

MODELAGEM DE FILTRO DE KALMAN NEBULOSO BASEADO EM AGRUPAMENTO EVOLUTIVO DE DADOS EXPERIMENTAIS

DANÚBIA SOARES PIRES E GINALBER LUIZ DE OLIVEIRA SERRA*

**Instituto Federal do Maranhão, Departamento de Eletroeletrônica, Laboratório de Inteligência Computacional Aplicada à Tecnologia, Brasil*

Email: danubiapires@ifma.edu.br; ginalber@ifma.edu.br

Abstract— A methodology to system identification based on Evolving Fuzzy Kalman Filter, from the smart combination of evolving fuzzy clustering and OKID (Observer/Kalman Filter Identification) algorithm, is proposed in this paper. The evolving fuzzy version of OKID algorithm is formulated for adjusting parameters and structure of the fuzzy Kalman filter, from experimental data. Computational and experimental results from the estimation of nonlinear dynamic system parameters, as well as application for online identification of a 2DoF helicopter show the efficiency of the proposed methodology.

Keywords— Fuzzy Systems, System Identification, State-space, Minimum Realization, Kalman Filters.

Resumo— Neste artigo, é proposta uma metodologia para identificação de sistemas baseada em um Filtro de Kalman nebuloso evolutivo, a partir da combinação inteligente de agrupamento nebuloso evolutivo e algoritmo OKID (*Observer/Kalman Filter Identification*). A versão nebulosa evolutiva do algoritmo OKID é formulada para ajuste de parâmetros e estrutura do filtro de Kalman nebuloso, a partir de dados experimentais. Resultados computacionais e experimentais a partir da estimação de parâmetros de um sistema dinâmico não linear, bem como uma aplicação para identificação online de um helicóptero 2DoF (dois graus de liberdade) mostram a eficiência da metodologia proposta.

Palavras-chave— Sistemas Nebulosos, Identificação de Sistemas, Espaço de Estados, Realização Mínima, Filtros de Kalman.

1 Introdução

Algoritmos para estimação de estados tem por objetivo recuperar algumas variáveis de estado de um sistema dinâmico com medições incompletas e/ou na presença de ruído. A estimação de estados é um problema significativo na área de controle e processamento de sinais, com muitas pesquisas importantes desenvolvidas nesta área. Em 1960, a teoria de filtragem de Kalman foi desenvolvida a partir de um novo algoritmo de filtragem recursiva que não exigia a estacionariedade do sistema e somente aplicável a sistemas lineares (Kalman, 1960).

Muitos sistemas dinâmicos práticos são não lineares. Uma vez que a teoria de filtragem de Kalman é aplicável somente a sistemas lineares, muitos pesquisadores tem sido motivados a estender a teoria de filtragem de Kalman para sistemas não lineares. O Filtro de Kalman Estendido (FKE), primeiramente proposto por Smith (G. L. Smith, 1962) é um algoritmo recursivo, utilizado na estimação de sistemas não lineares, porém apresenta algumas limitações: a eficiência é garantida somente em sistemas quase lineares na escala de tempo atualizada; necessita da matriz Jacobiana e o cálculo dessa matriz pode ser um processo muito difícil e, em algumas aplicações, suscetível a erros; pode apresentar ainda limitações na implementação, sintonia e confiabilidade do filtro. Para superar esses problemas foi proposto o Filtro de Kalman Unscented (FKU) (S. Julier, 1995), embora seja mais preciso que o FKE, este filtro possui algumas limitações: em

(B. O. S. Teixeira, 2010), é observada uma incompatibilidade entre o ruído característico do processo real e do filtro; adicionado a isto, o FKU pode responder de forma lenta a perturbações rápidas, diminuindo o desempenho do filtro. Tentando superar essas limitações, inúmeras técnicas adaptativas de filtragem de Kalman tem sido propostas, a fim de garantir robustez na modelagem de incertezas e perturbações: em (C. Hajiyev, 2014), foi realizado um estudo de algoritmo para estimativa de movimento de satélite, com detecção de falhas; em (N. Davari, 2017), foi desenvolvido o algoritmo AADKF (do inglês, *Asynchronous Adaptive Direct Kalman Filter*) aplicado em sistema de navegação integrado subaquático.

Desde 1980, os sistemas nebulosos tem sido aplicados em modelagem e controle. Entre os sistemas nebulosos, existe uma classe muito importante, denominada Takagi-Sugeno (TS) (R. Oubah, 2015). Recentemente, tem-se tornado uma poderosa ferramenta para modelagem e controle, devido sua estrutura baseada em regras como um aproximador universal de não linearidades e incertezas (Zadeh, 2015). Observam-se os sistemas nebulosos na literatura de FK para projeto de filtros que requerem robustez em relação às incertezas e modelagem de perturbações (Ngatini, 2017)(N. Bouzera, 2017). Em meados de 2002, os sistemas nebulosos evolutivos surgiram como uma versão de sistemas nebulosos com ajuste adaptativo de parâmetros e estrutura (P. Angelov, 2008)(Angelov, 2004)(Lughofer, 2008). Desde então, este tipo de sistema nebuloso avançado tem despertado grande interesse da academia e indús-

tria. Em (E. Lughofer, 2015), é proposta uma nova metodologia para aprendizado de sistemas nebulosos evolutivos a partir de fluxo de dados em regressão/identificação de sistemas on-line. Em (S. Alizadeh, 2016), é proposto um novo sistema nebuloso evolutivo denominado eHFIS (do inglês, *evolving Heterogeneous Fuzzy Inference System*), capaz de simultaneamente realizar seleção de entrada local e identificação de sistema de forma evolutiva e integrativa. O termo evolutivo é utilizado para definir tais sistemas adaptativos, uma vez que estes sistemas são capazes de ajustar seus parâmetros a partir de dados (o que geralmente é atribuído ao termo adaptativo), contudo também adaptam sua estrutura, ou seja, a estrutura do sistema não permanece fixa. Além disso, o termo evolutivo não deve ser confundido com o evolucionário, o último refere-se a algoritmos baseados no processo de evolução que ocorre em populações de indivíduos e utilizam operadores baseados em conceitos de seleção, cruzamento e mutação de cromossomos como mecanismos de adaptação (Lemos, 2011).

No entanto, apesar das contribuições importantes para filtros de Kalman nebulosos e sistemas nebulosos evolutivos, a integração destas abordagens ainda constitui-se um campo em aberto. Portanto, neste artigo, propõe-se uma nova metodologia para modelagem de filtros de Kalman evolutivos a partir de dados experimentais. A formulação matemática usando uma estrutura evolutiva TS é apresentada: o algoritmo GK offline é usado para a parametrização inicial do antecedente do sistema de inferência do FK nebuloso, considerando um conjunto de dados inicial; e uma versão evolutiva do algoritmo GK é desenvolvida para a parametrização on-line do antecedente do sistema de inferência do FK nebuloso. Uma versão recursiva do algoritmo OKID é proposta para parametrização das matrizes $\mathbf{A}$, $\mathbf{B}$, $\mathbf{C}$, $\mathbf{D}$ e $\mathbf{K}$ (matriz de estado, matriz de entrada, matriz de saída, matriz de transmissão direta e matriz de ganho de Kalman, respectivamente) no consequente do sistema de inferência do FK nebuloso. Em (D. S. Pires, 2017), os autores propuseram uma identificação de filtro de Kalman nebuloso evolutivo utilizando o algoritmo GK de agrupamento evolutivo para estimação dos parâmetros do antecedente do modelo nebuloso. No presente artigo, o algoritmo evolutivo utilizado para parametrização do antecedente é o algoritmo eTS, além disso, os autores apresentam novos resultados computacionais usando um sistema dinâmico não linear e resultados experimentais aplicados à identificação de um helicóptero 2DoF, demonstrando a eficiência da metodologia proposta.

Este artigo apresenta a seguinte estrutura: na Seção 2 é apresentada a formulação para a estimação paramétrica do filtro de Kalman nebuloso evolutivo, onde a estrutura da base de regras é

apresentada na Seção 2.1. Na Seção 2.2 é formulada a estimação do antecedente, através do algoritmo de agrupamento GK evolutivo, e na Seção 2.3 é proposta a estimação do consequente usando o algoritmo OKID baseado em agrupamento. Na Seção 3 e na Seção 4, resultados computacionais e experimentais mostram a eficiência e aplicabilidade da metodologia proposta, respectivamente. Finalmente, na Seção 5 são apresentadas as conclusões.

2 Estimação paramétrica do filtro de Kalman nebuloso evolutivo: formulação

2.1 Modelo do filtro de Kalman nebuloso

O filtro de Kalman nebuloso evolutivo apresenta a i [i=1,2,...,c]-ésima regra, dada por:

$R^{(i)}$: SE $\tilde{\mathbf{Z}}_k$ IS $M_{j|\tilde{\mathbf{Z}}_k}^i$ ENTÃO

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{x}}_k^i &= \mathbf{A}^i \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^i + \mathbf{B}^i \tilde{\mathbf{u}}_k^i + \mathbf{K}^i \epsilon_{r_k}^i \\ \tilde{\mathbf{y}}_k^i &= \mathbf{C}^i \hat{\mathbf{x}}_k^i + \mathbf{D}^i \tilde{\mathbf{u}}_k^i + \epsilon_{r_k}^i\end{aligned}\quad (1)$$

onde $\mathbf{A}^i$, $\mathbf{B}^i$, $\mathbf{C}^i$, $\mathbf{D}^i$ e $\mathbf{K}^i$ (matriz de estado, matriz de entrada, matriz de saída, matriz de transmissão direta e matriz de ganho de Kalman, respectivamente) são estimados pelo algoritmo OKID baseado em agrupamento. A matriz $\tilde{\mathbf{Z}}_k = [\tilde{\mathbf{u}}_k \ \tilde{\mathbf{y}}_k]^T$ pertence ao conjunto nebuloso $M_{j|\tilde{\mathbf{Z}}_k}^i$ com um valor $\mu_{M_{j|\tilde{\mathbf{Z}}_k}^i}^i$ definido por uma função de pertinência $\mu_{\tilde{\mathbf{Z}}_k}^i : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1]$, com $\mu_{M_{j|\tilde{\mathbf{Z}}_k}^i}^i \in \mu_{M_{1|\tilde{\mathbf{Z}}_k}^i}^i, \mu_{M_{2|\tilde{\mathbf{Z}}_k}^i}^i, \mu_{M_{3|\tilde{\mathbf{Z}}_k}^i}^i, \dots, \mu_{M_{p_{\tilde{\mathbf{Z}}_k}|\tilde{\mathbf{Z}}_k}^i}^i$, onde $p_{\tilde{\mathbf{Z}}_k}$ o número de partições do universo de discurso relacionadas a variável linguística $\tilde{\mathbf{Z}}_k$. Uma sequência de resíduos, $\epsilon_{r_k}^i = \tilde{\mathbf{y}}_k^i - \gamma^i \mathbf{y}_k$, com $\sum_{i=1}^c \gamma^i = 1$.

2.2 Estimação paramétrica do antecedente

Nesta seção é formulada a estimação do antecedente através do algoritmo de agrupamento GK evolutivo. Primeiramente, é formulada uma abordagem off-line do algoritmo GK para a estimação inicial dos parâmetros do antecedente. A seguir, é formulada uma abordagem evolutiva do algoritmo GK para estimação on-line dos parâmetros do antecedente.

Estimação inicial off-line: um algoritmo de agrupamento off-line é aplicado para identificar um conjunto inicial de c agrupamentos sobre dados coletados previamente. O algoritmo de agrupamento off-line usado neste artigo foi o GK, descrito como segue (Babuska, 1998): dado um conjunto de dados $\mathbf{Z}$, um conjunto inicial de dados experimentais, o número de agrupamentos $1 < c < N$, onde c é o número de agrupamentos e

N é o número de amostras do conjunto de dados $\mathbf{Z}$; o expoente de fuzzificação $m > 1$ e a tolerância de término $\epsilon > 0$. Aleatoriamente, a matriz de partição é escolhida, de modo que $\mathbf{U}^0 \in M_{fc}$.

Os protótipos de agrupamento (centros), $\mathbf{v}_i$, são calculados, como segue:

$$\mathbf{v}_i^{(l)} = \frac{\sum_{k=1}^N \left[\left(\mu_{ik}^{(l-1)} \right)^m \mathbf{z}_k \right]}{\sum_{k=1}^N \left(\mu_{ik}^{(l-1)} \right)^m}, \quad 1 \leq i \leq c \quad (2)$$

onde $\mathbf{z}_k$ é a amostra no instante k e μ_{ik} é o grau de pertinência no i -ésimo agrupamento, no instante k . As matrizes de covariância dos agrupamentos, $\mathbf{F}_i$, são calculadas, como segue:

$$\mathbf{F}_i = \frac{\sum_{k=1}^N \left[\left(\mu_{ik}^{(l-1)} \right)^m \left(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)} \right) \left(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)} \right)^T \right]}{\sum_{k=1}^N \left(\mu_{ik}^{(l-1)} \right)^m} \quad (3)$$

com $1 \leq i \leq c$. O algoritmo GK emprega uma norma de distância adaptativa, a fim de detectar agrupamentos de diferentes formas geométricas em um conjunto de dados. Cada agrupamento possui sua própria matriz de norma induzida $\mathbf{O}_i$, que produz a seguinte norma do produto interno, calculada por:

$$D_{ik\mathbf{O}_i} = \sqrt{\left(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)} \right)^T \mathbf{O}_i \left(\mathbf{z}_k - \mathbf{v}_i^{(l)} \right)}, \quad (4)$$

com $1 \leq i \leq c$ e $1 \leq k \leq N$. Finalmente, se $D_{ik\mathbf{O}_i} > 0$ para $1 \leq i \leq c$, $1 \leq k \leq N$, a matriz de partição é atualizada, como segue:

$$\mu_{ik} = \frac{1}{\sum_{j=1}^c \left(\frac{D_{ik\mathbf{O}_{(i)}}}{D_{jk\mathbf{O}_{(i)}}} \right)^{2/(m-1)}} \quad (5)$$

Estimação evolutiva on-line: Nos sistemas nebulosos evolutivos Takagi-Sugeno (eTS), a densidade dos dados é avaliada recursivamente em relação ao último ponto de dados, $D_k(z_k)$, dada por (P. P. Angelov, 2004):

$$D_k(z_k) = \frac{k-1}{(k-1) \left(\sum_{j=1}^{n+m} z_{kj}^2 + 1 \right) + b_k - 2 \sum_{j=1}^{n+m} z_{kj} g_{kj}} \quad (6)$$

onde $D_1(z_1) = 1$; $k = 2, 3, \dots$; $b_k = b_{k-1} + \sum_{j=1}^{n+m} z_{(k-1)j}^2$; $b_1 = 0$; $g_{kj} = g_{(k-1)j} + z_{(k-1)j}$;

$g_{1j} = 0$; z_k corresponde ao fluxo de dados fornecido ao algoritmo; n é a dimensão do vetor de entradas; m é a dimensão do vetor de saídas; e k é o número de amostras para os quais a informação de z é avaliada.

A densidade dos pontos focais é atualizada de forma recursiva, como segue:

$$D_k(z^{i*}) = \frac{k-1}{D^*} \quad (7)$$

onde i^* corresponde aos pontos focais da i -ésima regra nebulosa e:

$$D^* = k-1 + (k-2) \left(\frac{1}{D_{k-1}(z^{i*})} - 1 \right) + \sum_{j=1}^{n+m} (z_{kj} - z_{(k-1)j}) \quad (8)$$

A formação de agrupamentos representativos com alta capacidade de generalização pode ser alcançada através da análise de pontos focais com alta densidade, verificando a Condição A, dada por:

Condição A₁:

$$\eta D_k(z_k) > \max_{i=1}^R D_k(z_k^{i*});$$

$$\eta = \begin{cases} 1 & \mu_j^i(x_k) > e^{-2}, \forall i, \forall j \\ \frac{N_k - 3}{\log k} & otherwise \end{cases}$$

para $k = 2, 3, \dots$

Condição A₂:

$$D_k(z_k) > \max_{i=1}^c D_k(z_k^{i*}) \text{ OU}$$

$$D_k(z_k) < \min_{i=1}^c D_k(z_k^{i*}).$$

Se a Condição A é atendida, forma-se um novo ponto focal ($c \leftarrow c + 1$; $z^{i*} \leftarrow z^k$; $D(z^{i*}) \leftarrow 1$; $I^{i*} \leftarrow 1$).

Para evitar a redundância e controlar o nível de sobreposição de regras, a Condição B é verificada, descrita da seguinte forma:

Condição B:

SE $(\exists i, i = [1, c] : \mu_j^i(x_k) > e^{-1}, \forall j, j = [1, n], k = 2, 3, \dots)$ ENTÃO ($c \leftarrow c - 1$)

Se a Condição B é satisfeita, a regra deve ser removida, pois a mesma descreve um dos pontos focais de agrupamentos já existentes.

2.3 Estimação paramétrica do consequente

O OKID original foi formulado em (C. W. Cheng, 1992), no entanto, neste artigo, o OKID é apresentado no contexto nebuloso. Uma formulação do algoritmo OKID no contexto nebuloso, proposto neste artigo, tem as seguintes etapas: Dado N (número de amostras), p (número apropriado de parâmetros de Markov do observador do conjunto de dados de entrada-saída), $\mathbf{u}_{r \times N}$ (dados de entrada, r corresponde ao número de entradas) e

$\mathbf{y}_{m \times N}$ (dados de saída, m corresponde ao número de saídas).

Passo 1: Calcular a matriz de regressores $\mathbf{V}$, dada por:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} \mathbf{u}_0 & \mathbf{u}_1 & \dots & \mathbf{u}_p & \dots & \mathbf{u}_{N-1} \\ 0 & \mathbf{Z}_0 & \dots & \mathbf{Z}_{p-1} & \dots & \mathbf{Z}_{N-2} \\ 0 & 0 & \dots & \mathbf{Z}_{p-2} & \dots & \mathbf{Z}_{N-3} \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & \mathbf{Z}_0 & \dots & \mathbf{Z}_{N-p-1} \end{bmatrix} \quad (9)$$

onde $\mathbf{Z}_k = [\mathbf{u}_k \ \mathbf{y}_k]^T$ corresponde aos dados de entrada e saída no instante k .

Passo 2: Obter a partir dos dados experimentais os parâmetros de Markov do observador $\tilde{\mathbf{Y}}$ baseado nos conjuntos nebulosos, como segue:

$$\tilde{\mathbf{y}} = \sum_{i=1}^c \tilde{\mathbf{Y}}^i \mathbf{V} \quad (10)$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}^i = [\mathbf{V} \Gamma^i \mathbf{V}^T]^{-1} \mathbf{V}^T \Gamma^i \mathbf{y} \quad (11)$$

onde $\mathbf{y} = [\mathbf{y}_0 \ \mathbf{y}_1 \ \dots \ \mathbf{y}_p \ \dots \ \mathbf{y}_{N-1}]$, corresponde à matriz de saídas $m \times l$ do sistema dinâmico,

$$\Gamma^i = \begin{bmatrix} \gamma_0^i & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \gamma_1^i & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & \gamma_{N-1}^i \end{bmatrix} \quad (12)$$

é a matriz diagonal de ponderação dos valores de pertinência da i -ésima regra, e

$$\tilde{\mathbf{Y}}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{D}^i(\gamma^i) \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \bar{\mathbf{B}}^i(\gamma^i) \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \bar{\mathbf{A}}^i(\gamma^i) \bar{\mathbf{B}}^i(\gamma^i) \\ \vdots \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \bar{\mathbf{A}}^{i(p-1)}(\gamma^i) \bar{\mathbf{B}}^i(\gamma^i) \end{bmatrix}^T \quad (13)$$

corresponde aos parâmetros de Markov do observador na i -ésima regra.

Passo 3: Construir um bloco da matriz de correlação $\mathbf{N}_\tau^i$ com os elementos $\mathbf{G}_{hh_{k+\tau}}^i$, que corresponde ao produto entre $\mathbf{H}_\tau^i$ e $\mathbf{H}_{k+\tau}^i$, como segue:

$$\mathbf{G}_{hh_{k+\tau}}^i = \mathbf{H}_{k+\tau}^i \mathbf{H}_\tau^{iT}, \text{ with } \tau = 0 \quad (14)$$

e

$$\mathbf{H}_{k+\tau}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{k+1}^i & \dots & \mathbf{Y}_{k+\beta}^i \\ \mathbf{Y}_{k+2}^i & \dots & \mathbf{Y}_{k+\beta+1}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{Y}_{k+\alpha}^i & \dots & \mathbf{Y}_{k+\alpha+\beta+1}^i \end{bmatrix} \quad (15)$$

onde $\mathbf{Y}_k^i$ é a matriz $m \times r$, cujas colunas são os parâmetros de Markov (resposta ao impulso amostrada) correspondente às m entradas. O tamanho de $\mathbf{H}_k^i$ e $\mathbf{H}_0^i$ é $\alpha m \times \beta r$, desde que o tamanho de $\mathbf{G}_{hh_k}^i$ é $\alpha m \times \alpha m$. Logo, tem-se:

$$\mathbf{N}_k^i = \begin{bmatrix} \mathbf{G}_{hh_k}^i & \dots & \mathbf{G}_{hh_{k+\xi\tau}}^i \\ \mathbf{G}_{hh_{k+\tau}}^i & \dots & \mathbf{G}_{hh_{k+(\xi+1)\tau}}^i \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{G}_{hh_{k+\epsilon\tau}}^i & \dots & \mathbf{G}_{hh_{k+(\epsilon+\xi)\tau}}^i \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$\mathbf{N}_k^i = \mathbf{P}_\epsilon^i \mathbf{A}^{i\epsilon} (\gamma^i) \mathbf{Q}_\xi^i \quad (17)$$

Passo 4: Decompor $\mathbf{N}_0^i$ usando a decomposição em valor singular:

$$\mathbf{N}_0^i = \mathbf{R}^i \Sigma^i \mathbf{S}^{iT} \quad (18)$$

Passo 5: Determinar a ordem do sistema examinando os valores singulares da matriz de Hankel $\mathbf{N}_0^i$.

Passo 6: Construir uma realização de ordem mínima $[\mathbf{A}^i, \mathbf{Q}_c^i, \mathbf{P}_\alpha^i]$ usando um bloco deslocado da matriz de Hankel $\mathbf{N}_1^i$, de acordo com a Equação (14), como segue:

$$\mathbf{G}_{hh_1}^i = \mathbf{H}_1^i \mathbf{H}_0^{iT} = \mathbf{P}_\alpha^i \mathbf{A}^{i1} (\gamma^i) \mathbf{Q}_c^i \quad (19)$$

Passo 7: Calcular a matriz de controlabilidade $\mathbf{Q}_\beta^i$ e determinar uma realização de ordem mínima $[\mathbf{A}^i(\gamma^i), \mathbf{B}^i(\gamma^i), \mathbf{C}^i(\gamma^i)]$, como segue:

$$\mathbf{H}_0^i = \mathbf{P}_\alpha^i \mathbf{Q}_\beta^i \quad (20)$$

onde:

$$\mathbf{P}_\alpha^i = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^i(\gamma^i) \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \mathbf{A}^i(\gamma^i) \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \mathbf{A}^{i2}(\gamma^i) \\ \vdots \\ \mathbf{C}^i(\gamma^i) \mathbf{A}^{i\alpha-1}(\gamma^i) \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$\mathbf{Q}_\beta^i = [\mathbf{B}^i(\gamma^i) \quad \mathbf{A}^i(\gamma^i) \mathbf{B}^i(\gamma^i) \quad \dots$$

$$\dots \quad \mathbf{A}^{i\beta-2}(\gamma^i) \mathbf{B}^i(\gamma^i) \quad \mathbf{A}^{i\beta-1}(\gamma^i) \mathbf{B}^i(\gamma^i)] \quad (22)$$

e

$$\mathbf{Q}_\beta^i = \mathbf{P}_\alpha^{i+} \mathbf{H}_0^i \quad (23)$$

$$\mathbf{A}^i = (\Sigma^i)^{-1/2} \mathbf{R}_n^{iT} \mathbf{H}_1^i \mathbf{S}_n^i (\Sigma^i)^{-1/2} \quad (24)$$

$$\mathbf{D}^i = \bar{\mathbf{Y}}_{m \times 1}^i \ ; \ \mathbf{B}^i = \text{primeiras } r \text{ colunas de } \mathbf{Q}_\beta^i;$$

$$\mathbf{C}^i = \text{primeiras } m \text{ linhas de } \mathbf{P}_\alpha^i \quad (25)$$

Passo 8: Calcular a matriz de ganho de Kalman:

$$\mathbf{K}^i = -[\psi_p^{iT} \ \psi_p^i]^{-1} \psi_p^{iT} \tilde{\mathbf{Y}}_k^{i0} \quad (26)$$

onde

$$\psi_p = \begin{bmatrix} \mathbf{C}^i \\ \mathbf{C}^i \mathbf{A}^i \\ \vdots \\ \mathbf{C}^i \mathbf{A}^{i_{p-1}} \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}_k^{i^0} = \tilde{\mathbf{Y}}^{i^{(2)}} + \sum_{i=1}^{k-1} \tilde{\mathbf{Y}}_{k-i}^{i^0} \tilde{\mathbf{Y}}^{i^{(2)}}, \quad k = 2, \dots, p \quad (28)$$

$$\tilde{\mathbf{Y}}^{i^{(2)}} = \begin{bmatrix} 0 \\ \text{--terceira coluna de } \tilde{\mathbf{Y}}^i \\ \text{--quinta coluna de } \tilde{\mathbf{Y}}^i \\ \text{--sétima coluna de } \tilde{\mathbf{Y}}^i \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}^T \quad (29)$$

3 Resultados Computacionais

A identificação de filtro de Kalman nebuloso evolutivo foi aplicado para a estimação de parâmetros e estados de um sistema oscilador, dado por (J. Arthur, 2018):

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= \alpha x_2 + \sigma \dot{W}_{x_1} \\ \dot{x}_2 &= 4 - 4x_1 + \sigma \dot{W}_{x_2} \end{aligned} \quad (30)$$

Na Figura 1, observam-se os resultados obtidos usando a metodologia proposta neste artigo. Em (J. Arthur, 2018), a metodologia proposta para a filtragem de Kalman não linear apresenta uma região de confiança de 95% do filtro estimado com uma faixa de valores entre -2 e 2 . A metodologia proposta neste artigo, apresenta uma região de confiança de 95% do filtro estimado com uma faixa de valores entre $0,9$ e $1,1$. A partir deste resultado, observa-se um bom desempenho da metodologia apresentada neste artigo em relação à metodologia apresentada em (J. Arthur, 2018) para esta aplicação. Na Figura 2, observa-se a estimação para o caso em que α não é constante no tempo, ainda assim, a metodologia proposta neste artigo, apresenta um rastreamento preciso de α , x_1 e x_2 .

4 Resultados experimentais

Para ilustrar a aplicabilidade da metodologia proposta, foi considerado a modelagem caixa preta de

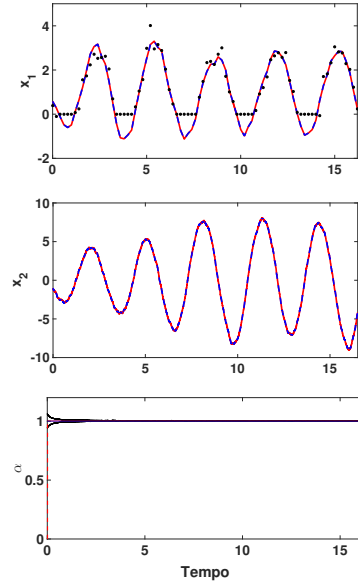


Figura 1: Estimação de estados e parâmetros de um sistema oscilador estocástico quando α é constante no tempo. A variância de ruído do sistema é de $\sigma^2 = 0,1$ (variância total de ruído do sistema é de $0,2$). Observações (círculos em preto) da variável x_1 são corrompidas por um ruído com variância de $0,3$ e censuradas para valores abaixo de 0 . O sinal em azul tracejado representa a trajetória real da variável/parâmetro e o sinal em vermelho tracejado o estimado pela metodologia proposta neste artigo. O sinal em preto representa a região de confiança de 95% do filtro estimado.

um helicóptero 2DOF (dois graus de liberdade), observado na Fig. 3(O. D. R. Filho, 2016). Os sinais de entrada do helicóptero 2DoF que correspondem à tensão no rotor principal $\mathbf{u}_\varphi$ e a tensão no rotor de cauda $\mathbf{u}_\theta$ são observados na Fig. 4, respectivamente. O filtro de Kalman nebuloso foi treinado usando as 81 primeiras amostras através do algoritmo de agrupamento GK offline com os seguintes parâmetros: $c = 2$ (*número de agrupamentos*) e $\epsilon = 10^{-6}$ (*tolerância de término*). A partir da amostra 82 até 700, o algoritmo de agrupamento GK evolutivo e o algoritmo OKID nebuloso recursivo (descrito na Seção 2) foi usado para parametrização do filtro de Kalman nebuloso, o qual é aplicado para estimar os estados e saídas do helicóptero 2DoF. O filtro de Kalman nebuloso evolutivo TS apresenta a regra $i|[i=1,2,\dots,c]$, como segue:

$$R^{(i)}: \text{SE } \tilde{\mathbf{Z}}_k \text{ É } M_{j|\tilde{\mathbf{Z}}_k}^i \text{ ENTÃO}$$

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_k^i &= \mathbf{A}^i \hat{\mathbf{x}}_{k-1}^i + \mathbf{B}^i \mathbf{u}_k + \mathbf{K}^i \epsilon_{r_k} \\ \mathbf{y}_k^i &= \mathbf{C}^i \hat{\mathbf{x}}_k^i + \mathbf{D}^i u_k + \epsilon_{r_k} \end{aligned} \quad (31)$$

$$\text{onde } \tilde{\mathbf{Z}}_k = [\tilde{\mathbf{u}}_{\varphi_k} \quad \tilde{\mathbf{u}}_{\theta_k} \quad \tilde{\mathbf{y}}_{\varphi_k} \quad \tilde{\mathbf{y}}_{\theta_k}]^T \text{ e } \epsilon_{r_k}^i =$$

$\hat{\mathbf{y}}_k^i - \gamma^i \mathbf{y}_k$ é uma sequência de resíduos.

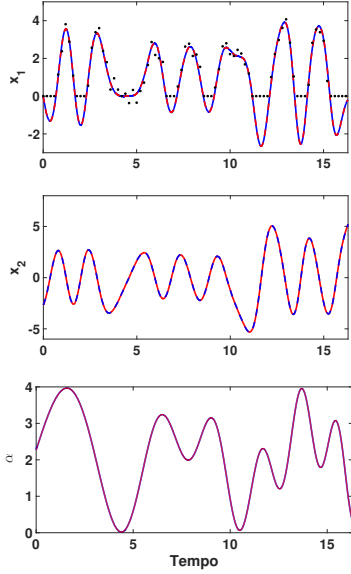


Figura 2: Estimação de estados e parâmetros de um sistema oscilador estocástico quando α não é constante no tempo. A variância de ruído do sistema é de $\sigma^2 = 0,1$ (variância total de ruído do sistema é de $0,2$). Observações (círculos em preto) da variável x_1 são corrompidas por um ruído com variância de $0,3$ e censuradas para valores abaixo de 0 . O sinal em azul tracejado indica a trajetória real da variável/parâmetro e o sinal em vermelho tracejado o estimado pela metodologia proposta neste artigo.



Figura 3: Helicóptero 2DOF.

A trajetória das saídas do helicóptero 2DOF, ângulo de azimute $\mathbf{y}_{\theta_k}$ e ângulo de elevação $\mathbf{y}_{\varphi_k}$, obtidas a partir da metodologia proposta são observadas na Fig. 5. Na Fig. 6 tem-se a estimação dos estados do helicóptero 2DoF, obtidos a partir da metodologia proposta. O comportamento evolutivo dos agrupamentos e grau de pertinência instantâneo do filtro de Kalman nebuloso são observados na Fig. 7 e 8, respectivamente. A estimação recursiva dos elementos da matriz $\mathbf{K}^i$ podem ser observados nas Fig. 9–12, respectivamente.

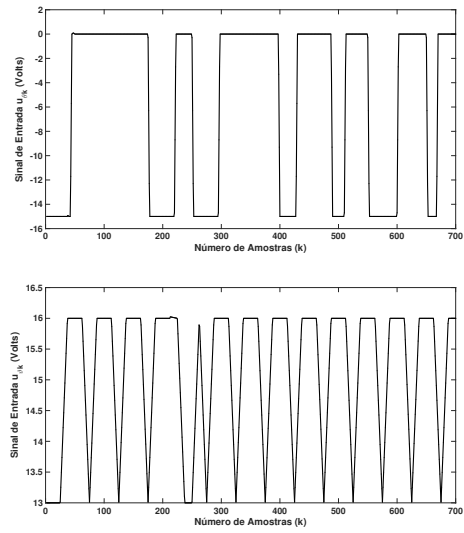


Figura 4: Tensão do Rotor Principal e Tensão do Rotor de cauda.

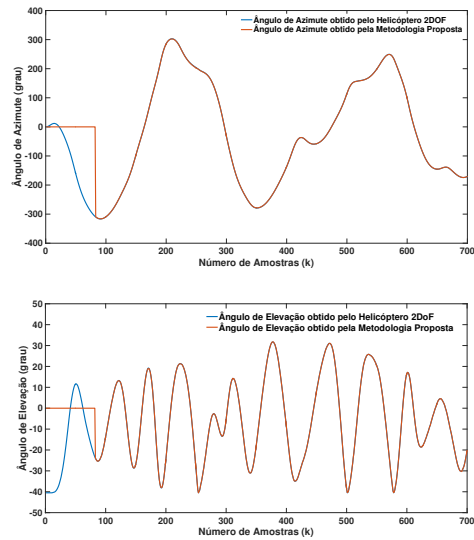


Figura 5: Saída do Ângulo de Azimute e Ângulo de Elevação.

5 Conclusões

A metodologia para identificação de sistemas baseada em um Filtro de Kalman Nebuloso Evolutivo aplicado à estimação de estados e saídas de um sistema dinâmico, apresenta neste artigo, possibilita adaptar a estrutura do modelo e do filtro de Kalman em tempo real. A metodologia proposta permite aplicar o cálculo de realização mínima em espaço de estados, isto é, usando um modelo com a menor dimensão em espaço de estados obtido a partir de dados experimentais, permitiu satisfatoriamente a estimação dos parâmetros e estados do sistema dinâmico. Resultados computacionais e experimentais a partir da estimação de parâmetros de sistemas dinâmicos demonstra-

ram a eficiência e aplicabilidade da metodologia proposta.

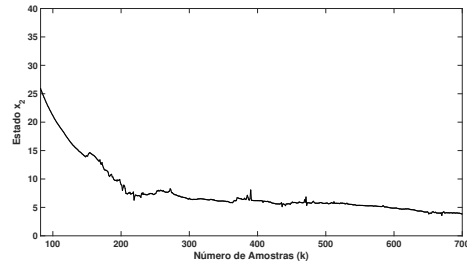
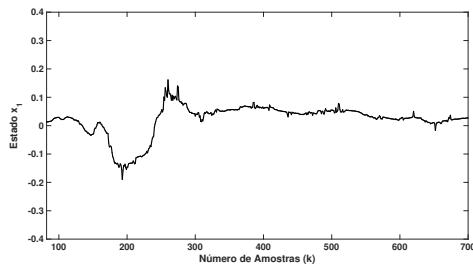


Figura 6: Estado x_1 e estado x_2 .

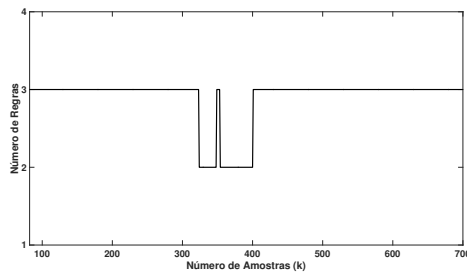


Figura 7: Comportamento evolutivo das regras no filtro de Kalman nebuloso.

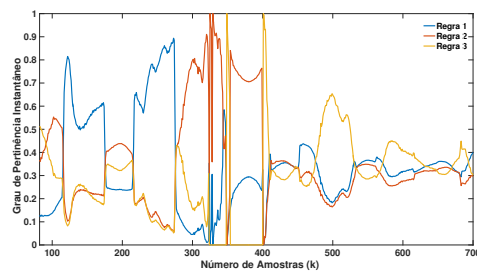


Figura 8: Graus de pertinência instantâneos.

Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPEMA e ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Eletricidade da Universidade Federal do Maranhão (PPGEE/UFMA) pelo apoio a esta pesquisa.

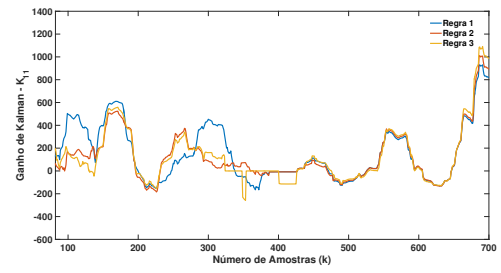


Figura 9: Elemento K_{11} da matriz de ganho de Kalman.

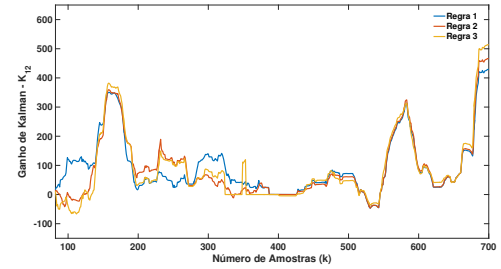


Figura 10: Elemento K_{12} da matriz de ganho de Kalman.

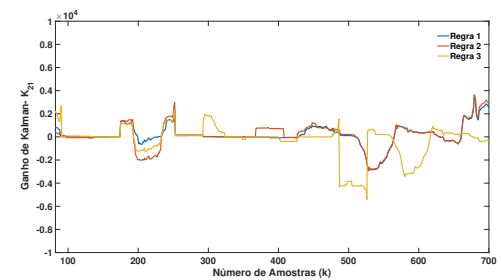


Figura 11: Elemento K_{21} da matriz de ganho de Kalman.

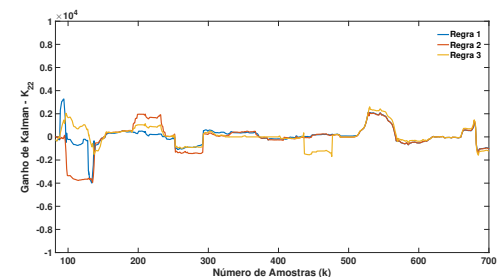


Figura 12: Elemento K_{22} da matriz de ganho de Kalman.

Referências

Angelov, P. (2004). An approach for fuzzy rule-base adaptation using on-line clustering, *International Journal of Approximate Reasoning* **35**: 275–289.

- B. O. S. Teixeira, L. A. Aguirre, L. A. B. T. (2010). Filtragem de Kalman com restrições para sistemas não-lineares: revisão e novos resultados, *Revista Controle e Automação* **21**(2): 127–146.
- Babuska, R. (1998). *Fuzzy Modeling Control*, Kluwer Academic Publishers.
- C. Hajiyev, H. E. S. (2014). Robust adaptive unscented Kalman filter for attitude estimation of pico satellites, *International Journal of Adaptive and Signal Processing* **28**: 107–120.
- C. W. Cheng, J. K. Huang, M. P. J. N. J. (1992). Integrated system identification and modal state estimation for control of large flexible space structures, *Journal of Guidance, Control, and Dynamics* **15**(1): 88–95.
- D. S. Pires, G. L. O. S. (2017). Metodologia para identificação de filtro de Kalman nebuloso evolutivo com aplicações em estimação paramétrica e de estados a sistemas dinâmicos não lineares, *XIII Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente* pp. 1802–1807.
- E. Lughofer, C. Cernuda, S. K. M. P. (2015). Generalized smart evolving fuzzy systems, *Evolving Systems* **6**(4): 269–292.
- G. L. Smith, S. F. Schmidt, L. A. M. (1962). *Application of statistical filter theory to the optimal estimation of position and velocity on board a circumlunar vehicle*, NASA technical report, National Aeronautics and Space Administration.
- J. Arthur, A. Attarian, F. H. H. T. (2018). Nonlinear Kalman filtering for censored observations, *Applied Mathematics and Computation* **316**: 155–166.
- Kalman, R. E. (1960). A new approach to linear filtering and prediction problems, *Transaction of the ASME Journal of Basic Engineering*, vol. 82 (Series D) pp. 35–45.
- Lemos, A. P. (2011). Modelagem nebulosa evolutiva: Novas topologias e algoritmos de aprendizagem, *Tese de doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais*.
- Lughofer, E. (2008). Flexfis: A robust incremental learning approach for evolving Takagi-Sugeno fuzzy models, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **16**(6): 1393–1410.
- N. Bouzera, M. Oussalah, N. M. A. K. (2017). Fuzzy extended Kalman filter for dynamic mobile localization in urban area using wireless network, *Applied Soft Computing* **57**: 452–467.
- N. Davari, A. G. (2017). An asynchronous adaptive direct Kalman filter algorithm to improve underwater navigation system performance, *IEEE Sensors Journal* **17**: 1061–1068.
- Ngatini, E. Apriliani, H. N. (2017). Ensemble and fuzzy Kalman filter for position estimation of an autonomous underwater vehicle based on dynamical system of auv motion, *Expert Systems with Applications* **68**: 29–35.
- O. D. R. Filho, G. L. O. S. (2016). Adaptive neuro-fuzzy black-box modeling based on instrumental variable evolving algorithm, *Journal of Control, Automation and Electrical Systems* pp. 1–18.
- P. Angelov, E. Lughofer, X. Z. (2008). Evolving fuzzy classifiers using different model architectures, *Fuzzy Sets and Systems* **159**: 3160–3182.
- P. P. Angelov, D. P. F. (2004). An approach to online identification of Takagi-Sugeno fuzzy models, *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics Part B-Cybernetics* **34**: 484–498.
- R. Oubah, A. Benzaouia, A. E. H. (2015). Simulation and control of Takagi-Sugeno uncertain model of buck converter by linear programming, *27th International Conference on Microelectronics (ICM)* pp. 269–272.
- S. Alizadeh, A. Kalhor, H. J. B. N. A. M. N. A. (2016). Online local input selection through evolving heterogeneous fuzzy inference system, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems* **24**: 1364–1377.
- S. Julier, J. Uhlmann, H. F. D.-W. (1995). A new approach for filtering nonlinear systems, *IEEE American Control Conference* pp. 1628–1632.
- Zadeh, L. A. (2015). Fuzzy logic - a personal perspective, *Fuzzy Sets and Systems* **281**: 4–20.