DE PARZEN

Conforme discutido, o tamanho das janelas de Parzen regula o nível de atenuação de possíveis erros de grande magnitude presentes nas medidas (Freitas, 2020; Ascari and Costa, 2022; Massignan et al., 2020). Comumente, a largura do kernel gaussiano é reduzida de tal forma que as medidas com grandes valores de erro sejam tratadas como outliers e seus efeitos no processo de otimização sejam naturalmente suprimidos (Ascari and Costa, 2022; Freitas, 2020; Wu et al., 2011). Entretanto, a matriz Hessiana, definida em (13), deve ser negativa ao longo de todo o processo de otimização, em função da busca por direções ascendentes devido ao objetivo de maximização da correntropia (Massignan et al., 2020). Por essa razão, a matriz $I - R_W$ deve ser definida positiva, ou seja, a redução da largura da janela de Parzen da *i-ésima* medida deve respeitar o seguinte limite:

$$\sigma_i{}^2 > \left(z_i - h_i\left(x^k\right)\right)^2 \tag{19}$$

Em Massignan et al. (2020), por outro lado, foi provado que o efeito de atenuação de EGs pode ser alcançado não só pela redução da largura das janelas de Parzen, mas também pelo seu aumento. Um kernel gaussiano com σ grande o suficiente gera uma curva suave próxima a zero, com valor praticamente constante (Massignan et al., 2020). O espalhamento do kernel associado a uma medida portadora de EG, ao longo de todo o domínio, torna-a insignificante na estimação da fdp dos erros das medidas, alcançando o mesmo efeito de indiferença no processo de otimização proporcionado por um σ pequeno o suficiente, além de não introduzir picos no cenário de otimização (Massignan et al., 2020).

4.1 Algoritmo proposto para ajuste das janelas de Parzen

Dessa forma, nesse trabalho foi adotada a estratégia de aumentar, a valores que tendem ao infinito (por exemplo, 1×10^4), o σ_i das medidas consideradas suspeitas de portarem EGs. Para as medidas não suspeitas, por sua vez, o σ_i é mantido fixo a um valor consideravelmente grande (por exemplo, 10). Tal abordagem é utilizada, pois, quando janelas suficientemente amplas são adotadas, o CMC conduz a soluções equivalentes às obtidas pelo critério clássico de MQP (Ascari and Costa, 2022), aproveitando-se as vantagens já conhecidas dos estimadores por MQP para as medidas classificadas como sadias.

Para identificação do conjunto S de medidas suspeitas de portarem EG, foi utilizada a análise do resíduo normalizado. A fim de evitar, contudo, que, em cenários de erros múltiplos interativos, diversas medidas sejam consideras suspeitas e tenham seus efeitos atenuados simultaneamente no processo de estimação, foi adotada a estratégia de estipular um limiar η. Na iteração k atual, são consideradas suspeitas as medidas cujo resíduo normalizado seja igual ou superior a η_k, ao passo que η_k é atualizado segundo o maior resíduo normalizado das medidas não pertencentes a S_{k-1}. Dessa forma, o algoritmo para atualização da largura das janelas de Parzen pode ser resumido nos seguintes passos:

(1) Inicialize $k = 0$, $x^k = flat\ start$, $\eta_k = 100$, $S_k = \emptyset$ e adote $\sigma^{k+1} = 10$ para todas as medidas;
(2) Faça $k = k + 1$;
(3) Resolva o problema de otimização por CMC, conforme apresentado na seção 3, para encontrar x^k usando como ponto de partida x^{k-1};
(4) Calcule o maior resíduo normalizado, em módulo, das medidas consideradas sadias na iteração anterior: $max\left(\left|r_{N_i}{}^k\right|\right),\ i \in \{1, ..., m\} - S_{k-1}$;
(5) Atualize o limiar a partir da seguinte expressão: $\eta_k = min\left(max\left(\left|r_{N_i}{}^k\right|\right); \eta_{k-1}\right)$;
(6) Atualize o conjunto S_k, formado por todas as medidas cujo $\left|r_{N_i}{}^k\right| \geq \eta_k$;
(7) Verifique o critério de parada do algoritmo, definido por: $max(|x^k - x^{k-1}|) \leq \epsilon$. Caso seja satisfeito, PARE. Caso contrário, prossiga para o passo (8);
(8) Para cada medida $j \in S_k$, faça: $\sigma_j{}^{k+1} = 1 \times 10^4$;
(9) Para cada medida $i \in \{1, ..., m\} - S_k$, faça: $\sigma_i{}^{k+1} = 10$;
(10) Retorne ao passo (2).

Dessa forma, os efeitos de medidas espúrias são atenuados gradativamente. Com isso, caso uma medida, erroneamente classificada como suspeita, tenha seu resíduo normalizado reduzido devido às estimativas mais precisas obtidas nas iterações subsequentes, tal medida pode retornar ao conjunto de medidas sadias. O critério de parada para a atualização das janelas de Parzen é definido pela diferença do estado estimado entre duas iterações consecutivas. Caso o maior valor dessa diferença seja igual ou inferior a uma tolerância ϵ especificada (nesse trabalho foi adotado $\epsilon = 1 \times 10^{-6}$), o processo se encerra. Esse mesmo critério de parada também será utilizado nas técnicas alternativas detalhadas a seguir.

4.2 Técnicas alternativas para ajuste das janelas de Parzen

Com o propósito de avaliar o desempenho do algoritmo proposto, duas técnicas alternativas de atualização das janelas de Parzen foram consideradas nesse trabalho.

Técnica alternativa 1: Nessa técnica, a largura das janelas de Parzen reduz-se gradualmente, mas mantendo uma "margem de segurança" definida pelo maior resíduo normalizado dentre as medidas consideradas sadias, evitando a violação do limite definido por (19). Tal abordagem corresponde à tradicional prática de redução da largura do kernel gaussiano (Freitas, 2020). Portanto, o σ_i da *i-ésima* medida sadia será dado por:

$$\sigma_i{}^{k+1} = \sqrt{\Omega_{ii}} \cdot max_j\left(\left|r_{N\,j}\right|^k\right),\ \ i, j\ \in \{1, ..., m\} - S_k \tag{20}$$

Para as medidas suspeitas, por outro lado, o parâmetro σ_i será atualizado conforme:

$$\sigma_i{}^{k+1} = \lambda \cdot \sqrt{R_{\sigma_{m,ii}}},\ \ i \in S_k \tag{21}$$

Sendo λ o número de desvios padrão para o qual a *i-ésima* medida é considerada livre de EG (nesse trabalho, foi adotado o valor de 3).

Para esse caso, o conjunto de medidas suspeitas é atualizado considerando o módulo do resíduo. Na iteração k, são consideradas suspeitas todas as medidas em que $\left|r_i{}^k\right| < \sigma_i{}^k$.

Técnica alternativa 2: Nessa técnica, foi seguida uma abordagem similar àquela adotada no trabalho de Wu et al. (2011), que consiste em reduzir o $\sigma_i{}^{k+1}$ de todas as medidas a valores próximos ao limite que mantém a matriz Hessiana definida negativa, expresso em (19).

5. SIMULAÇÃO E RESULTADOS

Visando avaliar o desempenho do algoritmo proposto, quatro cenários foram simulados no sistema teste IEEE 30 barras. Dois planos de medição distintos foram considerados, sendo um plano completo, contendo as medidas de todas as grandezas de fluxo e injeção de potência disponíveis na rede, bem como as medidas de tensão nas barras 2, 20 e 29. O segundo plano de medição, por outro lado, encontra-se na Fig. 1, o qual possui um nível de redundância inferior.

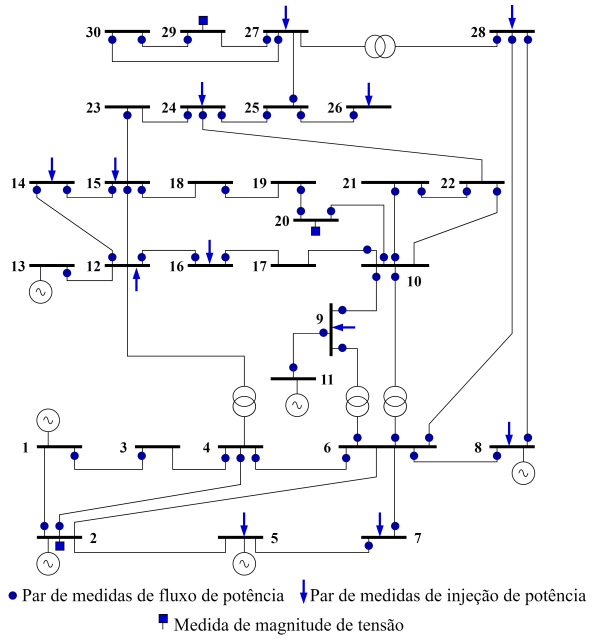

Figura 1. Sistema IEEE 30 barras com plano de medição

Inicialmente, uma ferramenta de fluxo de potência foi executada para se obter os valores de referência das medidas ${z_i}^{ref}$ e das variáveis de estado ${x_i}^{ref}$. A partir desses valores de referência, os seguintes cenários foram simulados:

- *Cenário 1.a*: 100 amostras do plano de medição completo, com EG em 3 medidas distintas. Às demais medidas foram aplicados ruídos gaussianos;
- *Cenário 1.b*: 100 amostras do plano de medição completo, com ruído não-gaussiano em todas as medidas;
- *Cenário 2.a*: 100 amostras do plano de medição da Fig. 1, com EG em 3 medidas distintas. Às demais medidas foram aplicados ruídos gaussianos;
- *Cenário 2.b*: 100 amostras do plano de medição da Fig. 1, com ruído não-gaussiano em todas as medidas.

Os estimadores por MQP e CMC foram executados nos quatro cenários de simulação. Tais casos foram selecionados para avaliar os estimadores diante de diferentes distribuições de ruídos, EGs e planos de medição com distintos níveis de redundância.

As amostras dos planos de medição foram obtidas por meio de simulações de Monte Carlo e representam uma mesma condição de carga da rede. Os valores z_i das medidas foram simulados utilizando-se a seguinte expressão:

$$z_i = {z_i}^{ref} + u_i \frac{pr_i |{z_i}^{ref}|}{3} \tag{22}$$

Nessa equação, $pr_i|{z_i}^{ref}|/3$ representa o desvio-padrão da i-ésima medida, sendo pr_i a precisão do medidor (2% para medida de potência e 1% para medida de magnitude de tensão). O u_i, por sua vez, corresponde a uma variável aleatória que representa o ruído de medição. Para os cenários de ruídos gaussianos, tem-se que:

$$u_i \sim N(0,1) \tag{23}$$

Para simular os ruídos não-gaussianos dos cenários 1.b e 2.b, por outro lado, foi empregada a mistura gaussiana apresentada em Massignan et al. (2020). Para esses casos, u_i segue a seguinte distribuição:

$$u_i \sim 0.7N(0,1) + 0.2N(3,3) + 0.1N(0,20) \tag{24}$$

Para as medidas portadoras de EG, por fim, foi aplicado um erro fixo de 5 desvios-padrão da medida.

A fim de medir o desempenho dos estimadores, em cada cenário foi calculado o índice de Erro Médio Absoluto (EMA) para a *i-ésima* variável de estado, dado por:

$$EMA_i = \frac{1}{n_a} \sum_{j=1}^{n_a} |\hat{x}_{i,j} - {x_i}^{ref}| \tag{25}$$

Onde $\hat{x}_{i,j}$ corresponde à *i-ésima* variável de estado estimada na *j-ésima* amostra do plano de medição. O termo n_a simboliza o número total de amostras do plano de medição simuladas em cada cenário.

5.1 Resultados

O índice EMA para as variáveis de magnitude e ângulo de tensão se encontram nas Figs. 2 e 3, respectivamente, para o cenário 1.a. Para essas e demais figuras, "CMCp", "CMC_ta1" e "CMC_ta2" correspondem ao estimador por CMC com o ajuste das janelas de Parzen pelo método proposto e técnicas alternativas 1 e 2, respectivamente.

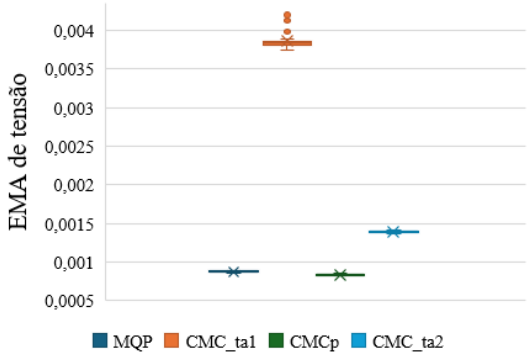

Figura 2. EMA para magnitude de tensão no cenário 1.a

Constata-se que tanto o estimador MQP quanto o CMCp alcançaram resultados similares e com os menores valores de erro. Isso ocorre pois o critério MQP, estatisticamente, atua como o melhor estimador para ruídos gaussianos com poucas medidas portadoras de EG. Além disso, conforme discutido na seção 4, o método proposto aproveita as características do MQP para as medidas sadias, o que explica a equivalência entre os dois métodos nesse cenário.

Os resultados para o cenário 1.b, por outro lado, se encontram nas Figs. 4 e 5. Nota-se, mais uma vez, resultados bem próximos entre os estimadores MQP e CMCp,

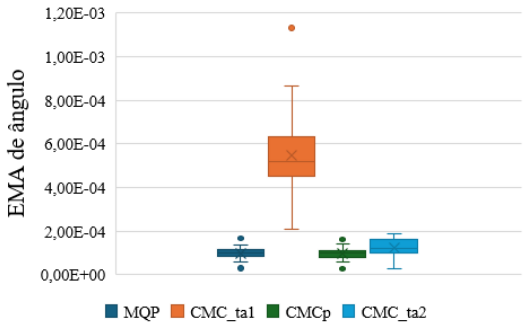

Figura 3. EMA para ângulo de tensão no cenário 1.a

enquanto o CMC_ta2 apresentou as melhores estimativas. Isso ocorre pois no CMC_ta2 o σ é ajustado para valores próximos dos resíduos das medidas, melhor explorando a característica dos estimadores por CMC de atenuarem o efeito de medidas com resíduos suficientemente grandes em situações de ruídos não-gaussianos.

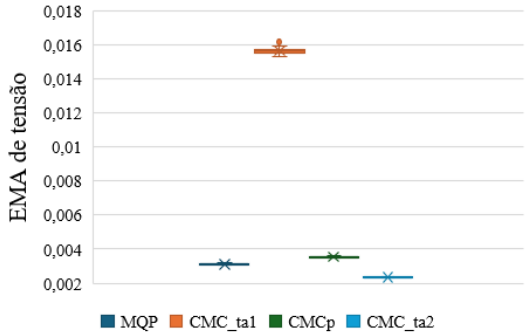

Figura 4. EMA para magnitude de tensão no cenário 1.b

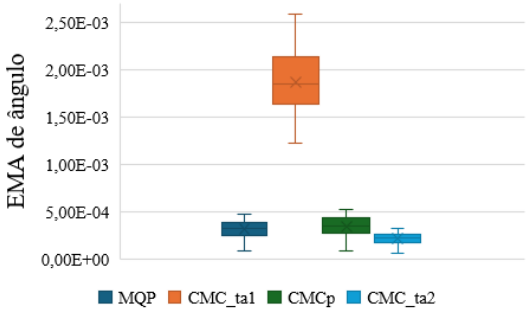

Figura 5. EMA para ângulo de tensão no cenário 1.b

Para o cenário 2.a, por sua vez, foram obtidos os resultados apresentados na Fig. 6. Tal figura realça ainda mais a vantagem do estimador MQP, diante de ruídos gaussianos, e sua equivalência com o método proposto.

Nas Figs. 7 e 8, por fim, são exibidos os resultados das simulações do cenário 2.b. Como está evidenciado na Fig. 7, o CMCp proposto apresentou valores de erro intermediários entre os estimadores MQP e CMC_ta2, encontrando, todavia, resultados mais precisos que o MQP.

Tal comportamento pode ser explicado pelo fato de que o cenário 2.b é composto por um plano de medição com uma quantidade bem inferior de medidas em comparação com os cenários 1.a e 1.b. Assim sendo, diante de erros não-gaussianos, eventualmente, muitas medidas podem ser eli-

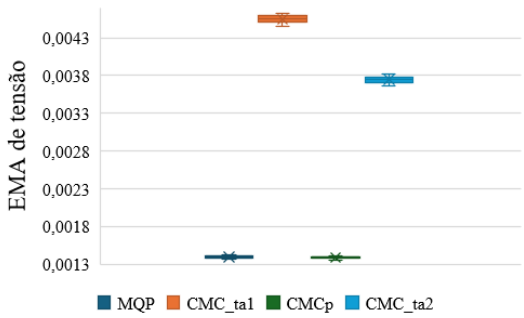

Figura 6. EMA para magnitude de tensão no cenário 2.a

minadas pelo estimador MQP por serem apontadas como portadoras de EGs, o que reduz o nível de redundância local em um plano de medição já reduzido, comprometendo o tratamento de possíveis erros nas demais medidas. O CMCp, por sua vez, realiza um ajuste dinâmico nas janelas de Parzen sem eliminações, sendo, portanto, mais eficiente no tratamento de medidas espúrias em cenários nos quais a quantidade de medições disponíveis é menor.

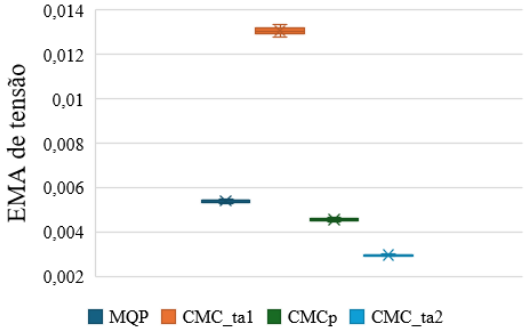

Figura 7. EMA para magnitude de tensão no cenário 2.b

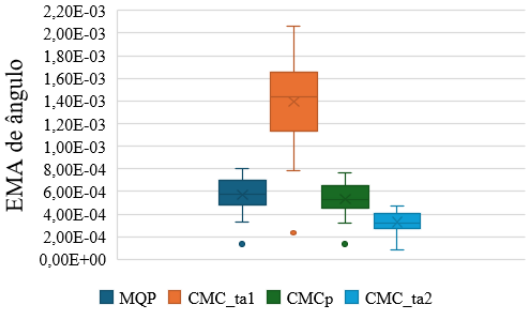

Figura 8. EMA para ângulo de tensão no cenário 2.b

Na Fig. 9 são apresentadas as quantidades de medidas eliminadas pelo estimador MQP em cada cenário. Nota-se um número elevado de eliminações nos cenários de ruídos não-gaussianos. O estimador CMCp, contudo, conseguiu encontrar resultados próximos ou até melhores que o estimador MQP, sem precisar recorrer a tal eliminação.

De outro modo, é possível perceber que o estimador CMC_ta1 apresentou os piores resultados em todos os cenários. Em (20) é possível notar que o σ_i das medidas sadias é ajustado de acordo com o maior resíduo normalizado dentre as medições não suspeitas. Tal ajuste, por

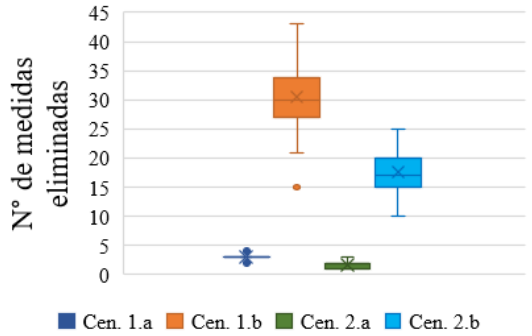

Figura 9. Número de medidas eliminadas pelo estimador MQP em cada cenário

ventura, pode levar muitas medidas a terem um σ_i distante do seu atual resíduo, enquanto outras apresentam um σ_i suficientemente próximo. Considerando a dependência de um termo exponencial no cálculo dos elementos da matriz de ponderação W, conforme exibido em (14) e (17), essas diferentes variações entre o σ_i das medidas e seus respectivos resíduos podem conduzir a elementos de W com valores discrepantes entre si, levando a operações em matrizes mal-condicionadas e problemas de natureza numérica.

A Fig. 10 apresenta o condicionamento da matriz $W^{\frac{1}{2}}H$, utilizada para solução da equação normal pelo método ortogonal, ao longo de 5 iterações de uma amostra do cenário 1.a. A partir da quarta iteração, os estimadores por CMC aplicam seus respectivos ajustes nas janelas de Parzen das medidas. Nota-se, portanto, um aumento expressivo no condicionamento da matriz para o estimador CMC_ta1, enquanto nos demais estimadores o condicionamento se manteve estável. Tal resultado demonstra o impacto do ajuste das janelas de Parzen nos estimadores por CMC.

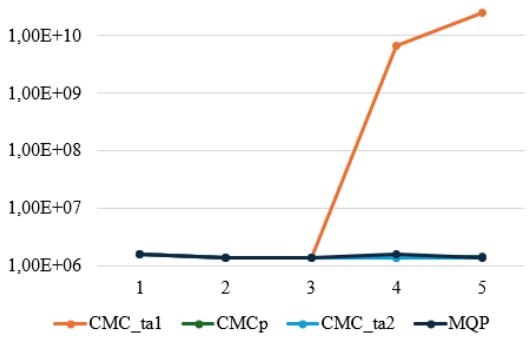

Figura 10. Condicionamento da matriz $W^{\frac{1}{2}}H$ ao longo das iterações.

6. CONCLUSÃO

No objetivo de desenvolver estimadores de estado mais resilientes a EGs e ruídos com distribuições não-gaussianas, os estimadores por CMC surgem como uma alternativa interessante. Devido à forte dependência entre o CMC e a largura da janela de Parzen adotada para cada medição, contudo, esse trabalho surge com a proposição de um novo algoritmo para o ajuste dinâmico das janelas de Parzen.

Conforme evidenciado pelos resultados apresentados, o método proposto demonstrou a vantagem de aproveitar todas as qualidades de estimadores por MQP, sem, entretanto, recorrer à eliminação de medidas. Tal característica possibilitou o estimador proposto alcançar estimativas mais precisas que as demais técnicas alternativas para ajuste das janelas de Parzen, diante de erros gaussianos, além de alcançar resultados melhores que o MQP diante de ruídos não-gaussianos conforme se reduz a quantidade de medições disponíveis no sistema. Ainda, o método proposto se mostrou estável, com poucas variações no condicionamento numérico das matrizes envolvidas na solução da equação normal ao longo das iterações. O uso de medições fasoriais sincronizadas, tal como feito por Massignan et al. (2020), todavia, será investigado em trabalhos futuros.

AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem à Universidade de São Paulo e às agências de fomento CAPES (processo n° 88887.822316/2023-00) e CNPq (processos n° 174933/2023-1, 131634/2023-2, 314439/2021-8 e 408464/2023-2).

REFERÊNCIAS

Ascari, L.B. and Costa, A.S. (2022). Fusão de estimativas resiliente a erros grosseiros para a estimação de estados híbrida em sistemas elétricos de potência. In *Congresso Brasileiro de Automática-CBA*, volume 3.

Bretas, A., Bretas, N., London Jr, J.B., and Carvalho, B. (2021). *Cyber-physical power systems state estimation.* Elsevier.

Freitas, V., Costa, A.S., and Miranda, V. (2020). Orthogonal method for solving maximum correntropy-based power system state estimation. *IET Generation, Transmission & Distribution*, 14(10), 1930–1941.

Freitas, V.S.d. (2020). *Estimação robusta de estados em sistemas elétricos de potência baseada em algoritmo ortogonal e modelos de máxima correntropia.* Ph.D. thesis, Universidade Federal de Santa Catarina.

Gentleman, W.M. (1973). Least squares computations by givens transformations without square roots. *IMA Journal of Applied Mathematics*, 12(3), 329–336.

Liu, W., Pokharel, P.P., and Principe, J.C. (2006). Correntropy: A localized similarity measure. In *The 2006 IEEE int. joint conf. on neural network proceedings.* IEEE.

Liu, W., Pokharel, P.P., and Principe, J.C. (2007). Correntropy: Properties and applications in non-gaussian signal processing. *IEEE Trans. on sig. pro.*, 55(11).

Massignan, J.A., London, J.B., and Miranda, V. (2020). Tracking power system state evolution with maximum-correntropy-based extended kalman filter. *Journal of Modern Power Systems and Clean Energy*, 8(4).

Miranda, V., Santos, A., and Pereira, J. (2009). State estimation based on correntropy: a proof of concept. *IEEE Trans. on Power Systems*, 24(4).

Monticelli, A. (1999). *State estimation in electric power systems: a generalized approach.* Springer Science & Business Media.

Parzen, E. (1962). On estimation of a probability density function and mode. *The annals of mathematical statistics*, 33(3), 1065–1076.

Wu, W.c., Guo, Y., Zhang, B.m., Bose, A., and Hongbin, S. (2011). Robust state estimation method based on maximum exponential square. *IET generation, transmission & distribution*, 5(11), 1165–1172.