# METODOLOGIA OPTIFEL APLICADA À IDENTIFICAÇÃO DE UM SISTEMA DE TANQUES INTERCONECTADOS

Marcus Vinicius de Paula<sup>\*</sup>, Rodrigo Augusto Ricco<sup>\*†</sup>, Anny Verly<sup>\*†</sup>, Petrus Emmanuel Oliveira Gomes Brant Abreu<sup>\*</sup>, Wendy Yadira Eras Herrera<sup>†</sup>

\* Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Minas Gerais (UFMG) Av. Antônio Carlos, 6627 - 31270-901 - Belo Horizonte, Minas Gerais, Brasil

<sup>†</sup>Departamento de Engenharia Elétrica - Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP) Rua Trinta e Seis, 115 - 35931-022 - Loanda - João Monlevade, Minas Gerais, Brasil

Emails: marcusdepaula@ufmg.br, ricco@deelt.ufop.br, annyverly@deelt.ufop.br, petrusabreu@ufmg.br, wendy.herrera@ufop.edu.br

**Abstract**— This work applies the OptiFel methodology (OPTImizing Fuzzy modEl) in the identification of a didactic plant of interconnected tanks. This methodology consists of the combination of the Takagi-Sugeno (TS) inference method with the MSPSO (MultiSwarm Particle Swarm Optimization) optimization technique. The main objective is to discuss the advantages and limitations of this technique when applied to the identification of nonlinear dynamic systems, comparing it with the traditional stochastic gradient descending method. Numerical results suggest that OptiFel is a promising tool when applied to the identification of systems in the presence of disturbances.

Keywords— OptiFel, Takagi-Sugeno, MsPSO, Particle Swarm Optimization.

**Resumo**— Este trabalho aplica a metodologia OptiFel (do inglês *OPTImizing Fuzzy modEl*) na identificação de uma planta didática de tanques interconectados. Essa metodologia consiste na combinação do método de inferência de Takagi-Sugeno (TS) com a técnica de otimização MsPSO (do inglês *MultiSwarm Particle Swarm Optimization*). O objetivo principal é discutir as vantagens e limitações desta técnica quando aplicada à identificação de sistemas dinâmicos não lineares, comparando-a com o tradicional método do gradiente descendente estocástico. Os resultados numéricos sugerem que o OptiFel é uma ferramenta promissora quando aplicada à identificação de sistemas na presença de distúrbios.

Palavras-chave— OptiFel, Takagi-Sugeno, MsPSO, Otimização por Nuvem de Partículas.

# 1 Introdução

Nos dias atuais, o modelo nebuloso proposto por (Takagi e Sugeno, 1985) tem sido utilizado na modelagem de sistemas não lineares. Essa metodologia consiste em estimar modelos por meio de um conjunto de regras Fuzzy. Estas regras possuem antecedentes nebulosos e funções algébricas (funções polinomiais lineares) como consequente.

A principal vantagem de representar sistemas por meio de modelos nebulosos é a possibilidade dos usuários construírem o modelo utilizando conhecimento a cerca do processo (Rabêlo et al., 2011). Esse conhecimento é traduzido por meio de termos linguísticos. Deste modo, é possível ter uma compreensão intuitiva do comportamento da saída do sistema conhecendo as entradas do mesmo.

Apesar desta vantagem eminente, os sistemas de inferência nebulosos não possuem a capacidade de adaptação para lidar com ambientes externos em constante mudança. O método ANFIS (do inglês Adaptative Neuro Fuzzy Inference Systems), proposto por (Jang, 1993), surge como uma solução para esse problema. Nesse método, o modelo TS é desenvolvido por meio de uma descrição em camadas, de forma semelhante a uma rede neural artificial. A vantagem desse método é capturar os benefícios das redes neurais artificiais e da inferência nebulosa em uma única estrutura. Dessa forma, utilizando o ANFIS em conjunto com um algoritmo de aprendizagem, é possível estimar os parâmetros ótimos do modelo TS. Esses parâmetros estão associados às funções de pertinência da(s) entrada(s) (antecedentes das regras) e às funções algébricas que caracterizam o consequente de cada uma das regras.

Dentre os trabalhos recentes que abordam temas semelhantes a este, destacam-se a utilização do ANFIS em conjunto com algoritmos genéticos (Du e Zhang, 2008), com o PSO (do inglês *Particle Swarm Optimization*) (Zhao et al., 2010) e com o GSA (do inglês *Gravitational Search Algorithm*) (Li et al., 2012).

O algoritmo OptiFel (do inglês *OPTImal Fuzzy modEL*), proposto por (Cheung et al., 2014), é uma dessas metodologias, sendo empregado para a identificação de sistemas não lineares. Esse algoritmo utiliza o método de otimização MsPSO (do inglês *MultiSwarm Particle Swarm Optimization*) para estimar os parâmetros ótimos do modelo TS. O MsPSO é uma versão aprimorada do PSO, proposto por (Kennedy e Eberhart, 1995) No MsPSO a busca pelos parâmetros ótimos é realizada de maneira heterogênea, por meio de quatro populações distintas que trocam informações entre si. Esta forma de busca dos parâmetros evita o problema de convergência prematura, recorrente no PSO.

Por se tratar de uma metodologia recente, uma das poucas aplicações do algoritmo OptiFel encontradas na literatura é o trabalho de (Chrouta et al., 2017). Nesse trabalho apresenta-se uma versão modificada do método original, mostrando uma nova forma de determinar o melhor valor do peso de inércia do MsPSO.

No presente trabalho, propõem-se apresentar a metodologia OptiFel e aplicá-la a um problema de identificação de um sistema didático de tanques interconectados. O objetivo é discutir as principais vantagens e limitações desta nova técnica, bem como verificar o desempenho do método quando aplicado à identificação de sistemas dinâmicos não lineares sujeitos a distúrbios. Para este propósito, a metodologia OptiFel é comparada com o método do gradiente descendente estocástico (GDE).

Esse trabalho é organizado da seguinte maneira. A Seção 2 apresenta o método de inferência de Takagi-Sugeno. A Seção 3 introduz os conceitos das metaheurísticas evolucionárias PSO e MsPSO. A Seção 4 apresenta a formulação do problema. A Seção 5 descreve o algoritmo OptiFel. Na Seção 6 são mostrados os resultados da aplicação da metologia OptiFel ao problema de identificação de um sistema de tanques interconectados. Na Seção 7, por fim, são apresentadas as conclusões deste trabalho.

### 2 Método de Inferência de Takagi-Sugeno

O método de Takagi-Sugeno é uma ferramenta de modelagem de sistemas baseada na teoria de inferência nebulosa. Considere um sistema multivariável MISO (do inglês *Multiple-Input Single-Output*) com entrada  $u \in \mathbb{R}^p$  e saída  $y \in \mathbb{R}$ , para o qual têm-se um conjunto de dados aquisitados  $[U_k \ y_k]$  com N pontos, tal que  $k = 1, \ldots, N$ . Tais dados podem ser representados como  $U_k =$  $[u_{1,k} \ u_{2,k} \ u_{p,k}]^T$  sendo os vetores de entrada e  $y_k = [y_1 \ y_2 \ \ldots \ y_N]^T$  o vetor de saída. Usando o conjunto de dados  $[U_k \ y_k]$  é possível formular o problema de inferência de TS definindo o seguinte conjunto de regras do tipo se-então

**Regra** *i*: SE  $u_{1,k} \stackrel{.}{\in} A_{1i} \stackrel{.}{\in} u_{2,k} \stackrel{.}{\in} A_{2i} \cdots \stackrel{.}{\in} u_{p,k} \stackrel{.}{\in} A_{pi} \stackrel{.}{\in} \text{ENTÃO}$ 

$$y_i = \alpha_{0i} + \alpha_{1i}u_1 + \dots + \alpha_{pi}u_p, \quad i = 1, \dots, r, (1)$$

em que r é o número de regras,  $A_{ji}$ ,  $j = 1, \ldots, p$ e  $i = 1, \ldots, r$  são os termos linguísticos dos antecedentes e  $\alpha = [\alpha_{0i}, \ldots, \alpha_{pi}]$ ,  $i = 1, \ldots, r$  são os parâmetros do consequente de cada uma das rregras. Considerando que cada termo linguístico  $A_{ji}$  é caracterizado por uma função de pertinência Gaussiana, tem-se que

$$f_{ji}(u_{j,k}) = \exp\left(\frac{-(u_{j,k} - c_{ji})^2}{\sigma_{ji}^2}\right), \qquad (2)$$

em que  $\sigma_{ji}$  e  $c_{ji}$  são, respectivamente, o desvio padrão e o centro de cada uma das rp funções de pertinência Gaussianas. O grau de ativação de cada uma das regras é dado por

$$\mu_i = \prod_{j=1}^p f_{ji}(u_{j,k}).$$
 (3)

Normalizando os valores dos r graus de ativação obtidos em (3), tem-se que

$$h_i = \frac{\mu_i}{\sum_{i=1}^r \mu_i}.$$
(4)

A saída estimada para o modelo nebuloso TS é obtida por meio de (1) e (4), de modo que

$$\hat{y} = \frac{\sum_{i=1}^{r} h_i y_i}{\sum_{i=1}^{r} h_i} = \sum_{i=1}^{r} h_i y_i,$$
(5)

em que  $h_i \ge 0$  e  $\sum_{i=1}^r h_i = 1$ .

# 3 Metaheurísticas Evolucionárias

Nesta seção, são apresentadas as metaheurísticas evolucionárias PSO e MsPSO que, juntamente com o método de inferência TS, formam a base do algoritmo OptiFel.

## 3.1 PSO

O PSO é um método estocástico de otimização que encontra a solução ótima de um determinado problema baseado no comportamento social de uma população de pássaros à procura de alimento (Kennedy e Eberhart, 1995). Considere uma população de n pássaros (também conhecidos como partículas) que ocupam uma posição  $x_l(t) = [x_{l1}(t), x_{l2}(t), \dots, x_{lD}(t)], \ l = 1, \dots, n$ em um espaço *D-dimensional*. Cada uma dessas partículas se movimenta com uma velocidade  $v_l(t) = [v_{l1}(t), v_{l2}(t), \dots, v_{lD}(t)].$  Considere também que as posições  $x_l(0)$  e as velocidades  $v_l(0)$ iniciais de cada partícula são atribuídas aleatoriamente. A cada geração (revoada) da população, a velocidade  $v_l(t)$  e a posição  $x_l(t)$  de cada partícula são atualizadas por meio das seguintes relações

$$v_l(t+1) = \omega v_l(t) + c_1 r_{1l} [p_l - x_l(t)] + c_2 r_{2l} [g_b - x_l(t)],$$
(6)

$$x_l(t+1) = x_l(t) + v_l(t+1),$$
(7)

em que  $p_l$  é a melhor posição histórica encontrada pela l - esima partícula e  $g_b$  é a melhor posição descoberta entre todas as n partículas da população durante o processo de busca. A determinação das melhores posições das partículas é feita por meio da função objetivo  $g(x_l(t))$  do problema.

Os parâmetros  $c_1$  e  $c_2$  são constantes positivas conhecidas como parâmetros cognitivos e sociais, respectivamente, enquanto  $r_{1l}$  e  $r_{2l}$  são números aleatórios distribuídos uniformemente, em que  $r_{1l}$  $\sim \mathcal{U}(0,1)$  e  $r_{2l} \sim \mathcal{U}(0,1)$ .

O parâmetro  $\omega$  é o peso de inércia. Esse peso determina a diversificação ou intensificação da busca. Cada instante de tempo t é denominado geração (ou revoada). A busca pela melhor posição (posição onde se encontra o alimento) é guiada por meio do  $p_l$  de cada partícula e pelo  $g_b$ . Deste modo, após uma quantidade  $\delta$  de gerações, toda a população tenderá a convergir para uma posição ótima  $x^{opt}(\delta)$ .

Assume-se que quando o método se aproxima da convergência, a velocidade de todas as partículas da população  $v_l(t)$  tenderá a zero. Este fato pode ser utilizado pelo usuário como critério de escolha da quantidade de gerações  $\delta$ , sendo o processo de busca interrompido quando a tolerância de erro  $\Delta_p = |||v_l(t)||_2 - ||v_l(t-1)||_2|$  se aproximar de zero

Apesar da ampla aplicabilidade do PSO, o método sofre da desvantagem da convergência prematura (Azab et al., 2016). Quando o método converge de forma prematura significa que a população se encontra presa a um mínimo local, o que reduz o espaço de busca do método.

### 3.2 MsPSO

O MsPSO é uma versão aprimorada do PSO. No caso do PSO, a busca pelos parâmetros ótimos é guiada por  $g_b e p_l$ . Se as partículas convergem com uma velocidade muito alta, pode ocorrer que as mesmas fiquem presas a um mínimo local. Como a busca no PSO é realizada de forma homogênea, uma vez que as partículas encontram um mínimo local, dificilmente conseguirão sair daquela região.

O MsPSO propõe que a busca pelos parâmetros ótimos seja realizada de forma heterogênea, por meio de quatro subgrupos  $S_z$ ,  $z = 1, \ldots, 4$ que trocam informações entre sí. Cada um destes subgrupos é uma população de dimensão n, idêntica à do PSO. A diferença entre os dois métodos encontra-se na forma como as velocidades  $v_l^{(z)}(t)$ e as posições  $x_l^{(z)}(t)$  das partículas de cada um dos quatro subgrupos são atualizadas.

A Figura 1 apresenta as relações entre os quatro subgrupos do método MsPSO. Cada um dos subgrupos determina, a cada geração, as melhores posições históricas  $p_l^{(z)}$ , de cada uma de suas partículas e a melhor posição entre todas as suas partículas  $g_b^{(z)}$ . O  $g_b$  é escolhido como sendo a melhor posição entre  $g_b^{(z)}$ . Observa-se que as velocidades e as posições das partículas dos subgrupos  $S_1$  e  $S_2$ , chamados de subgrupos básicos, são obtidas tomando como referência somente as partículas destes mesmos subgrupos de maneira independente

$$v_l^{(1,2)}(t+1) = \omega v_l^{(1,2)}(t) + c_1 r_{1l} [p_l^{(1,2)} - x_l^{(1,2)}(t)] + c_2 r_{2l} [q_b - x_l^{(1,2)}(t)], \qquad (8)$$

$$x_l^{(1,2)}(t+1) = x_l^{(1,2)}(t) + v_l^{(1,2)}(t+1).$$
(9)



Figura 1: Diagrama do método MsPSO. Para encontrar o valor de  $g_b$  é realizada uma busca heterogênea entre os quatro subgrupos. O MsPSO aumenta o espaço de busca comparado ao PSO e evita que as partículas fiquem presas a mínimos locais.

Note que (8) e (9) são equivalentes a (6) e (7), respectivamente. As velocidades das partículas no subgrupo  $S_3$ , chamado de subgrupo adaptativo, dependem de informações adicionais de velocidades e valores de aptidão das partículas dos subgrupos  $S_1$  e  $S_2$ 

$$v_l^{(3)}(t+1) = \omega \left[ \frac{\gamma}{\gamma_1} v_l^{(1)}(t+1) + \frac{\gamma}{\gamma_2} v_l^{(2)}(t+1) + v_l^{(3)}(t) \right] + c_1 r_{3l} [p_l^{(3)} - x_l^{(3)}(t)] + c_2 r_{4l} [g_b - x_l^{(3)}(t)],$$
(10)

em que  $r_{3l}$  e  $r_{4l}$  são números aleatórios, distribuídos uniformemente, similares a  $r_{1l}$  e  $r_{2l}$ . As variáveis  $\gamma_1$  e  $\gamma_2$  são os valores de aptidão das partículas dos subgrupos  $S_1$  e  $S_2$ , a cada geração, e são dadas por

$$\gamma_1 = \operatorname{argmin}[q(p_l^{(1)})], \tag{11}$$

$$\gamma_2 = \operatorname{argmin}[g(p_l^{(2)})], \qquad (12)$$

em que  $g(\cdot)$  é a função objetivo do problema e  $\gamma = \gamma_1 + \gamma_2$ . A atualização das posições das partículas de  $S_3$  também é equivalente a (7)

$$x_l^{(3)}(t+1) = x_l^{(3)}(t) + v_l^{(3)}(t+1).$$
 (13)

Por fim, as velocidades das partículas do subgrupo  $S_4$ , chamado de subgrupo de exploração, são calculadas utilizando as velocidades das partículas dos subgrupos  $S_1$ ,  $S_2$  e  $S_3$ , de modo que

$$v_l^{(4)}(t+1) = v_l^{(1)}(t+1) + v_l^{(2)}(t+1) - v_l^{(3)}(t+1).$$
(14)

A atualização das posições das partículas de  $S_4$ , no entanto, depende tanto das informações das partículas deste subgrupo quanto do  $g_b$ 

$$x_l^{(4)}(t+1) = \beta_1 x_l^{(4)}(t) + \beta_2 p_l^{(4)} + \beta_3 g_b + v_l^{(4)}(t+1),$$
(15)

em que  $\beta_q$ , q = 1, 2, 3 são denominados fatores de impacto e estão sujeitos à seguinte restrição

$$\sum_{q=1}^{3} \beta_q = 1. \tag{16}$$

Após uma quantidade  $\delta$  de gerações, observa-se que as partículas convergem para um valor específico de  $g_b$  (parâmetros ótimos). O fato de  $g_b$  não variar em função de t pode ser utilizado como critério de parada do algoritmo e escolha do número de gerações  $\delta$ , interrompendo-se a busca quando a tolerância de erro  $\Delta_m = |g_b(t) - g_b(t-1)|$  se aproximar de zero.

## 4 Formulação do Problema

Considere um sistema com p entradas  $u = [u_1 \ u_2 \ \dots \ u_p]^T$ , uma saída y e um conjunto de r regras nebulosas do tipo TS. Deseja-se identificar o sistema dinâmico não linear de tanques interconectados empregando o algoritmo OptiFel. Para tal, a metodologia MsPSO é utilizada para estimar os parâmetros ótimos  $c = [c_{1i}, \dots, c_{pi}]$  e  $\sigma = [\sigma_{1i}, \dots, \sigma_{pi}]$  relacionados ao antecedente e  $\alpha = [\alpha_{0i}, \dots, \alpha_{pi}]$  relacionados ao consequente de cada uma das r regras do método de inferência TS.

A Figura 2 representa geometricamente uma população com n partículas. Cada partícula da população é formada por uma matriz  $\varphi_l \in \mathbb{R}^{(3p+1)\times r}$  (planos horizontais). Esta população deve ser replicada para cada um dos quatro subgrupos  $S_z$  do método MsPSO. Com cada uma das n matrizes  $\varphi_l$ , calculadas para uma mesma geração t, estimam-se n modelos por meio do método de inferência TS. Estes modelos são avaliados por meio do índice RMSE (função objetivo do problema), que compara a saída y do sistema verdadeiro com a saída  $\hat{y}$  estimada pelo modelo

$$RMSE_{l} = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{N} (y_{k} - \hat{y}_{k})^{2}}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{N} (y_{k} - \bar{y})^{2}}}.$$
 (17)

em que  $\bar{y}$  é o valor médio do sinal  $y_k$ . Assumese que a escolha dos valores de  $p_l^{(z)}$  é dada pelos menores valores obtidos em (17), comparando os índices RMSE calculados para a geração atual com todos os índices RMSE calculados para as gerações anteriores de uma mesma partícula. O valor de  $g_b$ , para esta geração, é a melhor posição encontrada entre  $p_l^{(z)}$ . Os parâmetros do modelo são então atualizados por meio das equações do MsPSO, repetindo o processo por  $\delta$  gerações até que a tolerância do erro  $\Delta_m$  tenda a zero.



Figura 2: População de partículas de um subgrupo de S. Representação dos parâmetros:  $\alpha$  (magenta), c (azul) e  $\sigma$  (verde). Cada um dos planos horizontais  $\varphi_l$  representa uma partícula da população.

# 5 Metodologia

Esta seção apresenta o algoritmo OptiFel, que resolve o problema de identificação de sistemas não lineares combinando o método de inferência TS com o método de otimização MsPSO. Esse método é do tipo caixa-preta, onde somente os dados de entrada  $U_k$  e de saída  $y_k$  são conhecidos.

### Algoritmo 1 OptiFel

**Passo 1:** Determinar o número de regras r e escolher aleatoriamente, segundo uma distribuição uniforme, os parâmetros inicias do consequente  $\alpha$ das r regras, de modo que  $\alpha_{ii} \sim \mathcal{U}(0,1)$ .

**Passo 2:** Escolher aleatoriamente, segundo uma distribuição uniforme, os valores iniciais de c e  $\sigma$  relacionados aos antecedentes das r regras, de modo que  $c_{ji} \sim \mathcal{U}(\min(u_{j,k}), \max(u_{j,k}))$  e  $\sigma_{ji} \sim \mathcal{U}(0,1)$ .

**Passo 3:** Escolher a quantidade de partículas n de cada um dos subgrupos  $S_z$  e construir as suas respectivas populações replicando os passos 1 e

 $2\ n$ vezes. Nesse passo, a matriz tridimensional apresentada na Figura 2 é reproduzida para cada subgrupo.

**Passo 4:** Considerando que cada partícula é representada por uma matriz  $\varphi$  de dimensão  $(3p + 1) \times r$  (Figura 2), determinar aleatoriamente, segundo uma distribuição uniforme, as velocidades iniciais  $v_l^{(z)}(0)$  referentes a cada uma das posições iniciais  $x_l^{(z)}(0)$ , de modo que  $v_l^{(z)}(0) \sim \mathcal{U}(0,1)$ . A matriz de velocidades de cada partícula também deve ter dimensão  $(3p + 1) \times r$ .

**Passo 5:** Estimar um modelo para cada uma das n partículas dos subgrupos  $S_z$  por meio do método TS.

**Passo 6:** Avaliar cada um dos modelos estimados no passo 5 por meio de (17) e determinar  $p_l^{(z)}$  considerando os menores valores RMSE encontrados para cada partícula até a geração atual t. Determinar, na sequência, os valores de  $g_b^{(z)}$ .

**Passo 7:** Determinar  $g_b$  escolhendo a melhor posição encontrada entre os valores de  $g_b^{(z)}$ , em que a melhor posição é aquela que apresentar o menor valor RMSE.

**Passo 8:** Calcular as posições  $x_l^{(z)}(t+1)$  e as velocidades  $v_l^{(z)}(t+1)$  de cada uma das *n* partículas dos subgrupos  $S_z$ , para a geração (t+1), empregando as equações (8)-(16).

**Passo 9:** Retornar ao passo 5 e repetir o processo por  $\delta$  gerações até que o método convirja e as posições ótimas sejam encontradas, isto é, os parâmetros ótimos  $\alpha^{opt}$ ,  $c^{opt}$  e  $\sigma^{opt}$  do modelo TS.

#### 6 Resultados Experimentais

Nesta seção é apresentada uma aplicação experimental para a metodologia OptiFel. Trata-se da identificação de um modelo dinâmico para um sistema de tanques interconectados. A Figura 3 apresenta o diagrama esquemático deste sistema, proposto originalmente por (Guimarães et al., 2005). Um protótipo similar a este foi construído e encontra-se no Laboratório de Controle e Automação da Universidade Federal de Ouro Preto (Campus João Monlevade). Algumas aplicações deste sistema são encontradas em (de Paula, 2014), (de Paula et al., 2015), (de Paula, 2016) e (de Paula et al., 2016).

O sistema consiste de três tanques idênticos, com mesma altura e mesma área de seção transversal  $(A_1 = A_2 = A_3)$ , conectados pela base. As entradas do sistema são os sinais de tensão  $u_1$  e



Figura 3: Diagrama esquemático do sistema de tanques interconectados (de Paula, 2014).

 $u_2$  (em V) aplicados às bombas DC 1 e 2. A faixa de operação das bombas é de 2V a 12V. A função destes equipamentos no sistema é levar o fluído do reservatório aos tanques 1 e 2, respectivamente. Os tanques 1 e 2 se comunicam com o tanque 3 por meio das válvulas manuais  $k_{13}$  e  $k_{23}$ , respectivamente. Os tanques 1 e 2 também se comunicam com o reservatório por meio das válvulas manuais  $k_1$  e  $k_2$ , escoando o fluído de volta ao compartimento. As saídas de interesse do sistema são os níveis dos tanques 1 e 2 ( $h_1$  e  $h_2$ , em cm). Como todas as válvulas do sistema são iguais, para realizar os ensaios com a planta todas elas foram igualmente posicionadas (50% da abertura total).

As Figuras 4 e 5 mostram os sinais de entrada e saída utilizados no ensaio do sistema. A taxa de amostragem utilizada na aquisição de dados é de 1s. A janela de dados à esquerda da barra central em ambas as figuras (3000  $< k \le 5000$ ) é utilizada para estimar o modelo, enquanto a janela de dados à direita (5000  $< k \le 7000$ ) é utilizada na validação. As primeiras 3000 amostras são eliminadas como forma de evitar que os dados do regime transitório influenciem na estimativa do modelo.

Para identificar o sistema e estimar os parâmetros do modelo, considera-se o vetor de entradas  $U_k = [u_{1,k} \ u_{2,k} \ h_{1,k-1} \ h_{2,k-1}]^T$  e as saídas  $y_{1,k} = h_{1,k}$  e  $y_{2,k} = h_{2,k}$ . Como o sistema é do tipo MIMO (do inglês *Multiple-Input Multiple-Output*), estima-se um modelo para cada uma das saídas do sistema. Uma das finalidades é comparar os modelos estimados pelo OptiFel com modelos estimados por meio do método GDE.

A Tabela 1 apresenta os parâmetros utilizados para executar o algoritmo Optifel, enquanto as Tabelas 2 e 3 mostram os parâmetros estimados para os modelos, por meio dessa metodologia, referentes a cada uma das saídas.

Tabela 1: Parâmetros utilizados para executar o algoritmo OptiFel.

algorithillo Optil c	1.	
r=2	$c_1 = 1,49$	$\beta_2 = 0.33$
n = 70	$c_2 = 1,49$	$\beta_3 = 0,50$
$\delta = 73$	$\omega = 0,\!60$	
$\Delta_m = 0.05$	$\beta_1 = 0.16$	



Figura 4: Sinais aplicados nas entradas do sistema. (a)  $u_{1,k}$  e (b)  $u_{2,k}$ . A barra central indica a divisão entre os dados utilizados na identificação (esquerda) e validação (direita) do modelo.



Figura 5: Respostas temporais do sistema de tanques aos sinais de entrada. (a)  $h_{1,k}$  e (b)  $h_{2,k}$ . Os dados à esquerda da barra central são utilizados na identificação do modelo, enquanto os dados à direita são utilizados na validação.

A Tabela 4, por sua vez, apresenta os parâmetros utilizados para executar o algoritmo GDE. O parâmetro m indica a quantidade de iterações executadas, enquanto  $\eta$  é a taxa de aprendizagem. Essa metodologia apresenta uma estrutura semelhantes ao OptiFel, diferenciando-se apenas pelo método empregado para estimar os parâmetros do modelo de TS. Enquanto o primeiro utiliza a metaheurística MsPSO, o segundo utiliza o método

Tabela 2: Parâmetros do modelo estimado pelo método OptiFel por meio dos dados de entrada  $u_k$  e saída  $y_{1k}$ .

$u_k \in Su$	$g_{1,k}$				
j	0	1	2	3	4
$c_{j1}$		$^{9,5}$	$^{5,4}$	$^{6,5}$	10,8
$c_{j2}$		18,4	-29,2	10,4	24,2
$\sigma_{j1}$		$^{1,0}$	$^{4,1}$	-0,3	$^{0,7}$
$\sigma_{j2}$		$^{0,5}$	$^{0,6}$	0,7	-0,7
$\alpha_{j1}$	-0,3	$^{0,0}$	$^{0,0}$	$0,\!8$	$^{0,1}$
$\alpha_{j2}$	$1,\!8$	$^{0,8}$	-0,2	-7,4	$^{2,6}$

Tabela 3: Parâmetros do modelo estimado pelo método OptiFel por meio dos dados de entrada  $u_k$  e saída  $y_{2,k}$ .

-n	92,n				
j	0	1	2	3	4
$c_{j1}$		$^{4,7}$	-51,2	$^{2,6}$	$^{3,3}$
$c_{j2}$		$^{5,2}$	$^{5,5}$	-19,8	$^{8,6}$
$\sigma_{j1}$		$^{0,8}$	$^{1,8}$	$0,\!6$	$^{0,7}$
$\sigma_{j2}$		$^{3,3}$	$^{0,5}$	$^{2,4}$	$^{1,4}$
$\alpha_{j1}$	$^{1,2}$	-0,8	$_{0,0}$	$1,\!9$	$^{1,0}$
$\alpha_{j2}$	-0,4	$^{0,0}$	$^{0,0}$	$^{0,1}$	$^{0,8}$
-					

exato do gradiente descendente estocástico.

Tabela 4: Parâmetros utilizados para executar o algoritmo GDE.

r=2	m = 73	$\eta = 0,001$

A Figura 6 apresenta a validação qualitativa, por simulação livre, dos modelos estimados.



Figura 6: Comparação entre as saídas (a)  $h_{1,k}$  e (b)  $h_{2,k}$  do sistema verdadeiro e dos modelos estimados. Em azul (-) tem-se as saídas do sistema verdadeiro, em vermelho (- -) as saídas dos modelos estimados por meio do OptiFel e em verde (- ·) as saídas dos modelos estimados pelo GDE.

Os índices RMSE, calculados para cada uma das saídas dos modelos, são indicados na Tabela 5.

Tabela 5: Índices RMSE calculados para os modelos estimados por meio do OptiFel e do GDE.

	$y_{1,k}$	$y_{2,k}$
OptiFel	0,31	0,28
GDE	0,32	0,31

Analisando os resultados, observa-se que o método OptiFel é uma alternativa interessante para a identificação de sistemas dinâmicos, uma vez que o método consegue estimar modelos significativamente acurados com um número pequeno de regras. O método GDE também estima modelos bastante acurados com um número reduzido de regras. No entanto, a principal restrição desse último método (e dos métodos exatos de otimização de um modo geral) é o tempo de execução do algoritmo. O GDE minimiza a função de custo do erro calculando a derivada parcial dessa função em relação a cada um dos parâmetros do modelo. Esse processo é complexo e demanda um esforço computacional razoável. Enquanto o OptiFel estima os parâmetros dos modelos em 197s, o método GDE executa a mesma tarefa em 271s. Além disso, observa-se, por meio dos índices da Tabela 5 e da comparação realizada na Figura 6, que os modelos estimados por meio do OptiFel são ligeiramente mais acurados que os modelos estimados pelo GDE.

### 7 Conclusões

Neste trabalho, aplicou-se o método OptiFel a um problema de identificação de um sistema de tanques interconectados. Com base nos resultados encontrados, verificou-se que o método é capaz de estimar bons modelos para sistemas dinâmicos não lineares.

No entanto, apesar das vantagens citadas ao longo do trabalho, o método OptiFel apresenta algumas desvantagens eminentes. Apesar do método conseguir estimar os parâmetros dos modelos com um tempo de execução inferior ao algoritmo GDE, a busca pela solução ótima por meio do método MsPSO pode ser lenta dependendo da quantidade de partículas e de gerações escolhidas.

Além disso, a determinação do número ótimo de regras a serem utilizadas pelo método TS bem como a sintonia dos parâmetros do MsPSO não são tarefas triviais. Normalmente o ajuste é realizado por tentativa e erro, o que pode demandar um tempo considerável para encontrar os melhores parâmetros. Deste modo, o tempo necessário para sintonizar os parâmetros do método e estimar o modelo é considerado a principal desvantagem do OptiFel. No mais, observa-se que o método OptiFel tem uma pequena vantagem em relação ao algoritmo GDE em termos da acurácia dos modelos estimados.

## Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio financeiro das agências brasileiras CAPES e CNPq.

#### Referências

- Azab, S. S., Hady, M. F. A. e Hefny, H. A. (2016). Local Best Particle Swarm Optimization for Partitioning Data Clustering, *Computer En*gineering Conference (ICENCO), 12th International pp. 41–46.
- Cheung, N. J., Ding, X.-M. e Shen, H.-B. (2014). OptiFel: A Convergent Heterogeneous Particle Swarm Optimization Algorithm for Takagi-Sugeno Fuzzy Modeling, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* 22(4): 919– 933.
- Chrouta, J., Zaafouri, A. e Jemli, M. (2017). An Improved Heterogeneous Multi-Swarm PSO Algorithm to Generate an Optimal TS Fuzzy Model of a Hydraulic Process, Transactions of the Institute of Measurement and Control
- de Paula, M. V. (2014). Identificação por Subespaços Caixa-Cinza: Teoria, Métodos e Aplicações, Monografia de Graduação, Universidade Federal de Ouro Preto, João Monlevade.
- de Paula, M. V. (2016). Identificação de Modelos de Hammerstein e Wiener para Sistemas Não Lineares Multivariáveis Utilizando Métodos de Subespaços, Dissertação de Mestrado, Universidade Federal de Minas Gerais.
- de Paula, M. V., Ricco, R. A. e Teixeira, B. O. (2016). Identificacao Semi-Paramétrica de Sistemas MIMO do Tipo Wiener por Meio de Sinais Harmonicos e Métodos de Subespacos, XXI Congresso Brasileiro de Automática
- de Paula, M. V., Ricco, R. A. e Teixeira, B. O. S. (2015). Identificação de Modelos de Hammerstein e Wiener para Sistemas Nao Lineares Multivariáveis via Métodos de Subespaços, XII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente.
- Du, H. e Zhang, N. (2008). Application of Evolving Takagi-Sugeno Fuzzy Model to Nonlinear System Identification, Applied soft computing 8(1): 676–686.

- Guimarães, B., Souza, A. S., Gosmann, L. H. e Bauchspiess, A. (2005). Internet Based Remote Laboratory: The Level Control of Three Coupled Water Reservoirs, Departamento de Engenharia Elétrica, Universidade Federal de Brasília.
- Jang, J.-S. (1993). ANFIS: Adaptive-Network-Based Fuzzy Inference System, *IEEE Tran*sactions on Systems, Man, and Cybernetics 23(3): 665–685.
- Kennedy, J. e Eberhart, R. C. (1995). Particle Swarm Optimization, *IEEE Int. Conf. Neu*ral Network, Perth, Australia pp. 1942–1948.
- Li, C., Zhou, J., Fu, B., Kou, P. e Xiao, J. (2012). T-S Fuzzy Model Identification With a Gravitational Search-Based Hyperplane Clustering Algorithm, *IEEE Transactions on Fuzzy* Systems **20**(2): 305–317.
- Rabêlo, R. d. A. L., Carneiro, A. A. d. F. M., Fernandes, R. A. S. e Braga, R. T. V. (2011). Uma Abordagem Baseada em Sistemas de Inferência Fuzzy Takagi-Sugeno Aplicada ao Planejamento da Operação de Sistemas Hidrotérmicos de Geração, Sba: Controle & Automação Sociedade Brasileira de Automatica 22(1): 49–64.
- Takagi, T. e Sugeno, M. (1985). Fuzzy Identification of Systems and its Applications to Modeling and Control, *IEEE Transactions on Sys*tems, Man, and Cybernetics (1): 116–132.
- Zhao, L., Qian, F., Yang, Y., Zeng, Y. e Su, H. (2010). Automatically Extracting T-S Fuzzy Models Using Cooperative Random Learning Particle Swarm Optimization, *Applied Soft Computing* **10**(3): 938–944.