Estimação de Estados e Parâmetros em um Britador Cônico*

Átila M. F. de Lelis [*,***], **Wendy Y. E. Herrera** [**], **Márcio F. Braga** [*,**]

[*] *Programa de Pós-Graduação em Instrumentação, Controle e Automação de Processos de Mineração, Universidade Federal de Ouro Preto e Instituto Tecnológico Vale (ITV), Ouro Preto, MG, Brasil (e-mail: atila.lelis@aluno.ufop.edu.br).*
[**] *Departamento de Engenharia Elétrica, Instituto de Ciências Exatas e Aplicadas, Universidade Federal de Ouro Preto — UFOP, 35931-008, João Monlevade, MG, Brasil (e-mails: wendy.herrera@ufop.edu.br, mfbraga@ufop.edu.br).*
[***] *Logix's Eletricidade e Automação S.A — Cast Group (e-mail: atila.lelis@castgroup.com.br).*

Abstract: This work investigates the problem of state and parameter estimation in a cone crusher using the dual estimation approach for states and parameters. The methodology employed involves modeling the system of a secondary crushing plant and estimating the time-varying states and parameters of the model. The results suggest that dual estimation is a promising method for state and parameter estimation in cone crushers, with the potential to contribute significantly to control and optimization in ore processing processes, particularly under conditions of failures in the measurement system located in the field.

Resumo: Este trabalho investiga o problema de estimação de estados e parâmetros em um britador cônico utilizando a abordagem da estimação dual de estados e parâmetros. A metodologia empregada consiste em modelar o sistema de uma planta de britagem secundária e estimar os estados e parâmetros variantes no tempo do modelo. Os resultados sugerem que a estimação dual é um método promissor em estimação de estados e parâmetros para britadores cônicos, podendo contribuir significativamente em controle e otimização em processos de tratamento de minérios, principalmente em condições de falhas no sistema de medição localizado no campo.

Keywords: Mineral Processing; Crushers; Dual Estimation; Kalman Filter; Mean Square Estimator.

Palavras-chaves: Tratamento de Minérios; Britadores; Estimação Dual; Filtro de Kalman; Estimador de Mínimos Quadrados.

1. INTRODUÇÃO

O processo de mineração consiste na extração e beneficiamento de minérios presentes no subsolo. Esse processo envolve várias etapas como a pesquisa, exploração, lavra e beneficiamento mineral. Nesta última etapa, os desafios se concentram na obtenção de um mineral isento de impurezas, que gere um produto final com alto valor econômico. Nesse contexto de liberação mineral, a cominuição, estágio cujo objetivo é a redução de tamanho de partículas de minério, figura-se como um importante processo (Luz et al., 2010).

A cominuição é composta por duas etapas principais: britagem e moagem. Na primeira etapa, é obtido um material mais fino, para utilização em etapas posteriores. Para atingir essa finalidade, empregam-se máquinas robustas, denominadas britadores. No segundo estágio de britagem, conhecido por britagem secundária, o britador cônico é um equipamento geralmente utilizado. A fragmentação mineral ocorre na câmara de britagem, que basicamente é o espaço compreendido entre outras duas superfícies, o manto e o côncavo. O material de alimentação é depositado na câmara de britagem, a fragmentação é obtida pela rotação do eixo excêntrico, conforme mostra a Figura 1.

Estudos desenvolvidos por Jacobson et al. (2010) apontam um dos critérios de otimalidade em britadores cônicos: manter o nível da câmara de britagem igual ou superior a 80% de sua capacidade. Assim, na literatura científica, as estratégias de controle de nível do britador cônico se concentram na análise das variáveis da velocidade do alimentador de correia e da Abertura da Posição Fechada (APF). Para um adequado funcionamento e controle, os britadores precisam ser ajustados de acordo com seus

* O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001, do Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPQ), do Instituto Tecnológico Vale (ITV) e da Universidade Federal de Ouro Preto (UFOP).

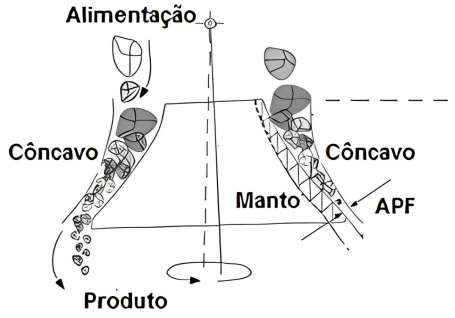

Figura 1. Esquema simplificado de um britador cônico. A indicação de cavidade cheia é indicada pela linha tracejada e, acima dela, a cavidade está supercheia. Fonte: Adaptado de Meireles (2020).

parâmetros funcionais. Para definir esses ajustes, modelos operacionais como, por exemplo, os estudos de Whiten (1976) e Atta et al. (2014), que partem do princípio do balanço de massa e probabilidade de quebra e classificação de partículas, podem ser empregados. Na investigação de Itävuo et al. (2017), um estimador de estados adaptativo é utilizado para estimar o nível da câmara de britagem. Em Meireles (2020), abordam-se técnicas de estimação de estados e controle multivariável, utilizando tanto a velocidade do alimentador de entrada como também a APF do britador.

O controle adequado do nível da câmara do britador cônico depende das medições das variáveis envolvidas no processo de britagem, cuja leitura é realizada por meio de sensores. Devido ao ambiente hostil no qual está inserido, problemas associados ao sistema de medição, como, por exemplo, a indisponibilidade momentânea de um sensor devido a uma falha, medições ruidosas, má calibração dos instrumentos de medida, ou mesmo ausência de um sensor físico, são situações que podem acontecer em tratamento de minérios. Esses problemas podem ser solucionados utilizando técnicas de estimação de estados em britadores cônicos. Porém, o problema de estimação de estados e parâmetros em máquinas desta natureza é pouco explorado na literatura. Essa abordagem estima os estados e parâmetros do sistema dinâmico.

Neste trabalho, investiga-se o problema de estimação de estados e parâmetros em um britador cônico utilizando a abordagem da estimação dual de estados e parâmetros (ED). A ED estima os parâmetros por meio do Estimador de Mínimos Quadrados Recursivo (MQR), e os estados são estimados utilizando o Filtro de Kalman (FK). Em seguida, comparam-se os resultados obtidos com o emprego da técnica ED proposta neste trabalho com a abordagem padrão da literatura, o estimador preditor-corretor da investigação de (Itävuo et al., 2017).

2. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 Formulação do Problema

Considere o sistema não linear em tempo discreto

$$\begin{aligned} x_k &= f(x_{k-1}, u_{k-1}, \theta_{k-1}, w_{k-1}, k-1), \\ y_k &= h(x_k, v_k, k), \end{aligned} \tag{1}$$

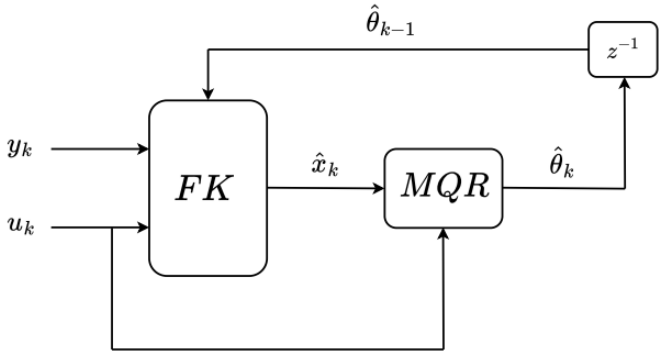

Figura 2. Algoritmo para estimação dual de estados e parâmetros. Inicialmente, a entrada u_k e a medição ruidosa do processo y_k são utilizados como dados de entrada para o FK que estima os estados utilizando os parâmetros $\hat{\theta}_{k-1}$. Os estados estimados $\hat{x}_k$ e a entrada u_k servem como entrada para o MQR, que atualiza os parâmetros variantes no modelo do sistema $\hat{\theta}_k$ para a próxima iteração.

em que $x_k \in \mathbb{R}^n$ é o vetor de estados, $f\colon \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^p \times \mathbb{R}^{n\theta} \times \mathbb{R}^q \times N \to \mathbb{R}^n$ é o modelo de processo e $h\colon \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^r \times N \to \mathbb{R}^n$ é o modelo de observação. Assume-se, ainda, que u_{k-1} é o vetor de entradas, y_k é o vetor de medições, w_{k-1} é o ruído de processo, v_k é o ruído de medição e, por fim, k é o contador de iterações do modelo discreto. Presume-se que θ_k satisfaça a regressão linear,

$$z_k = \psi_{k-1}^T \theta_k + \epsilon_k, \tag{2}$$

de modo que $z_k \in \mathbb{R}^n$ é a saída, $\psi_{k-1} \in \mathbb{R}^{n_\theta}$ é o vetor de regressores e $\epsilon_k \in \mathbb{R}^n$ é o erro atribuído ao modelo de regressão linear.

O algoritmo ED empregado para estimar os estados e parâmetros é mostrado na Figura 2. Em um primeiro instante, alimenta-se o Filtro de Kalman (FK) com a informação do sinal de entrada, u_k, e da medição atual do processo, y_k. De posse de tais informações, FK estima os estados do sistema, $\hat{x}_k$. Essas estimativas são utilizadas no estimador MQR. O algoritmo MQR estima os parâmetros, $\hat{\theta}_k$ do modelo do britador cônico. Esses parâmetros serão atualizados no modelo de processo empregado no FK. Detalhes do algoritmo podem ser encotrados em (Abreu, 2016).

2.2 Filtro de Kalman

Considera-se que f e h sejam funções lineares. Desta forma, o conjunto de equações (1) pode ser reescrito, respectivamente, como

$$\begin{aligned} x_k &= A_{k-1}x_{k-1} + B_{k-1}u_{k-1} + G_{k-1}w_{k-1}, \\ y_k &= C_k x_k + v_k, \end{aligned} \tag{3}$$

em que a matriz de transição $A_{k-1} \in \mathbb{R}^{n\times n}$, a matriz de entradas $B_{k-1} \in \mathbb{R}^{n\times p}$ e a matriz de saída $C_k \in \mathbb{R}^{n\times n}$ são conhecidas. Além disso, $G_{k-1} \in \mathbb{R}^{n\times p}$ é a matriz que representa o erro gerado durante a obtenção do modelo matemático do sistema dinâmico. Assume-se que os ruídos w_{k-1} e v_k são aleatórios, gaussianos e de média nula e satisfazem,

$$E\left[w_k w_k^T\right] = Q_k, \quad E\left[v_k v_k^T\right] = R_k, \quad E\left[v_i w_j^T\right] = 0, \tag{4}$$

em que E indica a esperança matemática.

2.3 Algoritmo do Filtro de Kalman (FK)

O FK é usado para estimar recursivamente os estados, $\hat{x}_{k|k} \in \mathbb{R}^n$, de um sistema linear a partir de um modelo matemático e um conjunto de medições ruidosas (Kalman, 1960). O algoritmo do FK compreende duas etapas: a etapa de predição e a etapa de assimilação de dados. A etapa de predição é responsável por propagar os estados a partir da informação disponível a priori $\hat{x}_{k-1|k-1}$, dada por

$$\hat{x}_{k|k-1} = A_{k-1}\hat{x}_{k-1|k-1} + B_{k-1}u_{k-1}, \tag{5}$$

$$P^{xx}_{k|k-1} = A_{k-1}P^{xx}_{k-1|k-1}A^{\mathrm{T}}_{k-1} + G_{k-1}Q_{k-1}G^{\mathrm{T}}_{k-1}, \tag{6}$$

$$P^{xy}_{k|k-1} = P^{xx}_{k|k-1}C^{\mathrm{T}}_{k}, \tag{7}$$

$$P^{yy}_{k|k-1} = C_k P^{xx}_{k|k-1}C^{\mathrm{T}}_{k} + R_k, \tag{8}$$

$$\hat{y}_{k|k-1} = C_k\hat{x}_{k|k-1}, \tag{9}$$

em que as matrizes dadas em (6)-(8) são definidas genericamente como

$$P^{ab}_{k|k-1} = E\left[\left(a_k - \hat{a}_{k|k-1}\right)\left(b_k - \hat{b}_{k|k-1}\right)^T\right] \tag{10}$$

e denominadas, respectivamente, por matriz de covariância do erro de predição, matriz de covariância cruzada e matriz de covariância da inovação.

A etapa de assimilação de dados é responsável por refinar a estimativa dos estados, quando lhe é concedida uma nova medida, sendo descrita por

$$K_k = P^{xy}_{k|k-1}\left(P^{yy}_{k|k-1}\right)^{-1}, \tag{11}$$

$$\hat{x}_{k|k} = \hat{x}_{k|k-1} + K_k\left(y_k - \hat{y}_{k|k-1}\right), \tag{12}$$

$$P^{xx}_{k|k} = P^{xx}_{k|k-1} - K_k P^{yy}_{k|k-1}K^{\mathrm{T}}_{k}, \tag{13}$$

em que K_k é o ganho de Kalman.

2.4 Estimador de Mínimos Quadrados

Para estimar os parâmetros de um modelo matemático pode ser empregado o algoritmo do estimador de mínimos quadrados recursivo (MQR). Esse algoritmo pondera as variações dos parâmetros por meio do ganho do estimador e de sua matriz de covariância e pode ser descrito por

$$K_k = \frac{P_{k-1}\psi_k}{\psi_k^T P_{k-1}\psi_k + \lambda}, \tag{14}$$

$$\hat{\theta}_k = \hat{\theta}_{k-1} + K_k\left[z_k - \psi_k^T\hat{\theta}_{k-1}\right], \tag{15}$$

$$P_k = \frac{1}{\lambda}\left(P_{k-1} - \frac{P_{k-1}\psi_k\psi_k^T P_{k-1}}{\psi_k^T P_{k-1}\psi_k + \lambda}\right), \tag{16}$$

em que (14), (15) e (16) representam, respectivamente, o ganho do MQR, o parâmetro de interesse, a matriz de covariância da iteração k. Além disso, ψ_k representa o vetor de regressores da iteração k com informações obtidas até a iteração $k-1$ e λ representa o fator de esquecimento, que pondera a equação com pesos maiores para as últimas medidas.

3. MATERIAIS E MÉTODOS

3.1 Modelagem do Britador Cônico

A modelagem do britador cônico consiste na análise do seu balanço de massa, conforme mostra a Figura 3. A massa

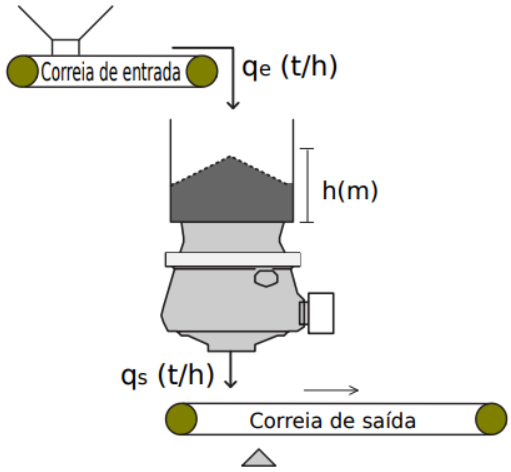

Figura 3. Estrutura básica de um britador cônico.
Fonte: Adaptado de Meireles (2020).

depositada no silo de alimentação é representada por

$$m(t) = A_b\rho h(t), \tag{17}$$

em que A_b indica a área acima da câmara do britador, ρ indica a densidade do material e $h(t)$ é a função que representa o nível do material presente no silo de alimentação.

O balanço de massa do britador é representado pela taxa de variação da vazão mássica de alimentação e da vazão mássica de saída

$$\frac{dm(t)}{dt} = q_e(t) - q_s(t), \tag{18}$$

em que $q_e(t)$ e $q_s(t)$ representam o fluxo de massa na entrada do silo de alimentação e saída da câmara do britador, respectivamente. Considerando a correia como um transportador linear com dinâmica rápida e livre de atrasos, assume-se a aproximação

$$q_e(t) \approx \eta_1 u_1(t), \tag{19}$$

em que η_1 indica o ganho do alimentador. Desse modo, rearranjando e substituindo (17) e (19) em (18), pode-se representar a variação do nível de material no silo de alimentação como

$$\frac{dh(t)}{dt} = \frac{1}{A_b\rho}\big(\eta_1 u_1(t) - q_s(t)\big). \tag{20}$$

Para essa modelagem, considera-se que $q_s(t)$ varia pouco (Itävuo et al., 2017), isto é,

$$\frac{dq_s(t)}{dt} \approx 0. \tag{21}$$

Assim, como o objetivo é obter um modelo dinâmico em espaço de estados, pode-se definir o vetor de estados como

$$x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} h(t) \\ q_s(t) \end{bmatrix}. \tag{22}$$

De modo que a representação em espaço de estados do modelo do britador é dada por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & \dfrac{-1}{A_b\rho} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \dfrac{\eta_1}{A_b\rho} \\ 0 \end{bmatrix} u(t), \\ y(t) &= [1 \;\; 0]\, x(t). \end{aligned} \tag{23}$$

Finalmente, discretizando o sistema representado em (23), considerando um período de amostragem $\Delta t = 1s$ e empregando um segurador de ordem zero (SOZ) (Phillips e Nagle, 1995), tem-se

$$x_{k+1} = \begin{bmatrix} 1 & \dfrac{-\Delta t}{A_b \rho} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x_k + \begin{bmatrix} \dfrac{\eta_1 \Delta t}{A_b \rho} \\ 0 \end{bmatrix} u_k, \qquad (24)$$
$$y_k = [1 \;\; 0]\, x_k.$$

3.2 Sistema controlado

O estudo de Meireles (2020) corrobora a descoberta de Jacobson et al. (2010) sobre a importância de se controlar uma planta de britagem com britadores cônicos. A investigação sugere sintonizar um controlador de ação proporcional e integral PI pelo método do modelo interno de Skogestad (SIMC). O método SIMC propõe uma otimização com relação ao método do modelo interno (IMC) para sintonia de controladores. Nesse tipo de sintonia, a rejeição a ruídos do sistema é minimizada pelo fator de integração do controlador (Batista et al., 2014). Neste trabalho, utilizou-se dessa especificação. Assim, dado que a função de transferência do controlador é

$$G_c(s) = K_c \left(1 + \frac{1}{T_i s}\right), \qquad (25)$$

têm-se que K_c é o ganho proporcional, T_i é o tempo integral. Além disso, os demais dados de entrada para os testes são reportados na Tabela 1. Definem-se, como variáveis de processo e manipulada, respectivamente, o nível de material na câmara do britador e a velocidade da correia de alimentação.

Tabela 1. Valores ajustados para os testes do sistema em malha fechada.

Variáveis	Valor Ajustado
η_1	4.86 (tph)
K_c	11,93
T_i	0,00438 (min)

3.3 Índice RMSE

Várias técnicas podem ser utilizadas para validar um modelo em identificação de sistemas (Tavares et al., 2021). Dentre as métricas utilizadas, pode-se citar o índice raiz quadrada do erro quadrático médio (RMSE, do inglês *Root Mean Square Error*), que quantifica a variabilidade entre os valores observados e previstos por um modelo, o qual é dado por

$$RMSE = \frac{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} (y_k - \hat{y}_k)^2}}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n} (y_k - \bar{y})^2}}, \qquad (26)$$

em que y_k é a medição real do processo, $\hat{y}_k$ é a estimação do sinal de saída e $\bar{y}$ é o valor médio da medição nas n amostras utilizadas.

4. RESULTADO E DISCUSSÃO

4.1 Projeto dos testes

Os ensaios foram processados em tempo real utilizando o *software* MATLAB, versão R2022A, e o *software* IDEAS, desenvolvido pela empresa Andritz Automation, para modelar digitalmente a planta, utilizando dados reais provenientes da usina de Serra Leste, da Vale S.A. provenientes do trabalho de Euzébio e Moreira (2018). A integração *online* foi possível graças à comunicação OPC entre o MATLAB e o IDEAS.

Nos experimentos, as matrizes de covariância dos estimadores foram definidas como $10^2 I_{2\times2}$ para o FK e MQR. O estado inicial foi estabelecido como nulo. O fator de esquecimento foi definido como $\lambda = 0{,}99$. Por questões de viabilidade dos testes, foi utilizado um período de testes de $1000s$ para a estimação. A matriz G foi ajustada como $I_{2\times2}$, os ruídos de processo e medição foram ajustados como $Q_k = 3I_{2\times2}$ e $R_k = 3I$.

4.2 Resultados dos experimentos

Foram desenvolvidos dois cenários de testes. Adotou-se uma densidade do material na câmara de britagem próxima de $23kg/m^3$, com variações da ordem de $3kg/m^3$, conforme dados da usina de Serra Leste alimentados no IDEAS (Euzébio e Moreira, 2018). No primeiro cenário, considera-se que as medições estão disponíveis, enquanto, no segundo cenário, considera-se a indisponibilidade total e parcial das medições. Em ambos os cenários, estimam-se os estados e parâmetros por ED e também pelo estimador preditor—corretor proposto em Itävuo et al. (2017), denominado, neste texto, por estimador referência. Em todos os testes, utilizou-se a configuração reportada em Meireles (2020) para o estimador referência, cujo ganho é

$$L = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 0 \\ 0 & 0{,}3 \end{bmatrix}. \qquad (27)$$

Cenário 1—Processo com medições acessíveis.

A Figura 4(a) ilustra o esforço de controle e a estimação de parâmetros para o primeiro cenário. Inicialmente, as ações corretivas do controlador PI apresentaram ajustes significativos e, posteriormente, ocorre a transição da planta para um estado de regime permanente. Essas variações nas condições operacionais são causadas pela alimentação de minério de ferro na câmara de britagem, relacionando o esforço de controle ao período transitório da operação. Entre os momentos de 100 e 200 segundos, o sinal de controle se estabilizou, mantendo a velocidade da correia de alimentação praticamente constante para atender à referência (*setpoint*) de 80% de ocupação da câmara de britagem, selecionado para o experimento.

A variação dos parâmetros indica mudanças na família granulométrica do material de alimentação. Essas mudanças alteraram a matriz de transição, A_{k-1}, impactando na dinâmica do sistema. O esforço da ED para essas adaptações são mostrados na Figura 4(b), indicando as adequações do modelo estimado para a iteração subsequente. Esses ajustes tornam as estimativas mais confiáveis, pelo fato de propiciar ao estimador de estados uma matriz de sistema adaptada às variações dinâmicas da operação. A estimação do nível de material na câmara de britagem é mostrada na Figura 5(a). A ED, assim como o estimador referência, apresentam linhas praticamente sobrepostas ao sinal real, mostrando a eficiência das abordagens em estimar os estados de um britador cônico. Pequenas variações em torno do valor real foram apresentadas, em virtude da

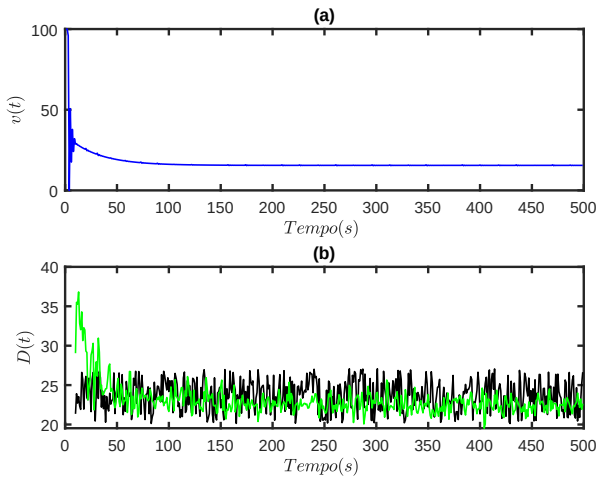

Figura 4. Estimação de estados e parâmetros por ED empregada no modelo do britador: (a) Esforço de controle do controlador PI (m/s); (b) Densidade real (em verde) e estimada (em preto) do material na câmara do britador (Kg/m^3) — Cenário 1.

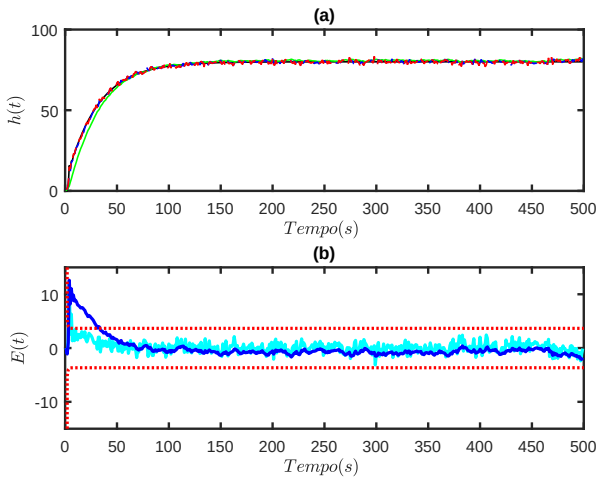

Figura 5. Processo de estimação no modelo do britador: (a) Nível real (em preto), medido (em vermelho) e estimados por ED (em azul) e pelo estimador referência (em verde) do material no britador, (m); (b) Erros de estimação por ED (em ciano), pelo estimador referência (em azul) e limites do intervalo de confiança (em vermelho). — Cenário 1.

dinâmica dos estimadores, em se adequarem ao modelo e as medições, como também ruídos de medição e de processo estabelecidos *a priori*. O erro de estimação é apresentado na Figura 5(b). Inicialmente, a ED possui desvios com relação ao intervalo de confiança estabelecido, fornecendo estimativas acuradas depois desse período transitório. A Tabela 2 mostra a progressão do RMSE ao longo das iterações, reforçando que ambas as técnicas de estimação são confiáveis para o modelo do britador cônico. Contudo, para os testes desenvolvidos nesse cenário, a ED mostrou-se mais acurada em comparação com o estimador referência por possuir menor índice RMSE ao longo das iterações.

Tabela 2. Índice RMSE para o Cenário 1, utilizando a abordagem proposta e o estimador referência (Itävuo et al., 2017).

Período (s)	ED	Referência
250	0,0092	0,0519
500	0,0061	0,0534
750	0,0049	0,0537
1000	0,0042	0,0539

Cenário 2—Processo com indisponibilidade de medições.

O processo com indisponibilidade de medições é mostrado nas Figuras 6. Os resultados mostram que a ED é sugerida para esse cenário. Em situações de falhas temporárias, Figura 6(a), na concepção da falha, compreendida entre $250 < t < 500s$, os estimadores testados predizem as informações do estado. Para essas situações, a ED forneceu estimativas mais acuradas quando comparada ao estimador referência. Essa afirmação se mantém para intervalos maiores de falha, Figura 6(b), pois, a ED obteve menor índice RMSE durante esses períodos, conforme evidenciado pela Tabela 3.

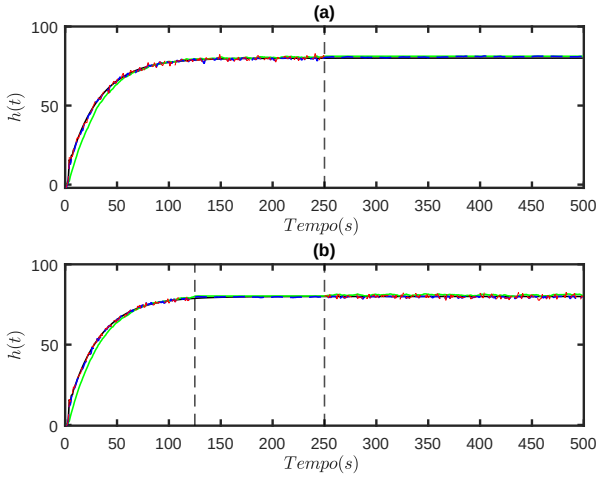

Figura 6. Estimação do nível real (em preto), medido (em vermelho) e estimados por ED (em azul) e pelo estimador referência (em verde) do material na câmara do britador em processo com medições inacessíveis: (a) Perda parcial de medições $(125 < t < 250s)$; (b) Perda total de medições a partir de $250s$. Linhas tracejadas verticais indicam o intervalo da perda de medições — Cenário 2.

Tabela 3. Índice RMSE considerando o Cenário 2, perdas de medição no modelo do britador cônico, utilizando a abordagem proposta e o estimador referência (Itävuo et al., 2017).

Período (s)	ED		Referência	
	Falha total	Falha parcial	Falha total	Falha parcial
250	0,0011	0,0010	0,0052	0,0519
500	0,0012	0,0053	0,0538	0,0530
750	0,0009	0,0061	0,0541	0,1104
1000	0,0008	0,0053	0,0542	0,1176

A Figura 7 mostra o erro de estimação dos estimadores. Após o transitório, depois da concepção de uma falha, os erros de estimação dos estimadores se mantiveram no intervalo de confiança estabelecido. No restabelecimento de medições, mostrado na Figura 7(a), o algoritmo da ED se desvia do intervalo, retornando a ele rapidamente após alguns instantes, apontando a sensibilidade do algoritmo no restabelecimento de medições. A Figura 7(b) mostra situações de falha total no sistema de medições. Após o transitório, o erro de estimação se mantém no intervalo de confiança, afirmação válida para os dois estimadores.

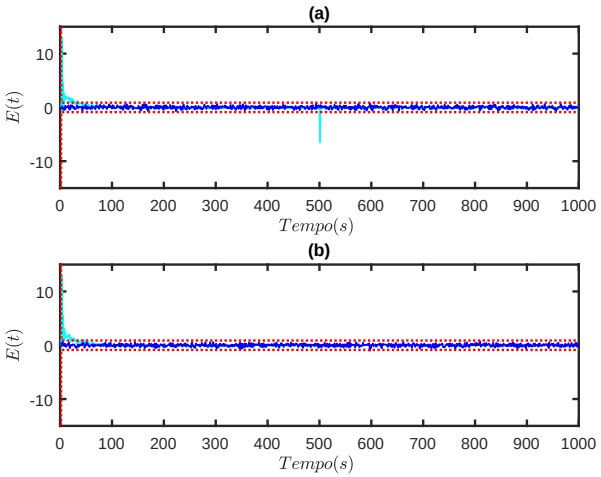

Figura 7. Erros de estimação por ED (em ciano), pelo estimador referência (em azul) e limites do intervalo de confiança (em vermelho) do nível (m) do material na câmara do britador em processo com medições inacessíveis: (a) Perda parcial de medições ($250 < t < 500s$). (b) Perda total de medições ($t > 500s$). — Cenário 2.

5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, investigou-se o problema de estimação de estados e parâmetros do britador cônico utilizando a abordagem da estimação dual de estados e parâmetros. Para isso, utilizaram-se os *softwares* IDEAS e MATLAB para modelar a planta, utilizando dados provenientes da usina de Serra Leste da Vale S.A.

Foi comprovado que é possível estimar os estados da câmara de um britador cônico por diferentes métodos de estimação. Dentre as abordagens testadas, empregaram-se o estimador referência, proposto em Itävuo et al. (2017) e a ED, proposta neste trabalho. A primeira abordagem mostrou-se eficiente em condições normais de operação, como também, em situações de falhas no sistema de medição. Contudo, a ED forneceu estimativas mais precisas independentemente do cenário em análise. A segunda abordagem, denominada estimação dual de estados e parâmetros, permite que o algoritmo estime não somente os estados, como também os parâmetros da matriz de transição do sistema dinâmico. Recomenda-se a utilização desse método para a estimação de estados e parâmetros em britadores cônicos, principalmente quando há indisponibilidade de medições, situações em que o estimador consegue estimar os estados sem a necessidade das informações dos sensores, utilizando apenas as informações dos estados estimados e do modelo matemático do britador cônico.

Assim, a abordagem da estimação dual de estados e parâmetros figura-se como um método promissor para melhorias no desempenho, confiabilidade e segurança operacional no processo de mineração. Especificamente, em situações críticas, com medições inacessíveis em campo, as estimativas dos estados podem suprir as medições fornecidas pelos sensores, sem a necessidade de interromper a operação de beneficiamento mineral, resultando no aumento da produção no setor da mineração.

Espera-se que os resultados deste estudo inspirem futuras pesquisas e aplicações práticas no campo da otimização de processos industriais, promovendo avanços contínuos na operação e manutenção de equipamentos de cominuição.

REFERÊNCIAS

Abreu, P.E.O.G.B. (2016). *Projeto de Sensores Virtuais e Estudo de Algoritmos para Estimação Online de Parâmetros em Dados com Excitação Intermitente.* Dissertação de mestrado, Programa de Pós Graduação em Engenharia Elétrica, PPGEE, Universidade Federal de Minas Gerais, UFMG, Belo Horizonte, MG Brasil.

Atta, K.T., Johansson, A., e Gustafsson, T. (2014). Control oriented modeling of flow and size distribution in cone crushers. *Minerals Engineering.*

Batista, L.C.F., Fernandes, G.Q., e Maia, A.A.T. (2014). Estudo comparativo de técnicas de sintonia de controladores pid para sistemas de primeira ordem com atraso. In *ABCM Symposium Series in Mechatronics*, volume 6. ABCM.

Euzébio, T.A.M. e Moreira, V.d.S. (2018). Modelagem e controle de abertura de câmara britadores cônicos. In *Congresso Brasileiro de Automática.*

Itävuo, P., Hulthén, E., e Vilkko, M. (2017). Feed-hopper level estimation and control in cone crushers. *Minerals Engineering.*

Jacobson, D., Peter, J., e Victor, U. (2010). Cavity level's effect on cone crusher performance and production. *PROCEMIM.*

Kalman, R.E. (1960). A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems. *Journal of Basic Engineering*, 82(1), 35–45. doi:10.1115/1.3662552.

Luz, A.B., Sampaio, J., França, S., et al. (2010). *Tratamento de Minérios.* 5ª edição.

Meireles, P.G.M. (2020). *Controle de Nível da Câmara em Britador Cônico.* Dissertação de mestrado, PROFICAM, UFOP/ITV, Ouro Preto, MG, Brasil.

Phillips, C.L. e Nagle, H.T. (1995). *Digital Control System Analysis and Design.* Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 3ª edição.

Tavares, F.A., Costa, F.J.E., e Herrera, W.Y.E. (2021). Estimação da sincronização/dessincronização relacionada ao evento (SRE/DRE) utilizando a estimação dual de estados e parâmetros. In *XV Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente — SBAI 2021.*

Whiten, W.J. (1976). The simulation of crushing plants with models developed using multiple spline regression. *Journal of the South African Institute of Mining and Metallurgy*, 72(10), 257–264.