

MODELAGEM COMPUTACIONAL DE DADOS EXPERIMENTAIS ONLINE BASEADA EM ESTRUTURAS DE HAMMERSTEIN APLICADA A SISTEMAS COM DINÂMICA NÃO LINEAR

MAXWELL CAYRON SILVA CASTRO*, GINALBER LUIZ DE OLIVEIRA SERRA*

**Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia do Maranhão
Departamento de Eletroeletrônica
Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada à Tecnologia
São Luís, Maranhão, Brasil*

Emails: maxwell.cayron@gmail.com, ginalber@ifma.edu.br

Abstract— This paper presents a methodology of identification of nonlinear systems based on the Hammerstein structure through the recursive estimation of linear dynamic block parameters. Therefore, the identification methodology is presented using a finite polynomial expansion for the nonlinear static block and an ARX model for the linear dynamic block, with results of computational simulation in modeling a thermal system. Computational results illustrate the efficiency of the proposed methodology for identification of nonlinear systems.

Keywords— identification of nonlinear systems, Hammerstein structure, least squares.

Resumo— Este artigo apresenta uma metodologia de identificação de sistemas não-lineares baseada na estrutura de Hammerstein através da estimação recursiva dos parâmetros do bloco dinâmico linear. Por conseguinte, a metodologia de identificação é apresentada utilizando uma expansão polinomial finita para o bloco estático não-linear e um modelo ARX para o bloco dinâmico linear, com resultados de simulação computacional na modelagem de um sistema térmico. Os resultados computacionais mostram a eficiência da metodologia proposta para a identificação *online* de sistemas não-lineares.

Palavras-chave— identificação de sistemas não-lineares, estrutura de Hammerstein, mínimos quadrados.

1 Introdução

O estudo e desenvolvimento de ferramentas para obtenção de modelos matemáticos, que reproduzam os comportamentos dos objetos estudados, estão sendo cada vez mais explorado em trabalhos de engenharia. As justificativas para esse crescente interesse estão relacionadas a diversos objetivos, tais como: compreender certas dinâmicas do processo estudado, prever o comportamento do sistema sob diversas condições de operação, otimizar o comportamento do sistema, analisar e projetar controladores, permitir a detecção eficiente de falhas no sistema, estimar variáveis do processo que não podem ser medidas diretamente, permitir o estudo do sistema em regiões de operação problemáticas no sistema real, permitindo um treinamento de operação seguro e eficiente (Matko et al., 1992). Entre as áreas que a modelagem matemática de sistemas é utilizada, destacam-se a engenharia (Yang et al., 2018; Jahromi et al., 2016), biologia (Korenberg, 2006; Yan and Deller, 2014), psicologia (Hirsig, 1976) e economia (Zheng et al., 2007).

Ainda dentro da modelagem matemática de sistemas, a identificação de sistemas visa a construção de modelos matemáticos a partir do conhecimento prévio do sistema em estudo e de dados de séries temporais ruidosas (Keesman, 2011). Esse tipo de modelagem possibilita construir um modelo que represente bem o sistema com pouco ou até nenhum conhecimento prévio do mesmo, fazendo uso somente dos dados de entrada e saída

do sistema obtidos por experimentação. Em relação ao conhecimento necessário para a construção do modelo, Ljung and Glad (1994) os divide em dois tipos: “um é o conhecimento e as percepções reais do modo de funcionamento e das propriedades do processo; o outro é o conhecimento de como esses fatos podem ser transferidos para um modelo útil.”. Dessa forma, mesmo com o conhecimento prévio do sistema, existe uma problemática na forma em que esses conhecimentos contribuirão na construção do modelo. Assim, os modelos de identificação caixa preta, onde se faz uso apenas dos dados de entrada e saída do sistema, vêm ganhando cada vez destaque na modelagem de sistemas.

Durante muito tempo, devido às limitações teóricas e computacionais, utilizavam-se modelos matemáticos lineares na representação de sistemas. Entretanto, a maioria dos sistemas reais são não-lineares e sua representação por modelos lineares não consegue reproduzir todas as características dinâmicas dos sistemas reais (Coelho et al., 2002). Neste artigo é proposto uma metodologia de identificação de sistemas não-lineares utilizando modelos de blocos interconectados. A abordagem metodológica será baseada no modelo de Hammerstein, cuja representação consiste em um bloco estático não-linear seguido por um bloco dinâmico linear. A vantagem desse modelo é a possibilidade de utilizar um modelo linear para representar uma parte do sistema (bloco dinâmico linear) sem perder as características não-lineares, já que elas serão representadas pelo bloco estático

não-linear.

2 Identificação Paramétrica do Modelo de Hammerstein

Nesta seção, será apresentada uma metodologia de identificação de sistemas não-lineares baseada na estrutura de Hammerstein. Assim, abordaremos as técnicas que serão utilizadas em cada etapa do processo de identificação proposto.

2.1 Seleção de Modelo

O modelo de Hammerstein é um modelo de blocos interconectados que é representado por dois blocos dispostos em cascata. Assim, o modelo é definido por um bloco estático não-linear seguido por um bloco dinâmico linear, conforme ilustrado na Figura 1. Além disso, a ordem em que os blocos estão dispostos é um dos fatores que diferencia essa representação dos demais modelos orientados à blocos (Coelho et al., 2002).

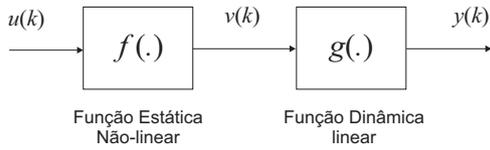


Figura 1: Modelo de Hammerstein.

Os sinais $u(k)$, $v(k)$ e $y(k)$, da Figura 1, representam a entrada, o sinal intermediário não mensurável e a saída do sistema. Entretanto, o sinal $v(k)$ do modelo não pode ser obtido por experimentação, já que ele simboliza o sinal presente na conexão artificial dos blocos inerente ao modelo.

Para representar o bloco estático não-linear é utilizado uma expansão polinomial finita na seguinte forma:

$$v(k) = \gamma_0 + \gamma_1 u(k) + \gamma_2 u^2(k) + \dots + \gamma_m u^m(k), \quad (1)$$

onde $\gamma_i (i = 0, 1, 2, \dots, m)$ representam os coeficientes do polinômio e m é o grau de não-linearidade do modelo.

Em relação ao bloco dinâmico linear, será utilizado um modelo *ARX* (*AutoRegressive model with exogenous inputs*), dado por:

$$y(k) = \sum_{i=1}^{n_y} \sigma_i y(k-i) + \sum_{j=1}^{n_u} \theta_j v(k-d-j), \quad (2)$$

onde σ_i e θ_j são os parâmetros do modelo dinâmico linear, n_u e n_y são os atrasos máximos do modelo e d é o tempo morto ou retardo do sistema.

2.2 Seleção de Estrutura do Modelo

Ao definir o modelo que será adotado na identificação do sistema, faz-se necessário selecionar o grau e o número de termos das representações escolhidas na etapa de seleção de modelo. Isso caracteriza a etapa de seleção de estrutura do modelo.

Após a definição do grau do polinômio estático que representará a não-linearidade do sistema, define-se a quantidade de termos que compõem o modelo *ARX*, que representa a dinâmica linear do sistema.

De acordo com o critério de informação de Akaike, o número ideal de termos em um modelo deve minimizar a seguinte função (Akaike, 1974):

$$AIC(n_p) = N \ln(\text{Var}[\xi(k)]) + 2n_p, \quad (3)$$

sendo N o número de amostras, $\text{Var}[\xi(k)]$, à variância do resíduo $\xi(k)$ e n_p o número de termos do modelo.

Segundo o critério de informação de Akaike, o número de termos que melhor representará o modelo dinâmico linear deve minimizar a equação (3). A primeira parcela da equação quantifica a redução na variância do resíduo, resultante da inclusão de um termo, e a segunda parcela é uma penalização que é maior à medida que se aumenta o número de termos, n_p . Além disso, deve-se calcular o valor de $AIC(n_p)$ para diversos valores de n_p e escolher o que gerou menor valor como resultado, levando em consideração também o atraso em relação à entrada, d .

2.3 Estimação de Parâmetros

A etapa de estimação de parâmetros da metodologia proposta estará dividida em duas vertentes: estimação dos parâmetros do polinômio estático não-linear pela técnica de mínimos quadrados em batelada (MQB), e estimação dos parâmetros do modelo *ARX* pela técnica recursiva de mínimos quadrados (RMQ).

2.3.1 Estimação dos Parâmetros do polinômio estático não-linear

Utilizando valores em regime permanente para estimar os parâmetros do polinômio, aplica-se as entradas do sistema em regime para $u(k)$ e as saídas em regime para $v(k)$, na equação (1). Reescrevendo a equação na forma matricial após aplicação dos devidos valores, tem-se:

$$\begin{bmatrix} \tilde{y}(1) \\ \tilde{y}(2) \\ \vdots \\ \tilde{y}(N_r) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{u}^0(1) & \dots & \tilde{u}^m(1) \\ \tilde{u}^0(2) & \dots & \tilde{u}^m(2) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \tilde{u}^0(N_r) & \dots & \tilde{u}^m(N_r) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma_0 \\ \gamma_1 \\ \vdots \\ \gamma_m \end{bmatrix} \quad (4)$$

onde N_r representa a quantidade de valores em regime permanente, \tilde{u} e \tilde{y} são os valores em regime permanente de entrada e saída, respectivamente.

Reduzindo o sistema matricial de (4), obtém-se:

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\mathbf{X}}\mathbf{P}_\gamma \quad (5)$$

onde $\tilde{\mathbf{Y}} \in \mathbb{R}^{N_r \times 1}$ é o vetor que contém os valores de saída em regime, $\tilde{\mathbf{X}} \in \mathbb{R}^{N_r \times (m+1)}$ é a matriz que contém os valores que são resultantes das entradas em regime e $\mathbf{P}_\gamma \in \mathbb{R}^{(m+1) \times 1}$ é o vetor que contém os parâmetros $\gamma_i (i = 0, 1, 2, \dots, m)$ do polinômio estático não linear da equação (1).

O cálculo dos parâmetros do polinômio estático podem ser obtidos diretamente da equação (5) se $N_r = m + 1$, pois a matriz $\tilde{\mathbf{X}}$ será quadrada e poderá ser invertida. Caso $N_r \neq m + 1$, a matriz $\tilde{\mathbf{X}}$ não será quadrada e conseqüentemente não poderá ser invertida para a obtenção dos parâmetros. Nesse caso, faz-se necessário efetuar algumas operações matriciais para se obter o vetor de parâmetros, como pode ser visto no desenvolvimento abaixo que resulta em (6).

$$\tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\mathbf{X}}\mathbf{P}_\gamma$$

$$\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{Y}} = \tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}} \mathbf{P}_\gamma$$

$$\mathbf{P}_\gamma = \left[\tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{X}} \right]^{-1} \tilde{\mathbf{X}}^T \tilde{\mathbf{Y}} \quad (6)$$

2.3.2 Estimação dos Parâmetros do Bloco Dinâmico Linear

Assumindo que o sinal $v(k)$ já foi determinado pela equação (1) após a estimação dos parâmetros do polinômio estático não-linear, torna-se possível estimar os parâmetros que compõem o modelo *ARX*. Assim, será aplicado a técnica de mínimos quadrados em batelada para determinar os valores iniciais dos parâmetros do modelo.

Partindo da equação (2) que representa o mapeamento do sinal intermediário $v(k)$ através da função $g(\cdot)$ e atribuindo os valores de entrada e saída obtidos no experimento, obtém-se o seguinte sistema matricial:

$$\begin{bmatrix} y(1) \\ y(2) \\ y(3) \\ y(4) \\ \vdots \\ y(N) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y(0) & y(1) & \dots & y(N-1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ y(1-n_y) & y(2-n_y) & \dots & y(N-n_y) \\ v(1-d) & v(2-d) & \dots & v(N-d) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ v(1-r) & v(2-r) & \dots & v(N-r) \end{bmatrix}^T * \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \vdots \\ \sigma_{n_y} \\ \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_{n_u} \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde N é o número de amostras obtidas no experimento e $r = d + n_u$.

Reduzindo o sistema matricial (7), obtém-se:

$$\mathbf{Y}_h = \mathbf{X}_h \Theta_h, \quad (8)$$

onde $\mathbf{Y}_h \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ é o vetor que contém os valores de saída do sistema, $\mathbf{X}_h \in \mathbb{R}^{N \times (n_y + n_u)}$ é a matriz de regressores e $\Theta_h \in \mathbb{R}^{(n_y + n_u) \times 1}$ é o vetor que contém os parâmetros $\sigma_i (i = 1, 2, \dots, n_y)$ e $\theta_j (j = 1, 2, \dots, n_u)$ do modelo *ARX*.

Assim como feito para obtenção da equação (6), se a matriz \mathbf{X}_h não for quadrada, será necessário as mesmas operações matriciais que resultará em:

$$\Theta_h = \left[\mathbf{X}_h^T \mathbf{X}_h \right]^{-1} \mathbf{X}_h^T \mathbf{Y}_h \quad (9)$$

A equação (9) determina os parâmetros do modelo *ARX* por mínimos quadrados em batelada. No entanto, será feita uma abordagem da estimação recursiva de mínimos quadrados utilizando os parâmetros obtidos em (9) como condição inicial da estimação recursiva.

A técnica de mínimos quadrados recursivo se baseia na ideia de derivar um algoritmo recursivo partindo da equação final de mínimos quadrados em batelada. A seguir, apresenta-se o algoritmo recursivo de mínimos quadrados.

Passo 1: O primeiro passo do algoritmo consiste na escolha dos valores iniciais para P_h e Θ_h , ou seja, os valores de $P_h(k-1)$ e $\Theta_h(k-1)$ exigidos na primeira execução dos passos 3 e 4, respectivamente. O valor inicial de Θ_h será dado pelo resultado da estimação dos parâmetros por mínimos quadrados em batelada do modelo selecionado pelo Critério de Akaike. De acordo com Aguirre (2007), para o valor inicial da matriz de covariância, P_h , adota-se um valor na faixa entre

$I \times 10^3 < P_{h0} < I \times 10^7$, sendo que $I \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$ é a matriz identidade e n_p é o número de parâmetros do modelo dinâmico linear ($n_p = n_y + n_u$).

Passo 2: Montagem do vetor de regressores para o instante k adotando condições iniciais para os atrasos referentes às entradas e saídas do modelo adotado. A montagem desse vetor será feita de acordo com a seguinte equação:

$$\Psi_h(k) = \begin{bmatrix} y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-n_y) \\ v(k-d) \\ \vdots \\ v(k-d-n_u) \end{bmatrix} \quad (10)$$

Passo 3: Cálculo da matriz de ganho, dada por:

$$K(k) = P_h(k-1)\psi_h(k) \left[1 + \psi_h^T(k)P_h(k-1)\psi_h(k) \right]^{-1}. \quad (11)$$

Passo 4: Utilizando os parâmetros calculados na iteração anterior, calcula-se a saída estimada no instante k com:

$$y_{h_c}(k) = \psi_h^T(k)\Theta_h(k-1), \quad (12)$$

onde $y_{h_c}(k)$ é a saída estimada no instante k .

Passo 5: Neste passo, realiza-se um ajuste no valor de Θ_h utilizando a matriz de ganho calculada no passo 3 e o erro de estimação entre a saída real e a saída estimada no instante k , o novo valor de Θ_h é dado por:

$$\Theta_h(k) = \Theta_h(k-1) + K(k)[y(k) - y_{h_c}(k)]. \quad (13)$$

Passo 6: Cálculo da matriz de covariância para o instante k . Esse cálculo será necessário para a próxima iteração, já que para determinar a matriz de ganho precisa-se de $P_h(k-1)$. Logo, $P_h(k)$ é dado por:

$$P_h(k) = P_h(k-1) - K(k)\psi_h^T(k)P_h(k-1). \quad (14)$$

Passo 7: Incrementa k fazendo $k = k + 1$.

Passo 8: Retorna ao passo 2.

2.4 Validação

A última etapa do processo de identificação é a validação do modelo. A validação será realizada pela utilização do índice $RMSE$ e pelo VAF .

No modelo de Hammerstein, a saída do sistema equivale a saída do bloco dinâmico linear, então o índice $RMSE$ é dado por:

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - y_{h_c}(k))^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^N (y(k) - \bar{y})^2}}, \quad (15)$$

onde $RMSE$ é a raiz do erro quadrático médio entre a saída medida $y(k)$ e a saída estimada $y_{h_c}(k)$. Vale lembrar que quanto menor o valor de $RMSE$, maior será a eficiência do modelo na recuperação da característica dinâmica do sistema.

O outro método que também será utilizado para a etapa de validação é o VAF , que será dado por:

$$VAF = \left[1 - \frac{\text{var}(y - y_{h_c})}{\text{var}(y)} \right] \times 100\% \quad (16)$$

onde y é um vetor com as saídas medidas do sistema e y_{h_c} é um vetor com as saídas estimadas. Nesse caso, quanto mais o valor de VAF em porcentagem se aproximar de 100%, melhor será a qualidade do modelo.

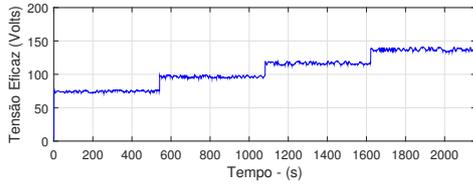
3 Resultados Experimentais

Nesta seção, apresentam-se os resultados obtidos com a aplicação do modelo de Hammerstein na identificação de um caso experimental representado por uma planta térmica.

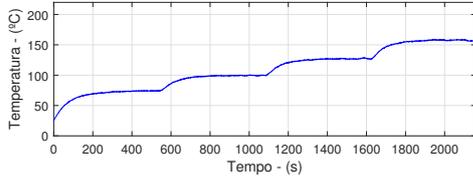
3.1 Descrição da Planta Térmica

Nesse trabalho, para obtenção de resultados experimentais, utilizou-se uma plataforma de controle em tempo real que é composta de uma planta térmica, o software *LabViewTM* (*Laboratory Virtual Instrument Engineering Workbench*), o CompactRio 9073, os módulos de entrada e saída analógica, o sensor de temperatura LM 35 e um atuador. O processo térmico consiste em uma torradeira monofásica de 220Volts em corrente alternada, com temperatura funcional no intervalo entre 25°C e 265°C. A interface em ambiente *LabViewTM* apresenta diversas configurações para aplicações práticas de controle e identificação. Dentre elas, a interface possibilita escolher o modo de malha, cujo opções são malha aberta e malha fechada. Como o presente trabalho está voltado para a área de identificação de sistemas, utilizou-se o modo de malha aberta para aquisição de dados da planta térmica. Dessa forma, foi estabelecido um sinal de entrada que foi aplicado à planta e uma taxa de amostragem ao qual os sinais de entrada e saída serão submetidos para a aquisição de dados.

O período de amostragem adotado neste trabalho foi de 0,5s. Para aquisição de dados, foram realizados dois experimentos em malha aberta. No primeiro experimento, foi estabelecido uma entrada com quatro degraus, sendo eles de amplitude 75V, 95V, 115V e 135V, respectivamente, conforme ilustrado na Figura 2. Já no segundo experimento, estabeleceu-se uma entrada com três degraus cujas amplitudes são 100V, 125V e 90V, respectivamente, conforme Figura 3.

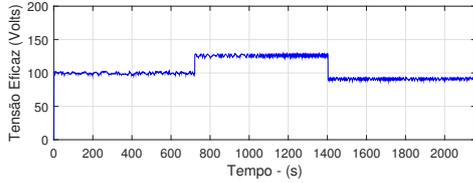


(a)

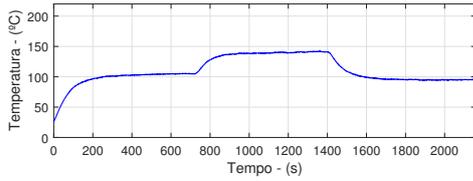


(b)

Figura 2: Sinais de (a) entrada e (b) saída obtidos no primeiro experimento na planta térmica.



(a)



(b)

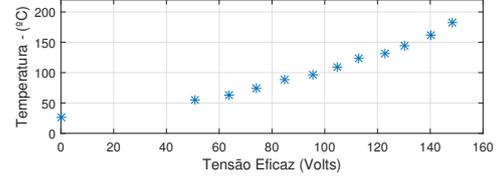
Figura 3: Sinais de (a) entrada e (b) saída obtidos no segundo experimento na planta térmica.

3.2 Modelo de Hammerstein aplicado à Identificação da Planta Térmica

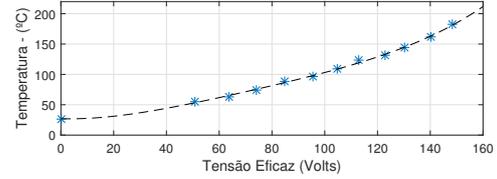
A metodologia de identificação proposta neste artigo para o modelo de Hammerstein utiliza uma expansão polinomial de grau m para representar o bloco estático não-linear e um modelo ARX para representar o bloco dinâmico linear com n_p termos e um atraso d em relação a entrada. Como os dados obtidos por experimentação do sistema fazem referência à entrada $u(k)$ e à saída $y(k)$, não sendo possível medir o sinal intermediário $v(k)$ do modelo de Hammerstein, o processo de identificação aqui proposto iniciará com a seleção da estrutura do polinômio estático não-linear e estimação dos seus parâmetros. Para isso, não é necessário o conhecimento do sinal intermediário, já que a ordem do polinômio é escolhida por inspeção visual da curva característica estática, obtida com base nos valores de regime da planta em diversos pontos de operação, e a estimação dos parâmetros do polinômio estático é obtida através do ajuste polinomial por mínimos quadrados da curva ca-

racterística estática.

Primeiramente, é feita uma análise visual da curva característica estática da Figura 4a que representa os valores de entrada e saída da planta em regime permanente. Em seguida, definiu-se que um polinômio de grau quatro seria suficiente para se ajustar à curva característica, conforme ilustrado na Figura 4b.



(a)



(b)

Figura 4: Representação da (a) Curva Característica Estática (*) e do (b) Ajuste polinomial de grau 4 (-) por mínimos quadrados em batelada.

A estimação dos parâmetros do polinômio foi realizada utilizando o método dos mínimos quadrados em batelada para valores de entrada e saída em regime permanente. O resultado da aplicação de mínimos quadrados é um vetor com os parâmetros do polinômio estático não-linear, dado por:

$$P_\gamma = \begin{bmatrix} 27,0893 \\ -0,1359 \\ 0,0198 \\ -0,000167 \\ 0,00000058 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Substituindo os valores dos parâmetros de (17) no polinômio mapeado para o modelo de Hammerstein da equação 1, temos:

$$v(k) = 27,0893 - 0,1359u(k) + 0,0198u^2(k) - 0,000167u^3(k) + 0,00000058u^4(k). \quad (18)$$

A equação (18) é o polinômio parametrizado que representa o bloco estático não-linear do modelo de Hammerstein. Ao aplicar os dados de entrada do primeiro experimento (Figura 2a) ao polinômio estático não-linear, obtém-se o sinal intermediário $v(k)$. Este sinal irá auxiliar na estimação dos parâmetros do bloco dinâmico linear representado por um modelo ARX .

Antes de estimar os parâmetros do modelo ARX , necessita-se selecionar a estrutura desse modelo. Essa seleção é dada pela definição do número de termos que compõem o modelo e do respectivo

atraso em relação a entrada, ou seja, definir as variáveis n_u , n_y e d da equação (2). Dessa forma, foi definido uma faixa de valores para cada uma dessas variáveis, sendo:

$$n_u = 1, 2, 3, \dots, 5. \quad (19)$$

$$n_y = 1, 2, 3, \dots, 5. \quad (20)$$

$$d = 0, 1, 2, \dots, 15. \quad (21)$$

Os valores cujas variáveis dadas em (19), (20) e (21) podem assumir, foram combinados e, a partir de então, montou-se um modelo para cada combinação possível. Logo, estimaram-se os parâmetros para cada um dos modelos utilizando a técnica de mínimos quadrados em batelada.

Ao aplicar o critério de informação de Akaike nos modelos obtidos pelas combinações entre n_u , n_y e d , identificou-se qual dentre os modelos apresentou menor valor de $AIC(n_p)$ e, conseqüentemente, minimizou a função proposta por Akaike em (3). Os melhores modelos de acordo com a quantidade de termos são demonstrados na Figura 5.

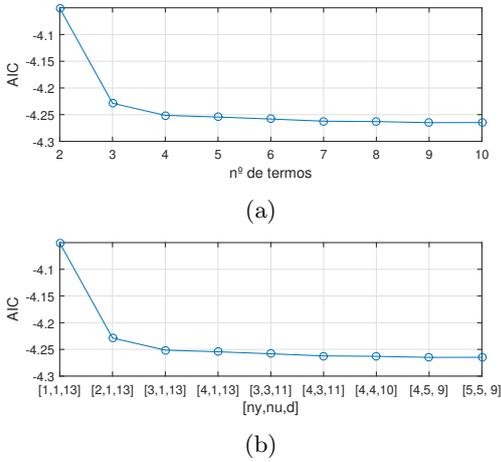


Figura 5: Resultado gráfico da aplicação do critério de informação de Akaike em relação ao (a) número de termos e (b) em relação aos valores individuais de n_y , n_u e d .

Analisando a Figura 5a, notou-se que o modelo que minimizou a função de Akaike possui $n_p = 9$ e, conseqüentemente, ao analisar a Figura 5b, verificou-se que o melhor modelo *ARX* estimado por mínimos quadrados em batelada possui $n_y = 4$, $n_u = 5$ e $d = 9$.

Os parâmetros do modelo *ARX* obtidos por mínimos quadrados em batelada, é utilizado como condição inicial para o estimador recursivo de mínimos quadrados. Portanto, o vetor de parâmetros iniciais do estimador é dado por:

$$\Theta_h = \begin{bmatrix} 0,5099 \\ 0,289 \\ 0,1231 \\ 0,06855 \\ 0,00656 \\ -0,00252 \\ 0,00344 \\ -0,00316 \\ 0,00521 \end{bmatrix}^T \quad (22)$$

Conseqüentemente, o vetor de regressores é dado por:

$$\Psi_h = \begin{bmatrix} y(k-1) \\ \vdots \\ y(k-4) \\ v(k-9) \\ v(k-10) \\ \vdots \\ v(k-13) \end{bmatrix} \quad (23)$$

Aplicando os dados de entrada do segundo experimento mostrado na Figura 3a à equação (18) para obtenção do valor intermediário $v(k)$ e aplicando as equações (22) e (23) ao algoritmo recursivo de mínimos quadrados, obtém-se a saída estimada do modelo de Hammerstein (Figura 6).

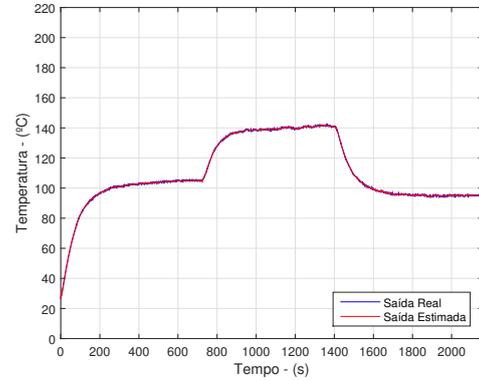


Figura 6: Simulação livre.

A simulação livre do modelo de Hammerstein está mostrada na Figura 6, através da qual verifica-se o bom desempenho do modelo obtido por estimação recursiva na predição do sistema. Além disso, a utilização do estimador recursivo de mínimos quadrados disponibiliza a possibilidade de acompanhar a variação dos parâmetros, conforme pode ser visto na Figura 7.

O bom desempenho do modelo identificado por estimação recursiva de mínimos quadrados também é observado através dos resultados obtidos após a aplicação de critérios de validação, conforme pode ser visto na Tabela 1.

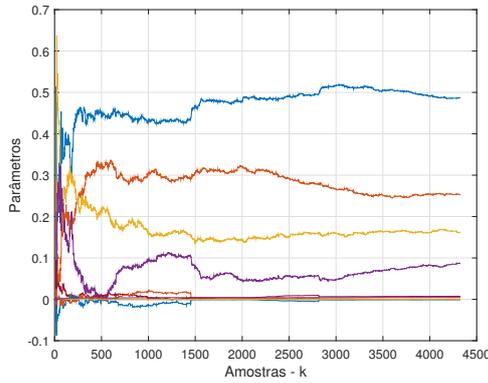


Figura 7: Variação dos parâmetros do modelo ARX durante a estimação recursiva de mínimos quadrados.

Estimação	RMSE	VAF
RMQ	0,1198	99,9970

Tabela 1: Validação do Modelo

4 Conclusões

Neste artigo foi apresentado uma metodologia de identificação de sistemas não-lineares utilizando o modelo de Hammerstein. Como foi visto ao longo do texto, o modelo necessita de um sinal intermediário que não pode ser obtido através da experimentação do sistema, ou seja, este sinal está presente em uma conexão artificial inerente ao modelo. Optou-se por estimar este sinal através do bloco estático não-linear. Na estimação dos parâmetros do bloco dinâmico linear, foi utilizado o critério de informação de Akaike para definir o número de termos do modelo e realizou-se uma estimação recursiva de mínimos quadrados.

Em relação aos resultados experimentais obtidos, a metodologia proposta nesse trabalho se mostrou eficiente para garantir uma boa representação de um sistema não-linear.

Referências

- Aguirre, L. A. (2007). *Introdução à Identificação de Sistemas – Técnicas Lineares e Não-Lineares Aplicadas a Sistemas Reais*, 3 edn, Editora UFMG.
- Akaike, H. (1974). A new look at the statistical model identification, *IEEE Transactions on Automatic Control* **19**(6): 716–723.
- Coelho, M., Aguirre, L. and Corrêa, M. (2002). Metodologia para representação de modelos narx polinomiais na forma de hammerstein e wiener, *Tendências em Matemática Aplicada e Computacional* **3**(1): 71–80.

- Hirsig, R. (1976). System-identification and control in behavioral science, *Decision and Control including the 15th Symposium on Adaptive Processes* **1**(1): 1065 – 1066.
- Jahromi, M. G., Mitchell, S. D., Mirzaeva, G. and Gay, D. (2016). A new method for power system load modeling using a nonlinear system identification estimator, *IEEE Transactions on Industry Applications* **52**(4): 3535 – 3542.
- Keesman, K. J. (2011). *System Identification - An Introduction*, 1 edn, Springer.
- Korenberg, M. J. (2006). Applications of nonlinear system identification in molecular biology, *Engineering in Medicine and Biology* **28**(6): 256 – 259.
- Ljung, L. and Glad, T. (1994). *Modeling of Dynamic Systems*, 1 edn, Prentice Hall.
- Matko, D., Zupancic, B. and Karba, R. (1992). *Simulation and modeling of continuous systems - A case study approach*, Prentice Hall International.
- Yan, J. and Deller, J. R. (2014). Biologically-motivated system identification: Application to microbial growth modeling, Chicago, IL, USA, pp. 322 – 325.
- Yang, L., Chen, J., Gao, J., Zheng, H. and Li, Y. (2018). Accelerating frequency domain dielectric spectroscopy measurements on insulation of transformers through system identification, *IET Science, Measurement Technology* **12**(2): 247–254.
- Zheng, S., Zheng, W. and Jin, X. (2007). An application of system identification method on a regional economic system, Shanghai, China, pp. 3875 – 3878.